

# Porovnání robustnosti dead-beat a Dahlinova regulátoru

Comparsion of dead-beat and Dahlin controllers robustness

Petr Jakuba

---

Bakalářská práce  
2010



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně  
Fakulta aplikované informatiky

---

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně

Fakulta aplikované informatiky

akademický rok: 2009/2010

## ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Petr JAKUBA**  
Osobní číslo: **A06246**  
Studijní program: **B 3902 Inženýrská informatika**  
Studijní obor: **Informační a řídicí technologie**

Téma práce: **Porovnání robustnosti dead-beat a Dahlinova regulátoru**

Zásady pro vypracování:

1. Provedte literární rešerši na zadané téma.
  2. Realizujte dead-beat regulátor a Dahlinův regulátor v MATLABu.
  3. Zvolte vhodné systémy pro porovnání z hlediska robustnosti a porovnejte.
  4. Kriticky vyhodnoťte dosažené výsledky.
-

Rozsah bakalářské práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

1. Vašek, V.: *Teorie automatického řízení II.*, 1. vyd., VUT Brno, 1990.
2. Gerlich, V.: *Podpora cvičení z předmětu Teorie automatického řízení II*, bakalářská práce FAI, UTB Zlín, 2006.
3. Bobál V., Böhm Josef, Prokop R., Fessl J.: *Praktické aspekty samočinně se nastavujících regulátorů: Algoritmy a implementace*, 1. vyd., VUTIUUM, 1999, ISBN 80-214-1299-2.
4. Ray, L.R.; Stengel, R.F.: *Stochastic Robustness of Linear-Time-Invariant Control Systems*. IEEE Trans. Automatic Control 36 (1), 1991, s. 82--87.
5. Tham, M.: *Design of Simple Digital Controllers* [cit. 20.1.2010 <http://lorien.ncl.ac.uk/ming/digicont/control/digital5.html>]

Vedoucí bakalářské práce: **Ing. Karel Perůtka, Ph.D.**

Ústav řízení procesů

Datum zadání bakalářské práce: **5. března 2010**

Termín odevzdání bakalářské práce: **1. června 2010**

Ve Zlíně dne 5. března 2010

  
prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.  
děkan



  
doc. Ing. Iván Zelinka, Ph.D.  
ředitel ústavu

## **ABSTRAKT**

Bakalářská práce se zabývá srovnáním robustnosti dead-beat a Dahlinova regulátoru navrženými pro soustavu prvního řádu s dopravním zpožděním. Teoretická část obsahuje základní znalosti diskrétních regulačních obvodů. V experimentální části byl vytvořen program pro výpočet parametrů regulátorů a je testována vhodnost regulátorů pro různé typy soustav. Na vhodné soustavě je srovnána robustnost dead-beat a Dahlinova regulátoru.

Klíčová slova: Dead-beat regulátor, Dahlinův regulátor, robustnost, diskrétní regulační obvod, Z-transformace

## **ABSTRACT**

The purpose of this bachelor thesis is to compare the robustness of dead-beat and Dahlin's controllers that were designed for the first-order system with time delay. Theoretical part of thesis contains the basic knowledge of discrete systems. The creation of program for the calculation of parameters of controllers is described in the experimental part of work and the suitability of controllers is tested for various types of system. The robustness of dead-beat and Dahlin's controllers is compared to the appropriate systems.

Key words: Dead-beat controller, Dahlin's controller, robustness, discrete system, Z-transform

Na tomto místě bych rád poděkoval vedoucímu své bakalářské práce Ing. Karlu Perůtkovi, Ph.D. za poskytnuté rady a trpělivost při řešení práce. Rovněž bych chtěl poděkovat všem kteří mi poskytli jakékoliv další rady a zázemí k realizaci mé práce.

### **Prohlašuji, že**

- beru na vědomí, že odevzdáním bakalářské práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, bez ohledu na výsledek obhajoby;
- beru na vědomí, že bakalářská práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému dostupná k prezenčnímu nahlédnutí, že jeden výtisk bakalářské práce bude uložen v příruční knihovně Fakulty aplikované informatiky Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně a jeden výtisk bude uložen u vedoucího práce;
- byl/a jsem seznámen/a s tím, že na moji bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 1 autorského zákona má UTB ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 2 a 3 autorského zákona mohu užít své dílo –bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen s předchozím písemným souhlasem Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše);
- beru na vědomí, že pokud bylo k vypracování bakalářské práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tedy pouze k nekomerčnímu využití), nelze výsledky bakalářské práce využít ke komerčním účelům;
- beru na vědomí, že pokud je výstupem bakalářské práce jakýkoliv softwarový produkt, považují se za součást práce rovněž i zdrojové kódy, popř. soubory, ze kterých se projekt skládá. Neodevzdání této součásti může být důvodem k neobhájení práce.

### **Prohlašuji,**

- že jsem na bakalářské práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval. V případě publikace výsledků budu uveden jako spoluautor.
- že odevzdaná verze bakalářské práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

Ve Zlíně

.....  
podpis diplomanta

# OBSAH

|   |           |
|---|-----------|
| <b>ÚVOD</b> .....   | <b>9</b>  |
| <b>I TEORETICKÁ ČÁST</b> .....  | <b>10</b> |
| <b>1 DISKRÉTNÍ SYSTÉMY ŘÍZENÍ</b> .....   | <b>11</b> |
| 1.1 DISKRÉTNÍ REGULAČNÍ OBVOD .....   | 11        |
| 1.1.1 Vzorkovací člen .....   | 12        |
| 1.1.2 Tvarovací člen .....  | 12        |
| 1.1.3 A/Č převodník .....   | 13        |
| 1.1.4 Č/A převodník .....   | 13        |
| 1.1.5 Paměťový člen .....   | 13        |
| 1.2 Z-TRANSFORMACE .....  | 13        |
| 1.2.1 Definiční vztahy .....  | 13        |
| 1.2.2 Přímá Z-transformace .....  | 14        |
| 1.2.3 Zpětná Z-transformace .....   | 15        |
| 1.2.4 Modifikovaná Z-transformace .....   | 16        |
| 1.2.5 Základní vlastnosti Z-transformace .....                                      | 16        |
| 1.3 STABILITA DISKRÉTNÍHO OBVODU .....  | 18        |
| 1.3.1 Způsoby určení stability u diskretních obvodů .....                           | 19        |
| 1.4 SYNTÉZA REGULAČNÍHO OBVODU .....  | 20        |
| 1.4.1 Identifikace parametrů regulované soustavy z přechodové charakteristiky ..... | 20        |
| 1.4.2 Strejcova metoda .....  | 20        |
| 1.4.3 Volba periody vzorkování .....  | 23        |
| 1.4.4 Aproximace dopravního zpoždění .....  | 24        |
| 1.5 DAHLINŮV REGULÁTOR .....  | 25        |
| 1.6 DEAD-BEAT REGULÁTOR .....   | 28        |
| 1.7 ROBUSTNOST .....  | 29        |
| 1.7.1 Parametrická neurčitost s jedním neurčitým parametrem .....                   | 30        |
| <b>II PRAKTICKÁ ČÁST</b> .....  | <b>32</b> |
| <b>2 REALIZACE DEAD-BEAT A DAHLINOVA REGULÁTORU</b> .....                           | <b>33</b> |
| 2.1 MATLAB .....  | 33        |
| 2.1.1 Program .....   | 33        |
| 2.1.2 Výpočty parametrů .....   | 37        |
| 2.2 VOLBA SYSTÉMU .....   | 42        |
| 2.2.1 Regulovaná soustava kde $K=6, T_1=1, T_D=1$ .....                             | 44        |
| 2.2.2 Regulovaná soustava kde $K=1, T_1=6, T_D=1$ .....                             | 46        |
| 2.2.3 Regulovaná soustava kde $K=1, T_1=1, T_D=6$ .....                             | 48        |
| 2.2.4 Regulovaná soustava kde $K=30, T_1=6, T_D=1$ .....                            | 50        |
| 2.2.5 Regulovaná soustava kde $K=6, T_1=30, T_D=1$ .....                            | 51        |
| 2.2.6 Regulovaná soustava kde $K=6, T_1=1, T_D=6$ .....                             | 52        |
| 2.2.7 Regulovaná soustava kde $K=6, T_1=30, T_D=6$ .....                            | 54        |
| 2.2.8 Regulovaná soustava kde $K=1, T_1=6, T_D=6$ .....                             | 56        |
| 2.2.9 Regulovaná soustava kde $K=30, T_1=6, T_D=6$ .....                            | 57        |

|   |  |           |
|---|--|-----------|
| 2.2.10  | Regulovaná soustava kde $K=1$ , $T_I=3$ , $T_D=3$ kde $T=1$ až 6, $T_W=3$ .....      | 59        |
| 2.2.11  | Regulovaná soustava kde $K=1$ , $T_I=3$ , $T_D=3$ kde $T=3$ , $T_W=1$ až 6 .....     | 59        |
| 2.2.12  | Regulovaná soustava kde $K=1$ , $T_I=3$ , $T_D=3$ kde $T=1$ až 5, $T_W=1$ až 5 ..... | 59        |
| 2.2.13  | Regulovaná soustava kde $K=3$ , $T_I=1$ , $T_D=3$ kde $T=1$ až 5, $T_W=3$ .....      | 59        |
| 2.2.14  | Regulovaná soustava kde $K=3$ , $T_I=1$ , $T_D=3$ kde $T=3$ , $T_W=1$ až 5 .....     | 60        |
| 2.3   | POROVNÁNÍ ROBUSTNOSTI REGULÁTORŮ .....   | 60        |
| 2.4   | ZHODNOCENÍ .....   | 67        |
| <b>ZÁVĚR</b> .....                              |  | <b>68</b> |
| <b>ZÁVĚR V ANGLIČTINĚ</b> .....                 |  | <b>69</b> |
| <b>SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY</b> .....          |  | <b>70</b> |
| <b>SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK</b> ..... |  | <b>72</b> |
| <b>SEZNAM OBRÁZKŮ</b> .....                     |  | <b>74</b> |
| <b>SEZNAM TABULEK</b> .....                     |  | <b>76</b> |
| <b>SEZNAM PŘÍLOH</b> .....                      |  | <b>77</b> |



## ÚVOD

S postupem doby je stále častějším jevem nahrazování lidské činnosti stroji a zařízeními. Tento proces se nazývá automatizace. Taktéž jsou kladeny stále vyšší požadavky na přesnost, kvalitu řízení, kompatibilitu a samozřejmě nezapomínejme, že rozhodující slovo má v dnešní době cena. Z tohoto důvodu je nutné, abychom při výrobě automatických strojů a zařízení co nejefektivněji dosáhli požadovaných vlastností.

I se stále se rozvíjejícími poznatky jsou neodmyslitelnou součástí každého procesu neurčitosti. Ať už jsou způsobeny nepřesnou identifikací soustavy či neznalostí parametru v okamžiku návrhu, mohou mít velký vliv na jakost regulačního pochodu. Asi nejlepším způsobem jak předejít následným komplikacím, je uvažovat tyto neurčitosti hned od začátku návrhu řídicího systému. Výsledkem potom tedy bude robustní regulátor, který i přes uvažované neshody modelu s reálnou řízenou soustavou poskytne žádané vlastnosti regulačního pochodu.

Znalost regulátorů, jejich vlastností a chování při řízení konkrétních typů soustav je jedním ze základních kamenů teorie řízení, bez nichž by návrh většiny řídicích systémů byl zdlouhavý proces s nejistým koncem. Což byl také jeden z podnětů pro vytvoření této práce. Jejím cílem bylo zjistit a také dokázat, zda je robustnější dead-beat nebo Dahlinův regulátor. Samozřejmě není možné začít přímo srovnáváním, nýbrž literární rešerší této problematiky. Teprve potom můžeme přikročit ke zkoumání chování regulátorů při řízení zvolených soustav či objektů. Po vyhodnocení výsledků jsme schopni zvolit soustavu, vhodnou pro oba typy regulátorů, pro porovnání jejich robustnosti.

Jedním z vhodných prostředí, ať už pro realizaci výpočtů parametrů regulátorů či simulaci chování jejich i řízných soustav, je prostředí MATLAB. Jedná se o vývojové prostředí, které je díky své univerzálnosti a praktičnosti známé a využíváno širokým spektrem odborníků v mnoha různých oborech.

V současné době je robustnost v dostupné české odborné literatuře zmiňována většinou pouze okrajově a stejně je to i s Dahlinovým regulátorem, což nemalou měrou znesnadňovalo mou práci. Proto věřím, že výsledky a informace obsažené v této práci budou ku prospěchu nejednomu z dalších, jazykově méně nadaných odborníků.

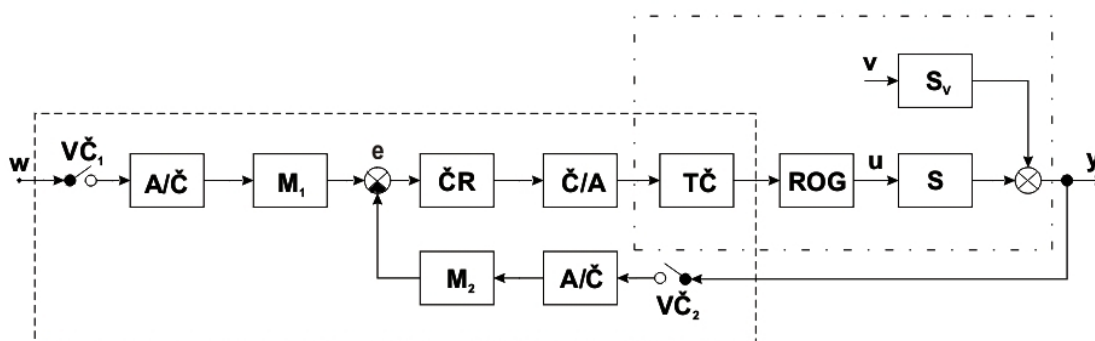
## **I. TEORETICKÁ ČÁST**

## 1 DISKRÉTNÍ SYSTÉMY ŘÍZENÍ

Za diskretní regulační obvod považujeme takový obvod, v němž má alespoň jedna veličina tvar posloupnosti diskretních hodnot. Tyto hodnoty jsou vytvářeny v určitých pravidelně se opakujících okamžicích  $T$ , tzv. intervalech vzorkování. Diskretní typ řízení se, narozdíl od spojitého, vyznačuje vyšší statickou dlouhodobou přesností, menší citlivostí na elektromagnetické rušení a necitlivostí ke změnám teploty. [6] [7]

### 1.1 Diskretní regulační obvod

Základním prvkem použitým u číslicového řízení je číslicový počítač ve funkci regulátoru. Zpravidla regulujeme spojitou dynamickou soustavu a to akčním členem, který může být spojitý či diskretní. [7]



Obr. 1. Blokové schéma diskretního regulačního obvodu

$w$  – žádaná veličina,  $u$  – akční veličina,  $v$  – poruchová veličina,  $y$  – regulovaná veličina,  $e$  – regulační odchylka,  $V\check{C}_{1,2}$  – vzorkovací členy,  $A/\check{C}$  – analogově číslicový převodník,  $M_{1,2}$  – paměťová místa počítače,  $\check{C}R$  – číslicový regulátor,  $\check{C}/A$  – číslicově analogový převodník,  $T\check{C}$  – tvarovací člen,  $ROG$  – regulační orgán,  $S$ ,  $S_v$  – regulovaná soustava, *Čárkovaný obdelník* – obsahuje číslicově pracující část obvodu, *Čerchovaný obdelník* – obsahuje spojitě pracující část obvodu

Do regulačního obvodu na obr. 1. vstupují žádaná hodnota regulované veličiny  $w$  a poruchová veličina  $v$ . Výsledkem regulace je výstupní veličina  $y$ . Po vstupu žádané veličiny do obvodu dochází k jejímu vzorkování ve členu  $V\check{C}_1$  a výsledná posloupnost vzorků je převedena v analogově číslicovém převodníku  $A/\check{C}$  na posloupnost číslicových hodnot. Tato posloupnost se zapisuje do paměťového místa  $M_1$  a následně se porovnává s regulovanou veličinou  $y$ , která je taktéž převedena na posloupnost číslicových hodnot. Takto vzniklá regulační odchylka  $e$  se v číslicovém regulátoru

ČR transformuje podle stanoveného regulačního algoritmu na posloupnost číselných hodnot akční veličiny  $u$ . Tato posloupnost se nyní převede do analogového tvaru a následně se tvaruje na akční veličinu vstupující do regulačního orgánu  $ROG$ . Výstupem regulačního orgánu je akční veličina, jež působí na regulovanou soustavu  $S$ . Na část regulované soustavy  $S_v$  působí poruchová veličina  $v$ . Výsledná regulovaná veličina  $y$  je tvořena superpozicí a je možno ji popsat následujícím vztahem:

$$y = y_w + \sum_i y_{v_i} \quad (1)$$

[6]

Číslicová regulace v porovnání s analogovou nemá ofset ani drift zesilovačů. Její dynamické vlastnosti jsou závislé na periodě vzorkování. Řízení soustavy je prováděno softwarem regulátoru a tím nedochází k tak rapidnímu opotřebení, což zvyšuje dlouhodobou přesnost. Adaptivní řízení se zde provádí pouze změnou softwaru, není nutné měnit složité zapojení regulačních obvodů jako u analogové regulace. [7]

### 1.1.1 Vzorkovací člen

Vzorkuje v určených časových okamžicích vstupní spojitý signál na sled amplitudově modulovaných pulsů. Tyto impulzy mají zanedbatelně malou šířku a jejich výška odpovídá hodnotám vstupního spojitého signálu. [6] [7]

Volba délky vzorkovací periody má vliv na stabilitu diskrétního regulačního obvodu a taktéž na některé jeho další vlastnosti. Při vzorkování vznikají tzv. boční spektra, která jsou násobkem kmitočtového vzorkování. Pokud nechceme aby nastalo zkreslení kmitočtového spektra měřeného signálu, musíme dbát na to, aby kmitočet vzorkování byl alespoň dvakrát větší než nejvyšší kmitočet kmitočtového pásma měřeného signálu. [6] [7]

### 1.1.2 Tvarovací člen

Udržuje výšku, neboli amplitudu daného vstupního impulzu po dobu jedné periody vzorkování. Výstupem tvarovacího členu je po částech spojitý signál. V praxi se nejčastěji využívají tvarovače nultého, respektive prvního řádu a to hlavně z důvodu technické realizovatelnosti. [6]

### 1.1.3 A/Č převodník

Transformuje analogový signál z výstupu vzorkovacího nebo tvarovacího členu na binární číslo, vhodné pro další zpracování číslicovým počítačem. Pokud požadujeme vyšší přesnost regulace, je nutné využít převodník s vyšším počtem bitů výstupního signálu. [6] [7]

### 1.1.4 Č/A převodník

Převádějí digitální signál na signál analogový. Pro využití plného rozsahu číslicového převodníku je nutné umístit na výstup množství analogových hodnot odpovídající počtu bitů číslicového vstupu. [6] [7]

### 1.1.5 Paměťový člen

Zaznamenává diskrétní vstupní hodnotu a následně ji vydává k dalšímu použití. Paměťové systémy se využívají, protože mezi ukládáním a následným čtením dat může vzniknout nezanedbatelná časová prodleva. [6]

## 1.2 Z-Transformace

Slouží především k popisu, syntéze a analýze diskrétních dynamických lineárních systémů. Z-transformaci lze podobně jako L-transformaci využít také k řešení diferenčních rovnic. [6]

### 1.2.1 Definiční vztahy

Z-transformace vychází z L-transformace posloupnosti časově posunutých Diracových impulsů, jejichž jednotkovou plochu modulujeme funkčními hodnotami funkce  $f(kT)$ . Při vzorkování, nebo můžeme také říci diskretizaci spojité funkce  $f(t)$  v okamžicích  $t=kT$ , pro  $k \geq 0$  vzniká následující posloupnost čísel:

$$\{f_k\} = \{f_k\}_{k=0}^{\infty} = \{f_0, f_1, f_2, \dots\} \quad (2)$$

$f(kT)$  – diskrétní originál, reálná funkce definovaná v časové oblasti pro  $k=0,1,2,\dots$ ,  $kT$  – diskrétní reálná proměnná (v našem případě diskrétní čas)

Korespondenční dvojice pro vybrané charakteristické funkce  $f(kT)$  jsou zobrazeny ve slovníku Z-transformace. [6]

### 1.2.2 Přímá Z-transformace

Z Laplaceova obrazu spojité funkce  $f(t)$  získáme obraz diskrétní funkce  $f(kT)$  dosazením impulsů a přechodem od integrálu k sumě:

$$L\{f(kT)\} = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT)e^{-skT} \quad (3)$$

Nově zavedenou proměnnou  $z$ , budeme definovat tímto vztahem:

$$z = e^{sT} \quad (4)$$

Následně tedy můžeme říci, že přímá Z-transformace je definována pomocí komplexní mocninné řady, jenž konverguje pro:

$$|z| > \frac{1}{R} \quad (5)$$

$R$  – poloměr konvergence

Výsledný tvar Z-transformace bude takovýto:

$$F(z) = Z\{f(kT)\} = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT)z^{-k} = f(0) + f(T)z^{-1} + f(2T)z^{-2} + \dots \quad (6)$$

$F(z)$  – diskrétní obraz, komplexní funkce definované v oblasti komplexní proměnné,  $Z$  – operátor přímé Z-transformace,  $T$  – perioda vzorkování [6]

Jelikož diskrétní časovou funkci  $f(kT)$  získáme zastoupením spojitého času  $t$  časem diskrétním  $kT$  je nutné mít stále na paměti, že funkci  $f(kT)$  může odpovídat nekonečně mnoho různých spojitých funkcí.

Aby diskrétní časová funkce  $f(kT)$  byla originálem (předmětem), musí platit následující

1. nulová pro záporné  $k$ , tj.:

$$f(kT) = \begin{cases} f(kT) & k \geq 0 \\ 0 & k < 0 \end{cases} \quad (7)$$

2. exponenciálního řádu, tj. musí platit nerovnosti:

$$|f(kT)| \leq Me^{\alpha_0 kT}, \quad (8)$$

kde  $M > 0$ ;  $\alpha_0 \in (-\infty, \infty)$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$

První podmínku je možné splnit vynásobením dané diskretní časové funkce diskretním Heavisideovým jednotkovým skokem, který je definován takto:

$$\eta(kT) = \begin{cases} 1 & k \geq 0 \\ 0 & k < 0 \end{cases} \quad (9)$$

Zápis  $y(kT) = f(kT)\eta(kT)$  budeme zjednodušovat vynecháním symbolu  $\eta(kT)$ .

Vztah mezi originálem a obrazem nazýváme korespondence a zapisujeme ho ve tvaru:

$$f(kT) \hat{=} F(z) \quad (10)$$

Jestliže je funkce  $f(t)$  nespojitá pro určitou hodnotu  $kT$ , pak je třeba za diskretní originál  $f(kT)$  nutně uvažovat její pravostrannou limitu:

$$f(kT) = f(kT_+) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0_+} f(kT + \varepsilon) \quad (11)$$

[6]

### 1.2.3 Zpětná Z-transformace

Při použití zpětné Z-transformace určujeme originály Z-obrazů zpravidla za použití slovníku Z-transformace. [6]

Při zpětné Z-transformaci lze rovněž využít přímo definičních rovnic ve kterých počítáme integrál jako součet reziduí ve všech singulárních bodech obrazu  $F(z)$ .

$$f(kT) = Z^{-1}\{F(z)\} = \frac{1}{2\pi j} \oint_c F(z)z^{k-1} dz = \sum_i \operatorname{res}[F(z)z^{k-1}]$$

$$k=0,1,2,\dots$$
(12)

$$\operatorname{res}_{z=z_i}[F(z)z^{k-1}] = \frac{1}{(k_i - 1)!} \lim_{z \rightarrow z_i} \frac{d^{k_i-1}}{dz^{k_i-1}} [(z - z_i)^{k_i} F(z)z^{k-1}]$$
(13)

$z_i$  – singulární bod obrazu  $F(z)$ ,  $k_i$  – násobnost singulárního bodu  $z_i$

[6]

#### 1.2.4 Modifikovaná Z-transformace

Za pomoci Z-transformace můžeme vypočítat průběhy jednotlivých veličin diskretního regulačního obvodu pouze v diskretních časových okamžicích, tedy v okamžiku vzorkování. V praxi však potřebujeme zjistit tyto hodnoty i mimo okamžiky vzorkování. Pro tyto účely se využívá tzv. modifikovaná Z-transformace. Což znamená, že tato transformace umožňuje posunout okamžiky vzorkování v mezích jedné periody.

#### 1.2.5 Základní vlastnosti Z-transformace

Následující vlastnosti můžeme využít hlavně při práci s diskretními systémy. Níže uvedené vlastnosti platí za předpokladu, že  $F(z) = Z\{f(kT)\}$ .

Věta o linearitě:

$$Z\{a_1 f_1(kT) \pm a_2 f_2(kT)\} = a_1 F_1(z) \pm a_2 F_2(z)$$
(14)

Násobení exponenciální funkcí v časové oblasti:

$$Z\{f(kT)e^{\pm akT}\} = F(ze^{\pm at})$$
(15)



Posunutí v časové oblasti vpravo(zpoždění):

$$\begin{aligned} Z\{f[(k-m)T]\} &= z^{-m}F(z) \\ m &\geq 0 \end{aligned} \quad (16)$$

Posunutí v časové oblasti vlevo(předstih):

$$\begin{aligned} Z\{f[(k+m)T]\} &= z^m \left[ F(z) - \sum_{i=0}^{m-1} f(iT)z^{-i} \right] \\ m &\geq 0 \end{aligned} \quad (17)$$

Derivace v časové oblasti:

dopředná diference:

$$Z\{\Delta f(kT)\} = (z-1)F(z) - zf(0) \quad (18)$$

zpětná diference:

$$Z\{\nabla f(kT)\} = \frac{z-1}{z}F(z) \quad (19)$$

Sumace v časové oblasti:

$$Z\left\{\sum_{i=0}^{k-1} f(iT)\right\} = \frac{1}{z-1}F(z) \quad (20)$$

$$Z\left\{\sum_{i=0}^k f(iT)\right\} = \frac{1}{z-1}F(z) \quad (21)$$

Počáteční hodnota v časové oblasti:

$$f(0) = \lim_{k \rightarrow 0_+} f(kT) = \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{z-1}{z}F(z) = \lim_{z \rightarrow \infty} F(z) \quad (22)$$

Koncová hodnota v časové oblasti:

$$f(\infty) = \lim_{k \rightarrow \infty} f(kT) = \lim_{z \rightarrow 0} \frac{z-1}{z} F(z) = \lim_{z \rightarrow 0} (z-1)F(z) \quad (23)$$

[6]

### 1.3 Stabilita diskrétního obvodu

Za předpokladu že výstupní veličina a vstupní signály jsou ustáleny vždy na stejné hodnotě, můžeme říci že je systém stabilní a jedná se o tzv. asymptotickou stabilitu.

Stabilita diskrétních systémů velice úzce souvisí se stabilitou spojitých lineárních systémů. Spojitý lineární systém se zpětnou vazbou je stabilní, pokud póly přenosu uzavřené regulační smyčky, jenž popisuje tento systém, leží v levé polorovině Gaussovy roviny. Komplexní proměnné  $p$  a  $z$  jsou vzájemně vázány vztahem:

$$z = e^{pT} \quad (24)$$

Z tohoto vztahu je zřejmá závislost diskrétních soustav na periodě vzorkování  $T$ . Změna periody vzorkování  $T$  mění polohu pólů v  $z$ -rovině a tím i odezvu a stabilitu diskrétní soustavy. [6] [8]

Pro transformaci  $p$ -roviny do  $z$ -roviny platí následující vztahy:

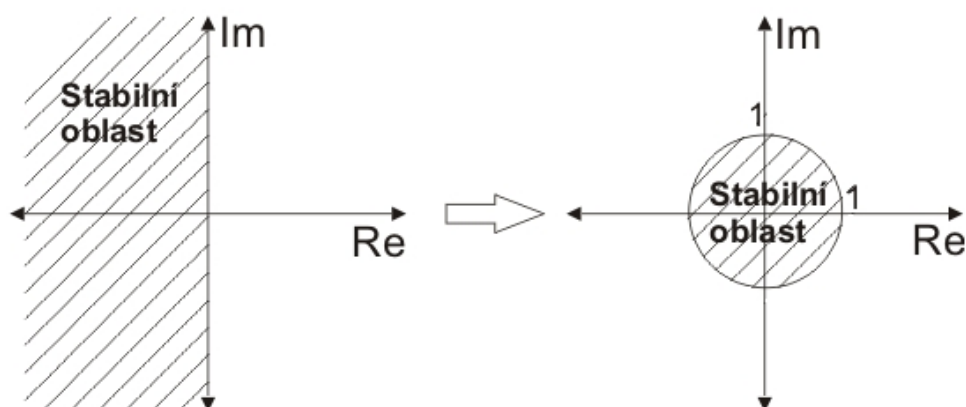
$$p = w + j\omega \quad (25)$$

$$z = e^{pT} = e^{T(w+j\omega)} = e^{Tw} e^{Tj\omega} = e^{Tw} e^{j(T\omega+2\pi k)} \quad (26)$$

$$w < 0$$

$$|z| = e^{Tw} < 1 \quad (27)$$

Ze znalostí o spojitých systémech víme, že hranici stability tvoří imaginární osa a u diskrétních systémů je to jednotková kružnice.



Obr. 2. Bilineární transformace

Nutná a postačující podmínka stability diskretních obvodů je tedy definována takto, diskretní regulační obvod je stabilní, když velikost všech kořenů charakteristického mnohočlenu bude menší než 1.

### 1.3.1 Způsoby určení stability u diskretních obvodů

Pro určení stability diskretních obvodů jsou nejčastěji využívány následující metody a volba metody probíhá většinou v závislosti na řádu systému, či možnosti využití například kritéria stability při pozdějším návrhu regulátoru. Nevýhodou ovšem je, při použití kritérií stability, nemožnost aplikace na systémy s dopravním zpožděním.

#### Přímý výpočet kořenů

Této metody se využívá u systémů nejvýše druhého řádu, kdy výpočet kořenů kvadratické rovnice není nikterak náročný.

#### Bilineární transformace

Jedná se o převedení charakteristického polynomu zpět do p-roviny a následná stabilita je řešena za pomoci algebraických kritérií stability pro spojité systémy. Algebraická kritéria nám dovolují určit stabilitu systému přímo z koeficientů charakteristické rovnice, aniž bychom znali její kořeny. Bilineární transformace je definována následujícím vztahem:

$$z = \frac{w+1}{w-1} \quad (28)$$

Tato algebraická transformace převádí jednotkovou kružnici z roviny  $z$  na imaginární osu v rovině  $w$  a vnitřní plochu této kružnice na levou polorovinu komplexní roviny  $w$ .

### **Diskrétní kritéria stability**

Řadíme mezi ně například Shurovo kritérium nebo Test stability dle Nekolného. Pro určení stability se využívá jmenovatel přenosu, pro některá kritéria musí být převeden do záporných mocnin. Konkrétní postup je definován pro každé z kritérií zvlášť. [2] [6] [8]

## **1.4 Syntéza regulačního obvodu**

Metod návrhů číslicových regulátorů je celá řada, ať už se jedná o metody analytické nebo vycházející například z pólů uzavřené smyčky či požadovaného průběhu frekvenční charakteristiky. Mezi často využívané metody řadíme diskretizaci spojitého regulátorů, kterou lze ovšem využít pouze pro systémy, kde je časová konstanta řádově větší než perioda vzorkování číslicového regulátoru. [8]

### **1.4.1 Identifikace parametrů regulované soustavy z přechodové charakteristiky**

V mnoha případech je nutné nejprve získat přenos soustavy, abychom mohli provést syntézu regulovaného obvodu. Jedna ze základních metod jak toho dosáhnout, je aproximace přechodové charakteristiky řízeného systému nějakým vhodným modelem. Měření přechodové charakteristiky se provede uvedením objektu do ustáleného stavu, následně se skokově změní vstupní veličina na jinou hodnotu a časový průběh výstupní veličiny přepočítaný na jednotkovou změnu vstupní veličiny je přechodovou charakteristikou. Aproximovat je možno statické i astatické soustavy prvního nebo vyššího řádu, s dopravním zpožděním i bez. Parametry řízené soustavy získáme použitím například Strejcovy metody, případně pro vyšší přesnost se využívá některé z numerických metod. [2]

### **1.4.2 Strejcova metoda**

Jedná se o metodu navrhnoutou V. Strejcem určenou pro objekty, které můžeme považovat za statické soustavy. Tato metoda aproximuje naměřená data soustavami  $n$ -tého řádu se stejnými časovými konstantami, případně soustavou druhého řádu s odlišně velkými časovými konstantami, přičemž o volbě aproximace rozhodujeme podle úseků, jenž vytíná tečna sestavená v inflexním bodě aproximované přechodové charakteristiky. Pro určení aproximační funkce můžeme využít jak

numerickou, tak i grafickou metodu. Pro lepší pochopení postupu výpočtu je vhodné souběžně sledovat obr. 3. [2]

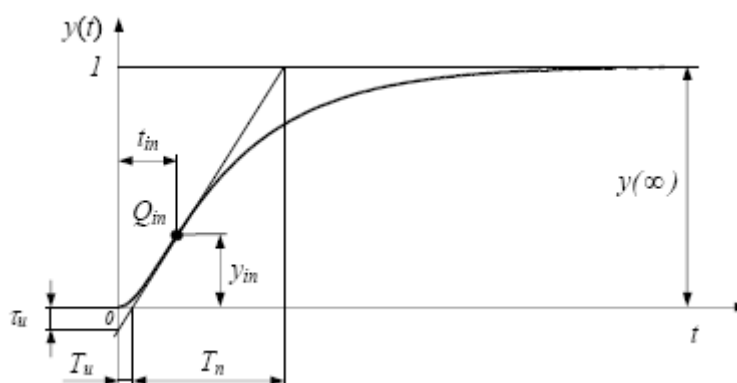
Prvním krokem je určení inflexního bodu přechodové charakteristiky podle tohoto vztahu:

$$\max = \frac{y(t^i) - y(t^{i-1})}{t^i - t^{i-1}} \quad (29)$$

pro  $i = 0, 1, 2, \dots, m$

Následně pomocí několika vhodně zvolených bodů vypočítáme směrnici tečny k inflexnímu bodu  $Q_{in}$ , přičemž parametry  $a, b$  získáme regresním výpočtem.

$$y_i = a + bt \quad (30)$$



Obr. 3. Normovaná přechodová charakteristika[2]

V závěru prvního kroku je nutné ještě určit dobu průtahu a náběhu  $T_u$  a  $T_n$ :

$$T_u = -\frac{a}{b} \quad (31)$$

$$T_n = \frac{1}{b} \quad (32)$$

$$\tau_u = \frac{T_u}{T_n} \quad (33)$$

Ve druhém kroku porovnáme zda platí, že  $\tau_u \geq 0,104$ , pokud ano určíme z tabulky 1 nejbližší řád aproximačního přenosu, průměrnou časovou konstantu  $T_S$  a tyto hodnoty dosadíme do vztahu popisujícího přenos soustavy:

$$G(s) = \frac{K}{(Ts + 1)^n} \quad (34)$$

Tab. 1. Hodnoty pro vyhodnocování statických soustav  $n$ -tého řádu se stejnými časovými konstantami

| n        | 1 | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|----------|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\tau_u$ | 0 | 0,104 | 0,218 | 0,319 | 0,410 | 0,493 | 0,570 | 0,642 | 0,709 | 0,771 |
| $t_i/T$  | 0 | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     |
| $Tu/T$   | 0 | 0,282 | 0,805 | 1,425 | 2,100 | 2,811 | 3,549 | 4,307 | 5,081 | 5,861 |
| $Tn/T$   | 1 | 2,178 | 3,695 | 4,463 | 5,119 | 5,699 | 6,226 | 6,711 | 7,144 | 7,590 |

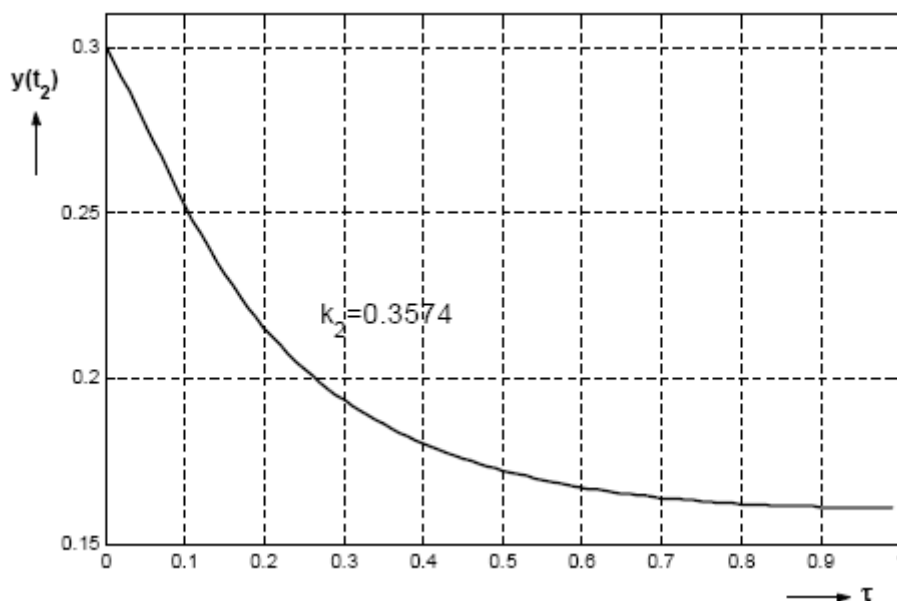
V případě, že  $\tau_u \leq 0,104$  volíme pro aproximaci soustavu druhého řádu s různými časovými úseky  $t_1$ , počítáme součet časových konstant a časový úsek  $t_2$ . [2]

$$T_1 + T_2 = \frac{t_1}{1,2564} \quad (35)$$

$$t_2 = 0,3574 (T_1 + T_2) \quad (36)$$

Nyní z naměřené přechodové charakteristiky odečteme hodnotu funkce  $y(t_2)$ . Z grafu závislosti  $y(t_2)=f(\tau)$  odečteme poměr časových konstant pro normovanou přechodovou charakteristiku a s jejím využitím určíme hledané časové konstanty. [2]

$$\tau = \frac{T_2}{T_1} \quad (37)$$



Obr. 4. Normovaný graf pro určení poměru přechodových soustav[2]

Výsledný přenos získáme již jen dosazením do tvaru:

$$G(s) = \frac{K}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)} \quad (38)$$

Výpočet hodnoty zesílení  $K$  je stejný pro oba postupy výpočtu:

$$K = \frac{\Delta y(t)}{\Delta u(t)} = \frac{y(\infty) - y(0)}{\Delta u(t)} \quad (39)$$

[2]

### 1.4.3 Volba periody vzorkování

Nelze jednoduše odhadnout která vzorkovací perioda je vhodná pro konkrétní soustavy má ovšem velký vliv na stabilitu obvodu. Pro přibližné určení vzorkovací periody můžeme využít některý z následujících vztahů:

$$T \approx \frac{T_1}{10} \quad (40)$$

$$T \approx \left( \frac{1}{6} \div \frac{1}{15} \right) T_{95} \quad (41)$$

$$T \approx \left( \frac{1}{4} \div \frac{1}{8} \right) T_d \quad (42)$$

$$T \approx \left( \frac{1}{2} \div \frac{1}{4} \right) \sum_i \tau_i \quad (43)$$

$T_l$  – největší časová konstanta regulované soustavy,  $T_{95}$  – čas dosažení 95% ustálené hodnoty přechodové charakteristiky,  $\sum_i \tau_i$  - součet časových konstant regulované soustavy,  $T_d$  – u soustav s velkým dopravním zpožděním se v závislosti na něm volí  $T$

Se zvyšováním vzorkovací periody dochází ke zvětšování vlivu sumační složky, snižování vlivu diferenční složky číslicového regulátoru a díky ztrátě informace také k následné destabilizaci regulačního pochodu. Naopak při použití velmi malých period vzorkování vznikají velké nároky na rychlost číslicového regulátoru, převodníků, měřícího a akčního členu. [2] [6]

#### 1.4.4 Aproximace dopravního zpoždění

Jedná se o jeden ze základních způsobů úpravy soustavy s dopravním zpožděním. Dopravní zpoždění  $e^{-T_d s}$  nelze přímo včlenit do polynomiální syntézy, proto jeden ze způsobů jak s ním pracovat je jeho kompenzace a následně navrhujeme regulátor jako pro soustavu bez dopravního zpoždění. [15]

Jedním ze způsobů jak docílit asi nejlepšího přiblížení originální soustavy je použití Pade aproximace. Její nevýhodou je, že nám zavede do přenosu nestabilní nulu, ale neovlivní relativní řád soustavy. [15]

$$G(s) = \frac{1}{(T_1 s + 1)} e^{-T_d s} \quad (44)$$



$$e^{-T_D s} = \frac{e^{-\frac{T_D s}{2}}}{e^{\frac{T_D s}{2}}} = \frac{1 - \frac{T_D s}{2}}{1 + \frac{T_D s}{2}} \quad (45)$$

[15]

## 1.5 Dahlinův regulátor

V osmdesátých letech dvacátého století byl využíván v papírenském průmyslu. Původně byl navržen pro řízení systémů s jedním vstupem a jedním výstupem prvního řádu s dopravním zpožděním. Dahlinův regulátor je v podstatě jen speciálním případem Smithova prediktoru, takže uzavřenou smyčku přenosové funkce můžeme zapsat takto:

$$G(s) = \frac{1}{(T_1 s + 1)} e^{-T_D s} \quad (46)$$

[5] [12] [13]

Dahlinův regulátor je také využitelný pro soustavy druhého a vyššího řádu a to za pomoci následujícího rozšíření:

$$G(s) = \frac{1}{(T_1 s + 1)^i} e^{-T_D s} \quad (47)$$

$i$  – stupeň přenosu

Uvažujeme-li smyčku uzavřeného regulačního obvodu v tomto tvaru:

$$G_m(z) = \frac{Y(z)}{W(z)} = \frac{G_R(z)G_S(z)}{1 + G_R(z)G_S(z)} \quad (48)$$

Parametry regulátoru získáme ze vztahu:

$$G_R(z) = \left( \frac{1}{G_S(z)} \right) \left( \frac{(1-q)z^{-k}}{1-qz^{-1} - (1-q)z^{-k}} \right) \quad (49)$$

$$q = e^{-\frac{T}{T_w}}$$

[5] [12] [13]

Algoritmus byl vyvinut pro číslicové řízení. Využívá pro výpočet velikosti hodnot akčního zásahu vztahu v přírůstkovém tvaru, diskretizovaného pomocí dopředné obdélníkové metody. Pro následující soustavu druhého řádu:

$$G_S(z^{-1}) = \frac{b_1 z^{-1}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} \quad (50)$$

Rovnice regulátoru tedy tento tvar:

$$u(k) = K_p \left( e(k) - e(k-1) + \frac{T_0}{T_i} e(k) + \frac{T_d}{T_0} (e(k) - 2e(k-1) + e(k-2)) \right) + u(k-1) \quad (51)$$

Pro jednotlivé parametry regulátoru byly odvozeny a platí vztahy:

$$K_p = -\frac{(a_1 + 2a_2)Q}{b_1} \quad (52)$$

$$T_i = -\frac{T_0}{\frac{1}{a_1 + 2a_2} + 1 + \frac{T_D}{T_0}} \quad (53)$$

$$T_D = \frac{T_0 a_2 Q}{K_p b_1} \quad (54)$$

Příčemž platí, že:

$$Q = 1 - e^{-\frac{T_0}{B}} \quad (55)$$

$B$  – seřizovací faktor

[3]

Seřizovací faktor charakterizuje dominantní časovou konstantu přechodové funkce jako odezvu žádané hodnoty. Se zmenšováním seřizovacího faktoru se zvětšuje odezva uzavřeného regulačního obvodu. Vzhledem k umístění seřizovacího faktoru ve jmenovateli zlomku, je nutné zajistit na jeho různost od nuly.

Pro volbu počátečních parametrů regulátoru, za předpokladu že chceme zajistit dosažení nekmitavého průběhu regulované veličiny, využíváme následující vztahy, které jsou inverzním vyjádřením parametrů regulátoru:

$$C = 1 + \frac{T_0}{T_I} + \frac{T_D}{T_0} \quad (56)$$

$$a_1 = -\frac{1 + 2\frac{T_D}{T_0}}{C} \quad (57)$$

$$a_2 = \frac{T_D}{T_0 C} \quad (58)$$

$$b_1 = \frac{Q}{K_P C} \quad (59)$$

[3]

## 1.6 Dead-beat regulátor

Jedná se o klasický způsob ukončení regulačního pochodu za konečný počet kroků. Abychom toho dosáhli musí být Z-obraz regulační odchyly konečným polynomem. Rozlišují se dvě verze, silná a slabá. U silné verze musí být konečným polynomem i Z-obraz hodnot akčních zásahů. Jednoduše řečeno, u slabé verze bude regulační odchyly nulová pouze v okamžicích vzorkování a u silné verze i mimo okamžiky vzorkování. Rovnice regulátoru má následující tvar:

$$G_R(z) = \left( \frac{1}{G_S(z)} \right) \left( \frac{z^{-k}}{1 - z^{-k}} \right) = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + \dots + q_{k_{\min}} z^{-k_{\min}}}{1 - (p_1 z^{-1} + p_2 z^{-2} + \dots + p_{k_{\min}} z^{-k_{\min}})} \quad (60)$$

[2] [5]

Pro jednotlivé parametry regulátoru byly odvozeny a platí tyto vztahy:

$$\begin{aligned} q_0 &= \frac{1}{\sum_{i=1}^{k_{\min}} b_i} = \frac{1}{b_1 + b_2 + \dots + b_{k_{\min}}} \\ q_1 &= a_1 q_0 \\ q_2 &= a_2 q_0 \\ &\vdots \\ q_{k_{\min}} &= a_{k_{\min}} q_0 \end{aligned} \quad (61)$$

$$\begin{aligned} p_1 &= b_1 q_0 \\ p_2 &= b_2 q_0 \\ &\vdots \\ p_{k_{\min}} &= b_{k_{\min}} q_0 \end{aligned} \quad (62)$$

První hodnota řídicího zásahu je největší, aby ovšem nepřekročila možnosti její realizovatelnosti, můžeme její velikost výpočtem zmenšit, jedná se o tzv. regulátor s omezením akční veličiny. Využijeme tedy tento tvar:

$$G_R(z) = \frac{Q(z)}{1 - P(z)} = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2} + \dots + q_{k_{\min}+1} z^{-(k_{\min}+1)}}{1 - (p_1 z^{-1} + p_2 z^{-2} + \dots + p_{k_{\min}+1} z^{-(k_{\min}+1)})} \quad (63)$$

Parametry regulátoru budou následující, přičemž  $q_0$  si volíme:

$$\begin{aligned}
 q_0 &= u(0) = 1 \\
 q_1 &= (a_1 - 1)q_0 + \frac{1}{\sum b_i} \\
 q_2 &= (a_2 - a_1)q_0 + a_1 \frac{1}{\sum b_i} \\
 q_3 &= a_2 \left( -q_0 + \frac{1}{\sum b_i} \right) \\
 &\vdots
 \end{aligned} \tag{64}$$

$$\begin{aligned}
 p_1 &= b_1 q_0 \\
 p_2 &= q_0 (b_2 - b_1) + b_1 \frac{1}{\sum b_i} \\
 p_3 &= -b_2 \left( q_0 - \frac{1}{\sum b_i} \right)
 \end{aligned} \tag{65}$$

[2]

## 1.7 Robustnost

Robustnost je jedna ze základních vlastností systému, můžeme říci že systém by měl být stabilní i pokud nastanou různé představitelné situace, které působí na jakost regulace. Základním požadavkem robustního řízení je, aby řízený systém zůstal stabilní pro všechny proměnné parametry, které jsou voleny z určených intervalů, přičemž platí, že čím větší je interval, tím náročnější bývá splnit požadavky na robustní systém řízení, samozřejmě za předpokladu že tento systém řízení vůbec existuje. Pokud se nám ovšem podaří dosáhnout nalezení robustního regulátoru, budeme mít stabilní řídicí systém, jehož jednotlivé složky mohou mít malá zesílení a regulátor sám o sobě bude pomalejší. Touha po jednoduchosti realizace robustnosti má za následek pomalý přechodový děj při změně žádané hodnoty. Pokud tedy chceme opravdu získat robustní regulátor, většinou si nevystačíme pouze s jednoduchostí a linearitou při jeho návrhu. [14]

V moderní teorii řízení požaduje návrh regulátoru co nejpřesnější model systému, což nemůžeme vždy zaručit. Prvním krokem při návrhu řídicího systému je získat matematický model soustavy

nebo řízeného objektu. Běžně se stává že vlivy prostředí, jako například koeficient tření u ABS, důsledky nepřesného měření nebo jednoduše neznalost některého z parametrů v okamžiku návrhu soustavy způsobují, že navržený regulátor nezvládne řízení soustavy v zadaných požadavcích. Robustní regulátor se vyznačuje tím, že zajistí požadované chování pro každou jednotlivou soustavu z nějaké množiny. [16] [17]

Navržený regulátor bude pracovat uspokojivě, když hned od začátku návrhu budeme uvažovat přítomnost jisté neurčitosti mezi modelem a reálnou soustavou. Řídící systém navržený na tomto přístupu se nazývá robustní řídicí systém. [18]

$$\begin{aligned}\tilde{G}(s) &= G(s)[1 + \Delta(s)] \\ \tilde{G}(s) &= G(s) + \Delta(s) \\ &\vdots\end{aligned}\tag{66}$$

$\tilde{G}(s)$  - matematický model soustavy,  $G(s)$  - reálná řízená soustava,  $\Delta(s)$  - neurčitost reálné soustavy

Pravý popis neurčitosti neznáme, proto při návrhu regulátoru budeme používat pouze jeho odhad. Popis chyby, tedy uvažovaná neurčitost, musí být větší než je chyba samotná. [17]

### 1.7.1 Parametrická neurčitost s jedním neurčitým parametrem

Má-li polynom jeden nebo více omezujících parametrů:

$$P = \{p(s, q) : q \in Q\}\tag{67}$$

Tento polynom je robustně stabilní jen pokud je  $p(s, q)$  stabilní pro každé  $q \in Q$ .

Uvažujme polynom:

$$p(s, q) = 1 + qs\tag{68}$$

Nyní za  $q$  budeme dosazovat hodnoty ze zvolených intervalů:

$$\begin{aligned} P_1 &= \{1 + qs : q \in [1,2]\} \\ P_2 &= \{1 + qs : q \in [-1,1]\} \end{aligned} \tag{69}$$

Polynom  $P_1$  je robustně stabilní.

Polynom  $P_2$  není robustně stabilní.

[17]

## **PRAKTICKÁ ČÁST**



## 2 REALIZACE DEAD-BEAT A DAHLINOVA REGULÁTORU

Cílem praktické části mé práce bylo vytvořit program a to v prostředí MATLABu, ve kterém by byly realizovány dead-beat a Dahlinův regulátor. Inicializace a výpočty parametrů těchto regulátorů probíhají několika v M-file souborech a samotná simulace chování regulátorů v závislosti na zadaném přenosu regulované soustavy probíhá v prostředí Simulinku. Výstupem tohoto programu jsou jak parametry regulátorů, tak schéma na kterém je zobrazen průběh žádané hodnoty, akčního zásahu regulátoru a regulované veličiny. Pro porovnání regulátorů bylo zvoleno množství systémů, konkrétně se jedná tedy o systémy prvního řádu s dopravním zpožděním. Parametry regulátorů byly navrhovány nejen přímo podle zadané soustavy, ale také pro soustavy, kde bylo dopravní zpoždění aproximováno za pomoci Pade aproximace. Všechny průběhy simulací spolu se vstupními parametry byly uloženy do přílohy a tím bylo možno kriticky vyhodnotit dosažené výsledky.

### 2.1 MATLAB

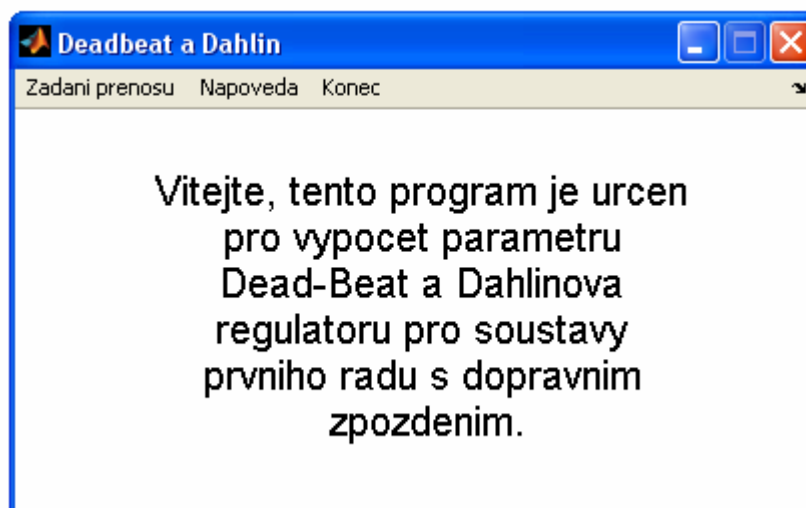
Toto vývojové prostředí je značně rozšířené a využíváno nejen mezi odborníky a studenty teorie řízení, ale také v mnoha dalších oborech díky své univerzálnosti a nespočtu integrovaných funkcí. V MATLABu je možné realizovat numerické výpočty, návrhy řídicích systémů a algoritmů, ale díky nástavbě Simulink také simulovat a modelovat dynamické systémy. O tomto vývojovém prostředí již bylo vydáno nespočet publikací, které objasňují základy práce a principy na kterých jsou nejpoužívanější funkce založeny. Tyto publikace jsou v nemalé míře přístupné i na webu a spolu s inovacemi přicházejícími s novými verzemi bývají často aktualizovány za účelem maximálního využití potenciálu tohoto prostředí, a proto si myslím že není nutné dále zde uvádět jakékoliv informace spojené například s orientací ve výchozím okně nebo dlouze popisovat každou z dostupných funkcí. Myšlenka takovéto obrovské využitelnosti ovšem přináší i svá negativa, mezi které můžeme zařadit nutnost kvalitního hardwarového vybavení počítače. Já sám jsem se nejednou přesvědčil, že i v dnešní době průměrný počítač je možno zadáním nevhodného parametru vytížit na jeho maximum.

#### 2.1.1 Program

Jak už bylo řečeno, samotný program je vytvořen v několika takzvaných m-file souborech, což je prostředí podobné poznámkovému bloku do kterého se píše nejen příkazy které mají být vykonány, ale i třeba definice proměnných. V mém případě se jedná o pět takovýchto vzájemně propojených souborů, které společně se simulačním schématem tvoří celou realizaci zadaných regulátorů. Ještě

bych chtěl podotknout, že veškeré texty v programu jsou bez diakritiky a to z důvodu nemožnosti uložení či spuštění již vytvořeného simulinkového schématu při použití jazykového balíčku podporujícího tyto znakové sady.

V prvním z nich je definováno základní okno společně s jeho menu, které vidí uživatel hned po spuštění. Nezbytnou součástí každého programu a můžeme také říci výchozím bodem je definice proměnných se kterými se následně pracuje. V mém případě jde proměnné, do nichž jsou uloženy vstupní hodnoty přenosové funkce spolu s periodou vzorkování a parametry nutnými pro další výpočty. To však není ani polovina proměnných které jsou využívány při běhu programu. Další větší skupinu proměnných charakterizuje to, že jsou do nich ukládány výstupní hodnoty parametrů regulátoru a samozřejmě nedílnou součástí tvoří i skupina nazývaná pomocné. Na obr. 5. je viditelné jednoduché a efektivní výchozí okno programu.



Obr. 5. Vstupní okno programu

Nahoře v menu si můžeme vybrat zda se pustíme do dalšího okna, kde probíhá zadání parametrů, či zda se prvním kliknutím na tlačítko nápověda informujeme o tvarech zadávané soustavy, výsledných přenosech regulátorů nebo si přečteme doporučení jak vhodně volit například konstantu uzavřeného regulačního obvodu.

Po kliknutí na položku zadání přenosu, se otevře další okno a zároveň definované v souboru číslo dvě. V horní části otevřeného okna vidíme bílá pole do kterých se zadávají parametry přenosu soustavy a pod nimi následuje perioda vzorkování a parametr uzavřeného regulačního obvodu, který se využívá pro Dahlinův regulátor. Šedá pole jsou připravena pro zobrazení vypočítaných diskrétních přenosů regulátorů. První dva jsou pro parametry dead-beat a Dahlinova regulátoru

počítané přímo ze soustavy s dopravním zpožděním. Ve zbylých dvou vidíme opět koeficienty již dříve zmiňovaných regulátorů, jen s tím rozdílem, že jsou počítány z již aproximované soustavy.

**Prenosova funkce**

Parametry prenosu:

$$G(s) = \frac{1}{(2s + 1)} e^{-3s}$$

Perioda vzorkovani:  $T = 1$  s      Konstanta:  $T_w = 1$  s

Parametry Dead-beat regulatoru:  $k = 0$

$$\frac{0 \cdot z^{-1} + 0 \cdot z^{-2}}{0 \cdot z^{-1} + 0 \cdot z^{-k+1} + 0 \cdot z^{-k}} = Gr(z^{-1})$$

Parametry Dahlinova regulatoru:

$$\frac{0 \cdot z^{-1} + 0 \cdot z^{-2}}{0 \cdot z^{-1} + 0 \cdot z^{-2} + 0 \cdot z^{-k+1} + 0 \cdot z^{-k}} = Gr(z^{-1})$$

Parametry Dead-beat regulatoru(po aproximaci):  $k = 0$

$$\frac{0 \cdot z^{-1} + 0 \cdot z^{-2} + 0 \cdot z^{-3} + 0 \cdot z^{-4}}{0 \cdot z^{-1} + 0 \cdot z^{-2} + 0 \cdot z^{-k+2} + 0 \cdot z^{-k+1} + 0 \cdot z^{-k}} = Gr(z^{-1})$$

Parametry Dahlinova regulatoru(po aproximaci):

$$\frac{0 \cdot z^{-1} + 0 \cdot z^{-2} + 0 \cdot z^{-3} + 0 \cdot z^{-4}}{0 \cdot z^{-1} + 0 \cdot z^{-2} + 0 \cdot z^{-k+2} + 0 \cdot z^{-k+1} + 0 \cdot z^{-k}} = Gr(z^{-1})$$

Start      Napoveda      Zpet

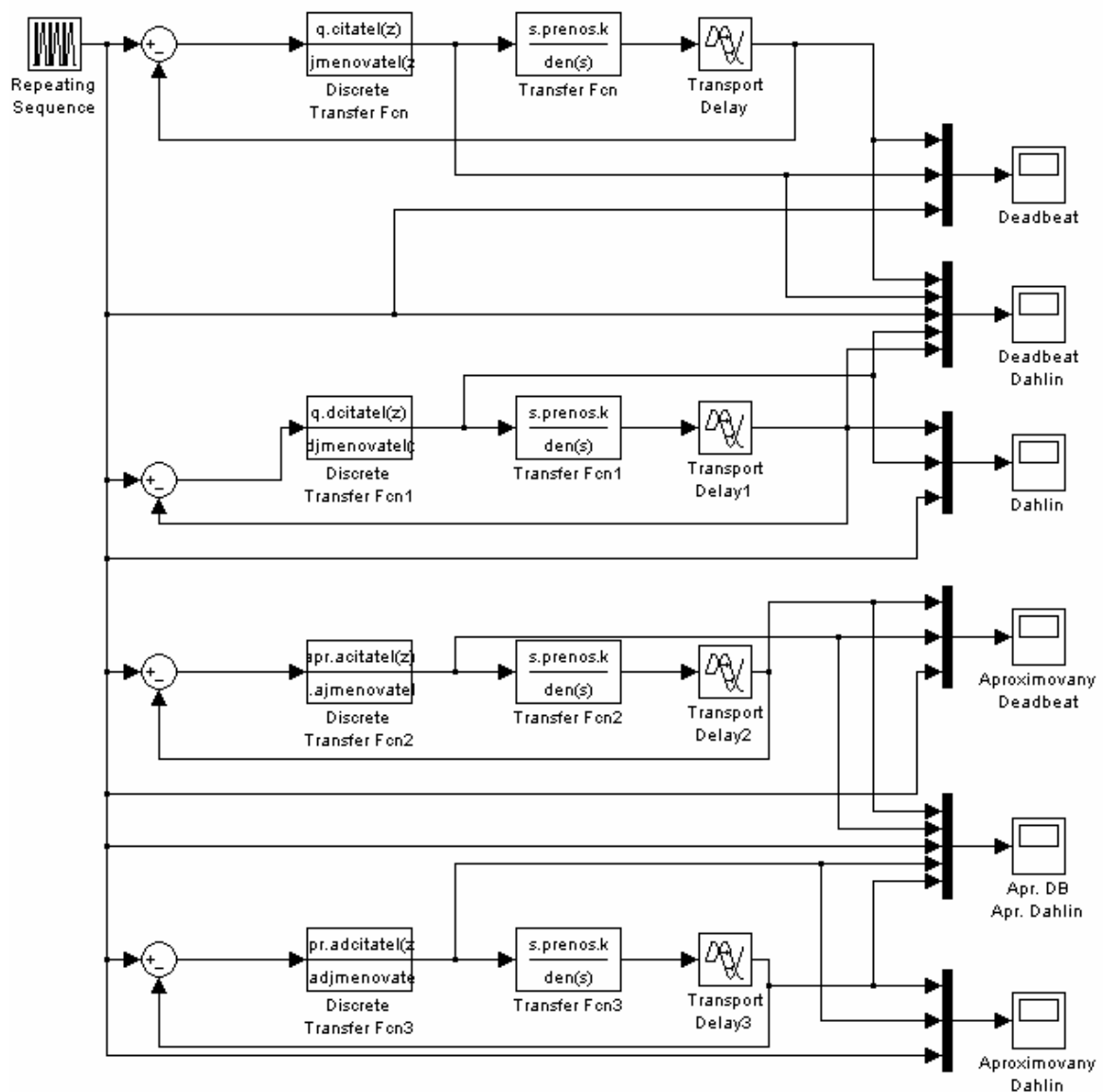
Obr. 6. Parametry přenosových funkcí

V dolní části okna můžeme vidět ovládací tlačítka, kterými spustíme proces dalších výpočtů, kdykoliv nahlédneme do nápovědy, případně zvolíme poslední možnost a tou je zavření tohoto okna.

Po stisku tlačítka s nápisem OK, se spustí v pořadí třetí soubor, jenž má za úkol zkontrolovat, zda jsou všechny proměnné zadány a to ve správném tvaru a ze správného intervalu. Pokud ano, pokračuje program spuštěním dalšího souboru ve kterém jsou realizovány všechny výpočty.

Výsledky se potom uloží do proměnných a zobrazí v okně zadání přenosu. Nyní můžeme vidět parametry každého z regulátorů pro námi zadaný spojitý přenos. Při tomto procesu se nám ještě otevře další okno. Obsahuje schéma z modelu vytvořené v Simulinku pro simulaci všech čtyř navržených regulátorů. Pro spuštění simulace je nutné stisknout tlačítko *Start simulation*.

Na schématu jsou viditelné čtyři regulační obvody, každý je určen pro jeden z navržených regulátorů. Výchozím bodem je blok *Repeating sequence* se zadanou žádanou hodnotou. Blok *Repeating sequence* obsahuje jak jednotkový skok, tak i lineární rampu abychom mohli co nejlépe zhodnotit vlastnosti navržených regulátorů. Signál z tohoto členu postupuje do dvou bloků. Prvním z nich je *Discrete transfer fcn*, což v překladu znamená diskrétní přenosová funkce. V našem případě obsahuje parametry jednoho z regulátorů, jenž má řídit následující soustavu. Takže dalším blokem je *Transfer fcn*, což je opět přenosová funkce, tentokrát ale už regulované soustavy k níž je připojen blok *Transport delay*, do kterého je zadáno dopravní zpoždění regulované soustavy. Posledním blokem v každém obvodu je *Scope*, do kterého jsou připojeny výstupní signály žádané hodnoty, diskrétního přenosu regulátoru a soustavy s dopravním zpožděním. Při otevření bloku *Scope*, můžeme vidět průběhy těchto tří veličin. Pro lepší porovnání byly přidány ještě dva tyto bloky.



Obr. 7. Simulinkové schéma regulačních obvodů

### 2.1.2 Výpočty parametrů

Ve volně přístupných materiálech a materiálech, které jsem měl k dispozici, chybělo kompletní odvození Dahlinova regulátoru se všemi rovnicemi a proto bylo nutné si některé se vztahů odvodit. Zvolil jsem obdobný postup pro oba dva regulátory. Víme, že přenos dead-beat regulátoru je ve tvaru:

$$G_R(z) = \left( \frac{1}{G_S(z)} \right) \left( \frac{z^{-k}}{1 - z^{-k}} \right) \quad (70)$$

Taktéž známe spojitý přenos regulované soustavy, která byla definována jako soustava prvního řádu s dopravním zpožděním. Nyní jsem musel převést spojitou regulovanou soustavu do diskrétního tvaru. Což při využití několika vhodných příkazů v MATLABu nebyl problém.

```
spoj = tf([s.prenos.k],[s.prenos.T1 1]);
set (spoj, 'InputDelay', s.prenos.D);
diskr=c2d(spoj, s.T);
Ndiskr=delay2z(diskr)
[c,j]=tfdata(Ndiskr, 'v');
```

Obr. 8. Převod spojitě soustavy na diskrétní

Po několika desítkách experimentů se ukázalo, že z-přenos takovéto soustavy může mít pouze dva tvary:

|                    |                    |
|--------------------|--------------------|
| Transfer function: | Transfer function: |
| 0.3935             | 0.7676 z + 0.6498  |
| -----              | -----              |
| z^4 - 0.6065 z^3   | z^3 - 0.7165 z^2   |
| Sampling time: 1   | Sampling time: 2   |

Obr. 9. Tvary přenosových funkcí

Tyto tvary se od sebe odlišují jen počtem nenulových členů polynomu čitatele a stupněm polynomu. V našem případě tento počet nenulových členů nabýval pouze hodnoty jedna a dva. Nyní už stačilo do rovnice přenosu regulátoru vložit tyto poznatky a výsledný tvar vhodně upravit pro realizaci v MATLABu.

$$G_R(z) = \left( \frac{1}{G_S(z)} \right) \left( \frac{z^{-k}}{1 - z^{-k}} \right) \quad (71)$$

$$G_{R1}(z) = \left( \frac{k_3 + k_4 z^{-1}}{k_1 z^{-k}} \right) \left( \frac{z^{-k}}{1 - z^{-k}} \right) \quad (72)$$

$$G_{R1}(z) = \left( \frac{k_3 + \frac{k_4 z^{-1}}{k_1}}{1 - z^{-k}} \right) \quad (73)$$

$$G_{R2}(z) = \left( \frac{k_3 + k_4 z^{-1}}{k_1 z^{-(k-1)} + k_2 z^{-k}} \right) \left( \frac{z^{-k}}{1 - z^{-k}} \right) \quad (74)$$

$$G_{R2}(z) = \left( \frac{\frac{k_3 z^{-1}}{k_1} + \frac{k_4 z^{-2}}{k_1}}{1 + \frac{k_2}{k_1} z^{-1} - z^{-k} + \frac{k_2}{k_1} z^{-k-1}} \right) \quad (75)$$

$k_{1,2,\dots,4}$  – nenulové koeficienty z-přenosu regulované soustavy,  $k$  – stupeň polynomu z-přenosu plus jedna

Pro Dahlinův regulátor jsem zvolil obdobný postup.

$$G_R(z) = \left( \frac{1}{G_S(z)} \right) \left( \frac{(1-q)z^{-k}}{1 - zq^{-1} - (1-q)z^{-k}} \right) \quad (76)$$

$$G_{R1}(z) = \left( \frac{k_3 + k_4 z^{-1}}{k_1 z^{-k}} \right) \left( \frac{(1-q)z^{-k}}{1 - zq^{-1} - (1-q)z^{-k}} \right) \quad (77)$$

$$G_{R1}(z) = \left( \frac{\frac{k_3(1-q)}{k_1} + \frac{k_4(1-q)z^{-1}}{k_1}}{1 - qz^{-1} - (1-q)z^{-k}} \right) \quad (78)$$

$$G_{R2}(z) = \left( \frac{k_3 + k_4 z^{-1}}{k_1 z^{-(k-1)} + k_2 z^{-k}} \right) \left( \frac{(1-q)z^{-k}}{1 - zq^{-1} - (1-q)z^{-k}} \right) \quad (79)$$

$$G_{R2}(z) = \left( \frac{\frac{k_3(1-q)z^{-1}}{k_1} + \frac{k_4(1-q)z^{-2}}{k_1}}{1 + \frac{k_2q}{k_1}z^{-1} - \frac{k_2}{k_1}z^{-2} - (1-q)z^{-k} + \frac{k_2}{k_1}(1-q)z^{-k-1}} \right) \quad (80)$$

Tímto jsme určili výsledné přenosy těchto dvou regulátorů pro návrh bez kompenzace dopravního zpoždění.

Nyní jsem na zadané soustavě aproximoval dopravní zpoždění. Za tímto účelem jsem zvolil Pade aproximaci prvního řádu, která sice zavede do přenosu nestabilní nulu, ale neovlivní relativní řád soustavy. Teorie říká, že tímto způsobem bychom měli nejlépe dosáhnout přiblížení k originální soustavě.

$$G(s) = \frac{K}{(T_1s + 1)} e^{-T_Ds} \quad (81)$$

$$e^{-T_Ds} = \frac{1 - \frac{T_Ds}{2}}{1 + \frac{T_Ds}{2}} \quad (82)$$

$$G_A(s) = \frac{2K - KT_Ds}{T_1T_Ds^2 + (2T_1 + T_D)s + 2} \quad (83)$$

Z tohoto výše uvedeného tvaru se následně počítá z-přenos regulované soustavy. Další postup je obdobný jako u předchozích návrhů regulátorů. Přenos dead-beat regulátoru bude vypadat následovně s tím rozdílem, že první tvar bude určen pro soustavu se dvěma nenulovými členy polynomu čitatele z-přenosu a druhý pro soustavu se třemi nenulovými kořeny jmenovatele z-přenosu.

$$G_{R1}(z) = \left( \frac{k_4 + k_5z^{-1} + k_6z^{-2}}{k_1z^{-(k-1)} + k_2z^{-k}} \right) \left( \frac{z^{-k}}{1 - z^{-k}} \right) \quad (84)$$



$$G_{R1}(z) = \left( \frac{\frac{k_4}{k_1} z^{-1} + \frac{k_5}{k_1} z^{-2} + \frac{k_6}{k_1} z^{-3}}{1 + \frac{k_2}{k_1} z^{-1} - z^{-k} + \frac{k_2}{k_1} z^{-k-1}} \right) \quad (85)$$

$$G_{R2}(z) = \left( \frac{k_4 + k_5 z^{-1} + k_6 z^{-2}}{k_1 z^{-(k-2)} + k_2 z^{-(k-1)} + k_3 z^{-k}} \right) \left( \frac{z^{-k}}{1 - z^{-k}} \right) \quad (86)$$

$$G_{R2}(z) = \left( \frac{\frac{k_4}{k_1} z^{-2} + \frac{k_5}{k_1} z^{-3} + \frac{k_6}{k_1} z^{-4}}{1 + \frac{k_2}{k_1} z^{-1} + \frac{k_3}{k_1} z^{-2} - z^{-k} - \frac{k_2}{k_1} z^{-k-1} - \frac{k_3}{k_1} z^{-k-2}} \right) \quad (87)$$

A nyní ještě rovnice pro Dahlinův regulátor určený pro aproximovanou soustavu prvního řádu:

$$G_{R1}(z) = \left( \frac{k_4 + k_5 z^{-1} + k_6 z^{-2}}{k_1 z^{-(k-1)} + k_2 z^{-k}} \right) \left( \frac{(1-q)z^{-k}}{1 - zq^{-1} - (1-q)z^{-k}} \right) \quad (88)$$

$$G_{R1}(z) = \left( \frac{\frac{k_4(1-q)}{k_1} z^{-1} + \frac{k_5(1-q)}{k_1} z^{-2} + \frac{k_6(1-q)}{k_1} z^{-3}}{1 + \left( \frac{k_2}{k_1} - q \right) z^{-1} - \frac{k_2 q}{k_1} z^{-2} - (1-q)z^{-k} + \frac{k_2(1-q)}{k_1} z^{-k-1}} \right) \quad (89)$$

$$G_{R2}(z) = \left( \frac{k_4 + k_5 z^{-1} + k_6 z^{-2}}{k_1 z^{-(k-2)} + k_2 z^{-(k-1)} + k_3 z^{-k}} \right) \left( \frac{(1-q)z^{-k}}{1 - zq^{-1} - (1-q)z^{-k}} \right) \quad (90)$$

$$G_{R2}(z) = \left( \frac{\frac{k_4(1-q)}{k_1} z^{-2} + \frac{k_5(1-q)}{k_1} z^{-3} + \frac{k_6(1-q)}{k_1} z^{-4}}{1 + \left( \frac{k_2}{k_1} - q \right) z^{-1} + \left( \frac{k_3}{k_1} - q \right) z^{-2} - (1-q)z^{-k} - \frac{k_2(1-q)}{k_1} z^{-k-1} - \frac{k_3(1-q)}{k_1} z^{-k-2}} \right) \quad (91)$$

Konstanta  $q$  je definována v teoretické části této práce.

## 2.2 Volba systému

Úvodem bych rád vysvětlil pojmy, které budu dále používat.

Dead-beat regulátor znamená regulátor navržený metodou dead-beat přímo pro soustavu prvního řádu s dopravním zpožděním.

Dahlinův regulátor znamená Dahlinův regulátor navržený přímo pro soustavu prvního řádu s dopravním zpožděním.

Aproximovaný dead-beat regulátor znamená dead-beat regulátor navržený pro soustavu prvního řádu s dopravním zpožděním, kde je dopravní zpoždění aproximováno Pade aproximací.

Aproximovaný Dahlin znamená regulátor navržený pro soustavu prvního řádu s dopravním zpožděním, kde je dopravní zpoždění aproximováno Pade aproximací.

Parametry systému jsem volil na základě níže uvedené tabulky tak, abych jich zahrnul do simulací co nejširší spektrum a tím co nejobjektivněji mohl srovnat tyto dva regulátory. Pro robustní regulátor by soustava neměla být rychle proměnná v čase, protože dosažení žádané hodnoty bývá pomalejší, s čímž ale taktéž souvisí jeho větší odolnost proti náhlým změnám, které nemusely být při návrhu uvažovány.

Následující tabulka popisuje všechny simulace které jsem provedl. V tabulce je u každé simulace vždy uvedeno rozmezí stránek na kterých se nachází příloze této práce. Nyní je ještě nezbytné vysvětlit, to která z uvedených hodnot znamená.

Simulace, jedná se o číslo pokusu, při kterém byly v určitém intervalu měněny hodnoty některé z veličin. U veličiny jejíž hodnoty byly měněny je vždy uvedeno v jakém rozmezí.

Sekvence, je časový interval po kterém vždy proběhla změna žádané veličiny. Tento interval byl vždy vztažen k některému z parametrů regulované soustavy, abychom mohli zjistit nejen zda se regulovaná hodnota ustálí, ale případně také kdy.

Význam zkratk parametrů přenosu regulované soustavy je tento

$K$  – zesílení soustavy,  $T_I$  – časová konstanta přenosu regulované soustavy,  $T_D$  – dopravní zpoždění soustavy,  $T$  – perioda vzorkování,  $T_W$  – konstanta uzavřeného regulačního obvodu

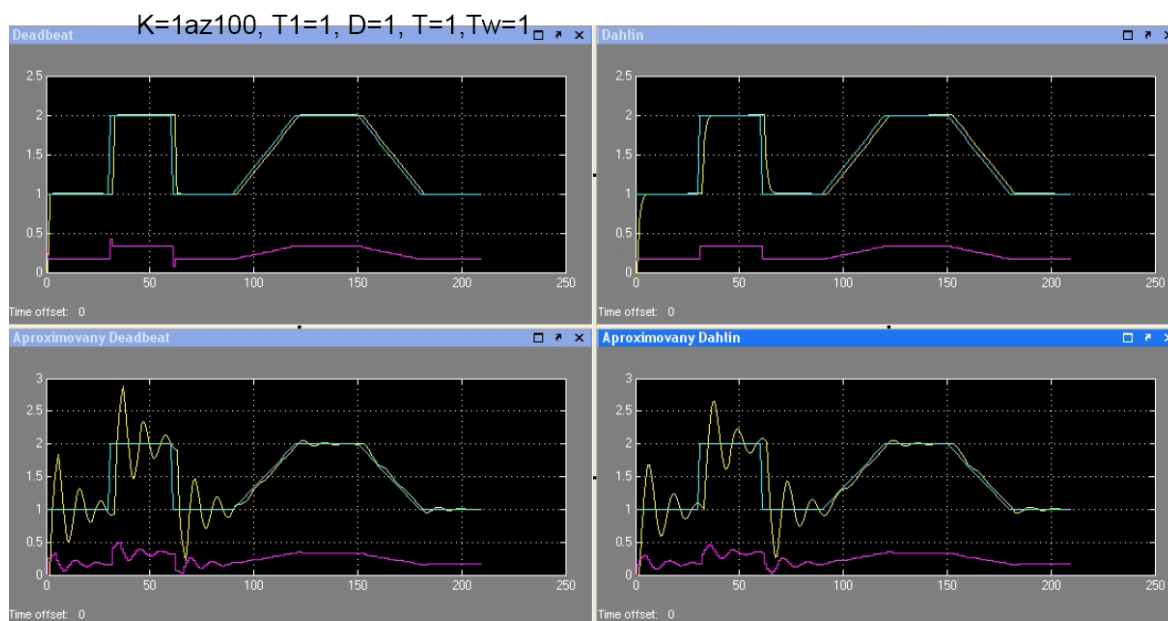
Tab. 2. Hodnoty provedených simulací pro přílohu číslo 1

| Simulace | Sekvence         | K       | T <sub>1</sub> | T <sub>D</sub> | T   | T <sub>w</sub> | Strana  |
|----------|------------------|---------|----------------|----------------|-----|----------------|---------|
| 1        | 5.k              | 1-100   | 1              | 1              | 1   | 1              | 1-13    |
| 2        | 5.T <sub>1</sub> | 1       | 3-100          | 1              | 1   | 1              | 14-25   |
| 3        | 5.T <sub>D</sub> | 1       | 1              | 3-30           | 1   | 1              | 26-35   |
| 4        | 5.T <sub>1</sub> | 30      | 3-50           | 1              | 1   | 1              | 36-46   |
| 5        | 5.k              | 3-27    | 30             | 1              | 1   | 1              | 47-55   |
| 6        | 5.k              | 3-30    | 1              | 3-30           | 1   | 1              | 56-65   |
| 7        | 5.k              | 3-15    | 30             | 3-15           | 1   | 1              | 66-70   |
| 8        | 5.T <sub>1</sub> | 1       | 3-15           | 3-15           | 1   | 1              | 71-76   |
| 9        | 5.T <sub>1</sub> | 30      | 3-15           | 3-15           | 1   | 1              | 77-80   |
| 10       | 5.k              | 1-30    | 1              | 1              | 1   | 3              | 81-91   |
| 11       | 5.T <sub>1</sub> | 1       | 3-30           | 1              | 1   | 3              | 92-101  |
| 12       | 5.T <sub>D</sub> | 1       | 1              | 3-30           | 1   | 3              | 102-111 |
| 13       | 5.T <sub>1</sub> | 30      | 3-27           | 1              | 1   | 3              | 112-120 |
| 14       | 5.k              | 3-30    | 30             | 1              | 1   | 3              | 121-130 |
| 15       | 5.k              | 3-15    | 1              | 3-15           | 1   | 3              | 131-135 |
| 16       | 5.k              | 3-24    | 30             | 3-24           | 1   | 3              | 136-143 |
| 17       | 5.T <sub>1</sub> | 1       | 3-21           | 3-21           | 1   | 3              | 144-150 |
| 18       | 5.T <sub>1</sub> | 30      | 3-21           | 3-21           | 1   | 3              | 151-157 |
| 19       | 5.k              | 1-27    | 1              | 1              | 1   | 6              | 158-167 |
| 20       | 5.T <sub>1</sub> | 1       | 3-30           | 1              | 1   | 6              | 168-177 |
| 21       | 5.T <sub>D</sub> | 1       | 1              | 3-30           | 1   | 6              | 178-187 |
| 22       | 5.T <sub>1</sub> | 30      | 1-30           | 1              | 1   | 6              | 188-198 |
| 23       | 5.k              | 3-27    | 30             | 1              | 1   | 6              | 199-207 |
| 24       | 5.k              | 3-30    | 1              | 3-30           | 1   | 6              | 208-217 |
| 25       | 5.k              | 3-21    | 30             | 3-21           | 1   | 6              | 218-224 |
| 26       | 5.T <sub>1</sub> | 1       | 3-21           | 3-21           | 1   | 6              | 225-231 |
| 27       | 5.T <sub>1</sub> | 30      | 3-18           | 3-18           | 1   | 6              | 232-237 |
| 28       | 5.k              | 1,3,6,3 | 1              | 1              | 3   | 1              | 238-241 |
| 29       | 5.T <sub>1</sub> | 1       | 3,6,30         | 1              | 3   | 1              | 242-244 |
| 30       | 5.T <sub>D</sub> | 1       | 1              | 3-30           | 3   | 1              | 245-254 |
| 31       | 5.T <sub>1</sub> | 30      | 30             | 1              | 3   | 1              | 255     |
| 33       | 5.k              | 3-30    | 1              | 3-30           | 3   | 1              | 256-265 |
| 34       | 5.k              | 3-27    | 30             | 3-27           | 3   | 1              | 266-274 |
| 35       | 5.T <sub>1</sub> | 1       | 3-30           | 3-30           | 3   | 1              | 275-284 |
| 36       | 5.T <sub>1</sub> | 30      | 3-30           | 3-30           | 3   | 1              | 285-294 |
| 37       | 5.T <sub>1</sub> | 1       | 3              | 3              | 1-6 | 3              | 295-300 |
| 38       | 5.T <sub>1</sub> | 1       | 3              | 3              | 3   | 1-6            | 301-306 |
| 39       | 5.T <sub>1</sub> | 1       | 3              | 3              | 1-5 | 1-5            | 307-314 |
| 40       | 5.T <sub>1</sub> | 3       | 1              | 3              | 1-5 | 3              | 315-319 |
| 41       | 5.T <sub>1</sub> | 3       | 1              | 3              | 3   | 1-5            | 320-324 |

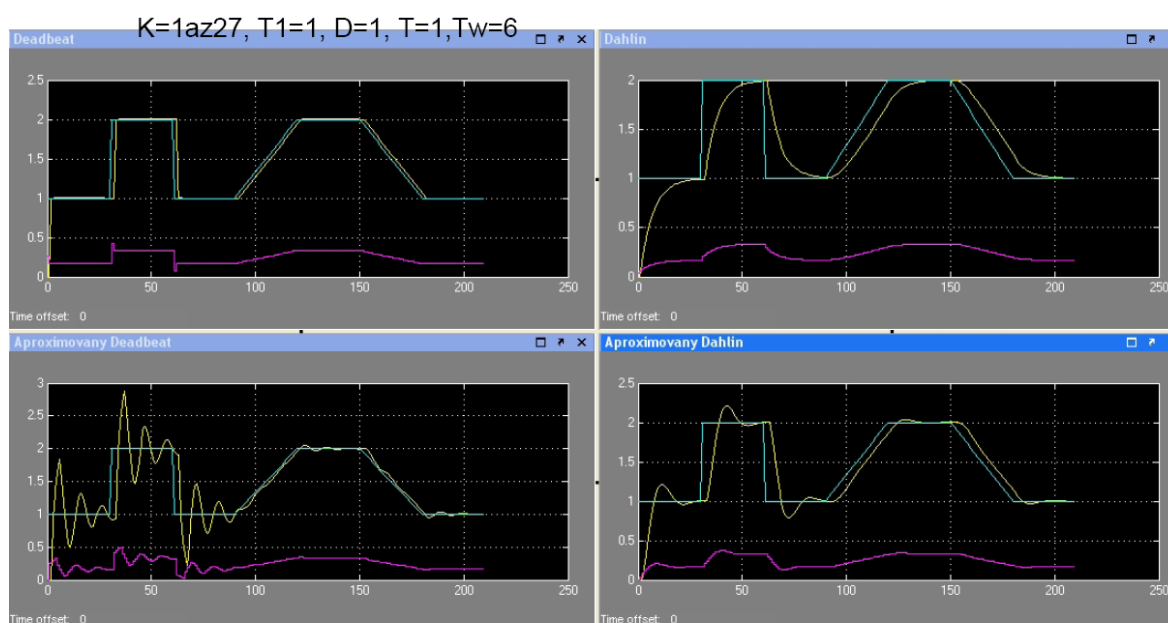
Náročnost některých výpočtů byla větší než zvládl hardware mého počítače, proto jsou některé z intervalů uvedených v tabulce 2 rozdílné velikosti.

Pro názornost a doložení výsledků srovnání dead-beat a Dahlinova regulátoru jsou níže uvedena vybraná regulační schémata. Srovnání je prováděno takovým způsobem, že jsem vybral soustavy, které mají stejný přenos soustavy, případně hodně podobný a sledujeme odlišnosti v chování regulované veličiny a hodnoty akčního zásahu regulátoru při změně některého z dalších parametrů.

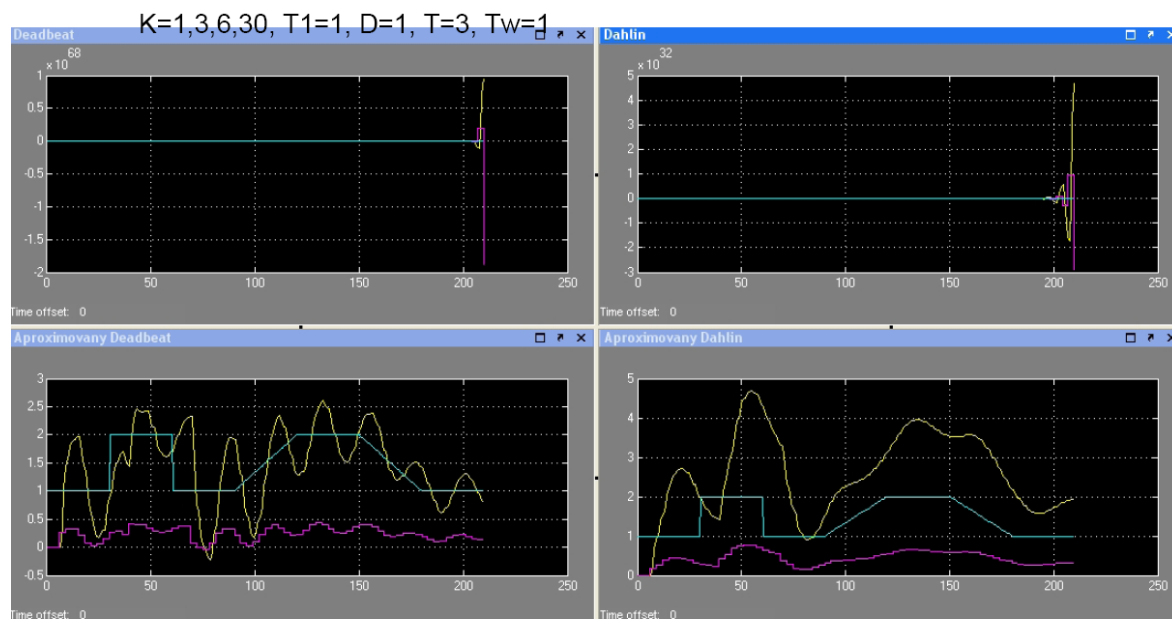
### 2.2.1 Regulovaná soustava kde $K=6$ , $T_1=1$ , $T_D=1$



Obr. 10. Regulovaná soustava s parametry  $K=6$ ,  $T_1=1$ ,  $T_D=1$ ,  $T=1$ ,  $T_w=1$



Obr. 11. Regulovaná soustava s parametry  $K=6$ ,  $T_1=1$ ,  $T_D=1$ ,  $T=1$ ,  $T_w=6$

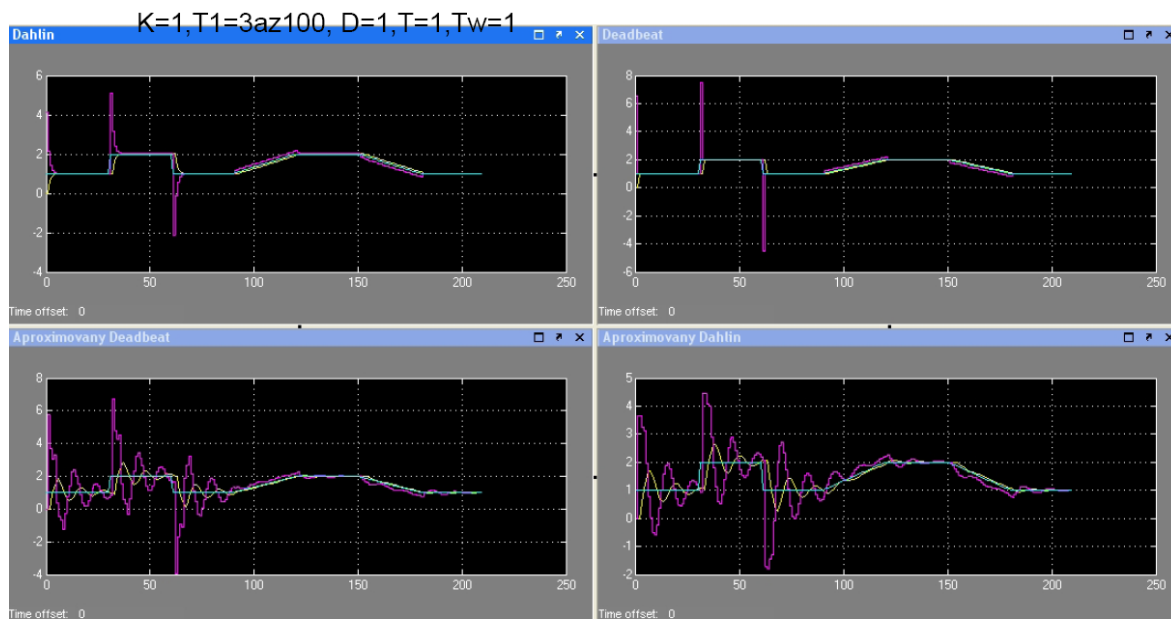


Obr. 12. Regulovaná soustava s parametry  $K=6, T_1=1, T_D=1, T=3, T_W=1$

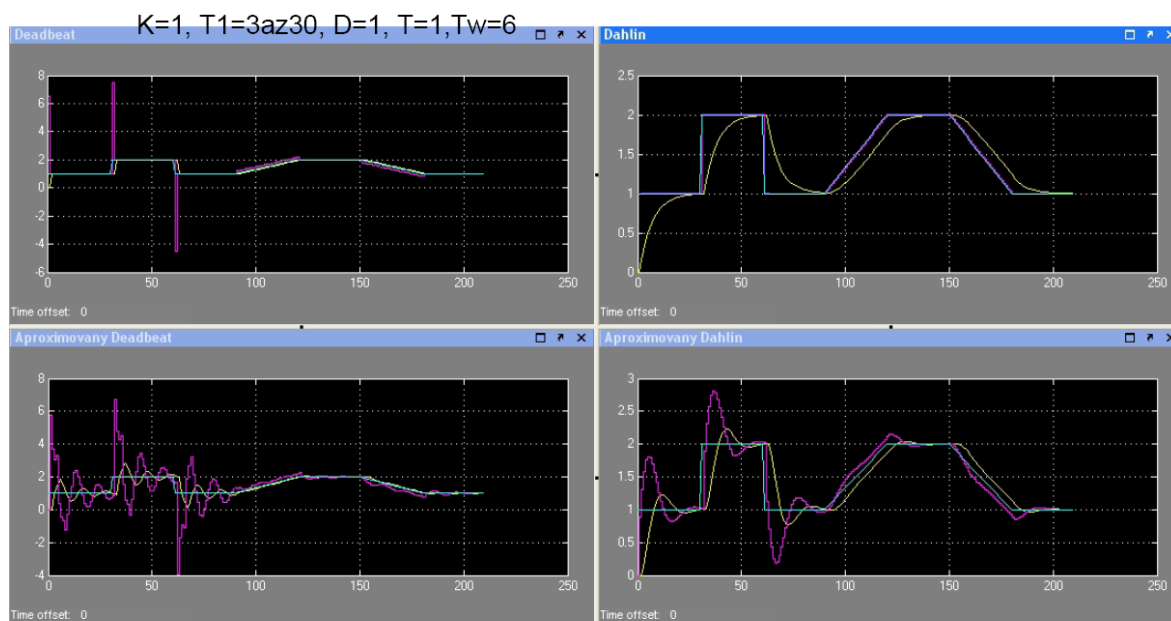
Ze schémat je patrné, že nejlépe pro tento případ zvládl regulaci dead-beat regulátor, při regulaci nedochází k překmitu žádané hodnoty, její dosažení se prakticky okamžitě a taktéž potřebná hodnota akčního zásahu je minimální. Podobně je na tom Dahlinův regulátor, ale u něj je dosažení žádané hodnoty o něco pomalejší což je závislé na zvolené konstantě  $T_W$ . Zvolením nevhodné periody vzorkování jak je vidět se systémy stávají nestabilní.

Oba aproximované regulátory potřebují delší časový interval na ustálení. Hodnoty akčních zásahů jsou taktéž malé. Při zvyšování  $T_W$  je patrné, že aproximovaný Dahlinův regulátor potřebuje menší čas na ustálení a rovněž se snižuje jeho překmit žádané hodnoty.

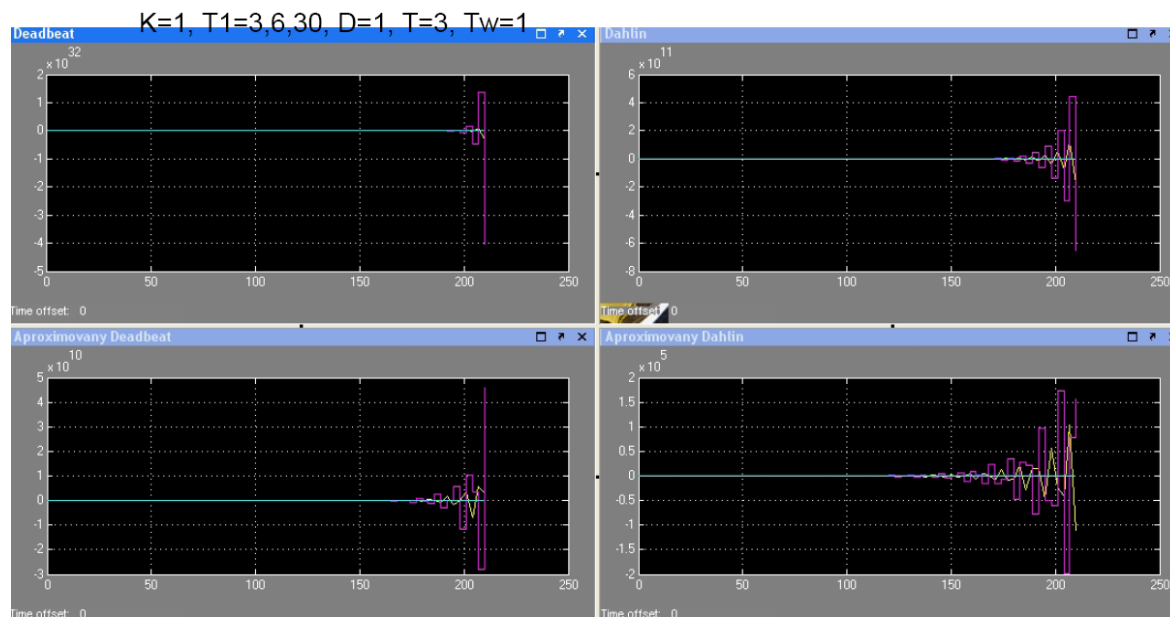
### 2.2.2 Regulovaná soustava kde $K=1$ , $T_1=6$ , $T_D=1$



Obr. 13. Regulovaná soustava s parametry  $K=1$ ,  $T_1=6$ ,  $T_D=1$ ,  $T=1$ ,  $T_w=1$



Obr. 14. Regulovaná soustava s parametry  $K=1$ ,  $T_1=6$ ,  $T_D=1$ ,  $T=1$ ,  $T_w=6$

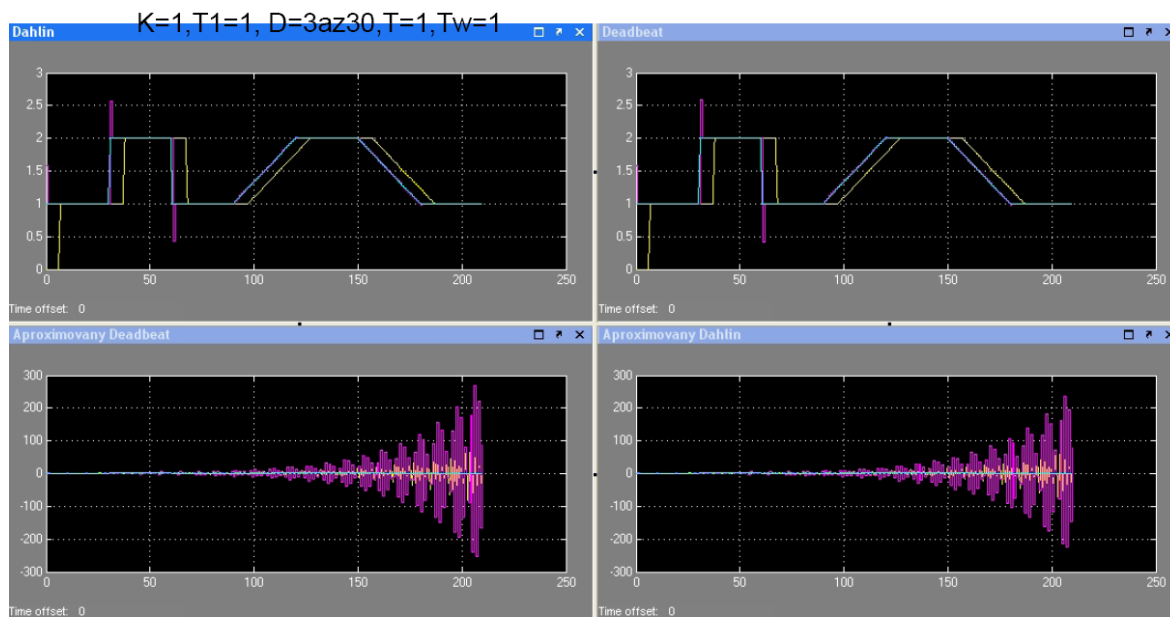


Obr. 15. Regulovaná soustava s parametry  $K=1, T_1=6, T_D=1, T=3, T_w=1$

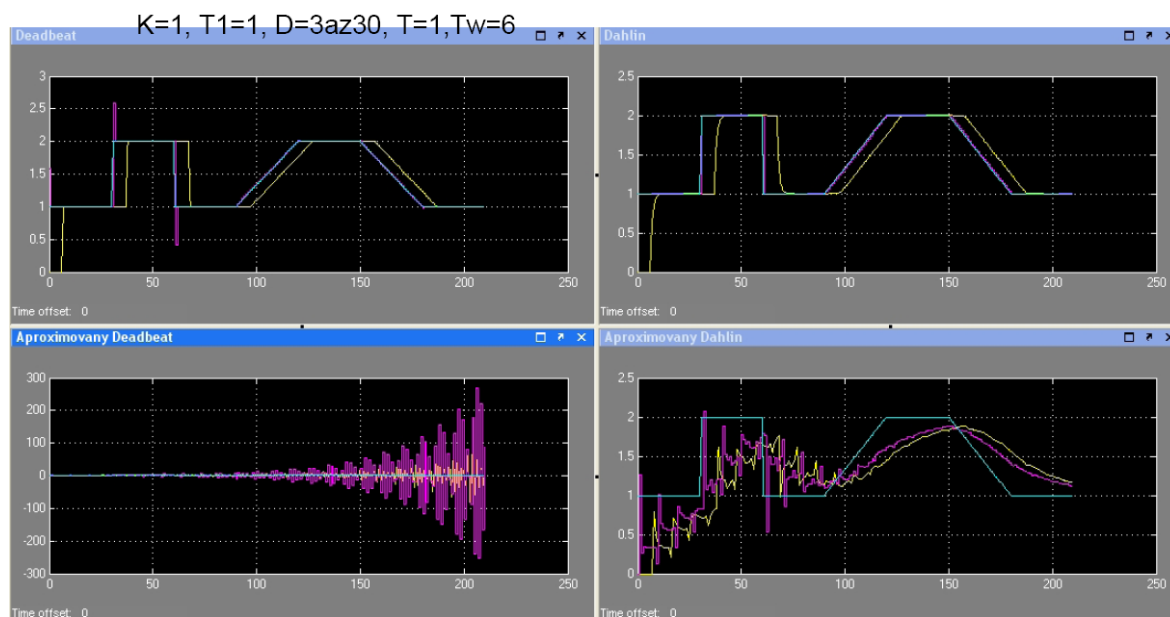
Nyní uvažujeme regulovanou soustavu, kde časová konstanta  $T_1=6$ . Amplitudy akčních zásahů se podstatně zvýšily ve srovnání z předchozími schémata. Dead-beat regulátor zvládá regulaci bez problémů a u Dahlinova regulátoru narostla doba nutná k dosažení žádané hodnoty. Pro oba Dahlinovy regulátory platí, že potřebují menší hodnotu akčního zásahu pro regulaci. Zvýšením konstanty  $T_w$  se potřebná hodnota akčního zásahu sníží asi na čtvrtinu ve srovnání s dead-beat regulátory.

Pokud nezvýšíme hodnotu konstanty  $T_w$  je jakost regulace obou aproximovaných regulátorů stejná. Při jejím zvýšení se aproximovaný Dahlinuv regulátor stává mnohem lepším řešením, dochází ke snížení překmitu a doba ustálení na žádané hodnotě je menší. Pro všechny regulátory platí, že při změně periody vzorkování na  $T=3$  se soustavy stávají nestabilní.

### 2.2.3 Regulovaná soustava kde $K=1$ , $T_1=1$ , $T_D=6$

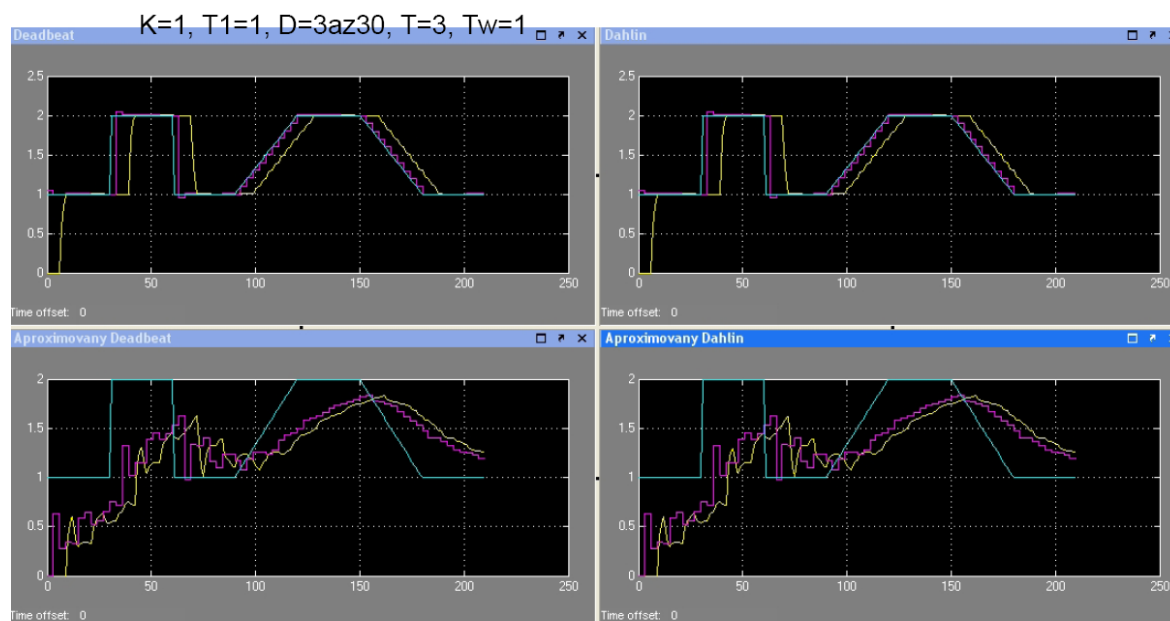


Obr. 16. Regulovaná soustava s parametry  $K=1$ ,  $T_1=1$ ,  $T_D=6$ ,  $T=1$ ,  $T_w=1$



Obr. 17. Regulovaná soustava s parametry  $K=1$ ,  $T_1=1$ ,  $T_D=6$ ,  $T=1$ ,  $T_w=6$



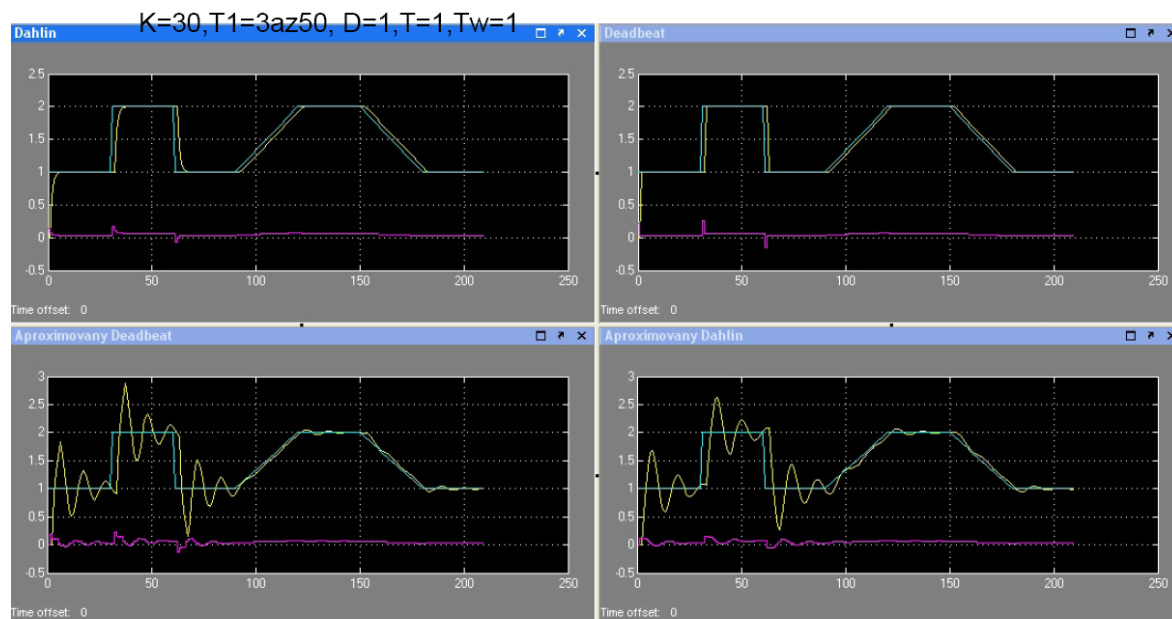


Obr. 18. Regulovaná soustava s parametry  $K=1$ ,  $T_1=1$ ,  $T_D=6$ ,  $T=3$ ,  $T_W=1$

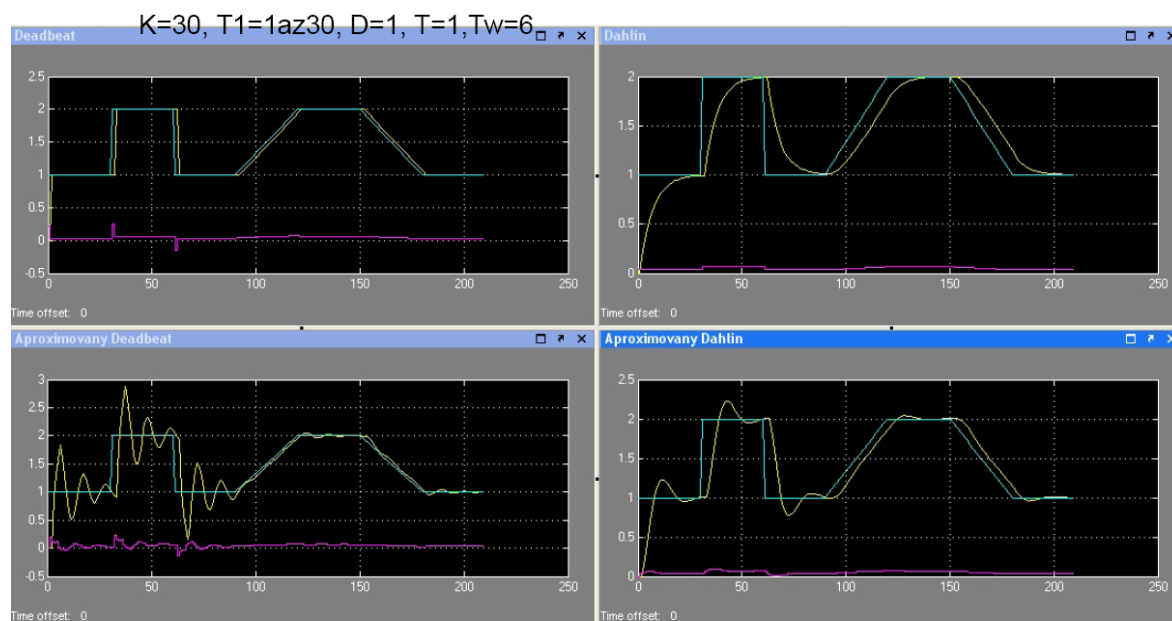
V tomto případě bylo testováno, jak působí zvyšování dopravního zpoždění na průběh regulace. U dead-beat a Dahlinova regulátoru jsou tyto průběhy skoro totožné. Při změně  $T_W$  se prodlouží doba dosažení žádané hodnoty a zároveň sníží velikost potřebného akčního zásahu. Změna periody vzorkování dává opět stejné výsledky.

U aproximovaných regulátorů každé zvýšení dopravního zpoždění způsobuje nestabilitu. Zvýšením  $T_W$  se aproximovaný Dahlin stává stabilnější. Změna periody vzorkování má vliv na průběh regulace u obou aproximovaných regulátorů, stávají se stabilnějšími, ale doba která je potřebná pro ustálení na žádané hodnotě je velká, přičemž se zvyšováním velikosti dopravního zpoždění se zvyšuje nestabilita.

### 2.2.4 Regulovaná soustava kde $K=30$ , $T_1=6$ , $T_D=1$



Obr. 19. Regulovaná soustava s parametry  $K=30$ ,  $T_1=6$ ,  $T_D=1$ ,  $T=1$ ,  $T_w=1$



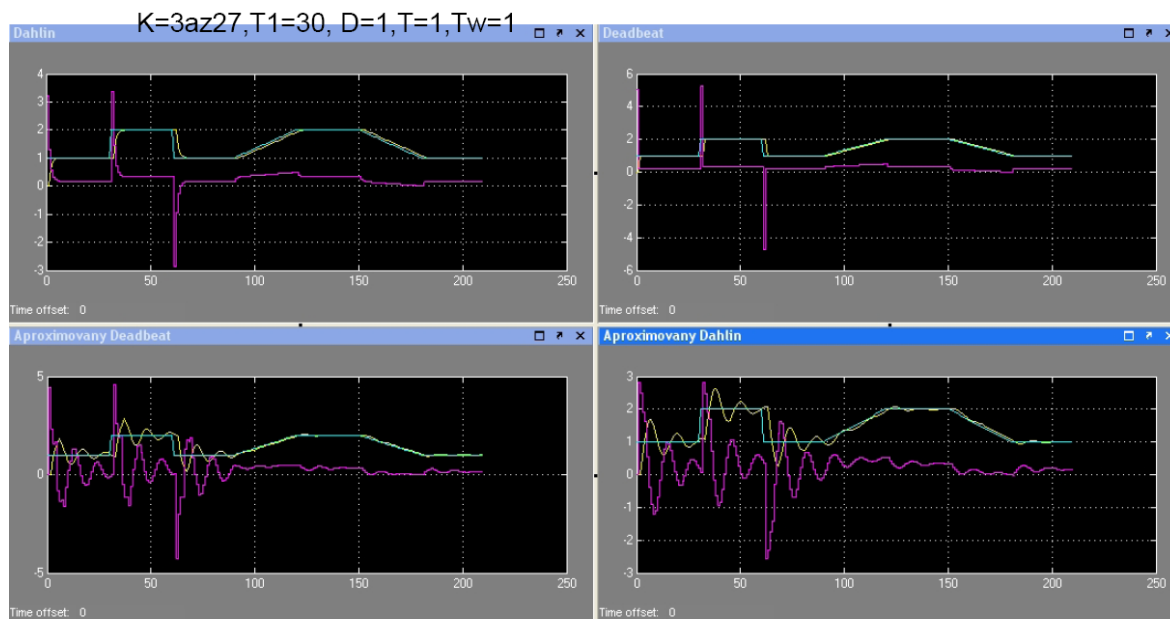
Obr. 20. Regulovaná soustava s parametry  $K=30$ ,  $T_1=6$ ,  $T_D=1$ ,  $T=1$ ,  $T_w=6$

Regulovanou soustavu s velkým zesílením a relativně malou časovou konstantou asi nejlépe reguluje dead-beat regulátor. S využitím o něco málo menších akčních zásahů a pomalejším dosažení žádané hodnoty reguluje Dahlin.

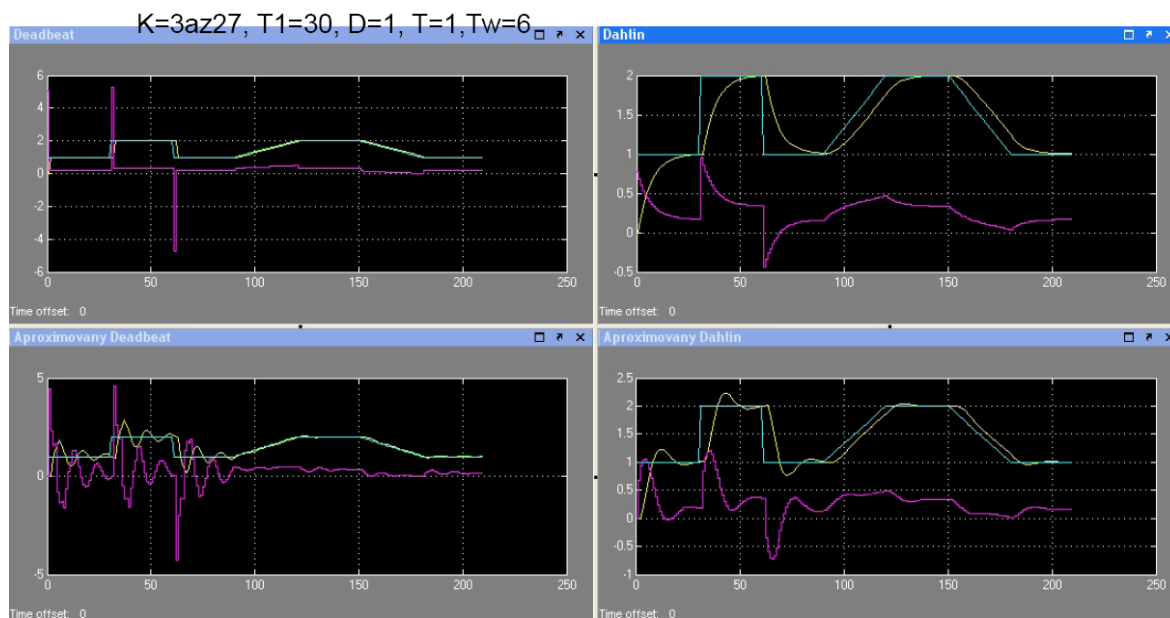
Na ustálení aproximovaných dvou regulátorů je nutná delší doba než kterou nám současná žádaná hodnota poskytuje. Se zvýšením  $T_w$  se opět u aproximovaného Dahlinova regulátoru sníží doba

ustálení na žádané hodnotě a její překmit je asi čtvrtinový jako u aproximovaného dead-beat regulátoru. Zvýšení periody vzorkování při těchto vstupních parametrech soustavy bylo příliš výpočetně náročné a proto tento výsledek simulace chybí.

### 2.2.5 Regulovaná soustava kde $K=6$ , $T_1=30$ , $T_D=1$



Obr. 21. Regulovaná soustava s parametry  $K=6$ ,  $T_1=30$ ,  $T_D=1$ ,  $T=1$ ,  $T_w=1$

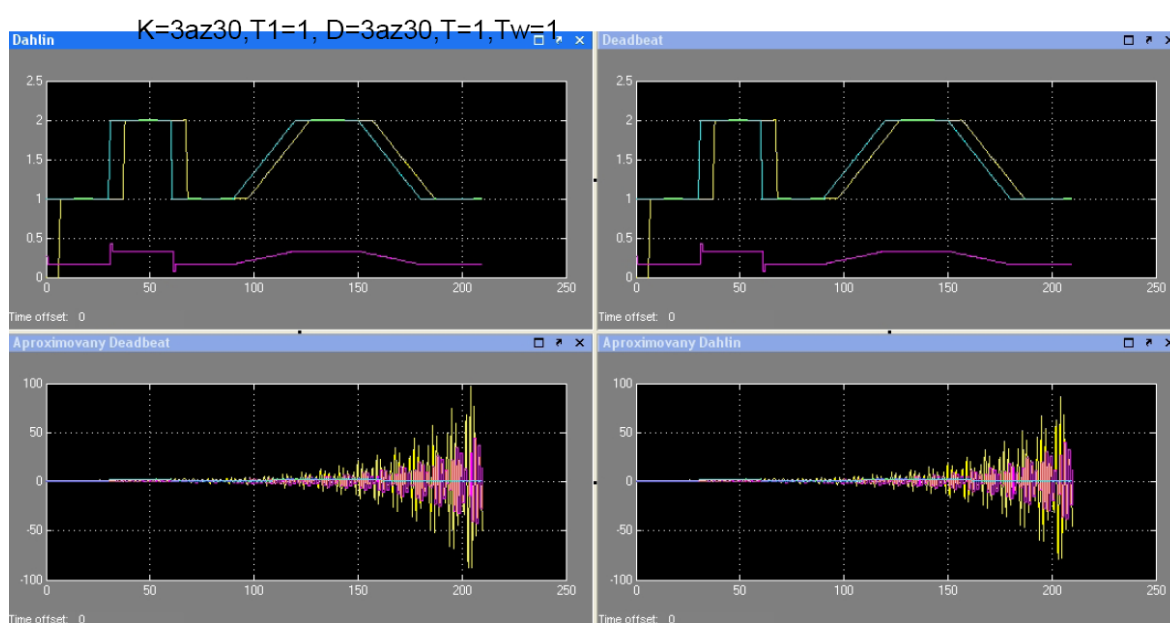


Obr. 22. Regulovaná soustava s parametry  $K=6$ ,  $T_1=30$ ,  $T_D=1$ ,  $T=1$ ,  $T_w=6$

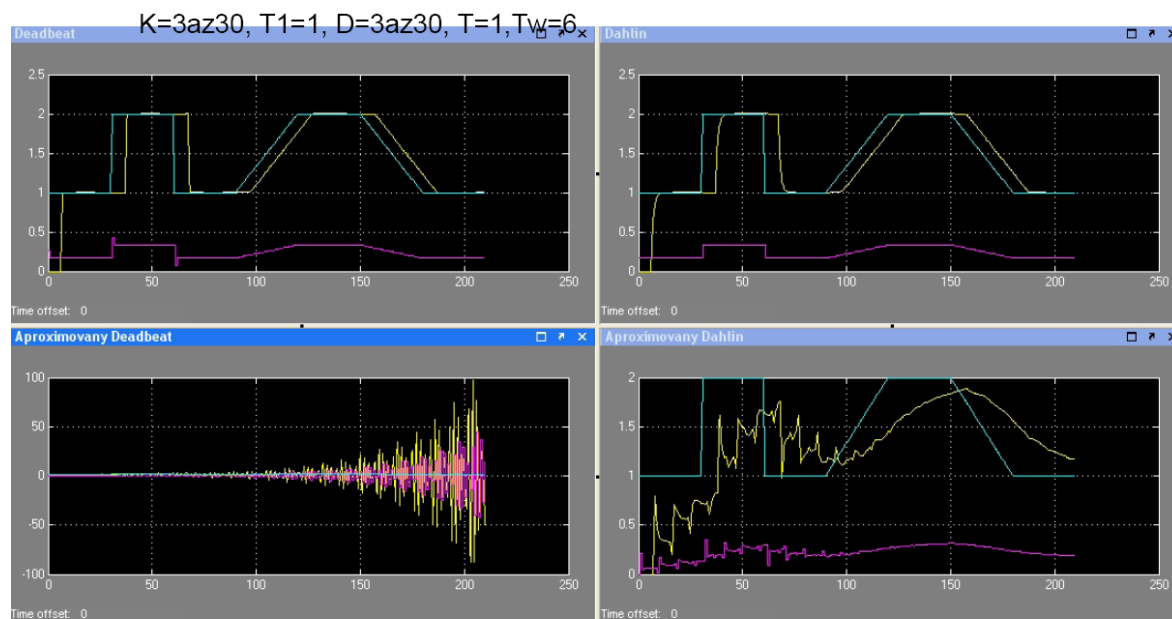
Pro soustavu s relativně malým zesílením a velkou časovou konstantou platí, že nejmenší hodnoty akčního zásahu pro regulování této soustavy využívá aproximovaný Dahlin. Doba jeho ustálení na žádané hodnotě je ovšem mnohem delší než při použití regulátorů bez aproximace.

Po zvýšení  $T_W$  se u Dahlinových regulátorů snížila hodnota potřebného akčního zásahu a doba ustálení obou je skoro totožná. Dead-beat regulátor dosáhne žádané hodnoty prakticky okamžitě a bez kmitání, ale s potřebou několikanásobné hodnoty akčního zásahu. Při zvýšení periody vzorkování na hodnotu  $T=3$  opět nebylo možné simulace realizovat.

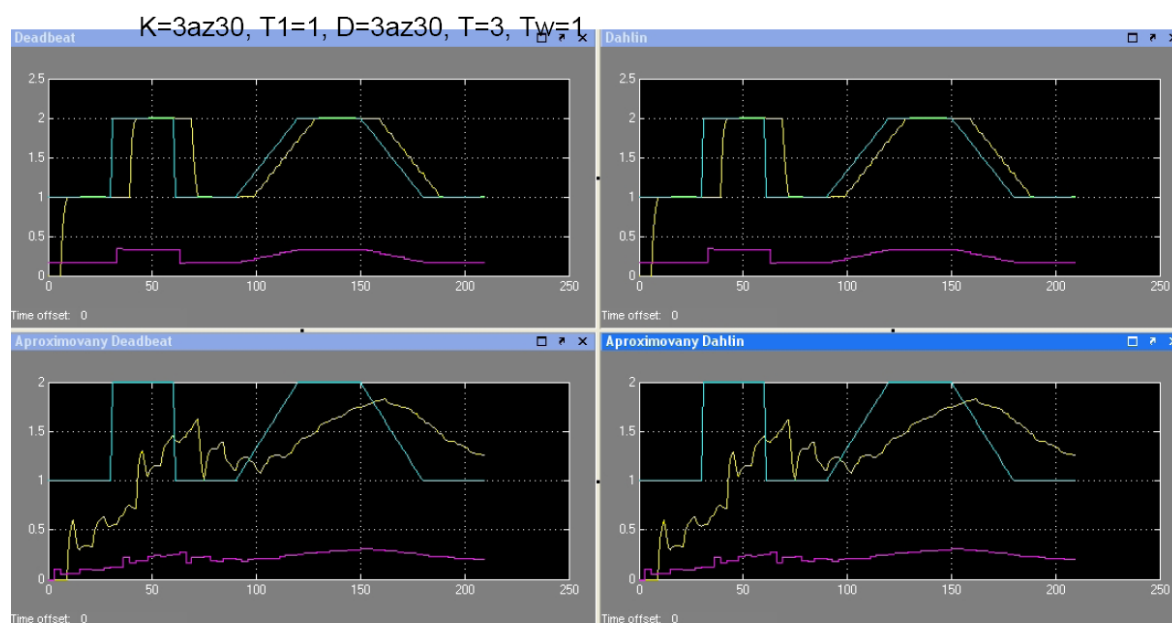
### 2.2.6 Regulovaná soustava kde $K=6$ , $T_1=1$ , $T_D=6$



Obr. 23. Regulovaná soustava s parametry  $K=6$ ,  $T_1=1$ ,  $T_D=6$ ,  $T=1$ ,  $T_W=1$



Obr. 24. Regulovaná soustava s parametry  $K=6$ ,  $T_1=1$ ,  $T_D=6$ ,  $T=1$ ,  $T_W=6$



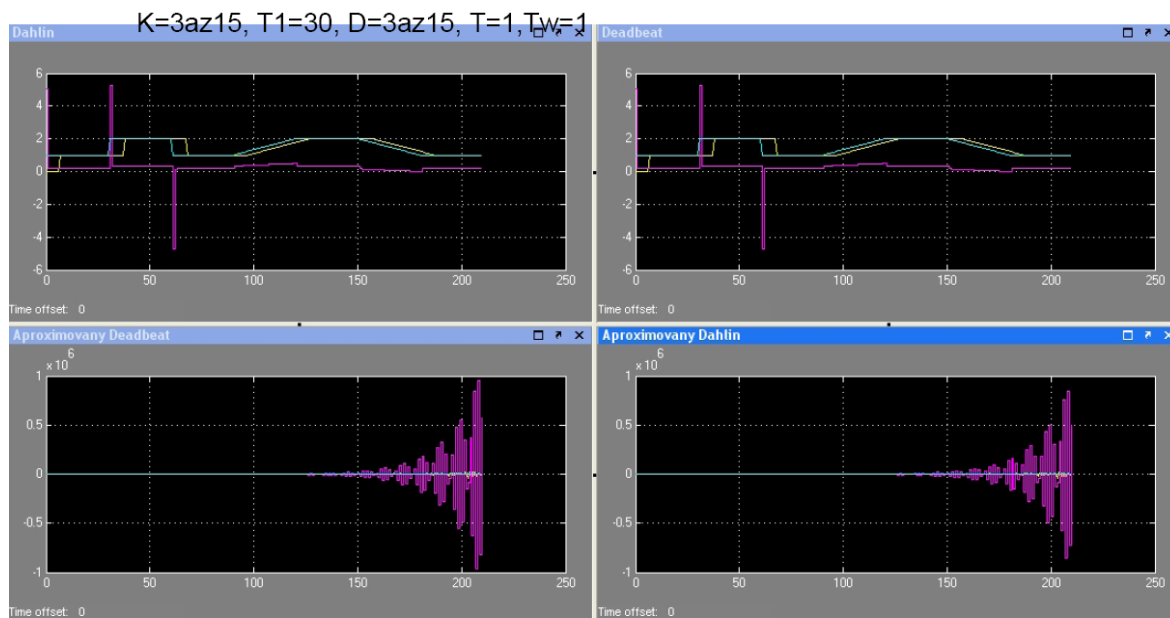
Obr. 25. Regulovaná soustava s parametry  $K=6$ ,  $T_1=30$ ,  $T_D=6$ ,  $T=3$ ,  $T_W=1$

V tomto pokusu jsem společně s hodnotou zesílení zvyšoval i hodnotu dopravního zpoždění. Průběh regulačního pochodu u dead-beat a Dahlinova regulátoru je prakticky totožný pro  $T_W=1$  a to i případě že měníme velikost periody vzorkování.

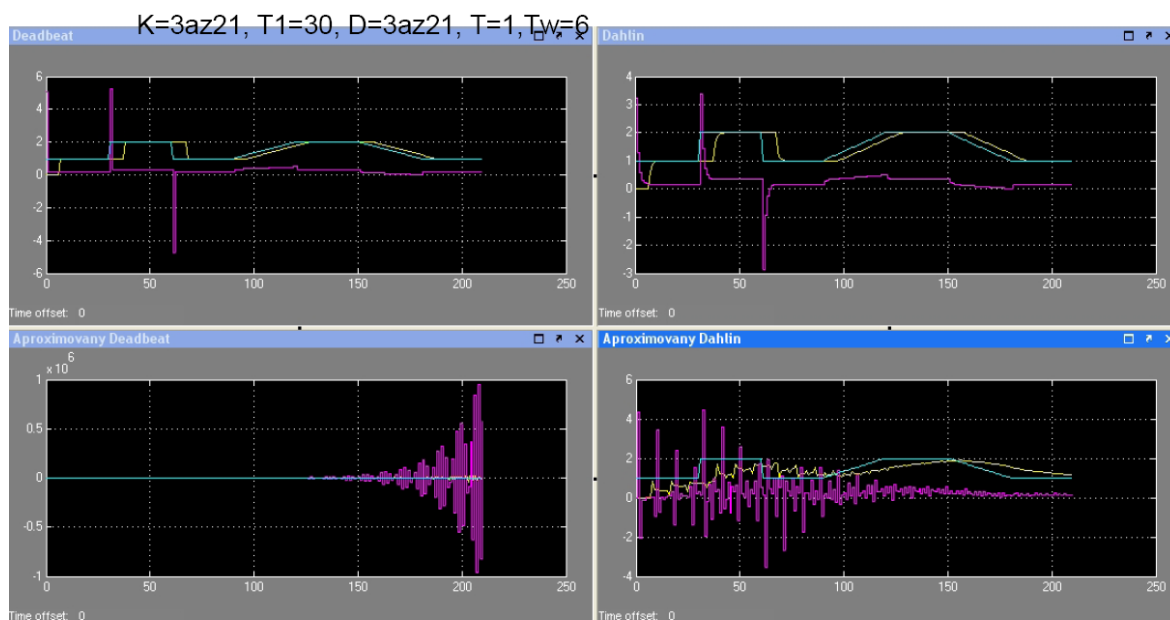
Jak už bylo dříve zjištěno, použité aproximované regulátory při zvýšení dopravního zpoždění způsobují nestabilitu soustavy, kterou je možné částečně odstranit použitím jiné hodnoty konstanty

$T_W$  u Dahlinova regulátoru nebo změnou periody vzorkování. Jak je vidět z obr. 25., jsou obě schémata aproximovaných regulátorů prakticky totožná.

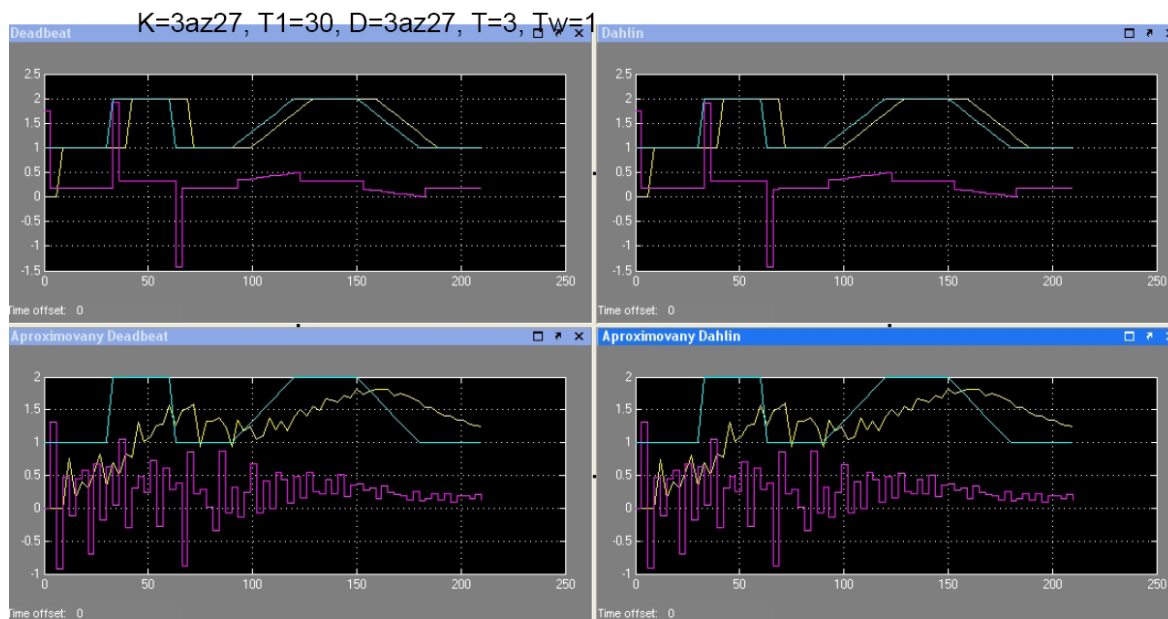
### 2.2.7 Regulovaná soustava kde $K=6$ , $T_1=30$ , $T_D=6$



Obr. 26. Regulovaná soustava s parametry  $K=6$ ,  $T_1=30$ ,  $T_D=6$ ,  $T=1$ ,  $T_W=1$



Obr. 27. Regulovaná soustava s parametry  $K=6$ ,  $T_1=30$ ,  $T_D=6$ ,  $T=1$ ,  $T_W=6$

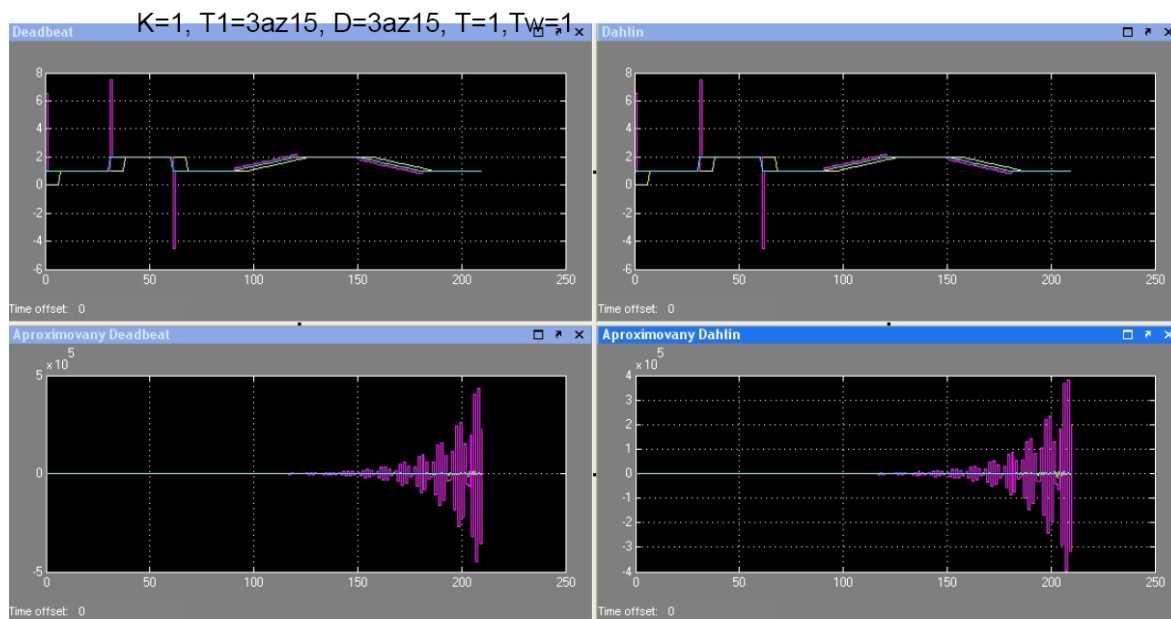


Obr. 28. Regulovaná soustava s parametry  $K=6$ ,  $T_1=30$ ,  $T_D=6$ ,  $T=3$ ,  $T_w=1$

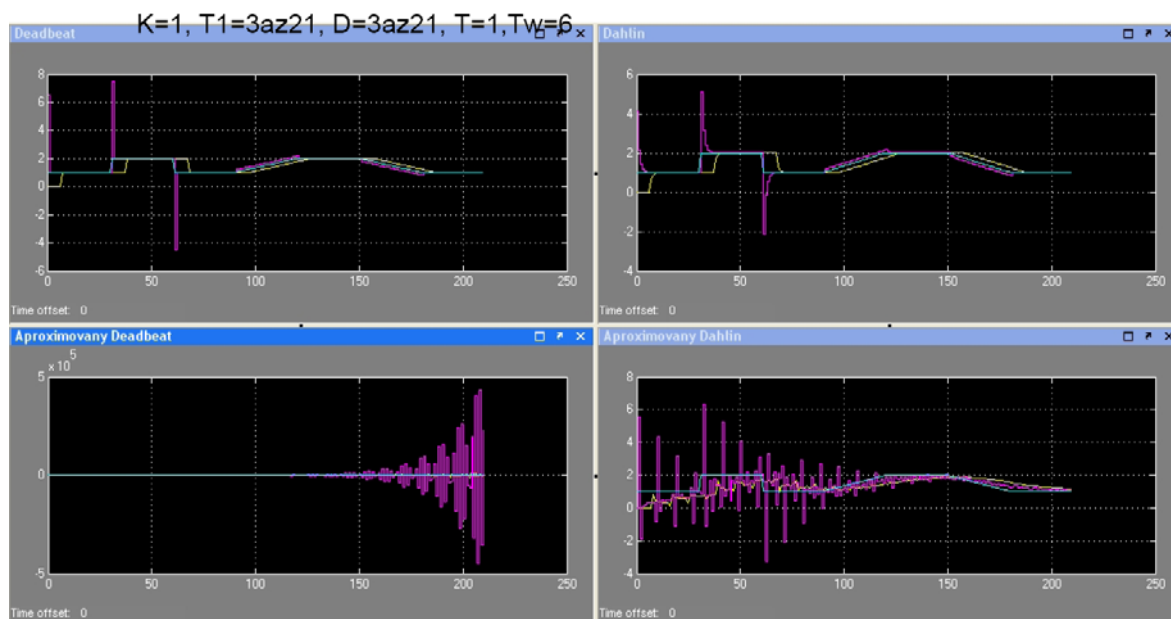
Nyní uvažujeme regulovanou soustavu s relativně velkou časovou konstantou a spolu se zesílením zvyšujeme i dopravní zpoždění. Při těchto počátečních podmínkách zvládly regulaci pouze deadbeat a Dahlinův regulátor. Je zřejmé, že při zvyšování zesílení je hodnota akčního zásahu pro dosažení žádané hodnoty stále menší. Hodnoty akčních zásahů u obou těchto regulátorů jsou totožné. Opět se při zvýšení konstanty  $T_w$  prodlouží doba dosažení žádané hodnoty a s tím se sníží potřebná hodnota akčního zásahu regulátoru.

Aproximované regulátory nám dávají nestabilní proces, jehož míra roste úměrně s velikostí dopravního zpoždění.

2.2.8 Regulovaná soustava kde  $K=1, T_1=6, T_D=6$

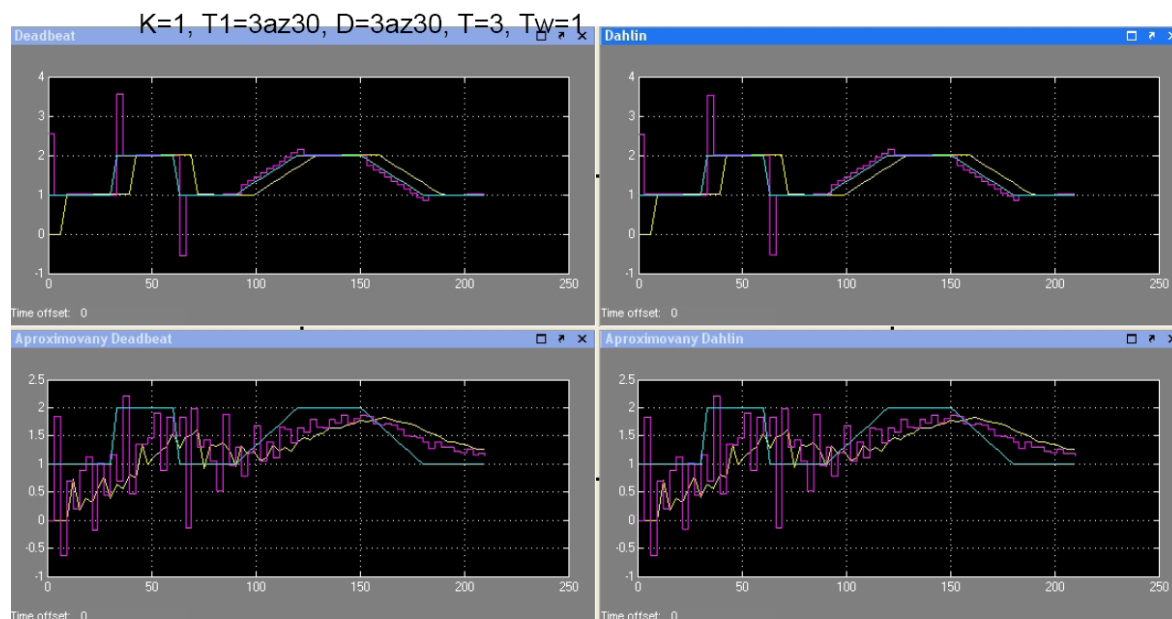


Obr. 29. Regulovaná soustava s parametry  $K=1, T_1=6, T_D=6, T=1, T_w=1$



Obr. 30. Regulovaná soustava s parametry  $K=1, T_1=6, T_D=6, T=1, T_w=6$



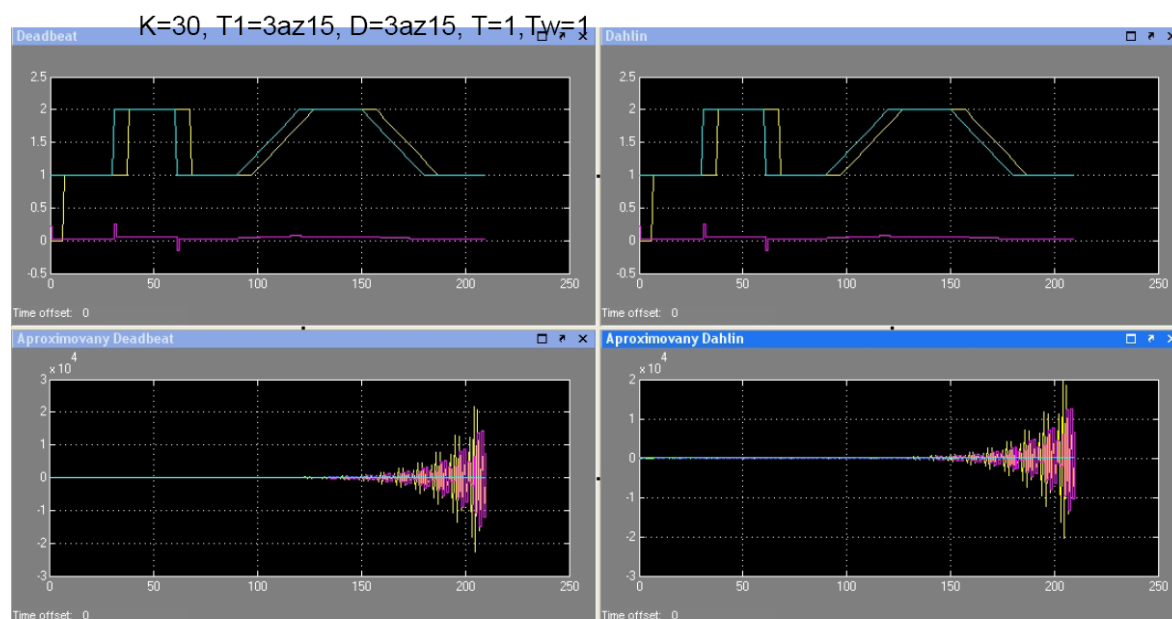


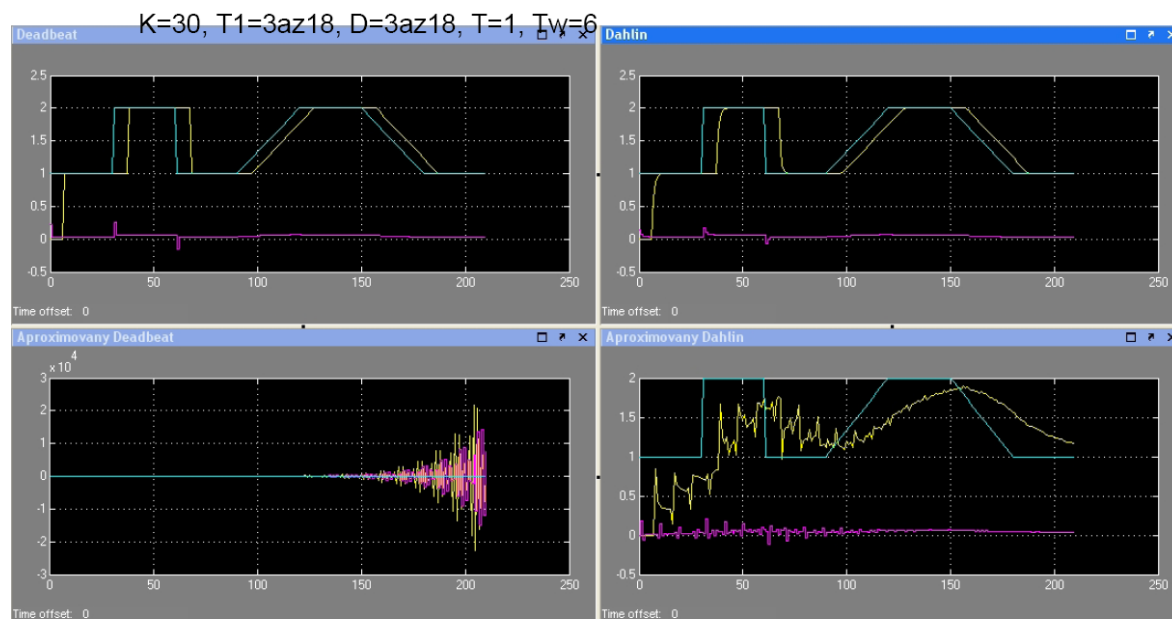
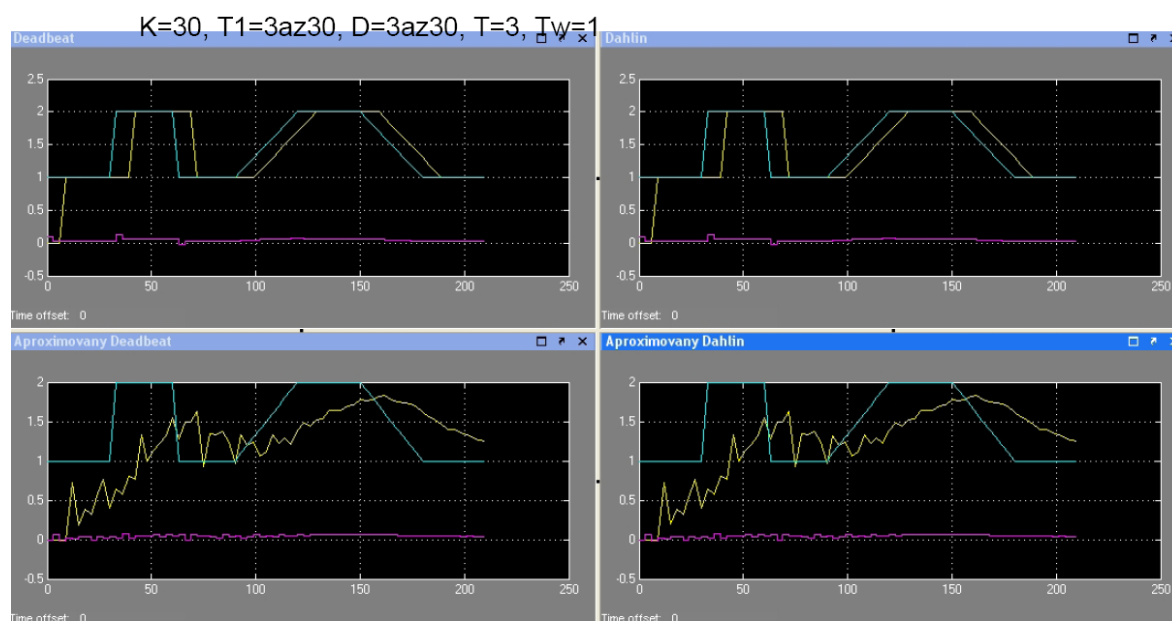
Obr. 31. Regulovaná soustava s parametry  $K=1, T_1=6, T_D=6, T=3, T_W=1$

V této simulaci byla zvolena rostoucí časová konstanta spolu s dopravním zpožděním. Už z obr. 29. je patrné že velikost hodnot akčních zásahů potřebná pro dosažení žádané hodnoty je velká a spolu s rostoucí parametry soustavy se dále zvyšuje. Snížit je jí možno použitím Dahlinova regulátoru, kde zvýšíme konstantu  $T_W$ , následkem toho se nám ale prodlouží doba dosažení žádané hodnoty.

Pokud necháme hodnotu  $T_W=1$ , potom budou regulační pochody u aproximovaných regulátorů totožné a se zvyšováním dopravního zpoždění roste i nestabilita soustavy.

## 2.2.9 Regulovaná soustava kde $K=30, T_1=6, T_D=6$



Obr. 32. Regulovaná soustava s parametry  $K=30$ ,  $T_I=6$ ,  $T_D=6$ ,  $T=1$ ,  $T_W=1$ Obr. 33. Regulovaná soustava s parametry  $K=30$ ,  $T_I=6$ ,  $T_D=6$ ,  $T=1$ ,  $T_W=6$ Obr. 34. Regulovaná soustava s parametry  $K=1$ ,  $T_I=6$ ,  $T_D=6$ ,  $T=3$ ,  $T_W=1$ 

Při zkušenostech z předchozích simulací jsem očekával, že při velkém zesílení bude nutná hodnota akčního zásahu pro řízení soustavy malá. Což se také potvrdilo. Spolu s rostoucí časovou konstantou se zvyšuje velikost potřebných hodnot akčního zásahu. Průběh regulačního pochodu je totožný pro oba regulátory, za předpokladu že  $T_W=1$ . Změna  $T_W$  má stejný vliv jako ve všech již dříve uvedených případech.

U aproximovaných regulátorů je viditelné, že velká hodnota zesílení jen podporuje nestabilitu systému.

### **2.2.10 Regulovaná soustava kde $K=1$ , $T_1=3$ , $T_D=3$ kde $T=1$ až $6$ , $T_W=3$**

Jak je možné vidět v příloze této práce, změna periody vzorkování má zásadní vliv na kvalitu regulace a stabilitu regulovaného systému. Při zvolení krátkých časových úseků na ustálení žádané hodnoty dosáhla nejlepších výsledků soustava s periodou  $T=1$ . Celkově platí, že u aproximovaných regulátorů je nutná doba na ustálení na žádané hodnotě podstatně delší. Pro periodu vzorkování  $T=3$  je také možno dosáhnout ustálení na regulované veličině, ale u Dahlinových regulátorů by bylo nutné snížit konstantu  $T_W$ , jak si ukážeme v následujícím případě.

### **2.2.11 Regulovaná soustava kde $K=1$ , $T_1=3$ , $T_D=3$ kde $T=3$ , $T_W=1$ až $6$**

Jak už bylo nejednou řečeno, volba konstanty  $T_W$  u Dahlinova regulátoru dokáže nemalou měrou ovlivnit vlastnosti regulátoru a tím i výslednou regulovanou veličinu. Jak je viditelné v příloze, čím menší hodnotu této konstanty volíme, tím rychleji Dahlinův regulátor dosáhne žádané hodnoty. Při zvyšování této konstanty se u Dahlinova regulátoru prodlužuje doba dosažení žádané hodnoty, ale u aproximovaného Dahlinova regulátoru se tato doba naopak zkracuje a spolu s tím se také snižuje překmit žádané hodnoty což ve srovnání s aproximovaných dead-beat regulátorem poskytuje mnohem větší stabilitu regulačního obvodu.

### **2.2.12 Regulovaná soustava kde $K=1$ , $T_1=3$ , $T_D=3$ kde $T=1$ až $5$ , $T_W=1$ až $5$**

Tato simulace měla zjistit, zda při vzájemné změně periody vzorkování spolu s konstantou  $T_W$  může v některém z případů dojít k jiným výsledkům než jakých jsme dosáhli v předchozích dvou kapitolách. Verdiktem tedy je, že je mnohem efektivnější zkoumat chování systému při změnách pouze jednoho z parametrů soustavy, protože oba tyto parametry mohou v určitých případech způsobit nestabilitu systému.

### **2.2.13 Regulovaná soustava kde $K=3$ , $T_1=1$ , $T_D=3$ kde $T=1$ až $5$ , $T_W=3$**

Uvažujeme-li soustavu s těmito parametry a zkoumáme vliv změny periody vzorkování na kvalitu regulačního pochodu, dojde opět k výsledku, že její je opět zásadní pro stabilitu regulované soustavy, což můžeme vidět v příloze.

### 2.2.14 Regulovaná soustava kde $K=3$ , $T_1=1$ , $T_D=3$ kde $T=3$ , $T_w=1$ až 5

Jak můžeme vidět, zvyšování zesílení soustavy má vliv na velikost hodnot akčního zásahu. S rostoucím zesílením, se snižuje potřebná velikost hodnoty akčního zásahu regulátoru. Tyto parametry soustavy nemají vliv na funkci konstanty  $K_w$  v regulačním obvodu.

## 2.3 Porovnání robustnosti regulátorů

Na základě parametrické neurčitosti budu nyní porovnávat robustnost dead-beat a Dahlinova regulátoru navrženého jak pro soustavu prvního řádu s dopravním zpožděním, tak pro aproximovanou soustavu prvního řádu s dopravním zpožděním Pade aproximací. Na základě předchozích zjištění, jak reagují mnou zvolené regulátory na změny parametrů soustavy jsem zvolil přenos, periodu vzorkování a konstantu uzavřeného regulačního obvodu.

$$G(s) = \frac{27}{34s + 1} e^{-3s}$$

$$T = 3$$

$$T_w = 4$$
(92)

Tyto hodnoty jsem zadal do výše uvedeného programu na výpočet parametrů těchto regulátorů. Tím jsem získal následující přenosy regulátorů.

Dead-beat regulátor:

$$G_R(z) = \left( \frac{0,4385 - 0,4015z^{-1}}{1 - z^{-2}} \right)$$
(93)

Dahlinův regulátor:

$$G_{R1}(z) = \left( \frac{0,2314 + 0,2118z^{-1}}{1 - 0,4724z^{-1} - 0,5276z^{-2}} \right)$$
(94)

Dead-beat regulátor pro aproximovanou soustavu:

$$G_{R1}(z) = \left( \frac{0,3831z^{-1} - 0,4026z^{-2} + 0,0475z^{-3}}{1 + 0,1331z^{-1} - z^{-4} + 0,1331z^{-5}} \right)$$
(95)

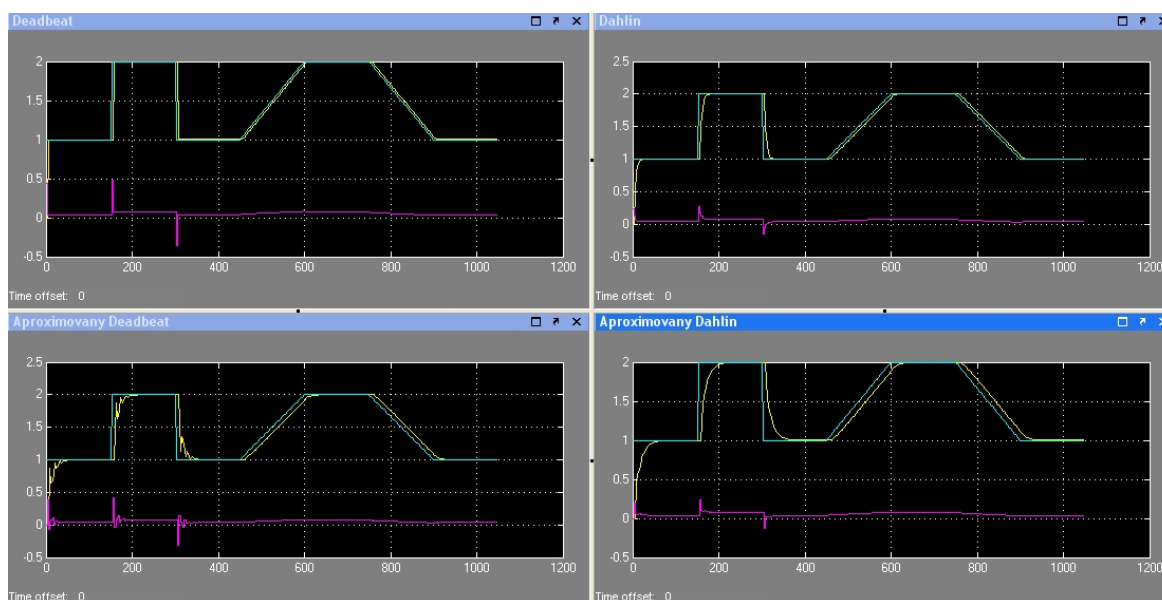
Dahlinův regulátor pro aproximovanou soustavu:

$$G_R(z) = \left( \frac{0,2021z^{-1} - 0,2124z^{-2} + 0,0250z^{-3}}{1 - 0,3393z^{-1} - 0,0629z^{-2} - 0,5276z^{-4} - 0,0702z^{-51}} \right) \quad (96)$$

V následující simulaci byly použity pouze tyto uvedené regulátory a postupně jsem měnil vždy jeden parametr regulované soustavy až do chvíle kdy se regulační obvod stal nestabilní. Tedy pro regulátory dané rovnicemi 104-107 použiji vždy model popsany rovnicemi 103 a jedním parametrem měním chování skutečné regulované soustavy. Opět zde uvedu tabulku pro snadnější orientaci, tentokrát v příloze 2.

Tab. 3. Hodnoty provedených simulací pro přílohu číslo 2

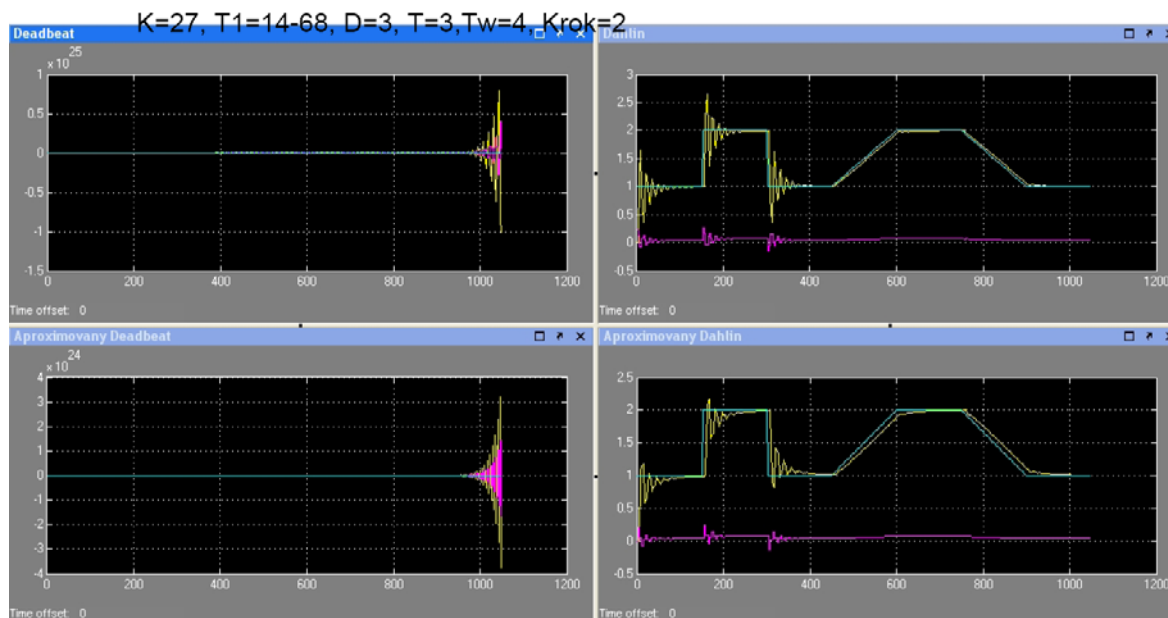
| Simulace | Sekvence | K    | T <sub>I</sub> | T <sub>D</sub> | T   | T <sub>W</sub> | Strana |
|----------|----------|------|----------------|----------------|-----|----------------|--------|
| 1        | 150,300  | 27   | 14-145         | 3              | 3   | 4              | 1-43   |
| 2        | 150      | 1-55 | 34             | 3              | 3   | 4              | 44-72  |
| 3        | 150      | 27   | 34             | 1-5            | 3   | 4              | 73-77  |
| 4        | 150      | 27   | 34             | 3              | 1-5 | 4              | 77-82  |



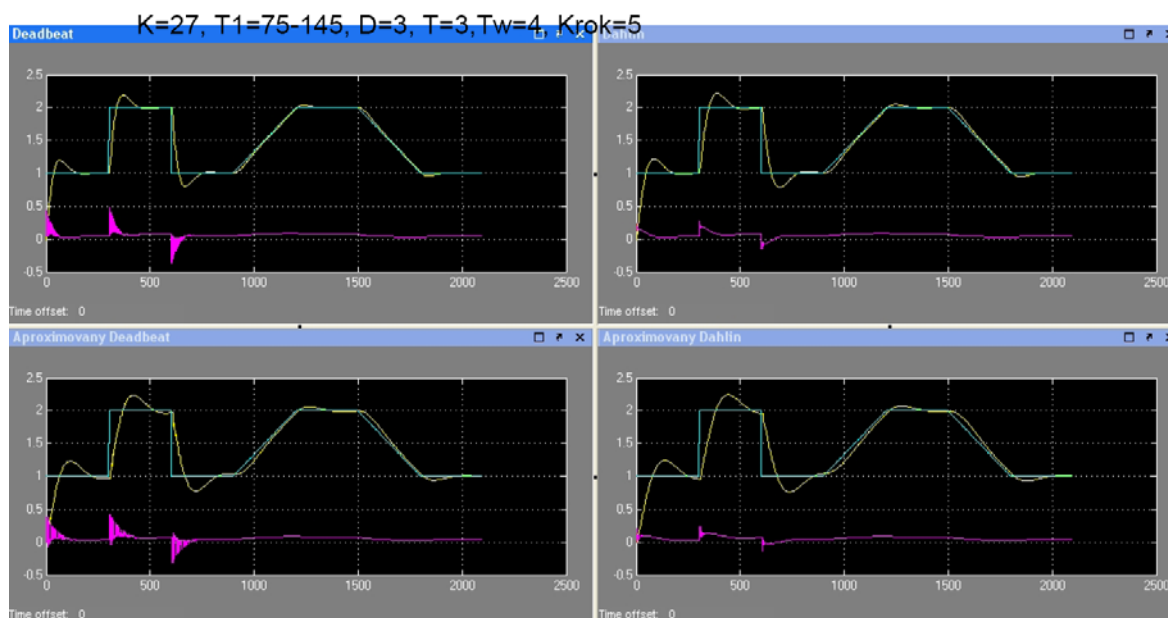
Obr. 35. Regulovaná soustava s parametry  $K=27$ ,  $T_I=34$ ,  $T_D=3$ ,  $T=3$ ,  $T_W=4$

Na obr. 35. vidíme průběhy regulace pro zvolenou soustavu. Nejrychleji dosáhl žádané hodnoty dead-beat regulátor, přičemž také potřeboval největší hodnotu akčního zásahu. Aproximovaný dead-beat regulátor má snahu kmitat, tyto kmity se ovšem ztratí hned po dosažení žádané hodnoty.

Dahlinův regulátor a aproximovaný Dahlinův regulátor mají totožné průběhy, pouze aproximovaný Dahlin později dosáhne žádané hodnoty. Hodnoty akčních zásahů použitých u těchto dvou regulátorů jsou asi poloviční než pro dead-beat regulátor a aproximovaný dead-beat regulátor.



Obr. 36. Regulovaná soustava s parametry  $K=27$ ,  $T_1=14$ ,  $T_D=3$ ,  $T=3$ ,  $T_W=4$

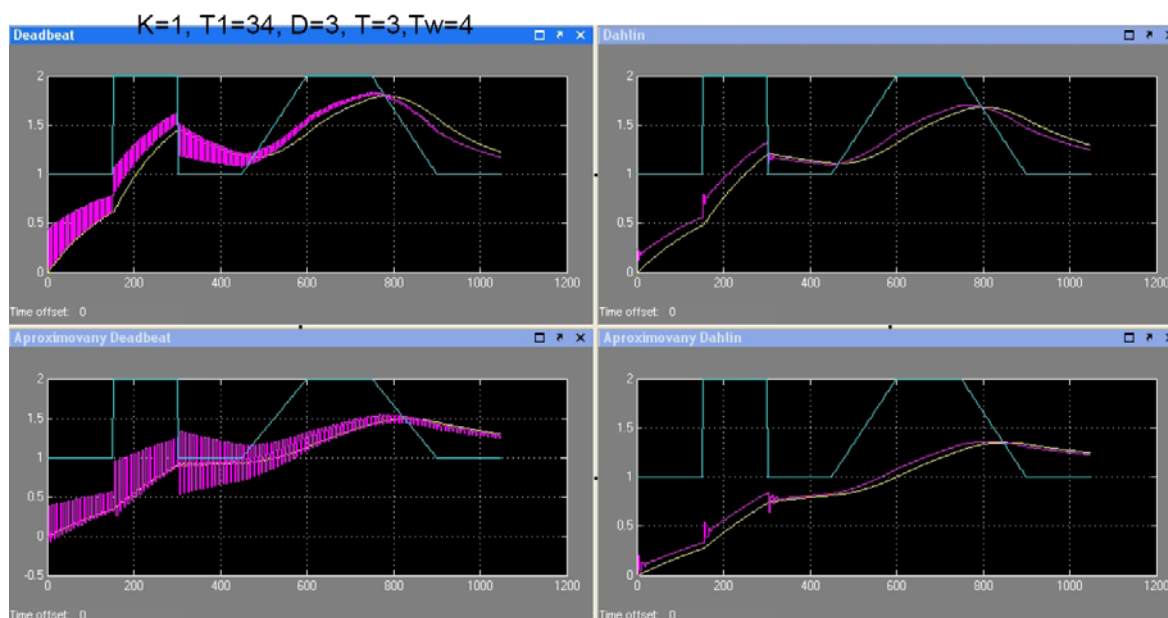


Obr. 37. Regulovaná soustava s parametry  $K=27$ ,  $T_1=145$ ,  $T_D=3$ ,  $T=3$ ,  $T_W=4$

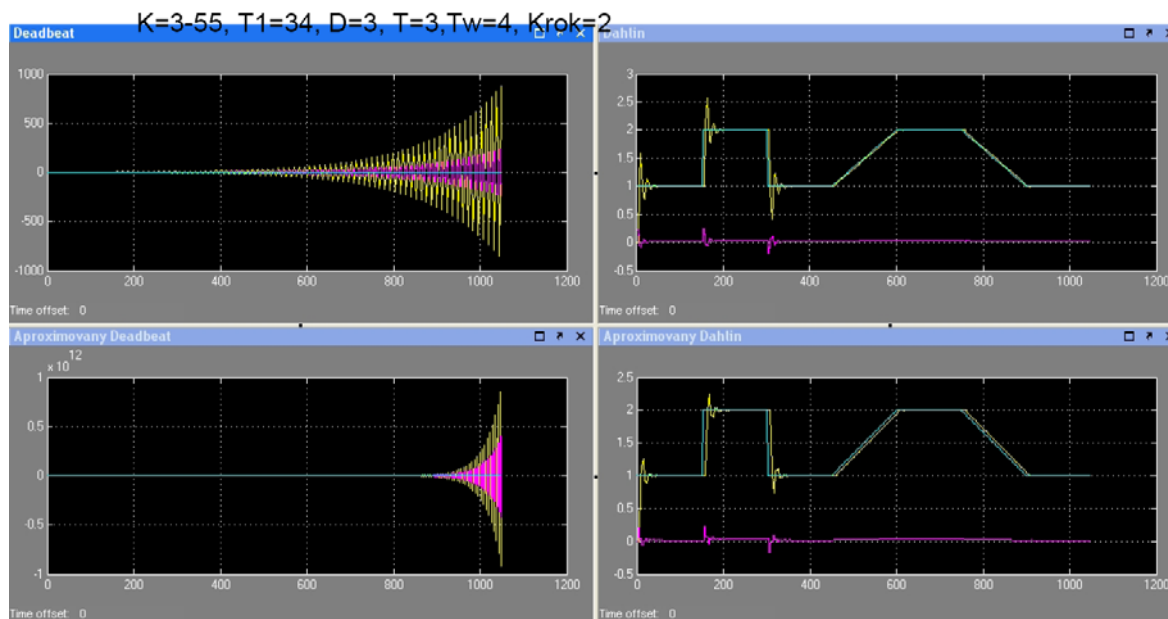
Obr. 36. a obr. 37. demonstrují chování regulovaných soustav při změně časové konstanty  $T_1$ . Stále uvažujeme pouze regulátory 93 až 96. Při zmenšování časové konstanty se regulační obvody

postupně stávají nestabilními. Oba dead-beat regulátory ztrácí schopnost regulace již ve chvíli, kdy je časová konstanta zmenšena na polovinu výchozí hodnoty, v našem případě tedy  $T_I=16$ , kdežto Dahlinovy regulátory teprve začínají kmitat, ale po chvíli se ustálí na žádané hodnotě a to stále za využití asi poloviční velikosti hodnoty akčního zásahu než oba dead-beat regulátory.

Nyní se podívejme na opačný případ, na obr. 37.. Časovou konstantu jsem zvětšoval až do trojnásobku původní hodnoty. Dead-beat regulátor vykazuje stejné chování jako Dahlinův regulátor a taktéž oba aproximované regulátory se chovají stejně. Rozdíl zaznamenáme opět pouze ve velikosti hodnot akčních zásahů, které jsou u Dahlinových regulátorů menší. Se zvětšováním časové konstanty se prodlužuje doba ustálení na žádané hodnotě, ale při zvětšení sekvence, jak je demonstrováno, k ustálení dojde. Nevýhodou může být, že od hodnoty  $T_I=42$  nám u všech regulátorů začal vznikat překmit žádané hodnoty.



Obr. 38. Regulovaná soustava s parametry  $K=1$ ,  $T_I=34$ ,  $T_D=3$ ,  $T=3$ ,  $T_w=4$

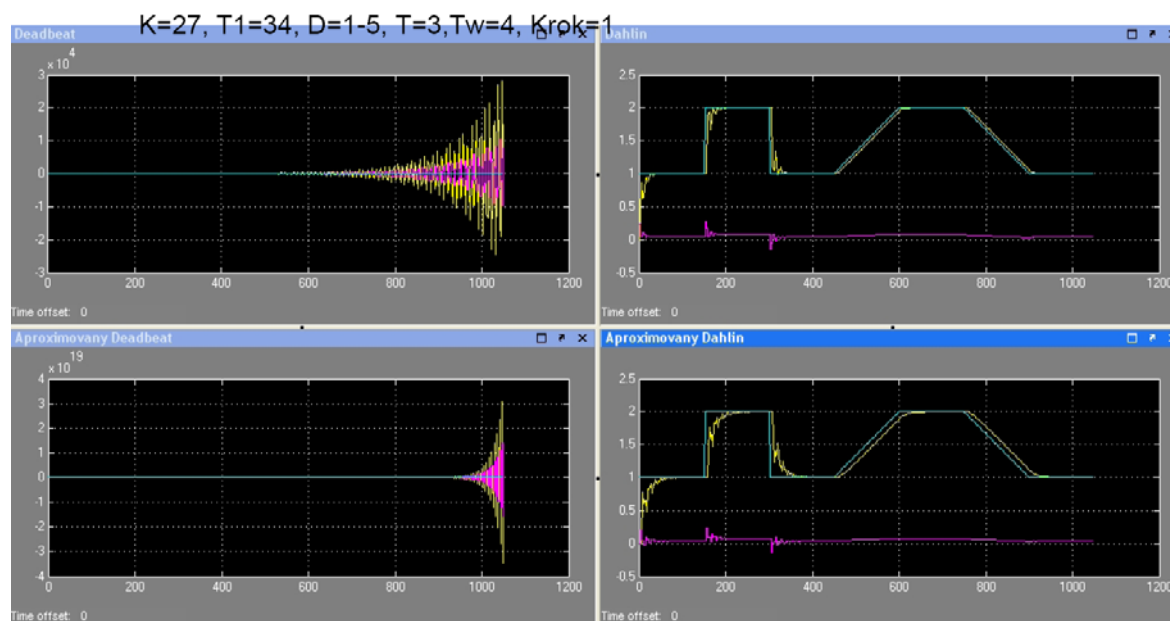


Obr. 39. Regulovaná soustava s parametry  $K=55$ ,  $T_1=34$ ,  $T_D=3$ ,  $T=3$ ,  $T_W=4$

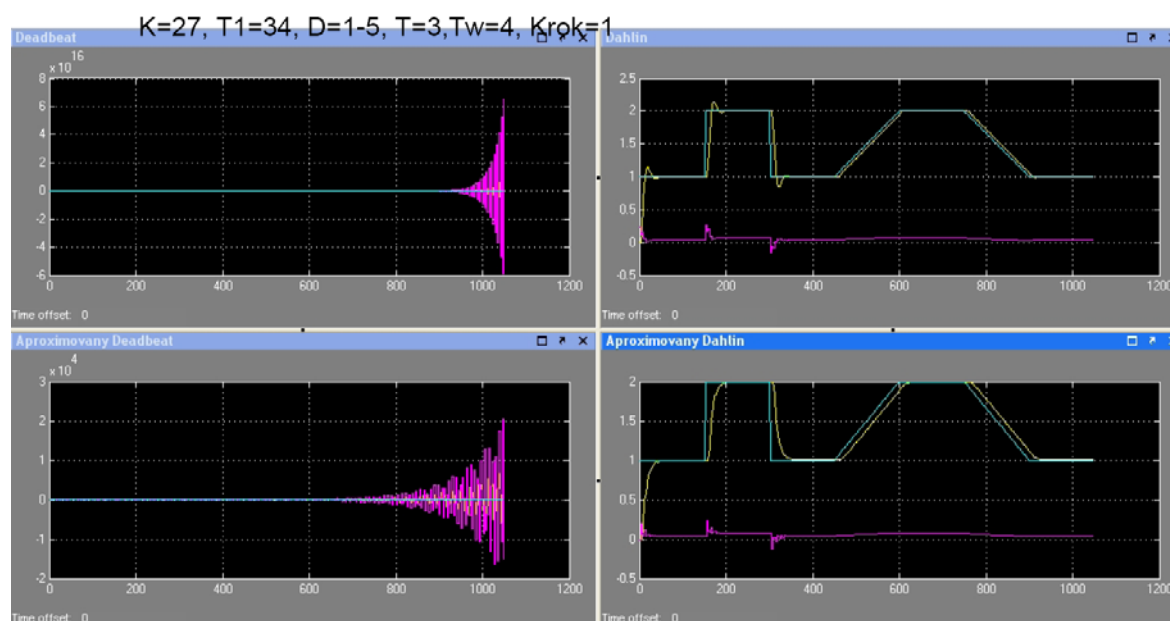
V tomto případě jsme sledovali chování regulované soustavy při změnách zesílení  $K$ . Začněme tedy tím, co se dělo při jeho zmenšování. U všech regulátorů došlo k prodlužování doby dosažení žádané hodnoty, přičemž ale nedošlo k rozkmitání soustavy. Můžeme říci, že dead-beat regulátor dosahoval žádané hodnoty nejrychleji, což může být ovlivněno volbou konstanty  $T_W$  u Dahlinových regulátorů, jak jsme již dříve zjistili. Avšak pokud srovnáme průběhy akčních veličin, je zcela zřejmé, že Dahlinovy regulátory způsobí mnohem menší opotřebení akčního členu.

Naopak při zvětšování zesílení došlo u dead-beat regulátorů dříve ke vzniku překmitu žádané hodnoty, což při dalším zvyšování  $K$  vedlo k rozkmitání regulované veličiny a následně i nestabilitě. Ve chvíli kdy už obě soustavy řízené dead-beat regulátory byly nestabilní, Dahlinovy regulátory stále umožňují kvalitní regulaci, i přesto že dochází k překmitu žádané hodnoty a velmi pomalu k rozkmitání výstupní veličiny. Doba ustálení na žádané hodnotě je jen o něco málo větší než při výchozím  $K=34$ . Z pohledu velikosti hodnot akčního zásahu se opět Dahlinovy drží asi na polovině velikosti hodnot akčních zásahů dead-beat regulátorů.





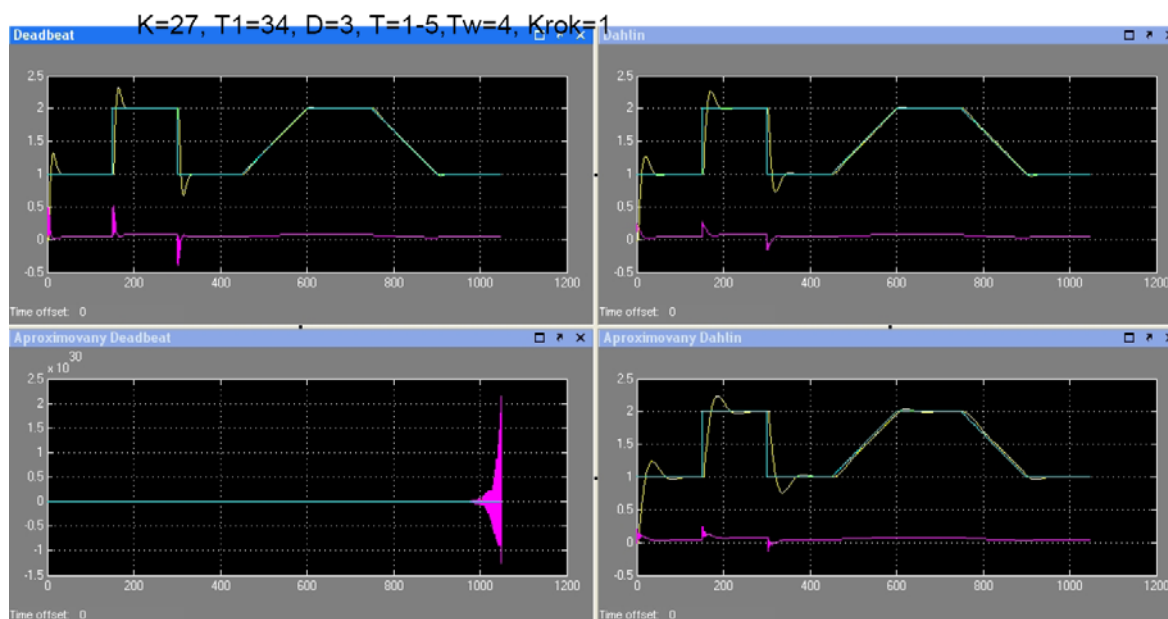
Obr. 40. Regulovaná soustava s parametry  $K=27$ ,  $T_1=34$ ,  $T_D=1$ ,  $T=3$ ,  $T_w=4$



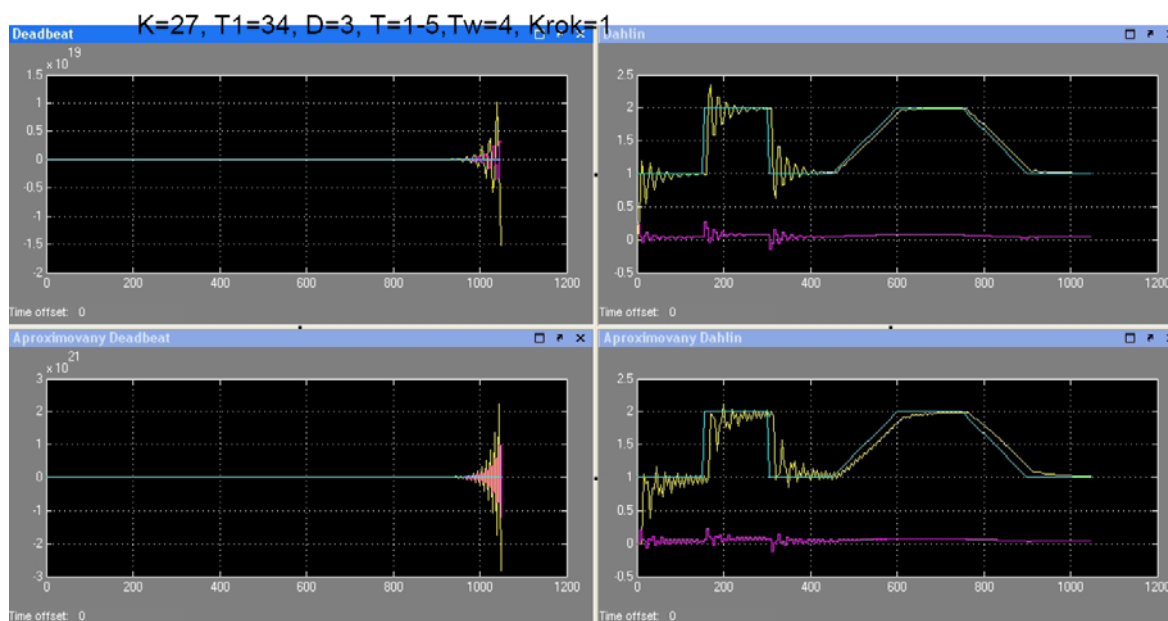
Obr. 41. Regulovaná soustava s parametry  $K=27$ ,  $T_1=34$ ,  $T_D=5$ ,  $T=3$ ,  $T_w=4$

V reálné regulované soustavě může docházet nejen ke změnám zesílení či časové konstanty, ale také ke změně dopravního zpoždění soustavy. Při snižování hodnoty dopravního zpoždění docházelo u dead-beat regulátorů k rozkmitání a tím i následně k nestabilitě. Naopak tomu bylo u Dahlinových regulátorů, kde k překmitu vůbec nedocházelo, došlo pouze k malému rozkmitání regulované veličiny před dosažením žádané hodnoty. V každém případě Dahlinovy regulátory opět zvládaly dosáhnout žádané hodnoty asi ve dvojnásobném čase než pro  $T=3$ .

Při snižování hodnoty dopravního zpoždění docházelo u dead-beat regulátorů k rozkmitání a tím i následně k nestabilitě a v tuto chvíli Dahlinův regulátor zvládal regulaci pouze s malým překmitem žádané hodnoty. Je zajímavé, že u aproximovaného Dahlinova regulátoru v tuto chvíli nedocházelo ani k překmitu žádané hodnoty a dokonce její dosažení bylo rychlejší než pro  $T=3$ . Stejně jako v předchozích případech byla velikost hodnot akčních zásahů u Dahlinových regulátorů asi poloviční ve srovnání s dead-beat regulátory.



Obr. 42. Regulovaná soustava s parametry  $K=27, T_1=34, T_D=3, T=1, T_w=4$



Obr. 43. Regulovaná soustava s parametry  $K=27, T_1=34, T_D=3, T=5, T_w=4$

Jako poslední uvedu změnu chování regulace při změně periody vzorkování, než pro jakou byly navrženy regulátory. Stejně jako v předchozích případech začneme popisem chování při jejím snižování. Při prvním snížení se na všech průbězích objevil překmit žádané hodnoty, přičemž u soustavy řízené aproximovaných dead-beat regulátorem docházelo k nepatrnému rozkmitání regulované veličiny. Při snížení o další hodnotu se překmit ještě zvýšil a došlo k nestabilitě při regulaci aproximovaným dead-beat regulátorem. Nejrychleji dosáhl ustálení na žádané hodnotě dead-beat regulátor. U obou Dahlinových regulátorů je patrný vznikají podkmit žádané hodnoty.

V opačném případě, tedy když zvyšujeme hodnotu periody vzorkování, dochází k postupnému rozkmitání u všech obvodů. Ve chvíli kdy při řízení dead-beat regulátory dojde k nestabilitě, soustavy řízené Dahlinovými regulátory vykazují kmitání regulované hodnoty kolem žádané veličiny, ale stále dojde po čase k jejímu ustálení. I zde platí, že velikost hodnoty akčního zásahu je u Dahlinových regulátorů asi poloviční při srovnání s dead-beat regulátory.

## 2.4 Zhodnocení

Při srovnávání robustnosti dead-beat a Dahlinova regulátoru a to ať už byl navržen přímo pro soustavu s dopravním zpožděním nebo dopravní zpoždění bylo nejprve aproximováno, můžeme říci, že Dahlinův regulátor je pro všechny situace které nastaly při simulacích stejně nebo ve většině případů mnohem více robustní než dead-beat regulátor. Taktéž platí, že velikost hodnoty nutného akčního zásahu k dosažení, případně ustálení na žádané hodnotě, byla u Dahlinova regulátoru vždy menší, z toho plyne menší opotřebení akčního členu a tím i jeho větší životnost. Naopak při větší neurčitosti nebo chybě mezi modelem a reálnou soustavou způsobovala, ve srovnání s dead-beat regulátorem navrženým přímo pro soustavu s dopravním zpožděním, o něco pozdější dosažení žádané hodnoty. Přičemž jak ale bylo zjištěno, rychlost dosažení žádané hodnoty pomocí Dahlinova regulátoru je závislá na volbě parametru  $T_W$ . Tato srovnání probíhala na základě parametrické neurčitosti s jedním neurčitým parametrem.

## ZÁVĚR

Bakalářská práce se zabývá problematikou dead-beat a Dahlinova regulátoru s cílem vytvořit program pro výpočet jejich parametrů pro konkrétní soustavu a následně je srovnat z hlediska robustnosti.

Teoretická část popisuje robustnost a základní vztahy, které ji definují. Za tímto účelem jsem prostudoval a popsal význam neurčitosti, konkrétně parametrické neurčitosti s jedním neurčitým parametrem, která je nedílnou součástí robustnosti. Další stěžejní částí mé práce jsou dead-beat a Dahlinův regulátor. Prohloubil jsem si tak mé dosavadní znalosti, které byly v případě Dahlinova regulátoru získány převážně z cizojazyčné literatury.

Tyto znalosti jsem využil pro realizaci dead-beat a Dahlinova regulátoru v MATLABu. Součástí realizace bylo Simulinkové schéma. To mi umožnilo rozšířit si své znalosti práce v integrovaném prostředí MATLAB. Program počítá parametry dead-beat a Dahlinova regulátoru pro soustavu prvního řádu s dopravním zpožděním a pro Pade aproximací aproximovanou soustavu prvního řádu s dopravním zpožděním. Za pomoci Simulinkového schématu je možné vidět průběh regulace jednotlivých soustav, kde uvidíme žádanou hodnotu, regulovanou veličinu a hodnotu akčních zásahů regulátorů.

Hlavním cílem mé práce bylo srovnání robustnosti dead-beat a Dahlinova regulátoru. Před srovnáním jsem musel provést analýzu chování dead-beat a Dahlinova regulátoru při použití pro různé typy soustav. Na základě této analýzy jsem zvolil vhodnou soustavu a měnil její jednotlivé parametry v určitém intervalu, při použití stejných regulátorů. Změna parametrů soustavy představuje neurčitost kterou bychom měli uvažovat při návrhu robustních regulátorů. Z provedených simulací je evidentní, že Dahlinův regulátor je robustnější než dead-beat regulátor.

Věřím že má práce bude přínosem všem, kteří si chtějí rozšířit své znalosti o dead-beat či Dahlinově regulátoru a to nejen při jejich využití pro soustavu prvního řádu s dopravním zpožděním. Také bych byl rád, kdyby si čtenáři této práce uvědomili, i v dnešní době nemalý význam neurčitosti v oblasti syntézy regulačních obvodů.

## ZÁVĚR V ANGLIČTINĚ

This bachelor thesis is focused to the problems of dead-beat and Dahlin's controllers with the aim of creation the program for calculation their parameters for concrete system and in the end compare them in term of robustness.

Theoretical part of thesis describes the basic relations witch define the robustness. For this reason I read up and described the meaning of uncertainty, in the concrete it is the parametric uncertainty with one uncertain parameter that is integral part of robustness. Next important part of my thesis are dead-beat and Dahlin's controllers. I deepened my present knowledge that I gained from foreign literature in case of Dahlin's controller.

I applied this knowledge for realizations the dead-beat and Dahlin's controllers in MATLAB. Part of realization was Simulink's figure. This allow me increase my knowledge in the integrated area of MATLAB. The program calculates the parameters dead-beat and Dahlin's controllers for first-order system with time delay and it approximates the Pade's approximation of first-order system with time delay. With the help of Simulink's figure it is possible to see the plant controlled process, where we can see the setpoint, controlled parameter and the value of control action of controller.

The main object of my thesis was the comparison of dead-beat and Dahlin's controllers robustness. Before the comparison I had to analyze the dead-beat and Dahlin's controller's behaviors in using for different types of plants. On the basis of analysis I chose propriety plant and I varied the parameters in some interval, in using the same controllers. The change of parameters of plant presents the uncertainty that we should think over at the design of robust controllers. It is evident from the simulations, that Dahlin's controller is more robust than dead-beat controller.

I believe that my work will be contribution for everybody, who wants to increase the knowledge about dead-beat or Dahlin's controllers and not only in case of first-order system with time delay. I would be glad if the readers of this work realize, even today, considerable importance of uncertainty in the area of control systems.

**SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY**

- [1] Vašek, V.: Teorie automatického řízení II., 1. vyd., VUT Brno, 1990
- [2] Gerlich, V.: Podpora cvičení z předmětu Teorie automatického řízení II, bakalářská práce FAI, UTB Zlín, 2006
- [3] Bobál, V., Böhm Josef, Prokop R., Fessl J.: Praktické aspekty samočinně se nastavujících regulátorů: Algoritmy a implementace, 1. vyd., VUTIUM, 1999, ISBN 80-214-1299-2
- [4] Ray, L.R., Stengel, R.F.: Stochastic Robustness of Linear-Time-Invariant Control Systems. IEEE Trans. Automatic Control 36(1), 1991, s. 82-87
- [5] Tham, M.: Design of Simple Digital Controllers [cit.20.1.2010 <http://lorien.ncl.ac.uk/ming/digicont/control/digital5.htm>]
- [6] Balátě, J.: Automatické řízení. BEN – technická literatura, Praha, 2003
- [7] Skalický, J.: Teorie řízení. Dostupné ve formátu pdf
- [8] Švarc, I.: Základy automatizace, 2002 [cit.30.5.2010 <http://autnt.fme.vutbr.cz/svarc/ZakladyAutomatizace.pdf>]
- [9] Modrlák, O.: Syntéza číslicových regulátorů, 2004 [cit.30.5.2010 [http://www.fm.vslib.cz/~krtsub/fm/modrlak/pdf/tar1\\_syn.pdf](http://www.fm.vslib.cz/~krtsub/fm/modrlak/pdf/tar1_syn.pdf)]
- [10] Vítečková, M.: Slovníky L- a Z-transformace s řešenými příklady, Ostrava, 2005
- [11] Halbsgut, M.: Realizace jednorozměrových regulátorů v Octave, diplomová práce FAI, UTB Zlín, 2007
- [12] Julio, E., Normey-Rico, Eduardo F. Camacho: Dead-time compensators: A survey, 2006 [cit.30.5.2010 <http://www.sciencedirect.com/>]
- [13] Weidong Zhang, Xing He, Xiaoming Xu: Comparison of several well-known controllers used in proces control, 2001 [cit.30.5.2010 <http://www.sciencedirect.com/>]
- [14] Kukul, J.: Robustnost, 2008 [cit.30.5.2010 <http://www.automatizace.cz/article.php?a=2285>]
- [15] Prokop, R., Matušů R., Prokopcová, Z.: Teorie automatického řízení – lineární spojité dynamické systémy, ISBN 80-7318-369-2, 2006
- [16] M. Šebek: "Slajdy" ke kurzu robustního řízení na FEL ČVUT v Praze, 1998-2004 [cit.30.5.2010 [http://dce.felk.cvut.cz/ror/prednasky\\_sebek.html](http://dce.felk.cvut.cz/ror/prednasky_sebek.html)]

- [17] Katsuhiko Ogata: Modern Control Engineering, 5th Edition ISBN-13 978-0-13-615673-4, 2009

**SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK**

|                   |   |
|-------------------|---|
| $\tilde{G}(s)$    | matematický model soustavy  |
| $\Delta(s)$       | neurčitost reálné soustavy  |
| $\sum_i \tau_i$   | součet časových konstant regulované soustavy  |
| $A/\check{C}$     | analogově číslicový převodník   |
| $B$               | seřizovací faktor   |
| $\check{C}/A$     | číslícově analogový převodník   |
| $\check{C}R$      | číslícový regulátor   |
| $e$               | regulační odchylka  |
| $f(kT)$           | diskrétní originál, reálná funkce definovaná v časové oblasti pro $k=0,1,2,\dots$ , |
| $F(z)$            | diskrétní obraz, komplexní funkce definované v oblasti komplexní proměnné           |
| $G(s)$            | reálná řízená soustava  |
| $G(z)$            | diskrétní přenos soustavy   |
| $G_R(z)$          | diskrétní přenos regulátoru   |
| $k$               | stupeň polynomu $z$ -přenosu plus jedna   |
| $K$               | zesílení soustavy   |
| $k_{1,2,\dots,4}$ | nenulové koeficienty $z$ -přenosu regulované soustavy                               |
| $k_i$             | násobnost singulárního bodu $z_i$   |
| $kT$              | diskrétní reálná proměnná (v našem případě diskrétní čas)                           |
| $M_{1,2}$         | paměťová místa počítače   |
| $q$               | konstanta Dahlinova regulátoru  |
| $q_{1,\dots,n}$   | koeficienty přenosu regulátoru  |
| $Q_{in}$          | inflexní bod  |
| $R$               | poloměr konvergence   |
| $ROG$             | regulační orgán   |



---

|                    |  |
|--------------------|--|
| $S, S_v$           | regulovaná soustava  |
| $T$                | perioda vzorkování   |
| $T_l$              | časová konstanta přenosu regulované soustavy                 |
| $T_l$              | největší časová konstanta regulované soustavy                |
| $T_{95}$           | čas dosažení 95% ustálené hodnoty přechodové charakteristiky |
| $T\check{C}$       | tvarovací člen   |
| $T_D$              | dopravní zpoždění soustavy                                   |
| $T_u, T_n$         | dobu průtahu a náběhu  |
| $T_W$              | konstanta uzavřeného regulačního obvodu                      |
| $u$                | akční veličina   |
| $v$                | poruchová veličina   |
| $V\check{C}_{1,2}$ | vzorkovací členy   |
| $w$                | žádaná veličina  |
| $y$                | regulovaná veličina  |
| $Z$                | operátor přímé Z-transformace                                |
| $z_i$              | singulární bod obrazu $F(z)$                                 |

**SEZNAM OBRÁZKŮ**

|  |    |
|--|----|
| <i>Obr. 1. Blokové schéma diskrétního regulačního obvodu .....</i>                               | 11 |
| <i>Obr. 2. Bilineární transformace .....</i>   | 19 |
| <i>Obr. 3. Normovaná přechodová charakteristika .....</i>  | 21 |
| <i>Obr. 4. Normovaný graf pro určení poměru přechodových soustav.....</i>                        | 23 |
| <i>Obr. 5. Vstupní okno programu .....</i>   | 34 |
| <i>Obr. 6. Parametry přenosových funkcí .....</i>  | 35 |
| <i>Obr. 7. Simulinkové schéma regulačních obvodů.....</i>  | 37 |
| <i>Obr. 8. Převod spojitě soustavy na diskrétní .....</i>  | 38 |
| <i>Obr. 9. Tvary přenosových funkcí .....</i>  | 38 |
| <i>Obr. 10. Regulovaná soustava s parametry <math>K=6, T_I=1, T_D=1, T=1, T_W=1</math>.....</i>  | 44 |
| <i>Obr. 11. Regulovaná soustava s parametry <math>K=6, T_I=1, T_D=1, T=1, T_W=6</math>.....</i>  | 44 |
| <i>Obr. 12. Regulovaná soustava s parametry <math>K=6, T_I=1, T_D=1, T=3, T_W=1</math>.....</i>  | 45 |
| <i>Obr. 13. Regulovaná soustava s parametry <math>K=1, T_I=6, T_D=1, T=1, T_W=1</math>.....</i>  | 46 |
| <i>Obr. 14. Regulovaná soustava s parametry <math>K=1, T_I=6, T_D=1, T=1, T_W=6</math>.....</i>  | 46 |
| <i>Obr. 15. Regulovaná soustava s parametry <math>K=1, T_I=6, T_D=1, T=3, T_W=1</math>.....</i>  | 47 |
| <i>Obr. 16. Regulovaná soustava s parametry <math>K=1, T_I=1, T_D=6, T=1, T_W=1</math>.....</i>  | 48 |
| <i>Obr. 17. Regulovaná soustava s parametry <math>K=1, T_I=1, T_D=6, T=1, T_W=6</math>.....</i>  | 48 |
| <i>Obr. 18. Regulovaná soustava s parametry <math>K=1, T_I=1, T_D=6, T=3, T_W=1</math>.....</i>  | 49 |
| <i>Obr. 19. Regulovaná soustava s parametry <math>K=30, T_I=6, T_D=1, T=1, T_W=1</math>.....</i> | 50 |
| <i>Obr. 20. Regulovaná soustava s parametry <math>K=30, T_I=6, T_D=1, T=1, T_W=6</math>.....</i> | 50 |
| <i>Obr. 21. Regulovaná soustava s parametry <math>K=6, T_I=30, T_D=1, T=1, T_W=1</math>.....</i> | 51 |
| <i>Obr. 22. Regulovaná soustava s parametry <math>K=6, T_I=30, T_D=1, T=1, T_W=6</math>.....</i> | 51 |
| <i>Obr. 23. Regulovaná soustava s parametry <math>K=6, T_I=1, T_D=6, T=1, T_W=1</math>.....</i>  | 52 |
| <i>Obr. 24. Regulovaná soustava s parametry <math>K=6, T_I=1, T_D=6, T=1, T_W=6</math>.....</i>  | 53 |
| <i>Obr. 25. Regulovaná soustava s parametry <math>K=6, T_I=30, T_D=6, T=3, T_W=1</math>.....</i> | 53 |
| <i>Obr. 26. Regulovaná soustava s parametry <math>K=6, T_I=30, T_D=6, T=1, T_W=1</math>.....</i> | 54 |
| <i>Obr. 27. Regulovaná soustava s parametry <math>K=6, T_I=30, T_D=6, T=1, T_W=6</math>.....</i> | 54 |
| <i>Obr. 28. Regulovaná soustava s parametry <math>K=6, T_I=30, T_D=6, T=3, T_W=1</math>.....</i> | 55 |
| <i>Obr. 29. Regulovaná soustava s parametry <math>K=1, T_I=6, T_D=6, T=1, T_W=1</math>.....</i>  | 56 |
| <i>Obr. 30. Regulovaná soustava s parametry <math>K=1, T_I=6, T_D=6, T=1, T_W=6</math>.....</i>  | 56 |
| <i>Obr. 31. Regulovaná soustava s parametry <math>K=1, T_I=6, T_D=6, T=3, T_W=1</math>.....</i>  | 57 |
| <i>Obr. 32. Regulovaná soustava s parametry <math>K=30, T_I=6, T_D=6, T=1, T_W=1</math>.....</i> | 58 |

|  |           |
|--|-----------|
| <i>Obr. 33. Regulovaná soustava s parametry <math>K=30, T_I=6, T_D=6, T=1, T_W=6</math>.....</i>   | <i>58</i> |
| <i>Obr. 34. Regulovaná soustava s parametry <math>K=1, T_I=6, T_D=6, T=3, T_W=1</math>.....</i>    | <i>58</i> |
| <i>Obr. 35. Regulovaná soustava s parametry <math>K=27, T_I=34, T_D=3, T=3, T_W=4</math>.....</i>  | <i>61</i> |
| <i>Obr. 36. Regulovaná soustava s parametry <math>K=27, T_I=14, T_D=3, T=3, T_W=4</math>.....</i>  | <i>62</i> |
| <i>Obr. 37. Regulovaná soustava s parametry <math>K=27, T_I=145, T_D=3, T=3, T_W=4</math>.....</i> | <i>62</i> |
| <i>Obr. 38. Regulovaná soustava s parametry <math>K=1, T_I=34, T_D=3, T=3, T_W=4</math>.....</i>   | <i>63</i> |
| <i>Obr. 39. Regulovaná soustava s parametry <math>K=55, T_I=34, T_D=3, T=3, T_W=4</math>.....</i>  | <i>64</i> |
| <i>Obr. 40. Regulovaná soustava s parametry <math>K=27, T_I=34, T_D=1, T=3, T_W=4</math>.....</i>  | <i>65</i> |
| <i>Obr. 41. Regulovaná soustava s parametry <math>K=27, T_I=34, T_D=5, T=3, T_W=4</math>.....</i>  | <i>65</i> |
| <i>Obr. 42. Regulovaná soustava s parametry <math>K=27, T_I=34, T_D=3, T=1, T_W=4</math>.....</i>  | <i>66</i> |
| <i>Obr. 43. Regulovaná soustava s parametry <math>K=27, T_I=34, T_D=3, T=5, T_W=4</math>.....</i>  | <i>66</i> |

**SEZNAM TABULEK**

|   |    |
|---|----|
| <i>Tab. 1. Hodnoty pro vyhodnocování statických soustav <math>n</math>-tého řádu se stejnými časovými konstantami</i> ..... | 22 |
| <i>Tab. 2. Hodnoty provedených simulací pro přílohu číslo 1</i> .....   | 43 |
| <i>Tab. 3. Hodnoty provedených simulací pro přílohu číslo 2</i> .....   | 61 |

## **SEZNAM PŘÍLOH**

P I Volba soustavy

P II Testování robustnosti

P III Program pro výpočet parametrů regulátorů