

Návrh robustně stabilizujících regulátorů pro intervalové systémy

Design of robustly stabilizing controllers for interval systems

Bc. Pavel Elšík

Diplomová práce
2010



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky
akademický rok: 2009/2010

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Pavel ELŠÍK**
Studijní program: **N 3902 Inženýrská informatika**
Studijní obor: **Automatické řízení a informatika**

Téma práce: **Návrh robustně stabilizujících regulátorů pro intervalové systémy**

Zásady pro vypracování:

1. Zpracujte literární řešení dané problematiky.
2. Nastudujte a popište možnost návrhu spojitých stabilizujících regulátorů se zaměřením na regulátory s konvenční strukturou typu PI a PID.
3. Analyzujte rozšíření návrhu PI regulátorů ve smyslu robustní stabilizace intervalových systémů.
4. Zkombinujte metodiku stanovení přípustných robustně stabilizujících parametrů regulátoru pro intervalové soustavy s vhodnou metodou návrhu.
5. Vytvořte programovou podporu v prostředí Matlab.
6. Na vhodně zvolených příkladech proveďte simulační ověření a výsledky vyhodnoťte.

Rozsah práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

1. BARMISH, B. R. *New Tools for Robustness of Linear Systems*. Macmillan, New York, USA, 1994.
2. BARMISH, B. R., HOLLOT, C. V., KRAUS, F. J., TEMPO, R. Extreme point results for robust stabilization of interval plants with first order compensators. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 37, No. 6, pp. 707-714, 1992.
3. HUSTÁK, P. *Systémy s dopravním zpožděním a návrh robustních regulátorů pro jejich řízení*. Disertační práce, Fakulta technologická, Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2003.
4. KLÁN, P., GOREZ, R. Nastavení PI regulátorů chránící akční členy. *Automa*, Vol. 11, No. 2, pp. 50-52, 2005.
5. KLÁN, P., GOREZ, R. Vyvážené nastavení PI regulátorů. *Automa*, Vol. 6, No. 4, pp. 49-53, 2000.
6. MATUŠŮ, R., VANEKOVÁ, K., PROKOP, R., BAKOŠOVÁ, M. Robust proportional-integral control of a laboratory model using programmable logic controller Simatic S7-300. In *Proceedings of the 6th IFAC Symposium on Robust Control Design*, Haifa, Israel, 2009.
7. PROKOP, R., CORRIOU, J. P. Design and analysis of simple robust controllers. *International Journal of Control*, Vol. 66, No. 6, pp. 905-921, 1997.

Vedoucí diplomové práce:

Ing. Radek Matušů, Ph.D.

Ústav automatizace a řídicí techniky

Datum zadání diplomové práce:

19. února 2010

Termín odevzdání diplomové práce:

8. června 2010

Ve Zlíně dne 19. února 2010


prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.
děkan




prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.
ředitel ústavu

ABSTRAKT

Diplomová práce se zabývá návrhem PI regulátorů, které robustně stabilizují intervalový systém. K tomuto návrhu byly vybrány tři metody, které jsou společně s určením stability systému s pevnými parametry a intervalového systému popsány v teoretické části. Praktická část je zaměřena na výpočet stability systémů s intervalovou neurčitostí, systémů s pevně zadanými parametry a zejména na samotný návrh PI regulátorů a jejich testování pro intervalový systém. Programová podpora je vytvořena v prostřední MATLAB/SIMULINK.

Klíčová slova: intervalový systém, robustní stabilita, Charitonovův teorém, PI regulátor

ABSTRACT

Diploma thesis deals with design of PI controllers, which robustly stabilize the interval plant. For the design were chosen three methods, which together with determination of stability for system with fixed parameters and interval plant are described in the theoretical part. The practical part is focused on the calculation of the stability of systems with interval uncertainty, systems with fixed parameters and mainly on design of PI controllers. The controllers were subsequently verified for interval plant. Program support is created with MATLAB/SIMULINK environment.

Keywords: interval plant, robust stability, Kharitonov's theorem, PI controller

Rád bych na tomto místě poděkoval Ing. Radkovi Matušů, Ph.D. za odborné vedení, zapůjčení potřebné literatury, cenné rady a ochotu při zpracování této diplomové práce.

Prohlašuji, že

- beru na vědomí, že odevzdáním diplomové/bakalářské práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, bez ohledu na výsledek obhajoby;
- beru na vědomí, že diplomová/bakalářská práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému dostupná k prezenčnímu nahlédnutí, že jeden výtisk diplomové/bakalářské práce bude uložen v příruční knihovně Fakulty aplikované informatiky Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně a jeden výtisk bude uložen u vedoucího práce;
- byl/a jsem seznámen/a s tím, že na moji diplomovou/bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 1 autorského zákona má UTB ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 2 a 3 autorského zákona mohu užít své dílo – diplomovou/bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen s předchozím písemným souhlasem Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše);
- beru na vědomí, že pokud bylo k vypracování diplomové/bakalářské práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tedy pouze k nekomerčnímu využití), nelze výsledky diplomové/bakalářské práce využít ke komerčním účelům;
- beru na vědomí, že pokud je výstupem diplomové/bakalářské práce jakýkoliv softwarový produkt, považují se za součást práce rovněž i zdrojové kódy, popř. soubory, ze kterých se projekt skládá. Neodevzdání této součásti může být důvodem k neobhájení práce.

Prohlašuji,

- že jsem na diplomové práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval. V případě publikace výsledků budu uveden jako spoluautor.
- že odevzdaná verze diplomové práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

Ve Zlíně

.....
podpis diplomanta

OBSAH

ÚVOD	9
I TEORETICKÁ ČÁST	10
1 LITERÁRNÍ REŠERŠE	11
2 STABILITA SYSTÉMŮ S NEURČITÝMI PARAMETRY	13
2.1 INTERVALOVÁ NEURČITOST	13
2.2 CHARITONOVŮV TEORÉM	14
2.3 CHARITONOVY OBDELNÍKY	14
3 NÁVRH SPOJITÝCH STABILIZUJÍCÍCH REGULÁTORŮ	18
3.1 STABILITA SYSTÉMŮ S PEVNÝMI PARAMETRY	18
3.2 STABILITA INTERVALOVÝCH SYSTÉMŮ.....	20
4 SYNTÉZA ŘÍZENÍ V OKRUHU R_{PS}	22
4.1 STRUKTURA OBVODŮ	22
4.2 FORMULACE SYNTÉZY ŘÍZENÍ.....	23
4.3 ODVOZENÍ PI REGULÁTORU	24
5 NASTAVENÍ PI REGULÁTORU CHRÁNICÍ AKČNÍ ČLENY	26
6 NASTAVENÍ PI REGULÁTORU METODOU POŽADOVANÉHO MODELU	28
6.1 SOUSTAVY BEZ DOPRAVNÍHO ZPOŽDĚNÍ.....	28
6.2 SOUSTAVY S DOPRAVNÍM ZPOŽDĚNÍM.....	29
II PRAKTICKÁ ČÁST	32
7 VZOROVÉ PŘÍKLADY	33
7.1 URČENÍ STABILITY SYSTÉMU S PEVNÝMI PARAMETRY	33
7.2 URČENÍ STABILITY INTERVALOVÉHO SYSTÉMU	38
7.2.1 1. Intervalový systém	38
7.2.2 2. Intervalový systém	41
7.3 NÁVRH PARAMETRŮ PI REGULÁTORŮ	44
7.3.1 Pomocí syntézy v okruhu R_{PS}	44
7.3.2 Pomocí metody požadovaného modelu – soustava s dopravním zpožděním	45
7.3.3 Pomocí metody požadovaného modelu – soustava bez dopravního zpožděním	46
7.3.4 Pomocí metody chránicí akční členy	47
7.4 ROBUSTNÍ PI REGULÁTORY STABILIZUJÍCÍ INTERVALOVÝ SYSTÉM	49
7.4.1 Parametry regulátoru získané pomocí syntézy v okruhu R_{PS}	49
7.4.2 Parametry regulátoru získané metodou požadovaného modelu – soustava s dopravním zpožděním.....	51
7.4.3 Parametry regulátoru získané metodou požadovaného modelu – soustava bez dopravního zpoždění.....	52
7.4.4 Parametry regulátoru získané metodou chránicí akční členy.....	53
ZÁVĚR	54
ZÁVĚR V ANGLIČTINĚ	55
SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY	56

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK	58
SEZNAM OBRÁZKŮ	59
SEZNAM TABULEK.....	60
SEZNAM PŘÍLOH.....	61

ÚVOD

Návrh a seřízení regulátorů představuje v praxi základní problém. Což potvrzuje fakt, že většina v průmyslu použitých regulátorů není správně nastavena. A to i přesto, že důsledky zejména ekonomické mohou být obrovské. Z toho důvodu má význam se touto problematikou zabývat. Poslední dobou je kladen důraz na to, aby navržený regulátor zajišťoval požadované vlastnosti nejen pro nominální systém, ale i pro systém, který spadá do jeho jistého okolí. Neboli zajistit vhodné řízení systému, který je poznamenán nějakými neurčitostmi či perturbacemi. Jednou z možností je použití adaptivních regulátorů, které se trvale přizpůsobují měnícím se podmínkám. Jejich nevýhodou však je, že nejsou vždy spolehlivé a jsou poměrně složité. Druhou možností je použití robustních regulátorů, jejichž návrhem se diplomová práce zabývá [11, 15].

V této práci se předpokládají systémy s intervalovou neurčitostí, jejichž charakteristika je zde popsána. Před samotným návrhem je třeba provést analýzu robustní stability těchto systémů. Ta je založena na využití věty o 16-ti soustavách vycházející z Charitonovova teorému. Mimo analytické testování je možné použít i testování grafické, které se provádí prostřednictvím vykreslení Charitonovových obdélníků. Aby navrhovaný PI regulátor zajišťoval robustní stabilitu intervalového systému, musí spadat do jeho stabilní oblasti. K tomuto účelu je zde představena metoda pro výpočet parametrů regulátoru, které po vykreslení rozdělí parametrovou rovinu na stabilní a nestabilní oblasti. U této metody je nejprve uvažován systém s pevně zadanými parametry. Po jejím rozšíření jsme však schopni zjistit oblast stability i pro systém intervalový.

K návrhu robustních regulátorů jsou zvoleny tyto metody: syntéza v okruhu ryzích a stabilních racionálních funkcí (R_{PS}), metoda chránící akční členy a metoda požadovaného modelu. Díky těmto metodám se určí parametry PI regulátoru pro nominální systém a následně se tyto testují pro systém s intervalovou strukturou. Pro snadnější ověření robustní stability je vytvořen program, který simuluje průběhy navržených PI regulátorů. Další program je určen k vykreslování oblasti stability intervalových systémů. Oba tyto programy byly vytvořeny pomocí prostředí MATLAB/SIMULINK a jsou k dispozici na přiloženém CD.

I. TEORETICKÁ ČÁST

1 LITERÁRNÍ REŠERŠE

Jedním ze základních požadavků, které se kladou na regulační obvod, je, aby byl obvod stabilní. Stabilita dynamického obvodu je schopnost vrátit se po vychýlení z rovnovážného stavu vlivem poruchy nebo vlivem změny hodnoty žádané veličiny do původního nebo jiného, ale opět rovnovážného stavu (A.M. Ljapunov, 1895). Z hlediska stability rozlišujeme regulační obvod stabilní, na mezi stability a nestabilní.

Nutná a postačující podmínka stability – lineární spojité dynamický systém je stabilní, jestliže všechny kořeny charakteristické rovnice leží v levé části komplexní roviny. Jinými slovy musí mít všechny póly přenosu zápornou reálnou část. A nutná podmínka stability – je, aby koeficienty jmenovatele přenosu měly stejné znaménko a žádný z nich nebyl roven nule. Jak je uvedeno např. v [16].

Lineárními systémy s konstantními koeficienty lze modelovat velkou část průmyslových procesů, ale i u těchto systémů nelze vyloučit neurčitost, která vzniká především snahou vytvořit model co nejjednodušší. Čím dochází k zanedbání některých vlastností. Další možností vzniku neurčitosti je, že nikdy přesně neznáme fyzikální parametry daného procesu. V souvislosti s tím mluvíme o robustnosti.

Pojem robustnost znamená, že určitou vlastnost regulačního obvodu, kterou regulátor zajišťuje pro nominální soustavu S , zajistí zároveň pro celou třídu soustav S . Pokud je touto vlastností stabilita, což ve většině případů bývá, mluvíme o ní jako o stabilitě robustní. Ovšem znamená více než stabilizovat určitý počet soustav v okolí nominální soustavy, znamená stabilizovat celé okolí, tedy nekonečně mnoho soustav. Velikost okolí lze popsat buď parametricky, tj. mezními hodnotami parametrů nominálního modelu nebo neparametricky, prostřednictvím omezení rozptylu frekvenčních charakteristik [10, 11].

Většina regulátorů, která se v současné době používá v průmyslu, jsou regulátory typu PID. Uvádí se dokonce až 95 %. Velká většina z nich však využívá pouze proporcionální a integrační složku, čili se jedná o regulátory PI. V případě, že se dobře nastaví jejich parametry, jsou schopné řídit značnou část spojitých technologických procesů [15].

Nezbytnou vlastností pro praktické využití regulátorů je jejich robustnost, a to zejména z toho důvodu, že nelze zaručit absolutní shodu předpokládaného modelu s reálnou soustavou. Jelikož analytické metody syntézy, které vycházejí z přesného matematického modelu neberou dostatečně v úvahu neurčitost a chyby v modelování. Proto jsou v praxi oblíbeny robustní regulátory, které jednak zajišťují přijatelné chování pro nominální

system, ale také pro jeho okolí. Navíc se tyto regulátory vyznačují svou jednoduchostí a snadným implementováním. Na druhou stranu jsou při velkých změnách v řízeném systému jejich možnosti omezené a robustní regulační pochody také nemusejí být optimální [11].

2 STABILITA SYSTÉMŮ S NEURČITÝMI PARAMETRY

Neurčitost, která vzniká při snaze o vytvoření dostatečně jednoduchého modelu, je možno popsat dvěma způsoby – neparametricky a parametricky. U neparametrické neurčitosti se popisuje velikost okolí prostřednictvím frekvenčních charakteristik. Tento popis je vhodný při zanedbání rychlých dynamických vlastností systému. Parametrický popis předpokládá známou strukturu modelu, ale neznalost hodnot jednoho nebo více parametrů řízeného procesu [11].

Parametrickou neurčitost je možno dále rozdělit:

- Intervalová (nezávislá) struktura neurčitosti
- Afinní lineární struktura neurčitosti
- Multilineární struktura neurčitosti
- Nelineární struktura neurčitosti (polynomická, obecná)

Speciálním případem je neurčitost s jedním parametrem.

V našem případě budeme uvažovat pouze neurčitost intervalovou.

2.1 Intervalová neurčitost

U intervalové neurčitosti je nutným předpokladem to, aby neurčitost měla nezávislou strukturu. Neurčitý polynom

$$p(s, q) = \sum_{i=0}^n a_i(q) s^i \quad (1)$$

má nezávislou strukturu neurčitosti, jestliže každá složka q_i vektoru q vstupuje pouze do jednoho koeficientu.

Rodina polynomů

$$P = \{p(s, q) : q \in Q\} \quad (2)$$

se nazývá intervalový polynom, pokud má nezávislou strukturu neurčitosti, každý koeficient je spojitou funkcí q a Q je kvádr [1].

Obecný tvar intervalového polynomu lze zkráceně zapsat

$$p(s, q) = \sum_{i=0}^n [q_i^-, q_i^+] s^i \quad (3)$$

2.2 Charitonovův teorém

V roce 1978 prokázal ruský výzkumník Vladimír Charitonov tvrzení, že rodina intervalových polynomů P s invariantním stupněm je stabilní právě tehdy, když jsou stabilní čtyři tzv. Charitonovovy polynomy. Není tedy nutné testovat stabilitu všech možných hraničních variací, ale bez ohledu na počet parametrů vždy pouze čtyř polynomů. Konstrukce Charitonových polynomů je jednoduchá a využívá horních a dolních hranic koeficientů intervalového polynomu (3) [1, 5, 11].

$$\begin{aligned}
 K_1(s) &= q_0^- + q_1^- s + q_2^+ s^2 + q_3^+ s^3 + q_4^- s^4 + q_5^- s^5 + q_6^+ s^6 + \dots \\
 K_2(s) &= q_0^+ + q_1^+ s + q_2^- s^2 + q_3^- s^3 + q_4^+ s^4 + q_5^+ s^5 + q_6^- s^6 + \dots \\
 K_3(s) &= q_0^+ + q_1^- s + q_2^- s^2 + q_3^+ s^3 + q_4^+ s^4 + q_5^- s^5 + q_6^- s^6 + \dots \\
 K_4(s) &= q_0^- + q_1^+ s + q_2^+ s^2 + q_3^- s^3 + q_4^- s^4 + q_5^+ s^5 + q_6^+ s^6 + \dots
 \end{aligned} \tag{4}$$

V Matlabu slouží k sestavení Charitonových polynomů prostřednictvím Polynomial toolboxu příkaz *kharit*.

Příklad využití Charitonovova teorému

Pro intervalový polynom

$$p(s, q) = [0,5; 1]s^3 + [1,5; 2]s^2 + [3; 5]s + [1,5; 2] \tag{5}$$

Jsou Charitonovovy polynomy

$$\begin{aligned}
 K_1(s) &= 1,5 + 3s + 2s^2 + 1s^3 \\
 K_2(s) &= 2 + 5s + 1,5s^2 + 0,5s^3 \\
 K_3(s) &= 2 + 3s + 1,5s^2 + 1s^3 \\
 K_4(s) &= 1,5 + 5s + 2s^2 + 0,5s^3
 \end{aligned} \tag{6}$$

Pomocí klasického Hurwitzova kritéria je snadné ověřit, že všechny čtyři Charitonovovy polynomy jsou stabilní. Na základě toho je intervalový polynom robustně stabilní [1]. Grafické ověření lze vidět na Obr. 2. Zde platí pravidlo, že pokud Charitonovovy obdélníky nezasahují do počátku komplexní roviny, je intervalový polynom robustně stabilní. Při uvažování alespoň jednoho stabilního členu intervalového polynomu.

2.3 Charitonovovy obdélníky

Tyto obdélníky jsou ve skutečnosti speciálním typem tzv. množiny hodnot. Množina hodnot intervalového polynomu

$$V(p, \omega') = \{p(j\omega, Q) : \omega = \omega'\} \quad (7)$$

je dvourozměrná množina všech komplexních hodnot, které intervalový polynom nabývá, když za s dosadíme $j\omega$ s jedním pevným reálným ω a všechny koeficienty necháme probíhat jejich intervaly.

Pro intervalový polynom (3) a jednu pevně danou frekvenci ω_0 je množina hodnot

$$p(j\omega_0, Q) = \{p(j\omega_0, q) : q \in Q\} \quad (8)$$

vždy obdélník (výjimečně úsečka), který má strany rovnoběžné s osami a říká se mu Charitonovův obdélník pro frekvenci ω_0 [1, 15].

Důkaz:

Do intervalového polynomu

$$p(s, q) = \sum_{i=0}^n q_i s^i, \quad q_i \in [q_i^-; q_i^+] \quad (9)$$

zavedeme substituci $s=j\omega$ a rozdělíme na reálnou a imaginární část

$$\operatorname{Re} p(j\omega_0, q) = \sum_{i \text{ sudá}} q_i (j\omega_0)^i = q_0 - q_2 \omega_0^2 + q_4 \omega_0^4 - q_6 \omega_0^6 + q_8 \omega_0^8 - \dots \quad (10)$$

a

$$\operatorname{Im} p(j\omega_0, q) = \frac{1}{j} \sum_{i \text{ lichá}} q_i (j\omega_0)^i = q_1 \omega_0 - q_3 \omega_0^3 + q_5 \omega_0^5 - q_7 \omega_0^7 + q_9 \omega_0^9 - \dots \quad (11)$$

Protože každé q_i vstupuje pouze do jednoho koeficientu $p(s, q)$, můžeme zkoumat každou část jednotlivě. Pro reálnou složku potom platí

$$\begin{aligned} \min_{q \in Q} \operatorname{Re} p(j\omega_0, q) &= q_0^- - q_2^+ \omega_0^2 + q_4^- \omega_0^4 - q_6^+ \omega_0^6 + q_8^- \omega_0^8 - \dots \\ &= \operatorname{Re} K_1(j\omega_0) \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \max_{q \in Q} \operatorname{Re} p(j\omega_0, q) &= q_0^+ - q_2^- \omega_0^2 + q_4^+ \omega_0^4 - q_6^- \omega_0^6 + q_8^+ \omega_0^8 - \dots \\ &= \operatorname{Re} K_2(j\omega_0) \end{aligned} \quad (13)$$

V tomto případě nehraje znaménko ω_0 žádnou roli, jelikož všechny mocniny jsou sudé. Pozor si však musíme dát u imaginární složky, která obsahuje liché mocniny. Pro $\omega_0 \geq 0$ lze psát

$$\begin{aligned} \min_{q \in Q} \operatorname{Im} p(j\omega_0, q) &= q_1^- \omega_0 - q_3^+ \omega_0^3 + q_5^- \omega_0^5 - q_7^+ \omega_0^7 + \dots \\ &= \operatorname{Im} K_3(j\omega_0) \end{aligned} \quad (14)$$

a pro $\omega_0 < 0$ platí

$$\begin{aligned} \min_{q \in Q} \operatorname{Im} p(j\omega_0, q) &= q_1^+ \omega_0 - q_3^- \omega_0^3 + q_5^+ \omega_0^5 - q_7^- \omega_0^7 + \dots \\ &= \operatorname{Im} K_4(j\omega_0) \end{aligned} \quad (15)$$

Při analýze maxima se postupuje obdobně. Imaginární část je potom v mezi

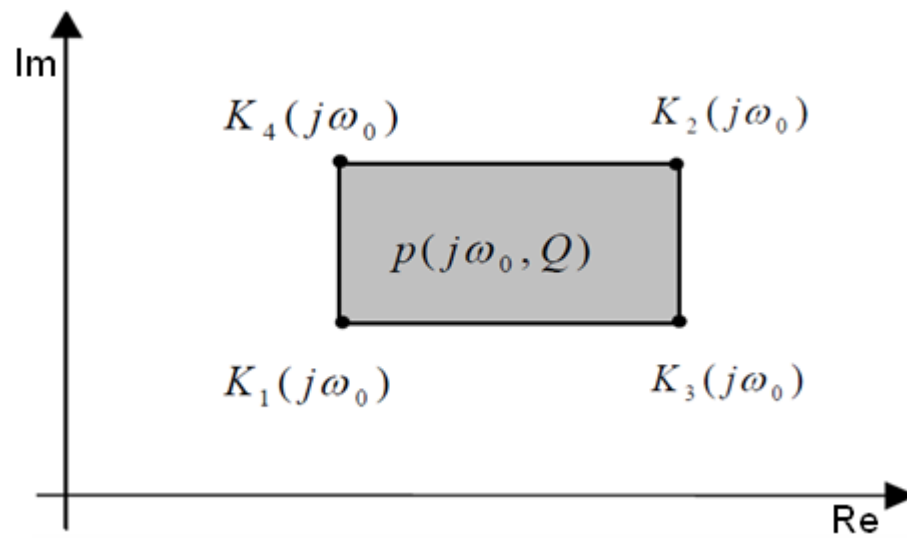
$$\min_{q \in Q} \operatorname{Im} p(j\omega_0, q) = \begin{cases} \operatorname{Im} K_3(j\omega_0) & \text{pro } \omega_0 \geq 0 \\ \operatorname{Im} K_4(j\omega_0) & \text{pro } \omega_0 < 0 \end{cases} \quad (16)$$

$$\max_{q \in Q} \operatorname{Im} p(j\omega_0, q) = \begin{cases} \operatorname{Im} K_4(j\omega_0) & \text{pro } \omega_0 \geq 0 \\ \operatorname{Im} K_3(j\omega_0) & \text{pro } \omega_0 < 0 \end{cases} \quad (17)$$

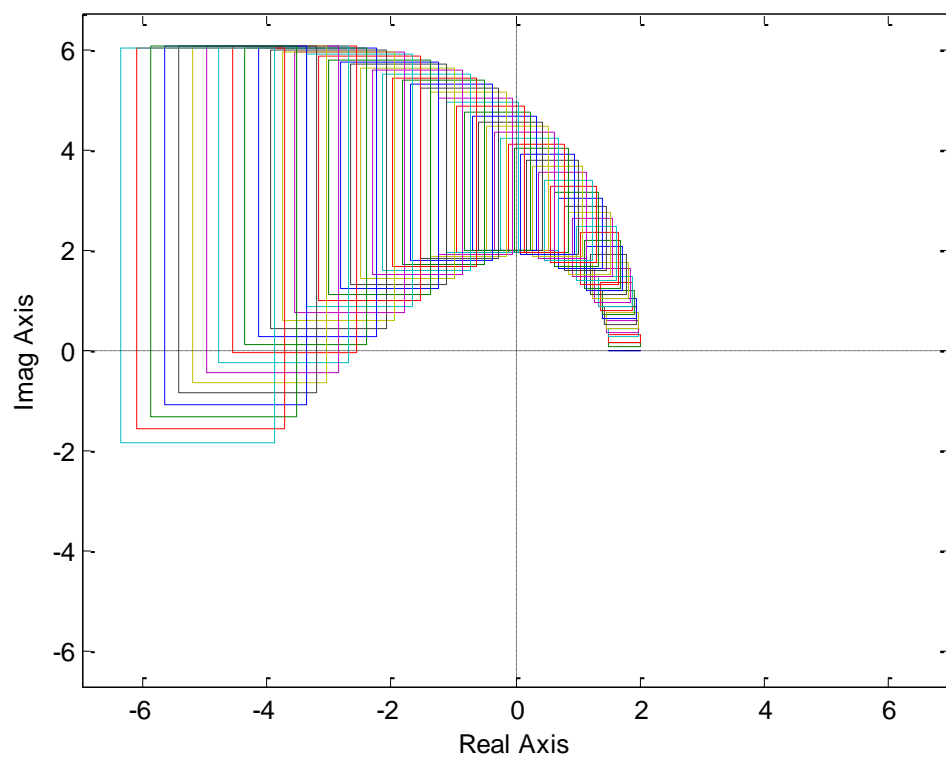
Vrcholy obdélníku jsou získány vyhodnocením čtyř Charitonových polynomů $K_1(s)$, $K_2(s)$, $K_3(s)$ a $K_4(s)$ kde $s=j\omega$ [1]. Za předpokladu $\omega_0 \geq 0$ lze pro vrcholy psát

$$\begin{aligned} \text{levý dolní vrchol} &= \operatorname{Re} K_1(j\omega_0) + j \operatorname{Im} K_3(j\omega_0) \\ &= \operatorname{Re} K_1(j\omega_0) + j \operatorname{Im} K_1(j\omega_0) = K_1(j\omega_0) \\ \text{pravý horní vrchol} &= \operatorname{Re} K_2(j\omega_0) + j \operatorname{Im} K_4(j\omega_0) \\ &= \operatorname{Re} K_2(j\omega_0) + j \operatorname{Im} K_2(j\omega_0) = K_2(j\omega_0) \\ \text{pravý dolní vrchol} &= \operatorname{Re} K_2(j\omega_0) + j \operatorname{Im} K_3(j\omega_0) \\ &= \operatorname{Re} K_3(j\omega_0) + j \operatorname{Im} K_3(j\omega_0) = K_3(j\omega_0) \\ \text{levý horní vrchol} &= \operatorname{Re} K_1(j\omega_0) + j \operatorname{Im} K_4(j\omega_0) \\ &= \operatorname{Re} K_4(j\omega_0) + j \operatorname{Im} K_4(j\omega_0) = K_4(j\omega_0) \end{aligned} \quad (18)$$

K vykreslení Charitonových obdélníků se v Matlabu využívá příkaz *khplot*.



Obr. 1. Zobrazení Charitonovova obdélníku.

Obr. 2. Charitonovovy obdélníky polynomu (5) pro $\omega \in [0; 3]$.

3 NÁVRH SPOJITÝCH STABILIZUJÍCÍCH REGULÁTORŮ

3.1 Stabilita systémů s pevnými parametry

V této části bude představena metoda pro výpočet parametrů PI regulátoru, které mají za úkol stabilizovat řízený systém s pevně zadanými parametry. Tato metoda je založena na vykreslení hranice stability v parametrové (k_P, k_I) rovině a výpočtem stabilizujících hodnot již zmíněných parametrů regulátoru. Prezentovaná technika je rychlá, efektivní, nevyžaduje procházení přes parametry a nepotřebuje lineární programování k řešení soustavy nerovnic.

Uvažuje se jednorozměrný (SISO) řídicí systém z Obr. 3, kde

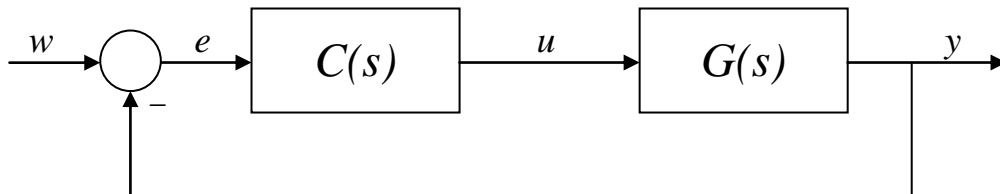
$$G(s) = \frac{B(s)}{A(s)} \quad (19)$$

je přenos řízeného systému.

A $C(s)$ je PI regulátor ve tvaru

$$C(s) = k_P + \frac{k_I}{s} = \frac{k_P s + k_I}{s} \quad (20)$$

Úkolem je vypočítat parametry PI regulátoru, které stabilizují následující systém.



Obr. 3. SISO regulační obvod.

Rozložením polynomů čitatele a jmenovatele z rovnice (19) na jejich sudé a liché části a substitucí $s=j\omega$, dostaneme

$$G(j\omega) = \frac{B_e(-\omega^2) + j\omega B_o(-\omega^2)}{A_e(-\omega^2) + j\omega A_o(-\omega^2)} \quad (21)$$

Potom charakteristický polynom uzavřeného regulačního obvodu může být zapsán jako

$$\begin{aligned} \Delta(s) = [k_I B_e(-\omega^2) - k_P \omega^2 B_o(-\omega^2) - \omega^2 A_o(-\omega^2)] \\ + j[k_P \omega B_e(-\omega^2) + k_I \omega B_o(-\omega^2) + \omega A_e(-\omega^2)] = 0 \end{aligned} \quad (22)$$

Položením reálné a imaginární části z $\Delta(s)$ nule, získáme

$$k_P(-\omega^2 B_o(-\omega^2)) + k_I(B_e(-\omega^2)) = \omega^2 A_o(-\omega^2) \quad (23)$$

a

$$k_P(B_e(-\omega^2)) + k_I(B_o(-\omega^2)) = -A_e(-\omega^2) \quad (24)$$

když označíme

$$\begin{aligned} Q(\omega) &= -\omega^2 B_o(-\omega^2) \\ R(\omega) &= B_e(-\omega^2) \\ S(\omega) &= B_o(-\omega^2) \\ U(\omega) &= B_o(-\omega^2) \\ X(\omega) &= \omega^2 A_o(-\omega^2) \\ Y(\omega) &= -A_e(-\omega^2) \end{aligned} \quad (25)$$

Ize rovnice (23) a (24) zapsat jako

$$\begin{aligned} k_P Q(\omega) + k_I R(\omega) &= X(\omega) \\ k_P S(\omega) + k_I U(\omega) &= Y(\omega) \end{aligned} \quad (26)$$

Výpočet parametrů k_P a k_I je pak následovný

$$k_P = \frac{X(\omega)U(\omega) - Y(\omega)R(\omega)}{Q(\omega)U(\omega) - R(\omega)S(\omega)} \quad (27)$$

a

$$k_I = \frac{Y(\omega)Q(\omega) - X(\omega)S(\omega)}{Q(\omega)U(\omega) - R(\omega)S(\omega)} \quad (28)$$

Řešením těchto vztahů a zobrazením získaných hodnot v (k_P, k_I) rovině, vede k určení hranice stability, která rozděluje parametrovou rovinu na stabilní a nestabilní oblasti. Stabilní oblast se určí pomocí testovacích bodů, které se vybírají z jednotlivých oblastí.

Jinými slovy je snahou spočítat všechny stabilizující hodnoty parametrů k_P a k_I , které tvoří charakteristický polynom z rovnice (22) Hurwitz stabilní [6, 7].

Případný problém může představovat odhad vhodného rozsahu frekvencí, pro které mají být vztahy (27) a (28) řešeny a křivka v (k_P, k_I) rovině vykreslována.

Frekvenční osa může být rozdělena na několik intervalů podle reálných hodnot ω , které splňují

$$\text{Im}[G(s)] = 0 \quad (29)$$

kde $s=j\omega$. Stabilita nebo nestabilita uzavřeného regulačního obvodu se nemůže měnit uvnitř frekvenčních intervalů, což vyplývá z (29), ale pouze na jejich hranicích [5, 6].

Alternativní postup k předchozí metodě určení stability je Kroneckerova sumační metoda [13]. Tato metoda využívá mimořádné vlastnosti Kroneckerovy sumační operace. Kroneckerův součet čtvercových matic $M_1(n_1 \times n_1)$ a $M_2(n_2 \times n_2)$ je definován jako $M_1 \oplus M_2 = M_1 \otimes I_{n_2} + I_{n_1} \otimes M_2$, kde $M_1 \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_1}$ a $M_2 \in \mathbb{R}^{n_2 \times n_2}$. Symbol \oplus představuje Kroneckerův součet a symbol \otimes se nazývá Kroneckerův součin.

Tato technika výpočtu parametrů PI regulátoru předpokládá stejně jako předchozí metoda jednorozměrný řídicí systém (viz. Obr. 3). Určíme charakteristickou rovnici uzavřeného regulačního obvodu. Její úpravou dostaneme explicitní rovnici, kterou řešíme dle postupu popsaného v [13]. Vykreslení získaných hodnot do (k_P, k_I) roviny vede k určení hranice stability. Z vybrané oblasti se zvolí jeden bod a vypočítají se kořeny charakteristické rovnice. Systém bude stabilní, pokud žádný z kořenů nebude ležet v pravé části komplexní roviny. Opakováním tohoto postupu a testováním dalších oblastí lze určit všechny stabilní oblasti.

Navrhovaná metoda se používá i pro výpočet relativní stabilizace, stabilizující PI a PID regulátory. Ve skutečnosti má navrhovaná metoda širší uplatnění. Je také používána k výpočtu hodnot PI regulátoru, stabilizující řídicí systém s neurčitými parametry. Stejně jako se touto problematikou zabývá předchozí kapitola.

Obě výše zmíněné metody je možné použít nejen pro návrh PI regulátorů, ale také pro určení parametrů regulátorů PID. Mezní hodnoty pro PID regulátor, které stabilizují daný systém, jsou potom získány z (k_P, k_I) roviny, (k_P, k_D) roviny a (k_I, k_D) roviny.

3.2 Stabilita intervalových systémů

Jedná se o rozšíření metody popsané v kapitole 3.1 nebo též v [6, 7]. Parametry u těchto systémů nejsou přesně známy, ale předpokládá se, že leží v určitém intervalu. V čitateli a

jmenovateli intervalové přenosové funkce se na místo běžných polynomů vyskytují polynomy intervalové.

Využívá se zde věta o šestnácti soustavách, viz. [1, 14], která říká, že regulátor prvního řádu stabilizuje intervalový systém

$$G(s, b, a) = \frac{B(s, b)}{A(s, a)} = \frac{\sum_{i=0}^m [b_i^-, b_i^+] s^i}{\sum_{i=0}^n [a_i^-, a_i^+] s^i}; \quad m < n \quad (30)$$

kde $b_i^-, b_i^+, a_i^-, a_i^+$ jsou dolní a horní hranice parametrů čitatele a jmenovatele právě tehdy, když stabilizuje 16 Charitonových systémů, které jsou definovány jako

$$G_{i_1, i_2}(s) = \frac{B_{i_1}(s)}{A_{i_2}(s)} \quad (31)$$

kde $i_1, i_2 \in \{1, 2, 3, 4\}$ a $B_1(s)$ až $B_4(s)$ a $A_1(s)$ až $A_4(s)$ jsou Charitonovy polynomy čitatele a jmenovatele intervalového systému (30), které lze zapsat

$$\begin{aligned} B_1(s) &= b_0^- + b_1^- s + b_2^+ s^2 + b_3^+ s^3 + b_4^- s^4 + b_5^- s^5 + b_6^+ s^6 + \dots \\ B_2(s) &= b_0^+ + b_1^+ s + b_2^- s^2 + b_3^- s^3 + b_4^+ s^4 + b_5^+ s^5 + b_6^- s^6 + \dots \\ B_3(s) &= b_0^+ + b_1^- s + b_2^- s^2 + b_3^+ s^3 + b_4^+ s^4 + b_5^- s^5 + b_6^- s^6 + \dots \\ B_4(s) &= b_0^- + b_1^+ s + b_2^+ s^2 + b_3^- s^3 + b_4^- s^4 + b_5^+ s^5 + b_6^+ s^6 + \dots \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} A_1(s) &= a_0^- + a_1^- s + a_2^+ s^2 + a_3^+ s^3 + a_4^- s^4 + a_5^- s^5 + a_6^+ s^6 + \dots \\ A_2(s) &= a_0^+ + a_1^+ s + a_2^- s^2 + a_3^- s^3 + a_4^+ s^4 + a_5^+ s^5 + a_6^- s^6 + \dots \\ A_3(s) &= a_0^+ + a_1^- s + a_2^- s^2 + a_3^+ s^3 + a_4^+ s^4 + a_5^- s^5 + a_6^- s^6 + \dots \\ A_4(s) &= a_0^- + a_1^+ s + a_2^+ s^2 + a_3^- s^3 + a_4^- s^4 + a_5^+ s^5 + a_6^+ s^6 + \dots \end{aligned} \quad (33)$$

Takže výsledná oblast stability pro intervalový systém je dána průnikem všech 16-ti jednotlivě vykreslených oblastí [6].

4 SYNTÉZA ŘÍZENÍ V OKRUHU R_{PS}

4.1 Struktura obvodů

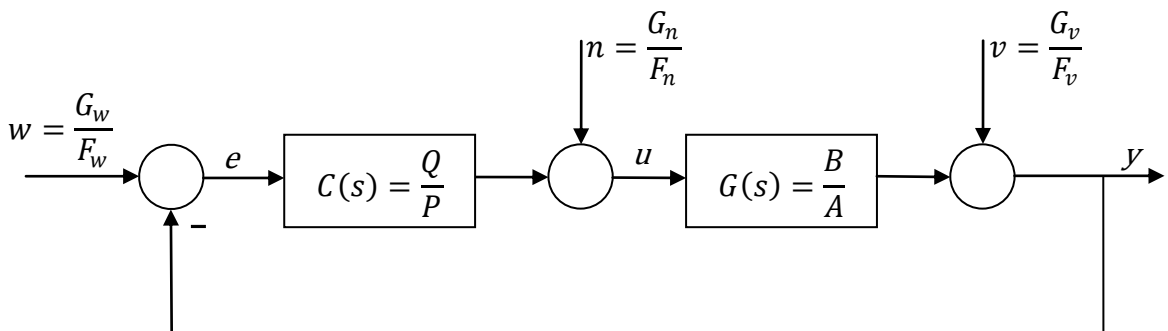
Okruh R_{PS} je okruh stabilních a ryzích racionálních funkcí. Ryzost racionální funkce znamená, že stupeň jmenovatele je větší nebo rovný stupni čitatele. Stabilita je zajištěna umístěním pólu v levé části komplexní roviny. Vztah mezi polynomiálním okruhem a okruhem R_{PS} lze získat jednoduše, a to tak, že čítec i jmenovatel přenosu se vydělí stabilním polynomem s vhodně vysokým stupněm.

$$G(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{\frac{b(s)}{(s+m)^k}}{\frac{a(s)}{(s+m)^k}} = \frac{B(s)}{A(s)} \quad (34)$$

$$k = \max(\deg a, \deg b), m > 0$$

Parametr m je jediný ladicí parametr a volbou jeho hodnoty se ovlivňuje výsledné chování regulačního obvodu. Kladná hodnota tohoto parametru zaručuje stabilitu čitatele i jmenovatele. Hodnota exponentu k bývá obvykle $k = \deg(a)$ [2, 5].

Dále budeme uvažovat zpětnovazební struktury, tj. základní zpětnovazební smyčku, známou také jako FeedBack (FB) nebo zapojení s jedním stupněm volnosti (1DOF).



Obr. 4. Zpětnovazební regulační obvod.

V obvodu působí obvykle tyto signály:

Žádaná veličina w – jednotkový skok má v R_{PS} přenos

$$w = \frac{G_w}{F_w} = \frac{1}{\frac{s+m}{s}} \quad (35)$$

Poruchová veličina na vstupu do regulované soustavy n – jednotkový skok zapsaný v R_{PS}

$$n = \frac{G_n}{F_n} = \frac{1}{\frac{s+m}{s}} \quad (36)$$

Poruchová veličina na výstupu regulované soustavy v – harmonický signál vyjádřený v R_{PS}

$$v = \frac{G_v}{F_v} = \frac{1}{\frac{(s+m)^2}{s^2 + \omega^2}} \quad (37)$$

V případě, že v regulačním obvodu (Obr. 4) nepůsobí poruchy ($n=v=0$), platí pro regulační odchylku vztah

$$e = \frac{AP}{AP + BQ} \frac{G_w}{F_w} \quad (38)$$

Ze kterého plyne, že nulová regulační odchylka bude zajištěna za podmínky F_w dělí AP [2].

4.2 Formulace syntézy řízení

Na začátku syntézy robustního regulátoru je řešení diofantické rovnice (39) nebo (40) při uvažování poruch. Všechny stabilizující regulátory jsou dány obecným řešením diofantické rovnice, která má v okruhu R_{PS} tvar

$$AP_0 + BQ_0 = 1 \quad (39)$$

Rovnice (39) je ideální pro řešení obvodů, u nichž se zanedbají všechny poruchy, které ovlivňují regulační obvod. Na druhou stranu při zanedbání poruch u této diofantické rovnice vzniká problém při Youla-Kučera parametrizaci s přeurčením soustavy rovnic. Rovnice (40) tuto komplikaci odstraňuje zavedením jmenovatele přenosů poruch do partikulárního řešení.

$$AF_v F_n P_0 + BQ_0 = 1 \quad (40)$$

Za předpokladu znalosti členů A , B , F_v a F_n je cílem řešení těchto diofantických rovnic najít členy P_0 a Q_0 .

K zajištění dalších požadavků na kvalitu řízení se provádí Youla-Kučera parametrizace.

$$\frac{Q}{P} = \frac{Q_0 - AT}{P_0 + BT} \quad (41)$$

při uvažování poruch

$$\frac{Q}{P} = \frac{Q_0 - AF_v F_n T}{P_0 + BT} \quad (42)$$

kde T je libovolný prvek z R_{PS} , jehož vhodnou volbou je možno doladit požadované vlastnosti regulátoru. A zároveň platí podmínka $P_0 + BT \neq 0$.

Asymptotické sledování referenčního signálu je zajištěno podmínkou dělitelnosti součinu AP jmenovatelem referenčního signálu F_w . Pro kompenzaci poruchy ovlivňující výstup ze systému je nutné zajistit dělitelnost součinu AP jmenovatelem poruchy F_v [2].

4.3 Odvození PI regulátoru

Předpokládejme řízenou soustavu prvního řádu

$$G(s) = \frac{b_0}{s + a_0} \quad (43)$$

Převedením přenosu do R_{PS} má diofantická rovnice (39) tvar

$$\frac{s + a_0}{s + m} p_0 + \frac{b_0}{s + m} q_0 = 1 \quad (44)$$

Následným porovnáním koeficientů u stejných mocnin dostaneme partikulární řešení regulátoru

$$\begin{aligned} p_0 &= 1 \\ q_0 &= \frac{m - a_0}{b_0} \end{aligned} \quad (45)$$

Potom všechny stabilizující regulátory je možno získat pomocí Youla-Kučerovy parametrizace

$$P = p_0 + \frac{b_0}{s + m} T$$
$$Q = q_0 - \frac{s + a_0}{s + m} T$$
(46)

Při uvažování skokové změny žádané veličiny je nutné vybrat z (46) takový regulátor, který bude splňovat první podmínku dělitelnosti, tj. F_w dělí AP . A to tím způsobem, že se najde takové $T=t_0$, které zajistí nulovou hodnotu absolutního členu v čitateli parametrizovaného regulátoru [2, 5].

$$T = t_0 = -\frac{m}{b_0}$$
(47)

Jeho dosazením do (46) získáme výsledný PI regulátor, který bude splňovat požadované podmínky.

$$C(s) = \frac{Q(s)}{P(s)} = \frac{\frac{2m - a_0}{b_0} s + \frac{m^2}{b_0}}{s} = \frac{\tilde{q}_1 s + \tilde{q}_0}{s}$$
(48)

5 NASTAVENÍ PI REGULÁTORU CHRÁNÍCÍ AKČNÍ ČLENY

Akční členy regulačního obvodu jsou převážně prvky náchylné na opotřebení, proto je často požadováno, aby bylo vybráno takové nastavení PI regulátoru, které bude tyto členy chránit. Jednou z možností, jak zajistit tento požadavek, je, že regulace bude prováděna s minimální změnou akční veličiny. Čím bude změna menší, tím lépe jsou akční členy chráněny. V ideálním případě se akční veličina při změně žádané hodnoty uvede přímo do ustáleného stavu a potom zůstane konstantní [3].

Ochranu akčních členů obecně zajišťuje vyvážené nastavení, které vychází z podmínky vyváženosti

$$T_I \int_0^{\infty} t|\dot{e}(t)|dt = \int_0^{\infty} t|e(t)|dt \quad (49)$$

kde v pravé části rovnice se nachází integrální kritérium ITAE (Integral Time Absolute Error) a kritérium na levé straně se označuje jako ITAD (Integral Time Absolute Derivative) včetně T_I [4].

Vztahy pro vyvážené nastavení PI regulátoru jsou vztaženy k přenosu

$$G(s) = \frac{K_P}{Ts + 1} e^{-sL} \quad (50)$$

který je popsán statickým zesílením K_P , časovou konstantou T a dopravním zpožděním L . A jejich tvar je následující

$$K = 0,14 \frac{T}{K_P L} e^{(1,96\tau + 1,65\tau^2)} \quad (51)$$

$$T_I = 5,38L e^{(-3,94\tau + 1,80\tau^2)}$$

konstanta τ se nazývá normalizované dopravní zpoždění a platí pro něj vztah

$$\tau = \frac{L}{L + T} \quad (52)$$

Tato konstanta se dá použít k popisu obtížnosti regulace procesu. Lze říci, že procesy s malým τ jsou snadněji regulovatelné [9].

Zjednodušená podoba pravidel (51) je vyjádřena vztahy (53)

$$K = \frac{1}{K_p} \left[1 - \frac{2\tau}{1 + \sqrt{1 + 2\tau^2}} \right]$$

$$T_I = (L + T) \left[\frac{1 + \sqrt{1 + 2\tau^2}}{2} - \tau \right]$$
(53)

I přes toto zjednodušení pokračovala snaha odvodit pro vyvážené nastavení ještě méně složité vztahy. Níže popsané tvary zesílení K a integrační časové konstanty T_I jsou zatím ty nejvíce zjednodušené.

$$K = \frac{1}{K_p} \frac{T_I}{T + L} = \frac{1}{K_p} \frac{1 + (1 - \tau)^2}{2}$$

$$T_I = \frac{(L + T)^2 + T^2}{2(L + T)} = (L + T) \frac{1 + (1 - \tau)^2}{2}$$
(54)

Pokud je regulovaný proces bez dopravního zpoždění ($L=0$) bude integrační časová konstanta T_I rovna časové konstantě procesu T . V případě nulové časové konstanty T bude $T_I=L/2$. Za předpokladu $L=0$ platí pro zesílení regulátoru $K=1/K_p$ a pro $T=0$ bude $K=0,5/K_p$ [3, 9].

6 NASTAVENÍ PI REGULÁTORU METODOU POŽADOVANÉHO MODELU

Seřízení regulátorů touto metodou vyžaduje, aby přenos regulované soustavy byl v některém ze základních tvarů [8].

$$G(s) = \frac{k_1}{s} e^{-T_d s} \quad (55)$$

$$G(s) = \frac{k_1}{T_1 s + 1} e^{-T_d s} \quad (56)$$

$$G(s) = \frac{k_1}{s(T_1 s + 1)} e^{-T_d s} \quad (57)$$

$$G(s) = \frac{k_1}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} e^{-T_d s} \quad (58)$$

$$G(s) = \frac{k_1}{T_0^2 s^2 + 2\xi_0 T_0 s + 1} e^{-T_d s} \quad (59)$$

Na základě těchto přenosů se určí odpovídající typ konvenčního regulátoru, jehož přenosy jsou zobrazeny v Tab. 1. Pro soustavy, které nemají jeden z požadovaných tvarů obrazového přenosu, je třeba jejich přenos před výpočtem parametrů regulátoru aproximovat.

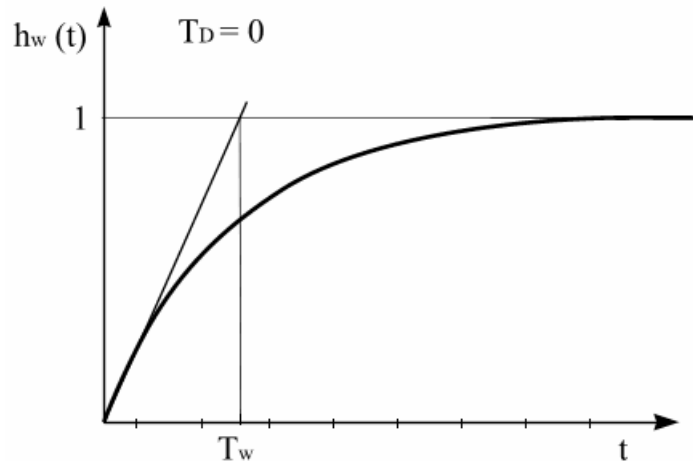
Tab. 1. Přenosy konvenčních regulátorů.

Typ regulátoru	P	I	PI	PD	PID
Přenos regulátoru	k_p	$\frac{1}{T_I s}$	$k_p \left(1 + \frac{1}{T_I s}\right)$	$k_p(1 + T_D s)$	$k_p \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s\right)$

Pomocí této metody lze navrhnout parametry regulátoru jak pro soustavy bez dopravního zpoždění, tak i pro soustavy s dopravním zpožděním (viz. Tab. 3).

6.1 Soustavy bez dopravního zpoždění

Pro tyto soustavy se předpokládá požadovaný aperiodický průběh přechodové charakteristiky $h_w(t)$ uzavřeného regulačního obvodu (Obr. 5).



Obr. 5. Přechodová charakteristika uzavřeného regulačního obvodu bez dopravního zpoždění.

Přenos řízení soustav bez dopravního zpoždění má tvar

$$G_w(s) = \frac{1}{T_w s + 1} \quad (60)$$

kde T_w je časová konstanta uzavřeného regulačního obvodu, při jejíž volbě je nutno brát ohled na omezení akční veličiny a maximální nastavitelnou hodnotu zesílení regulátoru k_{Pmax} [8, 12].

6.2 Soustavy s dopravním zpožděním

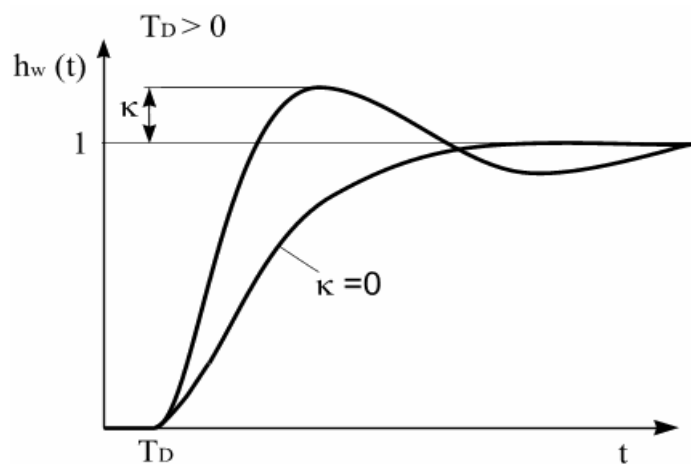
Pro regulované soustavy s dopravním zpožděním se předpokládá následující přenos řízení

$$G_w(s) = \frac{k_0}{s + k_0} e^{-T_d s} \quad (61)$$

Podle hodnoty překmitu κ je možno prostřednictvím vztahu (62) určit parametr k_0 , který se nazývá zesílení otevřeného regulačního obvodu

$$k_0 = \frac{1}{\beta T_d} \quad (62)$$

Koeficient β se stanoví na základě požadovaného relativního překmitu přechodové charakteristiky uzavřeného regulačního obvodu (Obr. 6). Tento překmit je možno volit v rozsahu 0 až 50 %, jak ukazuje Tab. 2 [8].



Obr. 6. Přechodové charakteristiky uzavřeného regulačního obvodu s dopravním zpožděním.

Tab. 2. Určení koeficientu β pro daný překmit.

κ	0	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5
β	2.718	1.944	1.720	1.561	1.437	1.337	1.248	1.172	1.104	1.045	0.992

Podle tvaru přenosu regulované soustavy se určí doporučený typ regulátoru a odpovídající hodnoty jeho stavitelných parametrů [12].

Tab. 3. Doporučené typy regulátorů a výpočet jejich stavitelných parametrů.

Regulovaná soustava	Regulátor				
	Typ	k_p^*		T_I^*	T_D^*
		$T_d = 0$	$T_d > 0$		
$\frac{k_1}{s} e^{-T_d s}$	P	$\frac{1}{k_1 T_w}$	$\frac{k_0}{k_1}$	-	-
$\frac{k_1}{T_1 s + 1} e^{-T_d s}$	PI	$\frac{T_I^*}{k_1 T_w}$	$\frac{k_0 T_I^*}{k_1}$	T_1	-
$\frac{k_1}{s(T_1 s + 1)} e^{-T_d s}$	PD	$\frac{1}{k_1 T_w}$	$\frac{k_0}{k_1}$	-	T_1
$\frac{k_1}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} e^{-T_d s}$ $T_1 \geq T_2$	PID	$\frac{T_I^*}{k_1 T_w}$	$\frac{k_0 T_I^*}{k_1}$	$T_1 + T_2$	$\frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2}$
$\frac{k_1}{T_0^2 s^2 + 2\xi_0 T_0 s + 1} e^{-T_d s}$ $0,5 < \xi_0 \leq 1$	PID	$\frac{T_I^*}{k_1 T_w}$	$\frac{k_0 T_I^*}{k_1}$	$2\xi_0 T_0$	$\frac{T_0}{2\xi_0}$

kde: * - optimální (doporučená) hodnota, T_i – časové konstanty, ξ_0 - poměrné tlumení, k_1 -koeficient přenosu, k_0 - zesílení otevřeného regulačního obvodu, k_p – zesílení regulátoru, T_d – dopravní zpoždění, T_I – integrační časová konstanta, T_D – derivační časová konstanta.

II. PRAKTICKÁ ČÁST

7 VZOROVÉ PŘÍKLADY

7.1 Určení stability systému s pevnými parametry

Přenos systému [6]

$$G(s) = \frac{s - 1}{s^2 + 0,8s - 0,2}$$

Přenos PI regulátoru

$$C(s) = \frac{k_P s + k_I}{s}$$

Substituce $s=j\omega$

$$G(j\omega) = \frac{j\omega - 1}{(j\omega)^2 + 0,8j\omega - 0,2}$$

$$C(j\omega) = \frac{k_P j\omega + k_I}{j\omega}$$

Charakteristická rovnice uzavřeného regulačního obvodu

$$\begin{aligned} \Delta(s) &= [((j\omega)^2 + 0,8j\omega - 0,2) \cdot j\omega + (j\omega - 1) \cdot (k_P j\omega + k_I)] = 0 \\ &= [-j\omega^3 - 0,8\omega^2 - 0,2j\omega - k_P \omega^2 + k_I j\omega - k_P j\omega - k_I] = 0 \end{aligned}$$

Rozložení na reálnou a imaginární část

$$[-k_P \omega^2 - k_I - 0,8\omega^2] + j[k_I \omega - k_P \omega - \omega^3 - 0,2\omega] = 0$$

$$k_P \omega^2 + k_I = -0,8\omega^2$$

$$-k_P \omega + k_I \omega = 0,2\omega + \omega^3$$

$$Q = \omega^2$$

$$R = 1$$

$$S = -\omega$$

$$U = \omega$$

$$X = -0,8\omega^2$$

$$Y = 0,2\omega + \omega^3$$

Obecný vzorec pro parametr k_P

$$k_P = \frac{X(\omega)U(\omega) - Y(\omega)R(\omega)}{Q(\omega)U(\omega) - R(\omega)S(\omega)}$$

$$k_P = \frac{(-0,8\omega^2) \cdot \omega - (0,2\omega + \omega^3)}{(\omega^2 \cdot \omega) - (-\omega \cdot 1)} = \frac{-0,8\omega^3 - 0,2\omega - \omega^3}{\omega^3 + \omega} = \frac{-1,8\omega^3 - 0,2\omega}{\omega^3 + \omega}$$

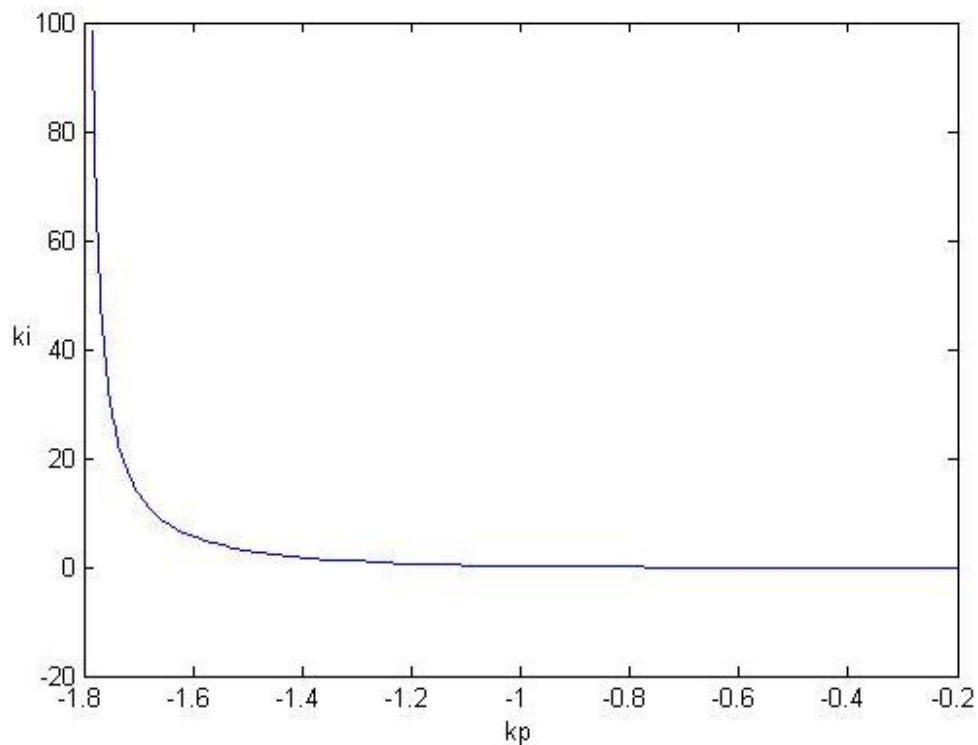
$$= \frac{1,8\omega^2 + 0,2\omega}{-\omega^2 - 1}$$

Obecný vzorec pro parametr k_I

$$k_I = \frac{Y(\omega)Q(\omega) - X(\omega)S(\omega)}{Q(\omega)U(\omega) - R(\omega)S(\omega)}$$

$$k_I = \frac{(0,2\omega + \omega^3) \cdot \omega^2 - (-0,8\omega^2) \cdot (-\omega)}{(\omega^2 \cdot \omega) - (-\omega \cdot 1)} = \frac{0,2\omega^3 + \omega^5 - 0,8\omega^3}{\omega^3 + \omega} = \frac{\omega^5 - 0,6\omega^3}{\omega^3 + \omega}$$

$$= \frac{-\omega^4 + 0,6\omega^2}{-\omega^2 - 1}$$



Obr. 7. Vykreslení hranice stability pro systém s pevnými parametry.

Přenos systému [6]

$$G(s) = \frac{s^3 + 4s^2 - s + 1}{s^5 + 2s^4 + 32s^3 + 14s^2 - 4s + 50}$$

Přenos PI regulátoru

$$C(s) = k_p + \frac{k_I}{s} = \frac{k_p s + k_I}{s}$$

Substituce $s=j\omega$

$$G(j\omega) = \frac{(j\omega)^3 + 4(j\omega)^2 - j\omega + 1}{(j\omega)^5 + 2(j\omega)^4 + 32(j\omega)^3 + 14(j\omega)^2 - 4j\omega + 50}$$

$$C(j\omega) = \frac{k_p j\omega + k_I}{j\omega}$$

Charakteristická rovnice

$$\begin{aligned} \Delta(s) &= [(j\omega)^5 + 2(j\omega)^4 + 32(j\omega)^3 + 14(j\omega)^2 - 4j\omega + 50] \cdot j\omega \\ &\quad + ((j\omega)^3 + 4(j\omega)^2 - j\omega + 1) \cdot (k_p(j\omega) + k_I)] = 0 \\ &= [-\omega^6 + 2j\omega^5 + 32\omega^4 - 14j\omega^3 + 4\omega^2 + 50j\omega + k_p\omega^4 - k_I j\omega^3 - 4k_p j\omega^3 - 4k_I\omega^2 \\ &\quad + k_p\omega^2 - k_I j\omega + k_p j\omega + k_I] = 0 \end{aligned}$$

Rozložení na reálnou a imaginární část

$$\begin{aligned} [k_p\omega^4 + k_p\omega^2 - 4k_I\omega^2 + k_I - \omega^6 + 32\omega^4 + 4\omega^2] \\ + j[-4k_p\omega^3 + k_p\omega - k_I\omega^3 - k_I\omega + 2\omega^5 - 14\omega^3 + 50\omega] \end{aligned}$$

$$k_p\omega^4 + k_p\omega^2 - 4k_I\omega^2 + k_I = \omega^6 - 32\omega^4 - 4\omega^2$$

$$-4k_p\omega^3 + k_p\omega - k_I\omega^3 - k_I\omega = -2\omega^5 + 14\omega^3 - 50\omega$$

$$k_p(\omega^4 + \omega^2) + k_I(-4\omega^2 + 1) = \omega^6 - 32\omega^4 - 4\omega^2$$

$$k_p(-4\omega^3 + \omega) + k_I(-\omega^3 - \omega) = -2\omega^5 + 14\omega^3 - 50\omega$$

$$Q = (\omega^4 + \omega^2)$$

$$R = (-4\omega^2 + 1)$$

$$S = (-4\omega^3 + \omega)$$

$$U = (-\omega^3 - \omega)$$

$$X = \omega^6 - 32\omega^4 - 4\omega^2$$

$$Y = -2\omega^5 + 14\omega^3 - 50\omega$$

Obecný vzorec pro parametr k_P

$$k_P = \frac{X(\omega)U(\omega) - Y(\omega)R(\omega)}{Q(\omega)U(\omega) - R(\omega)S(\omega)}$$

$$k_P = \frac{(\omega^6 - 32\omega^4 - 4\omega^2) \cdot (-\omega^3 - \omega) - (-2\omega^5 + 14\omega^3 - 50\omega) \cdot (-4\omega^2 + 1)}{(\omega^4 + \omega^2) \cdot (-\omega^3 - \omega) - (-4\omega^2 + 1) \cdot (-4\omega^3 + \omega)}$$

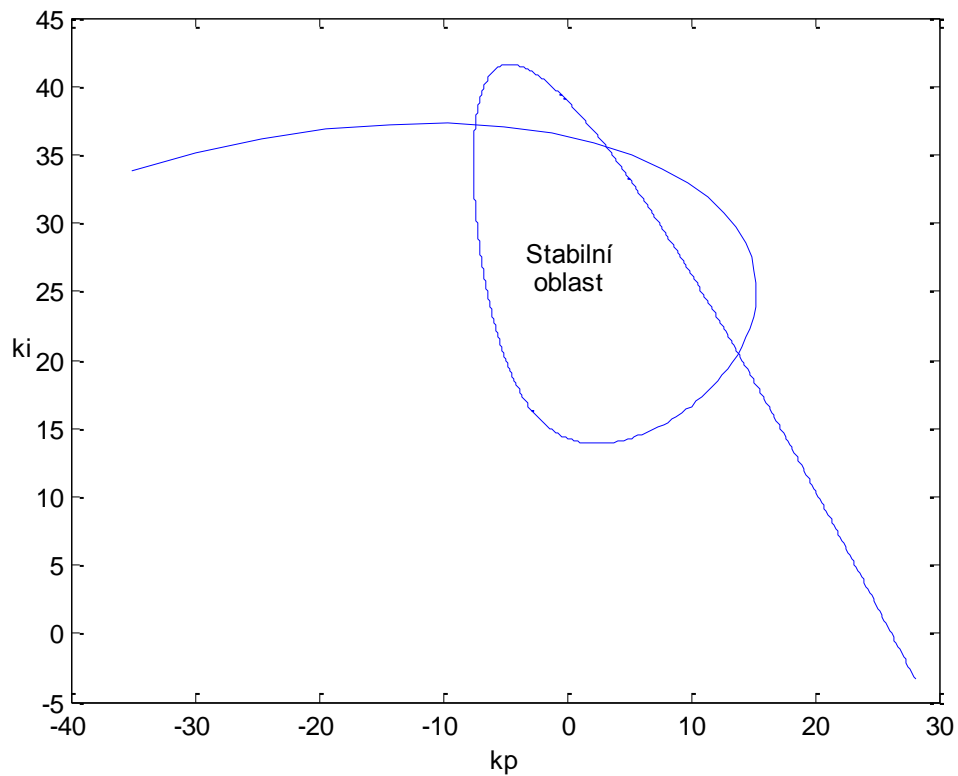
$$= \frac{-\omega^8 + 23\omega^6 + 94\omega^4 - 210\omega^2 + 50}{-\omega^6 - 18\omega^4 + 7\omega^2 - 1}$$

Obecný vzorec pro parametr k_I

$$k_I = \frac{Y(\omega)Q(\omega) - X(\omega)S(\omega)}{Q(\omega)U(\omega) - R(\omega)S(\omega)}$$

$$k_I = \frac{(-2\omega^5 + 14\omega^3 - 50\omega) \cdot (\omega^4 + \omega^2) - (\omega^6 - 32\omega^4 - 4\omega^2) \cdot (-4\omega^3 + \omega)}{(\omega^4 + \omega^2) \cdot (-\omega^3 - \omega) - (-4\omega^2 + 1) \cdot (-4\omega^3 + \omega)}$$

$$= \frac{2\omega^8 - 117\omega^6 - 20\omega^4 - 46\omega^2}{-\omega^6 - 18\omega^4 + 7\omega^2 - 1}$$



Obr. 8. Vykreslení hranice stability pro systém s pevnými parametry.

Do zadaného přenosu systému a přenosu PI regulátoru se zavede substituce $s=j\omega$. Určíme charakteristický polynom, který položíme rovný nule a rozdělíme na reálnou a imaginární část. Tím získáme dvě rovnice. Výrazy u koeficientů (k_p , k_i) a pravé strany rovnic si označíme a dosadíme do předepsaných vztahů, jejichž vyřešením dostaneme výsledné parametry regulátoru. Na obrázku je zobrazena hranice stability rozdělující parametrovou rovinu na stabilní a nestabilní oblasti.

7.2 Určení stability intervalového systému

7.2.1 1. Intervalový systém

Obecný přenos systému

$$G(s) = \frac{K}{s^4 + a_2s^3 + a_1s^2 + a_0s}$$

Intervaly jednotlivých koeficientů

$$K \in [10; 30], a_2 \in [85; 95], a_1 \in [1900; 2000], a_0 \in [3450; 3750]$$

Přenos intervalového systému [6]

$$G(s) = \frac{[10; 30]}{s^4 + [85; 95]s^3 + [1900; 2000]s^2 + [3450; 3750]s}$$

Přenos PI regulátoru

$$C(s) = \frac{k_p s + k_I}{s}$$

Substituce $s=j\omega$

$$G(j\omega) = \frac{K}{(j\omega)^4 + a_2(j\omega)^3 + a_1(j\omega)^2 + a_0j\omega}$$

$$C(j\omega) = \frac{k_p j\omega + k_I}{j\omega}$$

První Charitonovův systém

$$G_{11}(j\omega) = \frac{10}{(j\omega)^4 + 95(j\omega)^3 + 2000(j\omega)^2 + 3450j\omega}$$

Charakteristická rovnice

$$\begin{aligned} \Delta(s) &= [(j\omega)^4 + 95(j\omega)^3 + 2000(j\omega)^2 + 3450j\omega] \cdot j\omega + 10 \cdot (k_p j\omega + k_I) = 0 \\ &= [j\omega^5 + 95\omega^4 - 2000j\omega^3 - 3450\omega^2 + 10k_p j\omega + 10k_I] = 0 \end{aligned}$$

Rozložení na reálnou a imaginární část

$$[10k_I + 95\omega^4 - 3450\omega^2] + j[10k_p\omega + \omega^5 - 2000\omega^3]$$

$$10k_I = -95\omega^4 + 3450\omega^2$$

$$10k_P\omega = -\omega^5 + 2000\omega^3$$

$$k_I = -9,5\omega^4 + 345\omega^2$$

$$\underline{k_P = -0,1\omega^4 + 200\omega^2}$$

$$G_{12}(j\omega) = \frac{10}{(j\omega)^4 + 85(j\omega)^3 + 1900(j\omega)^2 + 3750j\omega}$$

$$k_I = -8,5\omega^4 + 375\omega^2$$

$$\underline{k_P = -0,1\omega^4 + 190\omega^2}$$

$$G_{13}(j\omega) = \frac{10}{(j\omega)^4 + 95(j\omega)^3 + 1900(j\omega)^2 + 3450j\omega}$$

$$k_I = -9,5\omega^4 + 345\omega^2$$

$$\underline{k_P = -0,1\omega^4 + 190\omega^2}$$

$$G_{14}(j\omega) = \frac{10}{(j\omega)^4 + 85(j\omega)^3 + 2000(j\omega)^2 + 3750j\omega}$$

$$k_I = -8,5\omega^4 + 375\omega^2$$

$$\underline{k_P = -0,1\omega^4 + 200\omega^2}$$

$$G_{21}(j\omega) = \frac{30}{(j\omega)^4 + 95(j\omega)^3 + 2000(j\omega)^2 + 3450j\omega}$$

$$k_I = -3,1667\omega^4 + 115\omega^2$$

$$\underline{k_P = -0,3\omega^4 + 66,6667\omega^2}$$

$$G_{22}(j\omega) = \frac{30}{(j\omega)^4 + 85(j\omega)^3 + 1900(j\omega)^2 + 3750j\omega}$$

$$k_I = -2,8333\omega^4 + 125\omega^2$$

$$\underline{k_P = -0,3\omega^4 + 63,3333\omega^2}$$

$$G_{23}(j\omega) = \frac{30}{(j\omega)^4 + 95(j\omega)^3 + 1900(j\omega)^2 + 3450j\omega}$$

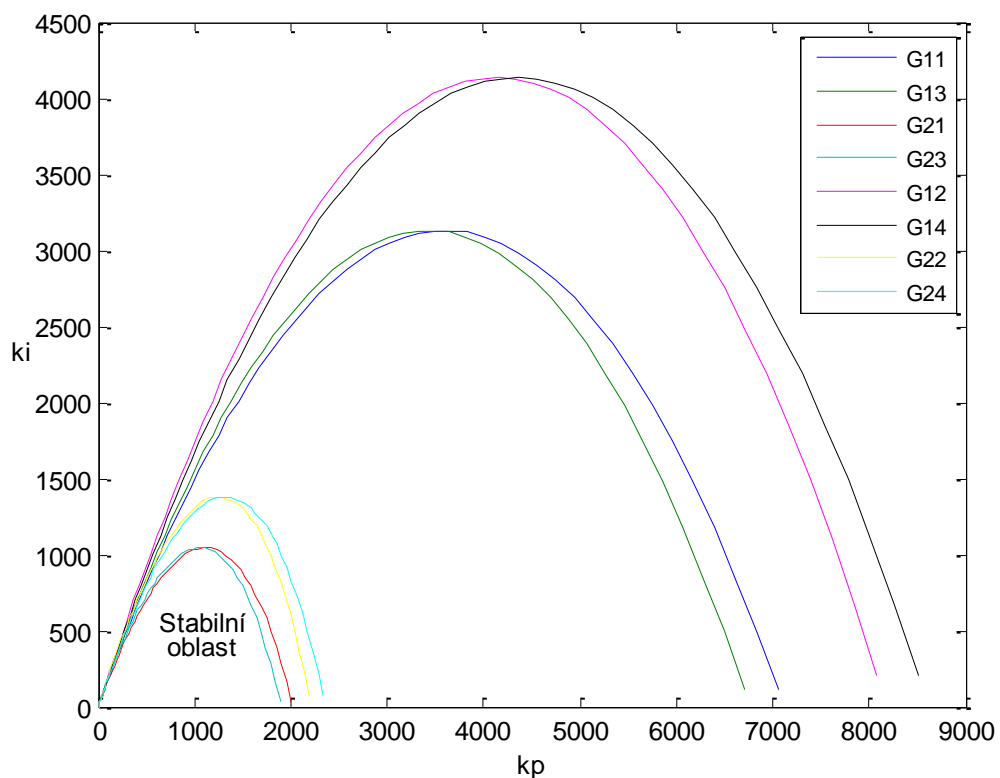
$$k_I = -3,1667\omega^4 + 115\omega^2$$

$$\underline{k_P = -0,3\omega^4 + 63,3333\omega^2}$$

$$G_{14}(j\omega) = \frac{30}{(j\omega)^4 + 85(j\omega)^3 + 2000(j\omega)^2 + 3750j\omega}$$

$$k_I = -2,8333\omega^4 + 125\omega^2$$

$$\underline{k_P = -0,3\omega^4 + 66,6667\omega^2}$$



Obr. 9. Vykreslení oblasti stability pro 1. intervalový systém.

Postup výpočtu parametrů regulátoru stabilizujícího intervalový systém je totožný s výpočtem systému s pevnými parametry. Rozdíl je jen v tom, že u intervalového systému je nutné určit parametry k_P a k_I pro všechny potřebné kombinace zadaných koeficientů. Výslednou oblast stability získáme průnikem všech vykreslených oblastí, jak ukazuje výše uvedený obrázek.

7.2.2 2. Intervalový systém

Obecný přenos systému

$$G(s) = \frac{b_1s + b_0}{s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0}$$

Intervaly jednotlivých koeficientů

$$b_1 \in [0,75; 1,25], b_0 \in [0,75; 1,25], a_2 \in [2,75; 3,25], a_1 \in [8,75; 9,25], a_0 \in [0,75; 9,25]$$

Přenos intervalového systému [1]

$$G(s) = \frac{[0,75; 1,25]s + [0,75; 1,25]}{s^3 + [2,75; 3,25]s^2 + [8,75; 9,25]s + [0,75; 9,25]}$$

Přenos PI regulátoru

$$C(s) = \frac{k_P s + k_I}{s}$$

První z 16-ti Charitonovových systémů

$$G_{11}(s) = \frac{0,75s + 0,75}{s^3 + 3,25s^2 + 8,75s + 0,75}$$

Substituce $s=j\omega$

$$G(j\omega) = \frac{b_1j\omega + b_0}{(j\omega)^3 + a_2(j\omega)^2 + a_1j\omega + a_0}$$

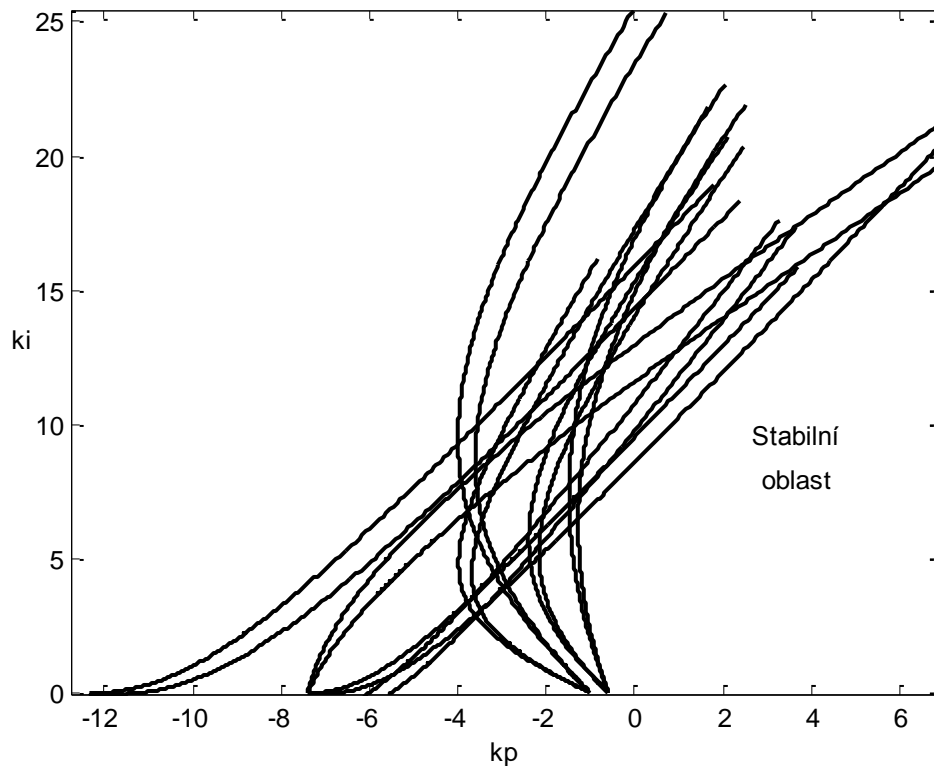
$$C(j\omega) = \frac{k_P j\omega + k_I}{j\omega}$$

$$G_{11}(j\omega) = \frac{0,75j\omega + 0,75}{(j\omega)^3 + 3,25(j\omega)^2 + 8,75j\omega + 0,75}$$

Parametry k_P a k_I pro přenos $G_{11}(s)$

$$k_P = \frac{0,75\omega^5 - 4,125\omega^3 - 0,5625\omega}{0,5625\omega(\omega^2 + 1)}$$

$$k_I = \frac{1,6875\omega^5 + 6\omega^3}{0,5625\omega(\omega^2 + 1)}$$



Obr. 10. Vykreslení oblasti stability pro 2. intervalový systém.

Robustní regulátor, který stabilizuje všech 16 Charitonovových systémů, se najde v průniku všech stabilních oblastí. Pro jednodušší vykreslování oblasti stability systémů s intervalovou neurčitostí byl vytvořen program, který je součástí programové podpory. Pomocí testovacích bodů, vybraných z jednotlivých oblastí, ověříme, zda je oblast stabilní či nestabilní.

Ověření:

Vybereme hodnoty parametrů z pravé poloviny Obr. 10

$$k_p = 2$$

$$k_I = 2$$

Charakteristický polynom

$$\begin{aligned} \Delta(s) &= [s^4 + 3,25s^3 + 8,75s^2 + 0,75s + 0,75k_p s^2 + 0,75k_p s + 0,75k_I s + 0,75k_I] \\ &= s^4 + 3,25s^3 + s^2(8,75 + 0,75k_p) + s(0,75 + 0,75k_p + 0,75k_I) + 0,75k_I \\ &= s^4 + 3,25s^3 + 10,25s^2 + 3,75s + 1,5 \end{aligned}$$

Pomocí některého z kritérií stability, např. Hurwitzova, lze zjistit, že polynom je stabilní.

Tím pádem je stabilní i oblast, ze které byly hodnoty vybrány.

Stejným způsobem se postupuje i při ověřování nestabilní oblasti.

Vybereme parametry z levé poloviny Obr. 10

$$k_P = -8$$

$$k_I = 2$$

Charakteristický polynom

$$\begin{aligned}\Delta(s) &= [s^4 + 3,25s^3 + 8,75s^2 + 0,75s + 0,75k_Ps^2 + 0,75k_Ps + 0,75k_I s + 0,75k_I] \\ &= s^4 + 3,25s^3 + s^2(8,75 + 0,75k_P) + s(0,75 + 0,75k_P + 0,75k_I) + 0,75k_I \\ &= s^4 + 3,25s^3 + 2,75s^2 - 3,75s + 1,5\end{aligned}$$

Na první pohled je vidět, že polynom nesplňuje nutnou podmínku stability, tj. aby všechny koeficienty charakteristického polynomu měli stejné znaménko. Proto není nutné ověřovat stabilitu pomocí kritérií. Polynom je nestabilní, z čehož vyplývá nestabilita testované oblasti.

7.3 Návrh parametrů PI regulátorů

Parametry PI regulátorů jsou vypočteny pro aproximovaný přenos 2. intervalového systému. Aproximace se provede tak, že se nejprve pro jednotlivé intervaly hodnot určí střední hodnoty, čímž získáme nominální přenosovou funkci. A dále podle toho, jaký přenos systému vyžaduje zvolená metoda, se zanedbají některé z koeficientů nominálního přenosu.

7.3.1 Pomocí syntézy v okruhu R_{PS}

Předpokládaný přenos řízeného systému

$$G(s) = \frac{b_0}{s + a_0}$$

Přenos intervalového systému

$$G(s) = \frac{[0,75; 1,25]s + [0,75; 1,25]}{s^3 + [2,75; 3,25]s^2 + [8,75; 9,25]s + [0,75; 9,25]}$$

Nominální přenosová funkce

$$G(s) = \frac{s + 1}{s^3 + 3s^2 + 9s + 5}$$

Aproximovaný přenos

$$G(s) = \frac{1}{9s + 5} = \frac{0,1111}{s + 0,5556}$$

Diofantická rovnice

$$AP_0 + BQ_0 = 1$$

$$\frac{s + a_0}{s + m} p_0 \frac{b_0}{s + m} q_0 = 1$$

Výsledky partikulárního řešení

$$p_0 = 1$$

$$q_0 = \frac{m - a_0}{b_0}$$

Přenos PI regulátoru

$$C(s) = \frac{Q(s)}{P(s)} = \frac{q_1 s + q_0}{s} = \frac{k_P s + k_I}{s}$$

Vztahy pro jednotlivé koeficienty regulátoru

$$k_P = \frac{2m - a_0}{b_0}$$

$$k_I = \frac{m^2}{b_0}$$

Výsledný tvar PI regulátoru pro ladicí parametr $m = 1$

$$C(s) = \frac{\frac{2m - a_0}{b_0}s + \frac{m^2}{b_0}}{s} = \frac{\frac{2 \cdot 1 - 0,5556}{0,1111}s + \frac{1^2}{0,1111}}{s} = \frac{13,0009s + 9,0009}{s}$$

Výsledný tvar PI regulátoru pro ladicí parametr $m = 0,5$

$$C(s) = \frac{\frac{2m - a_0}{b_0}s + \frac{m^2}{b_0}}{s} = \frac{\frac{2 \cdot 0,5 - 0,5556}{0,1111}s + \frac{0,5^2}{0,1111}}{s} = \frac{4s + 2,2502}{s}$$

7.3.2 Pomocí metody požadovaného modelu – soustava s dopravním zpožděním

Předpokládaný přenos řízeného systému

$$G(s) = \frac{k_1}{T_1s + 1} e^{-T_d s}$$

Nominální přenosová funkce

$$G(s) = \frac{s + 1}{s^3 + 3s^2 + 9s + 5}$$

Aproximovaný přenos

$$G(s) = \frac{1}{3s^2 + 9s + 5} = \frac{0,3333}{(s + 2,2638)(s + 0,7362)} = \frac{0,2}{(0,4417s + 1)(1,3583s + 1)}$$

$$G(s) = \frac{0,2}{(1,3583s + 1)} e^{-0,4417s}$$

Přenos PI regulátoru

$$C(s) = k_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} \right)$$

Parametry získané z přenosu řízeného systému

$$T_1 = 1,3583$$

$$T_d = 0,4417$$

$$k_1 = 0,2$$

Překmit

$$\kappa = 10\% = 0,1$$

$$\beta = 1,720$$

Zesílení otevřeného regulačního obvodu

$$k_0 = \frac{1}{\beta T_d} = \frac{1}{1,720 \cdot 0,4417} = \frac{1}{0,7597} = 1,3163$$

Integrační časová konstanta

$$T_I = T_1$$

$$T_I = 1,3583$$

Zesílení regulátoru

$$k_P = \frac{k_0 T_I}{k_1} = \frac{1,3163 \cdot 1,3583}{0,2} = 8,9397$$

Výsledný tvar PI regulátoru

$$C(s) = 8,9397 \left(1 + \frac{1}{1,3583s} \right)$$

7.3.3 Pomocí metody požadovaného modelu – soustava bez dopravního zpoždění

Předpokládaný přenos řízeného systému

$$G(s) = \frac{k_1}{T_1 s + 1}$$

Aproximovaný přenos

$$G(s) = \frac{1}{9s + 5} = \frac{0,2}{1,8s + 1}$$

Přenos PI regulátoru

$$C(s) = k_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} \right)$$

Integrační časová konstanta

$$T_I = T_1$$

$$T_I = 1,8$$

Časová konstanta uzavřeného regulačního obvodu

$$T_w = 1,5$$

Zesílení regulátoru

$$k_P = \frac{T_I}{k_1 T_w} = \frac{1,8}{0,2 \cdot 1,5} = 6$$

Výsledný tvar PI regulátoru

$$C(s) = 6 \left(1 + \frac{1}{1,8s} \right)$$

7.3.4 Pomocí metody chránící akční členy

Předpokládaný přenos řízeného systému

$$G(s) = \frac{k_1}{T_1 s + 1} e^{-T_d s}$$

Aproximovaný přenos

$$G(s) = \frac{0,2}{(1,3583s + 1)} e^{-0,4417s}$$

Přenos PI regulátoru

$$C(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_I s} \right)$$

Normalizované dopravní zpoždění

$$\tau = \frac{T_d}{T_d + T_1} = \frac{0,4417}{0,4417 + 1,3583} = 0,2454$$

Zesílení regulátoru

$$k_p = \frac{1}{k_1} \left[1 - \frac{2\tau}{1 + \sqrt{1 + 2\tau^2}} \right]$$

$$k_p = \frac{1}{0,2} \left[1 - \frac{2 \cdot 0,2454}{1 + \sqrt{1 + 2 \cdot 0,2454^2}} \right] = 3,8079$$

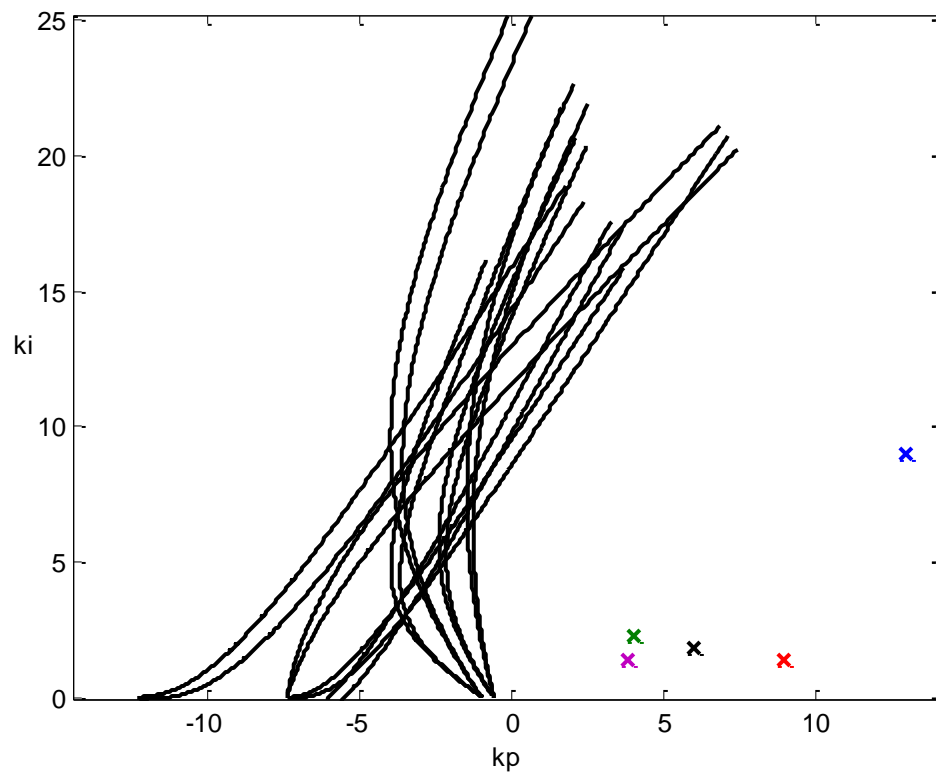
Integrační časová konstanta

$$T_I = (T_d + T_1) \left[\frac{1 + \sqrt{1 + 2\tau^2}}{2} - \tau \right]$$

$$T_I = (0,4417 + 1,3583) \left[\frac{1 + \sqrt{1 + 2 \cdot 0,2454^2}}{2} - 0,2454 \right] = 1,411$$

Výsledný tvar PI regulátoru

$$C(s) = 3,8079 \left(1 + \frac{1}{1,411s} \right)$$



Obr. 11. Vykreslení poloh navržených PI regulátorů.

Na obrázku je zobrazeno umístění navržených PI regulátorů vzhledem k oblasti stability intervalového systému. Jak je vidět, všechny regulátory leží ve stabilní oblasti toho systému.

7.4 Robustní PI regulátory stabilizující intervalový systém

Regulátory, jejichž parametry byly získány prostřednictvím vybraných metod, se testují pro původní intervalový systém. K tomuto účelu byl vytvořen program v prostředí MATLAB/SIMULINK.

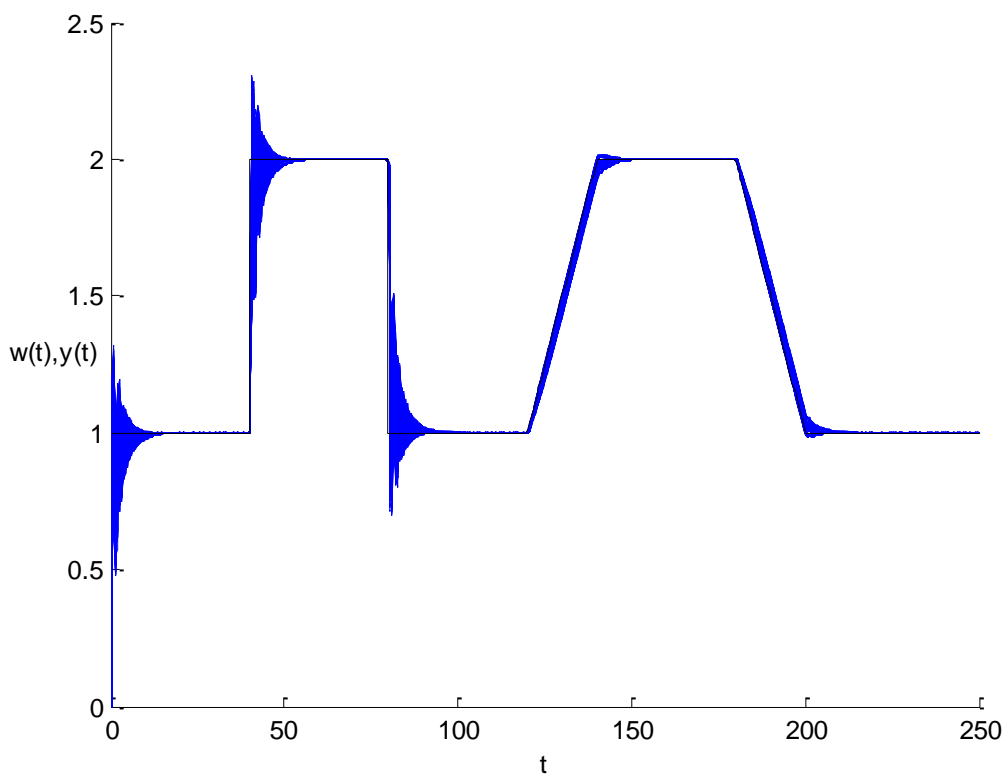
7.4.1 Parametry regulátoru získané pomocí syntézy v okruhu R_{PS}

Přenos intervalového systému

$$G(s) = \frac{[0,75; 1,25]s + [0,75; 1,25]}{s^3 + [2,75; 3,25]s^2 + [8,75; 9,25]s + [0,75; 9,25]}$$

Přenos PI regulátoru – ladicí parametr $m=1$

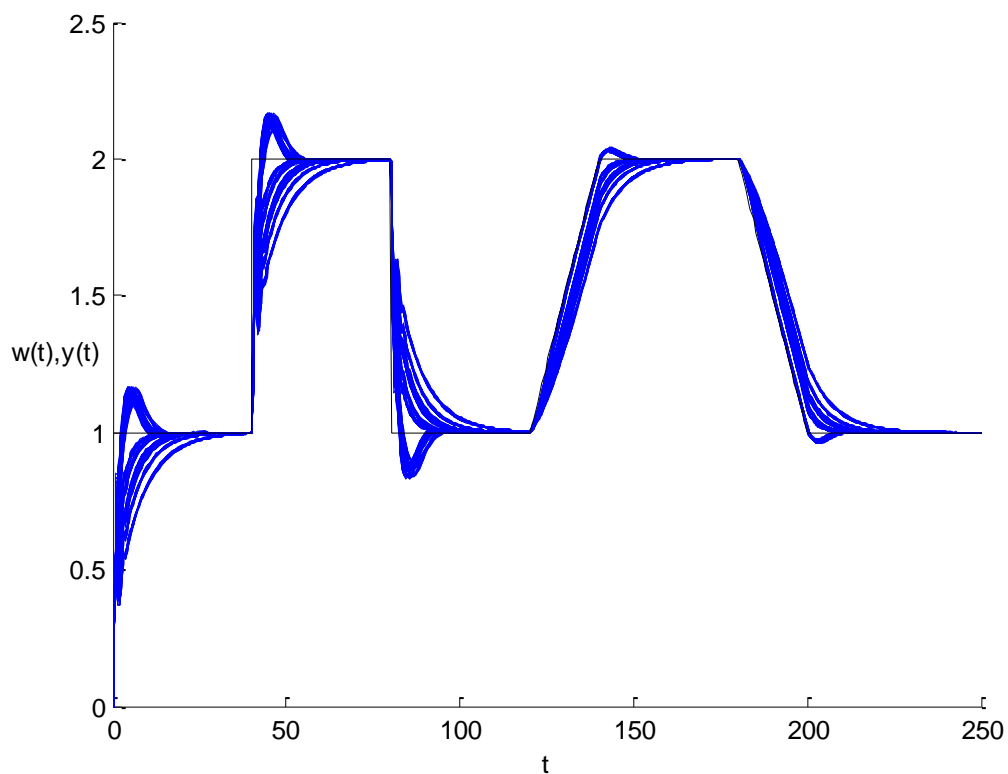
$$C(s) = \frac{k_P s + k_I}{s} = \frac{13,0009s + 9,0009}{s}$$



Obr. 12. Regulační pochody pro PI regulátor navržený pomocí syntézy v okruhu R_{PS} , ladicí parametr $m=1$.

Přenos PI regulátoru – ladicí parametr $m=0,5$

$$C(s) = \frac{k_P s + k_I}{s} = \frac{4s + 2,2502}{s}$$

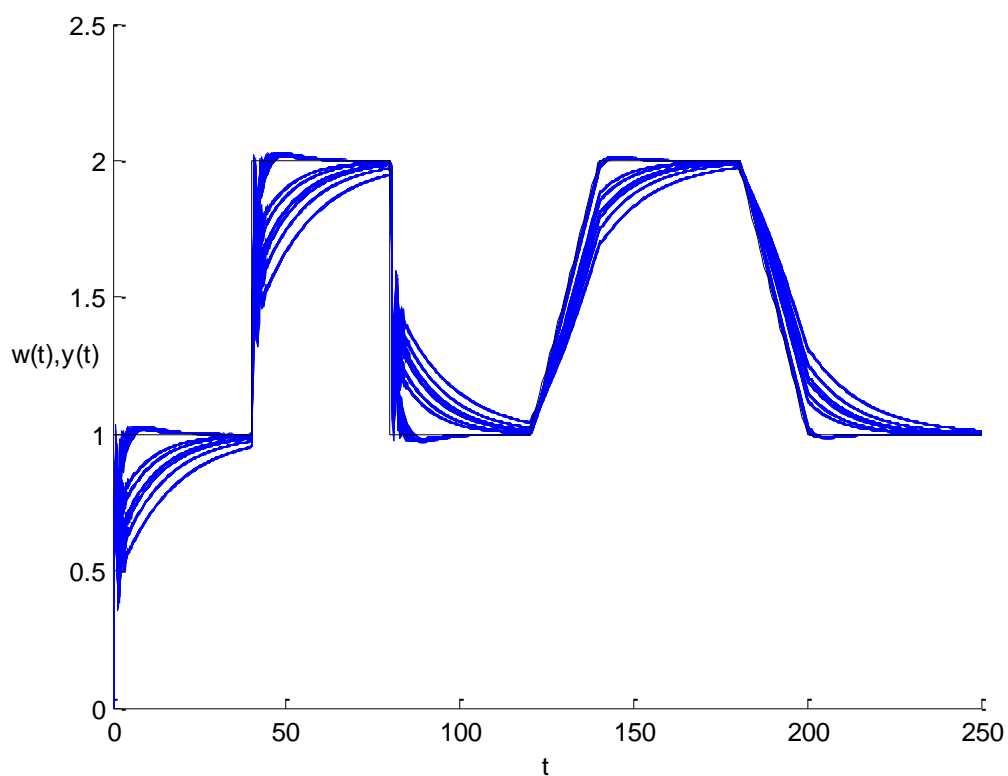


Obr. 13. Regulační pochody pro PI regulátor navržený pomocí syntézy v okruhu R_{PS} , ladicí parametr $m=0,5$.

7.4.2 Parametry regulátoru získané metodou požadovaného modelu – soustava s dopravním zpožděním

Přenos PI regulátoru

$$C(s) = 8,9397 \left(1 + \frac{1}{1,3583s} \right)$$

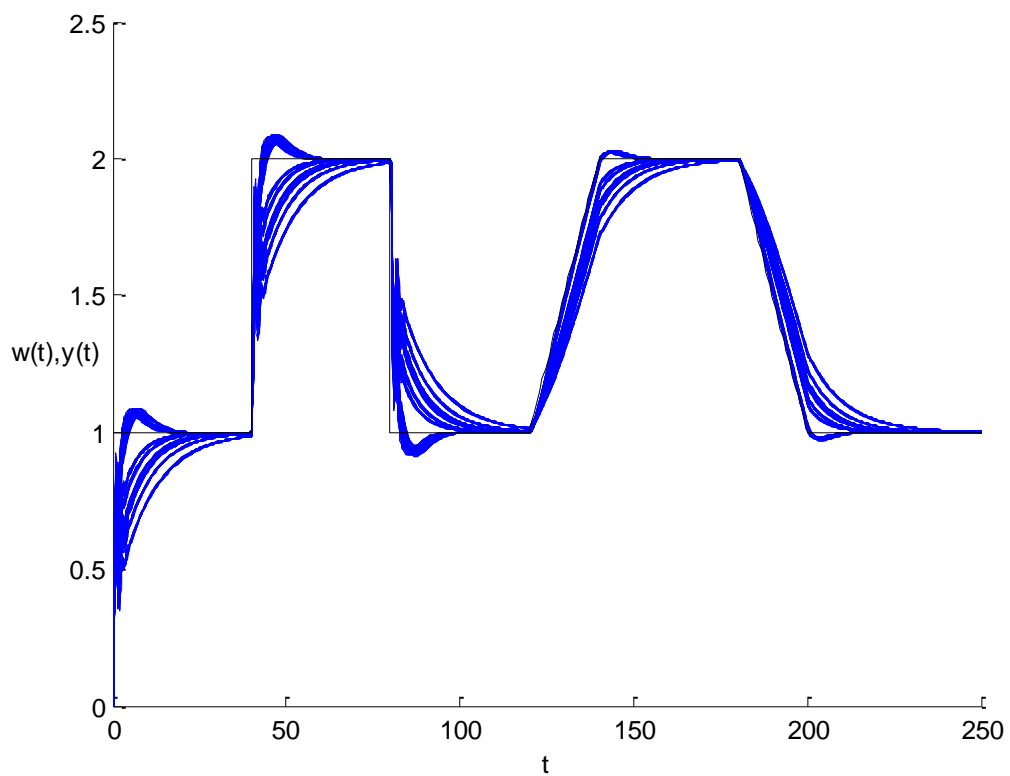


Obr. 14. Regulační pochody pro PI regulátor navržený metodou požadovaného modelu – soustava s dopravním zpožděním.

7.4.3 Parametry regulátoru získané metodou požadovaného modelu – soustava bez dopravního zpoždění

Přenos PI regulátoru

$$C(s) = 6 \left(1 + \frac{1}{1,8s} \right)$$

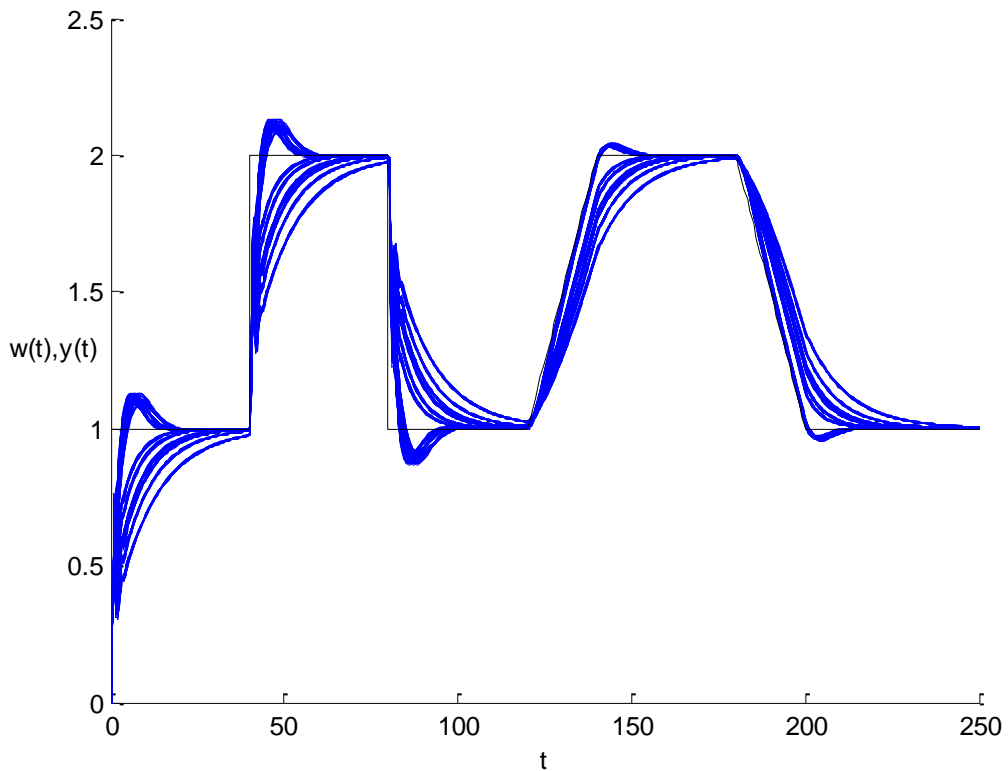


Obr. 15. Regulační pochody pro PI regulátor navržený metodou požadovaného modelu – soustava bez dopravního zpoždění.

7.4.4 Parametry regulátoru získané metodou chránící akční členy

Přenos PI regulátoru

$$C(s) = 3,8079 \left(1 + \frac{1}{1,411s} \right)$$



Obr. 16. Regulační pochody pro PI regulátor navržený metodou chránící akční členy.

Všechny navržené PI regulátory robustně stabilizují uvažovaný intervalový systém, jelikož spadají do stabilní oblasti tohoto systému. Rozdíly v regulačních pochodech nejsou velké a jejich průběh ovlivňuje poloha regulátorů vzhledem k hranici stability (viz. Obr. 11). Nejvíce stabilní se jeví regulátor získaný metodou požadovaného modelu (soustava s dopravním zpožděním), jehož regulační pochody se přímo ustálí na požadovanou hodnotu nebo jsou jeho překmity velmi malé.

ZÁVĚR

Cílem diplomové práce bylo navrhnout PI regulátory, které by robustně stabilizovaly systém s intervalovou neurčitostí. Nejprve bylo nutné určit oblast stability, do které má regulátor spadat. To bylo provedeno metodou, která je založena na vykreslení hranic stability v parametrové rovině. Tato metoda byla nejdříve odvozena pro systém s pevnými parametry, aby pak na základě věty o 16-ti soustavách byla rozšířena a mohla být použita i pro systémy intervalové. Poté se pomocí vybraných metod zjistily parametry PI regulátorů pro nominální systém, který vznikl aproximací původního intervalového systému. Následně se pro tento systém regulátory testovaly. Jak dokazuje praktická část, zvolené metody, tj. syntéza v okruhu R_{PS} , metoda chránící akční členy a metoda požadovaného modelu, byly vybrány vhodně a získané regulátory robustně stabilizují intervalový systém. Programovou podporu tvoří program simulující regulační pochody PI regulátorů, navržených dle vybraných metod a program vykreslující oblast stability intervalových systémů. Tyto programy byly vytvořeny v prostředí MATLAB/SIMULINK.

ZÁVĚR V ANGLIČTINĚ

The aim of this thesis was design of PI controllers, which robustly stabilize the system with interval uncertainty. At first it was necessary to determine stability region, which controller falls into. This was done by a method based on plotting the stability boundaries in the parameter plane. This method was first derived for a system with fixed parameters. On the basis of 16 plant theorem it has been extended and could be used for interval systems. Then the parameters of the PI controllers have been determined for the nominal system using selected methods. The nominal system was created by approximation of the original interval plant. Subsequently, the controllers were tested for the system. As demonstrated by a practical part, the chosen methods, ie. the synthesis in R_{PS} , method of protecting the actuator and the desired model method were chosen appropriately and obtained controllers robustly stabilize interval plant. Program simulating the control behavior of the PI controllers, designed by the selected methods and program depicting the stability of interval plants, represents software support. These programs were developed in MATLAB/SIMULINK.

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] BARMISH, B.R. *New Tools for Robustness of Linear Systems*. New York : Macmillan Publishing Company, 1994. 394 s. ISBN 0-02-306055-7.
- [2] HUSTÁK, P. *Systémy s dopravním zpožděním a návrh robustních regulátorů pro jejich řízení*. Disertační práce, Fakulta technologická, Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2003.
- [3] KLÁN, P.; GOREZ, R. Nastavení PI regulátorů chránící akční členy. *Automa*. 2005, 11, 2, s. 50-52.
- [4] KLÁN, P.; GOREZ, R. Vyvážené nastavení PI regulátorů. *Automa*. 2000, 6, 4, s. 49-53.
- [5] MATUŠŮ, R., VANEKOVÁ, K., PROKOP, R., BAKOŠOVÁ, M. Robust proportional-integral control of a laboratory model using programmable logic controller Simatic S7-300. In *Proceedings of the 6th IFAC Symposium on Robust Control Design*, Haifa, Israel, 2009.
- [6] TAN, N., KAYA, I. Computation of stabilizing PI controllers for interval systems. In *Proceedings of the 11th Mediterranean Conference on Control and Automation*, Rhodes, Greece, 2003.
- [7] TAN, N; KAYA, I.; YEROGLU, C., ATHERTON, D. P. Computation of stabilizing PI and PID controllers using the stability boundary locus. *Energy Conversion and Management*. 2006, 47, s. 3045-3058.
- [8] VÍTEČKOVÁ, M. *Seřízení regulátorů metodou inverze dynamiky*. Ostrava : VŠB-Technická Univerzita Ostrava, 2000. 56 s. ISBN 80-7078-628-0.
- [9] KLÁN, P. Moderní metody nastavení PID regulátorů. *Automa*. 2000, 6, 9, s. 54-57.
- [10] KUČERA, V. Robustní regulátory. *Automa*. 2001, 7, 6, s. 43-45.
- [11] MATUŠŮ, R.; PROKOP, R. Robustní stabilita systémů s neurčitými parametry. *Automatizace*. 2007, 50, 9, s. 575-580.
- [12] BALÁTĚ, J.; NAVRÁTIL, P. *Caac.zde.cz* [online]. 1999 [cit. 2010-04-14]. Počítačová podpora automatického řízení. Dostupné z WWW: <http://195.178.89.122/CAAC_PHP/CAAC/cesky/synteza/s_mpm/s_mpm.php>.

- [13] FANG, J.; ZHENG, D.; REN, Z. Computation of stabilizing PI and PID controllers by using Kronecker summation method. *Energy Conversion and Management*. 2009, 50, s. 1821-1827.
- [14] ŠEBEK, M. *Robustní systémy* [online]. 1998 [cit. 2010-03-25]. Dostupné z WWW: <http://www.polyx.com/_robust/>.
- [15] SCHLEGEL, M. *Rexcontrols.cz* [online]. 04.03.2009 [cit. 2010-05-3]. Průmyslové PID regulátory: Tutorial. Dostupné z WWW: <http://www.rexcontrols.cz/www/clanky.php?id_clanku=29>.
- [16] BALÁTEĚ, J. *Automatické řízení*. Praha : Nakladatelství BEN, 2003, 663 s. ISBN 80-7300-020-2.

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

κ	Relativní překmit
ξ	Koeficient poměrného tlumení
τ	Normalizované dopravní zpoždění
$C(s)$	Přenos regulátoru
D	Derivační složka regulátoru
$e(t)$	Regulační odchylka
$G(s)$	Přenos regulované soustavy
$G_w(s)$	Přenos řízení
I	Integrační složka regulátoru
k_I	Zesílení regulované soustavy
k_P	Zesílení regulátoru
$n(t)$	Poruchová veličina na vstupu do regulované soustavy
P	Proporcionální složka regulátoru
s	Komplexní proměnná
T_D	Derivační časová konstanta
T_d	Dopravní zpoždění
T_I	Integrační časová konstanta
T_i	Časové konstanty ($i = 0, 1, 2, \dots$)
T_w	Časová konstanta uzavřeného regulačního obvodu
$u(t)$	Akční veličina
$v(t)$	Poruchová veličina na výstupu regulované soustavy
$w(t)$	Žádaná veličina
$y(t)$	Regulovaná veličina

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 1. Zobrazení Charitonovova obdélníku.	17
Obr. 2. Charitonovovy obdélníky polynomu (5) pro $\omega \in [0;3]$	17
Obr. 3. SISO regulační obvod.	18
Obr. 4. Zpětnovazební regulační obvod.	22
Obr. 5. Přechodová charakteristika uzavřeného regulačního obvodu bez dopravního zpoždění.	29
Obr. 6. Přechodové charakteristiky uzavřeného regulačního obvodu s dopravním zpožděním.	30
Obr. 7. Vykreslení hranice stability pro systém s pevnými parametry.	34
Obr. 8. Vykreslení hranice stability pro systém s pevnými parametry.	37
Obr. 9. Vykreslení oblasti stability pro 1. intervalový systém.	40
Obr. 10. Vykreslení oblasti stability pro 2. intervalový systém.	42
Obr. 11. Vykreslení poloh navržených PI regulátorů.	48
Obr. 12. Regulační pochody pro PI regulátor navržený pomocí syntézy v okruhu R_{PS} , ladicí parametr $m=1$	49
Obr. 13. Regulační pochody pro PI regulátor navržený pomocí syntézy v okruhu R_{PS} , ladicí parametr $m=0,5$	50
Obr. 14. Regulační pochody pro PI regulátor navržený metodou požadovaného modelu – soustava s dopravním zpožděním.	51
Obr. 15. Regulační pochody pro PI regulátor navržený metodou požadovaného modelu – soustava bez dopravního zpoždění.	52
Obr. 16. Regulační pochody pro PI regulátor navržený metodou chránící akční členy.	53

SEZNAM TABULEK

Tab. 1. Přenosy konvenčních regulátorů.	28
Tab. 2. Určení koeficientu β pro daný překmit.....	30
Tab. 3. Doporučené typy regulátorů a výpočet jejich stavitelných parametrů.	31

SEZNAM PŘÍLOH

Příloha 1: 1 ks CD-ROM

PŘÍLOHA P I: CD-ROM

Obsahuje tyto adresáře:

DIPLOMOVÁ PRÁCE

PROGRAMOVÁ PODPORA