

Využití optimalizačních nástrojů v řízení nákladů společnosti XY

Bc. Petra Zelinková

Diplomová práce
2012

 Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta managementu a ekonomiky

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta managementu a ekonomiky

Ústav financí a účetnictví
akademický rok: 2011/2012

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Petra ZELINKOVÁ**
Osobní číslo: **M10494**
Studijní program: **N 6202 Hospodářská politika a správa**
Studijní obor: **Finance**

Téma práce: **Využití optimalizačních nástrojů v řízení nákladů společnosti XY**

Zásady pro vypracování:

Úvod

I. Teoretická část

- Na základě kritické literární rešerše popište metody optimalizace nákladů.

II. Praktická část

- Analyzujte podnikové procesy ve společnosti XY.
- Zhodnoťte výsledky analýzy a navrhněte východiska pro zlepšení.
- Vytvořte projekt optimalizace nákladů ve společnosti XY.

Závěr

Rozsah diplomové práce: **cca 70 stran**
Rozsah příloh:
Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

DOSTÁL, Petr. Pokročilé metody analýz a modelování v podnikatelství a veřejné správě. 1. vyd. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2008. 340 s. ISBN 978-80-7204-605-8.
GROS, Ivan. Kvantitativní metody v manažerském rozhodování. 1.vyd. Praha: Grada, 2003. 432 s. ISBN 80-247-0421-8.
HNILICA, Jiří. Aplikovaná analýza rizika ve finančním managementu a investičním rozhodování. 1.vyd. Praha: Grada, 2009. 262 s. ISBN 978-80-247-2560-4.
KOLČAVOVÁ, Alena. Kvantitativní metody v rozhodování. 3.vyd. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2008. 182 s. ISBN 978-80-7318-760-6.
ZIMOLA, Bedřich. Operační výzkum. 5.vyd. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2009. 168 s. ISBN 978-80-7318-878-8.

Vedoucí diplomové práce: **Ing. Martin Kovářík, Ph.D.**
Ústav statistiky a kvantitativních metod
Datum zadání diplomové práce: **26. března 2012**
Termín odevzdání diplomové práce: **2. května 2012**

Ve Zlíně dne 26. března 2012


prof. Dr. Ing. Drahomíra Pavelková
děkanka




prof. Dr. Ing. Drahomíra Pavelková
ředitel ústavu

PROHLÁŠENÍ AUTORA BAKALÁŘSKÉ/DIPLOMOVÉ PRÁCE

Beru na vědomí, že:

- odevzdáním bakalářské/diplomové práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, bez ohledu na výsledek obhajoby¹;
- bakalářská/diplomová práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému,
- na mou bakalářskou/diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3²;
- podle § 60³ odst. 1 autorského zákona má UTB ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;

¹ zákon č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, § 47b Zveřejňování závěrečných prací:

- (1) Vysoká škola nevydělečně zveřejňuje disertační, diplomové, bakalářské a rigorózní práce, u kterých proběhla obhajoba, včetně posudků oponentů a výsledku obhajoby prostřednictvím databáze kvalifikačních prací, kterou spravuje. Způsob zveřejnění stanoví vnitřní předpis vysoké školy.
- (2) Disertační, diplomové, bakalářské a rigorózní práce odevzdané uchazečem k obhajobě musí být též nejméně pět pracovních dnů před konáním obhajoby zveřejněny k nahlázení veřejnosti v místě určeném vnitřním předpisem vysoké školy nebo není-li tak určeno, v místě pracoviště vysoké školy, kde se má konat obhajoba práce. Každý si může ze zveřejněné práce pořizovat na své náklady výpisy, opisy nebo rozmnoženiny.
- (3) Platí, že odevzdáním práce autor souhlasí se zveřejněním své práce podle tohoto zákona, bez ohledu na výsledek obhajoby.

² zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, § 35 odst. 3:

- (3) Do práva autorského také nezasahuje škola nebo školské či vzdělávací zařízení, užije-li nikoli za účelem přímého nebo nepřímého hospodářského nebo obchodního prospěchu k výuce nebo k vlastní potřebě dílo vytvořené žákem nebo studentem ke splnění školních nebo studijních povinností vyplývajících z jeho právního vztahu ke škole nebo školskému či vzdělávacímu zařízení (školní dílo).

³ zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, § 60 Školní dílo:

- (1) Škola nebo školské či vzdělávací zařízení mají za obvyklých podmínek právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla (§ 35 odst. 3). Odpírá-li autor takového díla udělit svolení bez vážného důvodu, mohou se tyto osoby domáhat nahrazení chybějícího projevu jeho vůle u soudu. Ustanovení § 35 odst. 3 zůstává nedotčeno.

- podle § 60⁴ odst. 2 a 3 mohou užít své dílo – bakalářskou/diplomovou práci - nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen s předchozím písemným souhlasem Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše);
- pokud bylo k vypracování bakalářské/diplomové práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tj. k nekomerčnímu využití), nelze výsledky bakalářské/diplomové práce využít ke komerčním účelům.

Prohlašuji, že:

- jsem bakalářskou/diplomovou práci zpracoval/a samostatně a použité informační zdroje jsem citoval/a;
- odevzdaná verze bakalářské/diplomové práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

Ve Zlíně 27. dubna 2012

Kelinková

⁴ zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, § 60 Školní dílo:

- (2) Není-li sjednáno jinak, může autor školního díla své dílo užít či poskytnout jinému licenci, není-li to v rozporu s oprávněnými zájmy školy nebo školského či vzdělávacího zařízení.
- (3) Škola nebo školské či vzdělávací zařízení jsou oprávněny požadovat, aby jim autor školního díla z výdělku jim dosaženého v souvislosti s užitím díla či poskytnutím licence podle odstavce 2 přiměřeně přispěl na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložily, a to podle okolností až do jejich skutečné výše; přitom se přihlédne k výši výdělku dosaženého školou nebo školským či vzdělávacím zařízením z užití školního díla podle odstavce 1.

ABSTRAKT

Ve své diplomové práci se budu zabývat optimalizací nákladů ve vybrané společnosti XY u vybraných výrobků, tj. burákových tyčinek a kokosových tyčinek. Pro zkoumání závislosti použiji vícenásobnou lineární regresi a symbolickou regresi, pomocí nichž stanovím nejlepší matematickou rovnici popisující danou závislost. Lepší model bude použit pro optimalizaci výrobních nákladů. Na závěr použiji Hotellingův regulační diagram, který se používá při sledování procesů v situacích, kdy je měřeno na jednom objektu najednou více proměnných znaků.

Klíčová slova: lineární regrese, vícenásobná lineární regrese, symbolická regrese, matematické modelování nákladů, Simplexová metoda, lineární programování, Hotellingův regulační diagram, optimalizace.

ABSTRACT

This diploma thesis deals with costs optimization of selected products in company XY. These products are coconut bars and peanut bars. I will use multiple linear regression and symbolic regression. Then I set the best mathematical equation, which describing the dependence. A better model will be used to optimize production costs. Finally I use Hotelling control charts, which are used in situations in which the simultaneous monitoring or control of two or more related quality characteristic is necessary.

Keywords: linear regression, multiple-linear regression, symbolic regression, mathematical costs modeling, Simplex method, linear programming, Hotelling charts, optimization

V této části bych ráda poděkovala svému vedoucímu diplomové práce Ing. Martinovi Kovaříkovi, Ph.D. za jeho odborné vedení, rady, trpělivost a čas, který mi při konzultacích věnoval.

OBSAH

ÚVOD	10
I TEORETICKÁ ČÁST	12
1 REGRESNÍ ANALÝZA	13
1.1 VOLBA REGRESNÍ FUNKCE.....	14
1.2 URČOVÁNÍ PARAMETRŮ REGRESNÍ FUNKCE	15
1.3 VÍCENÁSOBNÁ REGRESE.....	18
1.3.1 Vícenásobná lineární regrese	18
1.4 SYMBOLICKÁ REGRESE.....	19
1.5 NORMALITA REZIDUÍ.....	20
1.6 HOMOSKEDASTICITA REZIDUÍ (NEKONSTANTNOST ROZPTYLU)	21
1.7 NEAUTOKORELOVANOST.....	21
1.8 KONSTANTNOST STŘEDNÍ HODNOTY	22
1.1 CHYBA REGRESNÍHO MODELU (MSE)	22
2 MATEMATICKÉ MODELOVÁNÍ NÁKLADŮ	23
2.1 OBECNÝ MATEMATICKÝ MODEL.....	25
2.1.1 Sumační tvar.....	25
2.1.2 Popis jednotlivých částí modelu.....	26
2.1.3 Maticový tvar	27
2.1.4 Řešení modelu	27
2.2 SIMPLEXOVÁ METODA – PRIMÁRNÍ ALGORITMUS	29
2.2.1 Jednofázová simplexová metoda.....	30
2.2.2 Test optimality	30
2.3 POČÍTAČOVÉ ZPRACOVÁNÍ ÚLOH LINEÁRNÍHO PROGRAMOVÁNÍ.....	31
3 HOTELLINGŮV DIAGRAM	33
II PRAKTICKÁ ČÁST	35
4 PŘEDSTAVENÍ SPOLEČNOSTI	36
4.1 ORGANIZAČNÍ SCHÉMA SPOLEČNOSTI XY, SPOL. S R.O.	37
5 PROCES VÝROBY MÁČENÝCH TYČINEK	38
5.1 ANALÝZA PROCESU VÝROBY TYČINEK	44
5.2 STATISTICKÁ ANALÝZA PROCESU VÝROBY TYČINEK – NÁVRH KONCEPTU	47
5.3 REGRESNÍ MODELY PRO DANÉ VÝROBKY.....	49
5.3.1 Regresní model kokosové tyčinky	49
5.3.2 Srovnání naměřených a teoretických hodnot	51
5.3.3 Regresní model burákové tyčinky.....	52
5.3.4 Srovnání naměřených a teoretických hodnot	54
5.4 SYMBOLICKÁ REGRESE.....	54
5.4.1 Symbolická regrese – kokosová tyčinka	55
5.4.2 Symbolická regrese – buráková tyčinka.....	57
6 PROJEKTOVÁ ČÁST	59

6.1	LINEÁRNÍ REGRESE – KOKOSOVÁ TYČINKA	59
6.2	SYMBOLICKÁ REGRESE – KOKOSOVÁ TYČINKA	60
6.3	DIAGNOSTIKA G-M PŘEDPOKLADŮ NA REZIDUA DANÉHO MODELU	60
6.3.1	Základní diagnostika OLS.....	61
6.3.1.1	Durbin-Watson test.....	61
6.3.1.2	Heteroskedasticita.....	62
6.3.1.3	Normalita reziduí	62
6.4	LINEÁRNÍ REGRESE – BURÁKOVÁ TYČINKA.....	63
6.5	SYMBOLICKÁ REGRESE – BURÁKOVÁ TYČINKA	63
6.5.1	Ověření G-M předpokladů	64
6.5.1.1	Durbin-Watson test.....	65
6.5.1.2	Whiteův test heteroskedasticity	65
6.5.1.3	Normalita reziduí	66
6.6	OPTIMALIZACE VSTUPNÍCH PARAMETRŮ REGRESNÍHO MODELU.....	66
6.7	ÚSPORA NÁKLADŮ	69
6.8	REGULAČNÍ DIAGRAMY.....	70
6.8.1	Regulační diagramy pro kokosovou tyčinku.....	70
6.8.2	Hotellingův diagram pro kokosovou tyčinku.....	73
6.8.3	Regulační diagramy pro burákovou tyčinku	74
6.8.4	Hotellingův diagram pro Burákovou tyčinku	76
	ZÁVĚR	77
	SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY.....	79
	SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK.....	81
	SEZNAM OBRÁZKŮ	82
	SEZNAM TABULEK.....	85
	SEZNAM PŘÍLOH.....	86

ÚVOD

Téma optimalizace nákladů ve výrobní společnosti jsem zvolila, protože se jedná o zajímavou problematiku a téma úspor je v současné ekonomické situaci stále aktuální. Firmy nutí k zamýšlení nad optimalizací nákladů.

Cílem této práce je sestavit vícerozměrný regresní model dvou čokoládových tyčinek ve společnosti XY, pro následnou optimalizaci výrobních nákladů. Nosný program tvoří výroba burákové a kokosové tyčinky, na které se tedy při optimalizaci budu soustředit. Zde se bude jednat o přímé náklady na výrobu těchto vybraných tyčinek.

Tato společnost neprovádí optimalizaci výrobního programu, proto jsem se rozhodla pro matematicko-statistický rozbor.

Předmětem této práce není rozbor nákladů na výrobu, ale matematicko-statistický popis statisticky významných ingrediencí, které ovlivňují hmotnost čokoládové tyčinky.

V teoretické části se zaměřím na regresní analýzu, jejíž hlavním úkolem je napomoci k poznání vztahů mezi statistickými znaky a její matematický popis. Cílem je najít idealizující matematickou funkci, která bude co nejlépe vystihovat charakter závislosti a co nejméně bude ukazovat průběh změn závisle proměnné.

V praktické části představím společnost a zhodnotím výrobu tyčinek na základě statistického modelování. Použiji vícenásobnou lineární regresi v programu Excel. Touto cestou zkoumáme závislost, kdy závisle proměnnou y (kokosovou, resp. burákovou tyčinku) neovlivňuje pouze jedna vysvětlující proměnná x_1 (kokos, resp. buráky), ale také další vysvětlující proměnné x_2, \dots, x_n (poleva, rumové aroma, ...). Použití programových statistických systémů spolehlivě vyřeší výpočetní problém.

Další způsob nalezení vhodné regresní funkce, který aplikuji ve své práci, bude pomocí symbolické regrese. Pro její výpočet použiji Symbolic Regression Applet. Tato populace programů využívá Darwinova principu přirozeného výběru (přežití nejsilnějších). V genetickém programování je cílová regresní funkce konstruována a upřesňována během evolučního procesu. Tato cílová funkce je zde chápána jako optimální lineární kombinace vstupních nezávisle proměnných, u kterých globální chyba konverguje k nule nejrychleji.

V projektové části porovnám tyto modely na základě ukazatele MSE, tj. chyba regresního odhadu a lepší z modelů, tj. menší MSE, bude použit pro optimalizaci. Optimalizaci provedu v programu Excel za pomoci řešitele a simplexové metody, kdy vybranou funkci bu-

du minimalizovat za daných omezujících podmínek. Vybranou funkcí, tj. závisle proměnnou bude celková hmotnost vybrané tyčinky v gramech a omezující podmínky se budou vztahovat na jednotlivé ingredience, tj. nezávisle proměnné, které jsou dané interním výrobním předpisem.

Závěrem v projektové části navrhnu implementaci automatické kontroly dávkování ingrediencí pomocí nástrojů SPC. Tento návrh automatické kontroly dávkování provedu pomocí Hotellingova regulačního diagramu, který se používá při znázorňování více proměnných měřených současně v jednom regulačním diagramu. Diagram zjednodušuje pohled na kontrolní proces.

I. TEORETICKÁ ČÁST

1 REGRESNÍ ANALÝZA

Jako první použil pojem regrese Francis Galton, bratranec CH. Darwina. Založil si laboratoř pro získávání statistických dat na lidských jedincích, kde mohl své experimenty vhodně naplánovat. Shromáždil mnoho dat o výšce, váze a síle lidí, které uspořádal do grafů výšek rodičů a výšek jejich dospělých dětí a tak poprvé sestrojil tzv. regresní přímku. Poprvé také definoval korelační index dvou vlastností. (*Jurečková, 2010*)

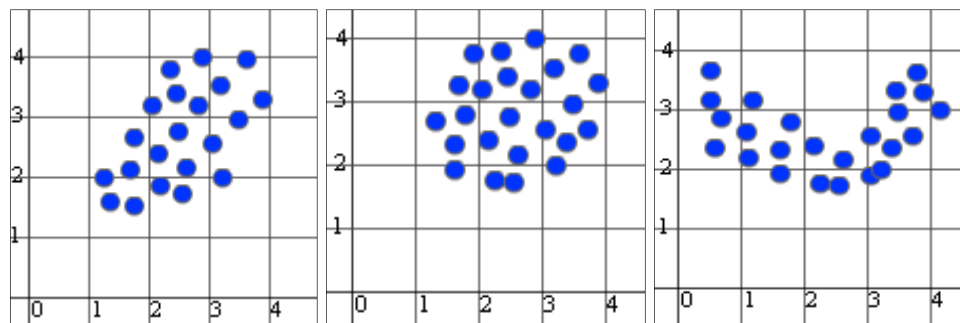
Hlavním úkolem regresní analýzy je napomout k poznání příčinných vztahů mezi statistickými znaky. Statistické údaje jsou východiskem k popisu statistických závislostí. Statistický soubor n pozorování sledovaných statistických znaků lze získat různým způsobem jako např.:

- pozorováním n statistických jednotek, přičemž statistický soubor byl vymezen časově, prostorově i věcně (n zpravodajských domácností, žijící v ČR v roce 2012),
- pozorováním dané statistické jednotky v n časových okamžicích nebo intervalech (HDP ČR zaznamenávané po n roků),
- pozorování vznikla n -násobným opakováním daného pokusu, který byl prováděn za stejných nebo přibližně stejných podmínek (sledování technologických či jakostních vlastností n výrobků, vyráběných na automatických strojích. (*Pavelka a Klímek, 2000, s. 26*))

Úkolem regresní analýzy je tedy matematický popis systematických jevů provázejících statistické závislosti. Může se například jednat o zobrazení průběhu podmíněných průměrů vysvětlované proměnné v důsledku systematických změn hodnot jedné nebo větších počtu vysvětlujících proměnných, nebo ještě častěji je snahou nalézt idealizující matematickou funkci, která co nejlépe vyjadřuje charakter závislosti a co nejvěrněji ukazuje průběh změn podmíněných průměrů závisle proměnné. Tato hypotetická matematická funkce se nazývá regresní funkcí. Cílem je tedy co nejlepší přiblížení se empirické regresní funkce k hypotetické regresní funkci. (*Hindls, Hronová a Seger, 2002, s. 177*)

Některé dílčí úkoly regresní analýzy:

- nasbírat a matematicky formulovat představy o charakteru regresní funkce,
- vyjádřit předpoklady o souhrnném působení neuvažovaných statistických znaků,
- na základě statistických pozorování odhadnout empirickou regresní funkci,
- posoudit kvalitu empirické regresní funkce z hlediska cílů zjišťování.



Obr. 1 Závislost A Obr. 2 Závislost B Obr. 3 Závislost C

(Zdroj: vlastní zpracování podle Hindls, Hronová a Seger, 2002, s. 178)

Závislosti A a B mají lineární průběh, zatímco závislost C se od nich liší průběhem nelineárním. V případě A jsou jednotlivé body okolo pomyslné vyrovnávací čáry méně rozptýleny, lze tedy říct, že závislost mezi nimi je těsná, zatímco v případě B je stupeň rozptýlení značný, tj. závislost je slabá. Přímka bude vystihovat závislost A lépe než závislost B. (Hindls, Hronová a Seger, 2002, s. 178)

Na základě regresní funkce můžeme tedy odhadovat průměrné hodnoty závisle proměnné při zvolených hodnotách nezávisle proměnných. Regresní funkce naprosto odpovídá hodnotám, ze kterých byla konstruována.

Odhady provádějící se v rámci intervalu hodnot vysvětlujících proměnných z oblasti měření, se nazývají interpolační, ale například pro normování, experimentování často potřebujeme odhadnout hodnotu y i mimo tento interval. Při konstrukci těchto extrapolačních odhadů musíme postupovat velmi opatrně. (Seger a Hindls, 1995, s. 177)

Odhady y na základě regresní analýzy budou tím lepší, čím menší budou rozdíly mezi skutečnými hodnotami y_i a vyrovnanými hodnotami Y_i ($i=1, 2, \dots, n$). V případě, že použijeme nevhodnou regresní funkci, síla závislosti se nám může zdát jako malá i pokud tomu tak reálně není. I v případě malého počtu pozorování musíme být stejně opatrní. Regresní funkce se může jevit jako velmi dobrá, protože odchylky mezi y_i a Y_i jsou malé, avšak jsme neodhalili postatu závislosti, ale pouze jsme přizpůsobili určitou analytickou funkci malému počtu pozorování. V takovém případě je vypovídací schopnost funkce nedostatečná. (Hindls, Hronová a Seger, 2002, s. 179)

1.1 Volba regresní funkce

Tento úkol patří mezi nejdůležitější úkoly celé regresní analýzy, protože na správnosti závisí úspěšnost prováděných regresních odhadů.

Ekonomická kritéria jsou při rozhodování o vhodném typu regresní funkce základem, regresní funkce by měla být zvolena na základě věcného souboru analýzy vztahů mezi veličinami. Platí, že základem rozhodnutí by měla být existující ekonomická teorie. Ta by měla umožnit rozhodnutí, které nezávisle proměnné přicházejí v úvahu pro analýzu dané závisle proměnné a zároveň naznačit, jaké typy regresních funkcí přicházejí při modelování v úvahu. V některých případech se dá snadno posoudit na základě platné ekonomické teorie, jak dalece jde o rostoucí či klesající funkci, jaký je smysl zakřivení nebo zda padá v úvahu inflexní bod, nebo zda jde o funkci nekonečně rostoucí nebo naopak o funkci s růstem ke konečné limitě.

V případě, že nejsme schopni jednoznačně určit vhodný typ na základě věcně ekonomických kritérií, uchylujeme se k empirickému způsobu volby, tzn. na základě rozboru empirického průběhu závislosti. Základní metodou je grafická metoda. Průběh závislosti znázorňuje ve formě bodového diagramu, přičemž každá dvojice pozorování x a y tvoří jeden bod tohoto grafu. Podle průběhu se snažíme rozhodnout o typu regresní funkce (přímka, parabola, logaritmická funkce...) Ke zhodnocení kvality získané regresní funkce máme k dispozici různá matematicko-statistická kritéria. Jejich odpůrci vychází z předpokladu, že ekonomická teorie a solidní ekonomický rozbor situace plně umožňuje nalézt vhodný typ regresní funkce. Její stoupenci zastávají názor, že kvalifikovaný rozbor číselných údajů je schopen jednoznačně určit tvar nejlepší regresní funkce, aniž by bylo znát podstatu zkoumaných ekonomických veličin. (*Hindls, Hronová a Seger, 2002, s. 180*)

1.2 Určování parametrů regresní funkce

Uvažujeme-li základní statistický soubor, v němž zkoumáme statistické znaky y, x_1, x_2, \dots, x_k , Mění-li se nějakým způsobem podmíněné rozdělení znaku y při změnách znaku x_1, x_2, \dots, x_k , mluvíme o statistické závislosti znaku y na znaku x_1, x_2, \dots, x_k . Znak y nazýváme vysvětlovanou nebo závisle proměnnou, znaky x_1, x_2, \dots, x_k vysvětlujícími nebo nezávisle proměnnými. Označíme-li η_i teoretickou regresní funkcí, pak pro každé konkrétní pozorování bude platit rovnice:

Regresní model:

$$y_i = \eta_i + \varepsilon_i \quad (1)$$

η_i ... teoretická regresní funkce

ε_i ... odchylka y_i od η_i

Vyjadřuje i -tou hodnotu závisle proměnné jako součet podmíněné střední hodnoty η_i závisle proměnné y při kombinaci hodnot nezávisle proměnných $x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ki}$ a náhodné složky ε_i . Podmíněnou střední hodnotu η jako funkci nezávisle proměnných nazýváme regresní funkcí. (Pavelka a Klímek, 2000, s. 47)

K odchylce ε_i dochází jednak z toho důvodu, že na proměnnou y působí i jiné proměnné než jenom uvažovaná vysvětlující proměnná x a že forma hypotetické regresní funkce není přesným obrazem nezměřitelné závislosti, a jednak proto, že na empirická pozorování působí náhodné chyby. (Segel a Hindls, 1995, s. 180)

Označíme dále parametry (neznámé konstanty) regresní funkce jako $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_p$, takže

$$\eta_i = f(x_i; \beta_0, \beta_1, \dots, \beta_p). \quad (2)$$

Hlavním úkolem je tedy určit konkrétní formu funkce a odhadnout její parametry. Označíme-li odhady uvedených parametrů jako b_0, b_1, \dots, b_p , pak empirickou regresní funkci můžeme psát ve formě

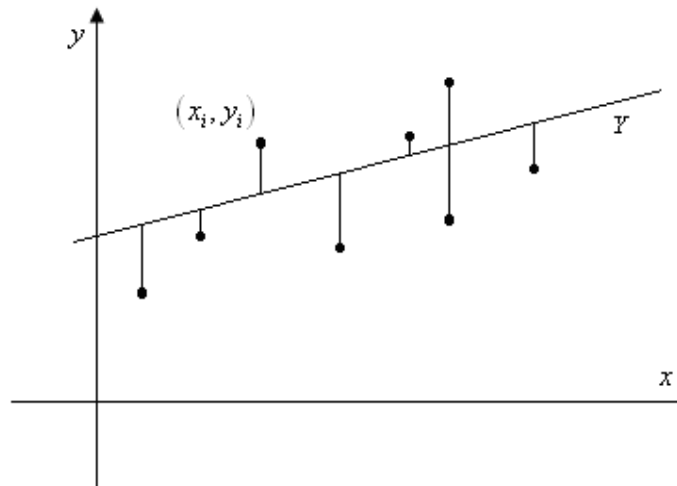
$$Y_i = f(x_i; b_0, b_1, \dots, b_p). \quad (3)$$

Veličina Y_i vyjadřuje, že i -tá hodnota empirické regresní funkce je zároveň odhadem teoretické hodnoty η_i odpovídající hodnotě vysvětlující proměnné x_i .

Z uvedeného vyplývá, že je vhodné zvolit následující postup:

1. Všechny dostupné informace o charakteru závislosti x a y posoudit a navrhnout jeden nebo více obecných typů regresních funkcí.
2. Odhad parametrů teoretické regresní funkce, získání empirické regresní funkce.
3. Posoudit vhodnost získaného odhadu konfrontací skutečných hodnot y_i a vypočítaných hodnot Y_i a zhodnotit užitečnost.
4. Návrh alternativních typů regresních funkcí v případě neuspokojivých výsledků, vzít v úvahu neuvažované činitele.
5. Hledat jiné metody

Stanovení empirických hodnot regresní funkce v podstatě znamená nahrazení empirické hodnoty y_i určitou vyrovnanou hodnotou Y_i ležící na zvolené regresní čáře.



Obr. 4 Vyrovnání empirických hodnot hodnotami teoretickými (Zdroj: Otipka a Šmarstrla, 2012)

Hledáme objektivní kritérium, které danou závislost vystihuje nejlépe. Požadavek na ε , tj. aby se v souhrnu kladné a záporné odchylky empirických hodnot od hodnot vyrovnaných kompenzovaly. Podmínku $e_i = 0$ je třeba doplnit požadavkem, aby součet čtverců chyb ε_i byl minimální, tj. aby platilo

$$Q = \sum_{i=1}^n (y_i - \eta_i)^2 \rightarrow \min \quad (4)$$

Metoda určování parametrů regresních funkcí založená na této podmínce se nazývá metoda nejmenších čtverců.

Další typy regresních funkcí:

a) lineární modely

Přímka $\eta = \beta_0 + \beta_1 x \quad (4)$

Parabola $\eta = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2 \quad (5)$

Hyperbola $\eta = \beta_0 + \beta_1 x^{-1} \quad (6)$

Logaritmická funkce $\eta = \beta_0 + \beta_1 \ln x \quad (7)$

Polynom $\eta = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + \dots + \beta_k x^k \quad (8)$

b) nelineární modely jak v parametrech, tak vzhledem k nezávisle proměnným, které se však transformací dají upravit na lineární tvar z hlediska parametrů.

Mocninová funkce $\eta = \beta_0 x^{\beta_1} \quad (9)$

$$\text{Exponenciální funkce} \quad \eta = \beta_0 \beta_1^x \quad (10)$$

(Západočeská univerzita v Plzni, 2004)

1.3 Vícenásobná regrese

V mnoha případech se nepodaří vysvětlit změny závisle proměnné y pouze jednou vysvětlující proměnnou x . Pak tedy musíme rozšířit počet vysvětlujících proměnných, kterými je možné chování závisle proměnné objasnit. V tomto případě zkoumáme, jak závisí proměnná y nejen na vysvětlující proměnné x_1 , ale také na dalších vysvětlujících proměnných x_1, x_2, \dots, x_p . Takové metody zkoumání závislostí se nazývají vícenásobnou regresí.

1.3.1 Vícenásobná lineární regrese

Volba vícenásobné regresní funkce je obtížná. Odpadá možnost grafického znázornění průběhu závislosti i logického posouzení vhodnosti určitého typu regresní funkce. Velmi často se při hledání vhodného typu mnohonásobné regresní funkce popisuje tak, že zvláště analyzuje závislost mezi závisle proměnnou y a jednotlivými vysvětlujícími proměnnými x_1, x_2, \dots, x_p . Výslednou regresní funkcí skládáme ze součtu jednoduchých regresních funkcí. (Hindls, Hronová a Seger, 2002, s. 213)

V případě, že je závisle proměnná y lineárně závislá na každé z vysvětlujících proměnných x_1, x_2, \dots, x_p a jsou-li tyto vysvětlující proměnné vzájemně nezávislé (nebo ovlivňují změny závisle proměnné všechny jedním směrem), používáme pro popis vývoje závisle proměnné mnohonásobnou lineární funkci proměnných x_1, x_2, \dots, x_p .

Předpokládejme tedy:

$$y = \eta + \varepsilon \quad (11)$$

ε ... nahodilé odchylky, důsledek působení nahodilých vlivů včetně eventuální nedokonalosti zvolené regresní funkce.

$$\eta = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_p x_p, \quad (12)$$

kde $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_p$ jsou neznámé parametry a x_1, x_2, \dots, x_p jsou vysvětlující proměnné.

Odhadnutou regresní funkci lze zapsat ve tvaru

$$Y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \dots + b_p x_p, \quad (13)$$

nebo

$$Y = b_0 + b_{yx1.x2x3\dots xp}X_1 + b_{yx2.x1x3\dots xp}X_2 + \dots + b_{yxp.x1x2\dots xp-1}X_p \quad (14)$$

Parametry $b_{yx1.x2x3\dots xp}$, $b_{yx2.x1x3\dots xp}$ se nazývají dílčí regresní koeficienty. Udávají odhad toho, jak by se v průměru změnila závisle proměnná y při jednotkové změně vysvětlující proměnné před tečkou, za předpokladu konstantní úrovně proměnných uvedených za tečkou. (Př. dílčí regresní koeficient $b_{yx2.x2x3}$ udává, jak se v průměru změní závisle proměnná y při jednotkové změně vysvětlující proměnné x_2 za předpokladu konstantní hodnoty proměnné x_2 , x_3).

Dvojnásobná regrese je nejjednodušší případ vícenásobné regrese. Předpokládáme, že na změny závisle proměnné y působí dvě vysvětlující proměnné x_1 , x_2 , pak platí že

$$\eta = \beta_0 + \beta_1x_1 + \beta_2x_2 \quad (15)$$

jejímž odhadem je

$$Y = b_0 + b_{yx1.x2}X_1 + b_{yx2.x1}X_2. \quad (16)$$

Je možné parametry funkcí s více vysvětlující proměnnými odhadovat metodou nejmenších čtverců, protože se jedná o klasickou lineární regresi.

V současné době všechny způsoby výpočtu pomocí skládání dílčích regresních koeficientů jsou už v podstatě historickým pozůstatkem. Použití programových statistických systémů spolehlivě vyřeší výpočetní problém a to i v rozsáhlých datových souborech (velký počet vysvětlujících proměnných, velký počet pozorování každé z nich).

(*Segel a Hindls, 1995, s. 220*)

1.4 Symbolická regrese

Symbolická regrese je nástavba evolučních algoritmů a je jeden z možných způsobů, jak najít vhodnou regresní funkci pro zadaná data. Cílem je najít symbolický zápis, který co nejlépe proloží změřená data. Účelová funkce je tedy rozdíl právě vygenerované funkce a změřených dat. Nejlepším řešením je situace, kdy je účelová funkce nulová. (*Oplatková, 2006*)

Tato populace programů využívá Darwinova principu přirozeného výběru (přežití nejsilnějších).

Symbolická regrese není limitována určováním optimálních hodnot parametrů. Regresní funkce může být místo toho zkonstruována jako kombinace matematických výrazů, pro-

měnných a konstant. V genetickém programování je cílová regresní funkce konstruována a upřesňována během evolučního procesu.

Na začátku se vytvoří počáteční populace v závislosti na velikosti populace a matematických výrazech, proměnných, respektive konstantách. Každý jedinec představuje jednu z možných regresních funkcí. Během evolučního procesu se vybírají nejvhodnější jedinci, kteří se vzájemně mísí, případně dochází k mutacím jedinců, dokud nenalezneme nejvhodnějšího jedince, tzn. nejvhodnější regresní funkci. (Weise, 2009, s. 397)

Symbolická regrese se snaží najít funkci, která odpovídá vstupním údajům. K výpočtu funkce použijí „Instance of the Symbolic-Regressor-Applet“ do Hannes Planatscher (dostupný z <http://planatscher.net/sr/>).

Vložíme vstupní data z Excelu, a pokud chceme, parametry genetického programování se dají měnit.

Parametr	Význam
population-size	Velikost populace jednotlivců. Můžeme vyzkoušet velké populace (> 5000).
tournament-size	Náhodně vybere nejlepší jedince.
generations	Množství generací, které chceme symbolickou regresí spustit.
number of constants	Symbolická regrese používá pomíjivé konstanty. To znamená, množství konstant má fixní velikost.

(Zdroj: vlastní zpracování podle Planatscher, 2009)

Po spuštění regrese nalezneme nejlepší řešení v Excel formátu.

1.5 Normalita reziduí

Při testu normality reziduí postupujeme standardním způsobem - používáme testy dobré shody. Testujeme tedy nulovou hypotézu:

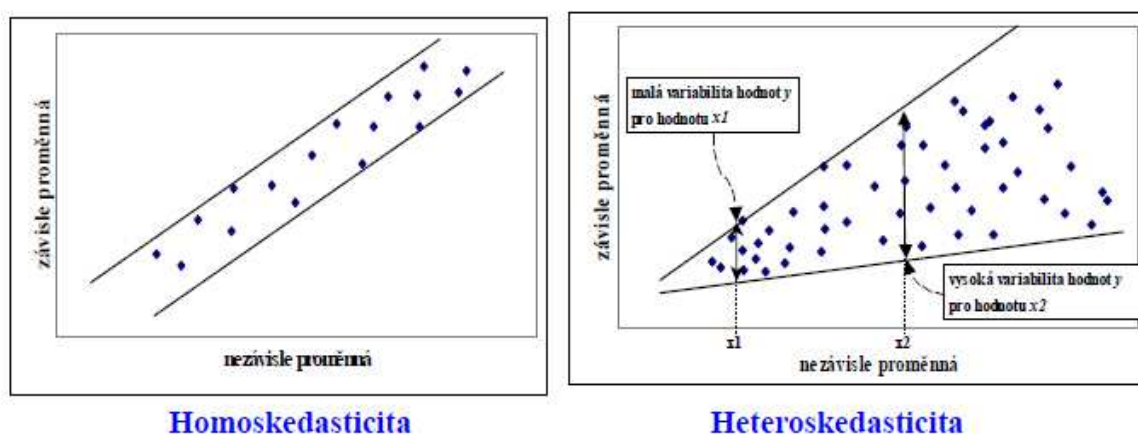
$$H_0: \text{rezidua mají normální rozdělení}$$

proti alternativě, že tomu tak není. Testové statistiky konstruujeme obvyklým způsobem - buď použijeme Chí-kvadrát test dobré shody, nebo Kolmogorov-Smirnovův test.

1.6 Homoskedasticita reziduí (nekonstantnost rozptylu)

Homoskedasticita by se dala volně přeložit zřejmě jako stejnorodost. Podstatou tohoto testu je tedy ověření, že rezidua mají stejný konstantní rozptyl. Opakem homoskedasticity je tzv. heteroskedasticita neboli různorodost. Konstrukce celého testu je poměrně složitou záležitostí a proto tento test ani nebývá běžně součástí komerčních statistických paketů. (Řezanková, Marek a Vrabec, 2001)

Homoskedasticita znamená, že hodnoty závisle proměnné y mají pro všechny hodnoty nezávisle proměnné x konstantní rozptyl (variabilitu).



Obr. 5 Homoskedasticita a heteroskedasticita (Zdroj: Meloun, ©2008)

1.7 Neautokorelovanost

Předpokládáme, že v lineárním regresním modelu nejsou jednotlivá pozorování mezi sebou korelovaná. Zejména v případě pracujeme-li s časovými řadami, tento předpoklad může být porušen. Potom dochází k tomu, že budou složky nevysvětlené části modelu mezi sebou korelovány. Vliv autokorelace způsobí, že odhady parametrů nebudou nejlepší. Jedním z používaných testů sloužících k detekci autokorelace prvního řádu je Durbin-Watson test. DW statistika nám vrátí hodnotu mezi 0 a 4.

$$D = \frac{\sum_{i=2}^n e_i - e_{i-1}}{\sum_{i=1}^n e_i^2} \quad (17)$$

Hodnota kolem dvojky autokorelaci vyvrací. Existenci pozitivní autokorelace ukazují nízké hodnoty a naopak hodnoty vysoké poukazují na negativní autokorelaci. Dolní a horní limity k určení existence autokorelace jsou sestrojovány v závislosti na počtu pozorování. (Bíl, Němec a Pospíš, 2009)

V praxi můžeme postupovat zjednodušeně tak, že leží-li hodnota testové statistiky D v intervalu $(1,4;2,6)$, rezidua autokorelaci nevykazují. Hodnota pod 1,4 značí pozitivní autokorelaci a hodnota nad 2,6 značí neautokorelovanost. (*Řezanková, Marek a Vrabec, 2001*)

1.8 Konstantnost střední hodnoty

Nulovost střední hodnoty testujeme pomocí t-testu v případě, kdy mají rezidua normální rozdělení. Pokud normální rozdělení nemají, musíme použít nějaký neparametrický test. Příčinou porušení tohoto předpokladu mohou být odlehlá pozorování a tyto body můžeme najít několika způsoby:

- grafickými metodami
- normováním reziduí
- projekční maticí (*Polívka, 2010*)

1.1 Chyba regresního modelu (MSE)

Pro vyjádření chyby regresního modelu je nejobvyklejší míra MSE (střední kvadratická chyba).

$$MSE = \frac{(\hat{y}_t - y_t)^2}{n} \quad (18)$$

\hat{y}_t ... teoretický model (proložený matematickou funkcí)

y_t ... naměřená data

n ... počet prvků

MSE bude v těchto modelech porovnávacím kritériem. Lepší z modelů bude použit pro optimalizaci. (*Jančí, 2010*)

2 MATEMATICKÉ MODELOVÁNÍ NÁKLADŮ

Nejrozšířenější skupina modelů rozhodovacích situací je lineární programování. Disciplína operačního výzkumu, ve které jde o určení intenzit realizace procesů, které probíhají nebo mohou probíhat v daném systému. Je přitom třeba respektovat všechny podmínky, které dané procesy ovlivňují a najít řešení, které bude cíl rozhodování co nejlépe plnit. Lineární programování je tedy prostředkem pro plánování realizace určitých procesů, které zabezpečuje dosažení optimálního výsledku ve vztahu k vymezenému cíli. (*Jablonský, 2007, s. 19*)

Lineární optimalizační model můžeme charakterizovat jako lineární, deterministický a statický, předpokládá lineární závislost parametrů modelu a nezohledňuje vliv náhodných veličin nebo času. Model i přes mnohá zjednodušení je ve většině případů vyhovující aproximací skutečnosti. (*Zimola, 2009, s. 20*)

Každý model předpokládá určitou idealizaci konkrétního jevu. Problém tedy musíme zjednodušit a zobecnit, ale ne tak, abychom zašli příliš daleko od jeho postaty, protože by se mohlo stát, že model ztratí podstatné rysy modelované skutečnosti a výsledky nebudou odpovídat realitě. Modelování je tedy vytváření kompromisů mezi jednoduchostí a přesností. Cílem je nalézt nejlepší možné řešení problému, při respektování zadaných mezí. (*Kolčavová, 2010, s. 9*)

V praxi se lze setkat s různými problémy. Podle očekávaného použití můžeme rozdělit modely na:

- popisné, které vyjadřují základní vztahy ve skutečném objektu a manažerům poskytují možnost jednoduchého srovnání různých variant řešení problémů,
- prognostické, které používají odhad budoucího vývoje a zakládají se na analýze časových řad
- optimalizační, jejichž cílem je nalezení nejlepší variace daného problému.

Nebo podle tvaru výstupů máme modely deterministické, tj. stejným vstupům lze přiřadit jednoznačně stejné výstupy, a stochastické, kde daným vstupům lze přiřadit výstupy pouze s určitou pravděpodobností. (*Kolčavová, 2010, s. 10*)

Fáze aplikace lineárního programu lze rozdělit do čtyř etap, které se liší svými nároky na praktické a teoretické znalosti řešitelů, podílem lidské práce v poměru k využití výpočetní techniky. (*Zimola, 2009, s. 20*)

1. Etapa – vytvoření ekonomického modelu. V této fázi musíme definovat podstatu problému. Popisuje procesy (činnosti), činitele (podmínky), cíl optimalizace. Dále musí být v ekonomickém modelu stanoveny všechny kvantitativní vztahy mezi procesy, činiteli a cílem a jednotky, ve kterých je měříme. Určujeme, které stránky zkoumaného procesu jsou podstatné a které jsou zanedbatelné, aniž by se problém příliš zjednodušil a zkreslil problém. Tato etapa je časově náročná a vyžaduje spolupráci odporníků. Výsledkem první etapy je deskriptivní ekonomický model zkoumaného problému.
2. Etapa – formulace matematického modelu. V této fázi se ekonomický model převede do vyjadřovacích prostředků matematiky. Matematický model obsahuje:
 - Proměnné (strukturní): $x_j, j = 1, 2, \dots, n$
 - Omezení vlastní: nerovnice typu $=, \leq, \geq$
 - Omezení nevlastní (podmínky nezápornosti): $x_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n$
 - Účelovou funkci, jejíž maximum a minimum hledáme
3. Etapa – řešení matematického modelu. Spočívá v nalezení nejlepšího řešení podle zvoleného kritéria. Tato fáze má technický charakter, jen malé úlohy se dají řešit ručně. Úloha uživatele se tedy omezuje na výběr vhodného počítačového programu, protože řešení lineárního programování je dostatečně standardizováno a programově pokryto. V současné době je součástí softwarového vybavení všech počítačů např. Řešitel neboli Optimizer v Excelu. Třetí etapa se tedy skládá většinou z vhodného výběru metody a přípravu vstupních dat pro program.
Univerzální metodou řešení úloh lineárního programování je simplexová metoda.
4. Etapa – analýza výsledného řešení.
Ekonomická interpretace - výsledkem řešení matematického modelu jsou obvykle nějaká čísla, která musíme převést do termínů ekonomického modelu.
Verifikace výsledků - numerické výsledky musíme srovnat s požadavky v definici problému. Pokud nesouhlasí nebo řešení nelze aplikovat v praxi, vracíme se zpět k předchozím etapám a kontrolujeme jejich správnost.

(Zimola, 2009, s. 20; Kolčavová, 2010, s. 12)

Následující výčet je výčet typických úloh lineárního programování:

Úlohy výrobního plánování

Řeší problém alokace zdrojů. Zpravidla jde o to určit sortiment výroby s tím, že je třeba respektovat omezující podmínky na straně vstupů jako třeba omezená kapacita surovin, strojového času, energie apod. nebo na straně výstupů jako např. minimální/maximální objem produkce, poměr výrobků apod. Cílem optimalizace může být maximalizace zisku nebo minimalizace nákladů (*Jablonský, 2007, s. 26*)

Úlohy finančního plánování

Optimalizace portfolia. Cílem je určit objem investic do jednotlivých investičních variant a přitom maximalizovat očekávaný výnos případně minimalizovat riziko.

Plánování reklamy

Marketingové aplikace lineárního programování jsou poměrně obvyklé. Jde například o alokaci rozpočtu na reklamu do jednotlivých médií.

Dále také:

Nutriční problém

Směšovací problém

Úloha dělení materiálu

Distribuční úloha

2.1 Obecný matematický model

Obecný model lineárních programování lze formulovat jako:

2.1.1 Sumační tvar

$$\max(\min)z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (19)$$

Za podmínek:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (20)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i \quad i = k+1, k+2, \dots, k+p \quad (21)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i \quad i = k+p+1, k+p+2, \dots, k+p+s \quad (22)$$

$$x_j \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (23)$$

(Gros, 2003, s. 124)

2.1.2 Popis jednotlivých částí modelu

Optimalizované proměnné x_j jsou veličiny, jejichž optimální úroveň je podmínkou dosažení cíle řešení rozhodovací situace. Patří k nim např. objemy produkce jednotlivých výrobků, trvání činností optimalizovaného projektu, proměnné určující struktura přepravních tras, rozvrhu výrobních programů, přepravovaná množství zboží. atd.

Technické koeficienty a_{ij} patří mezi parametry modelu, které obvykle při získání jednotlivých řešení neměníme. Jsou to např. měrné spotřeby materiálových a energetických vstupů, výkon strojů, výrobních linek, pracnost produkce, ukazatele kvality zpracovávaných vstupů, jednotkové investiční náklady, úroková míra.

Pravé strany omezení b_i , kterými mohou být kapacitní omezení formulované např. jako maximální dosažitelný objem produkce nebo využitelný časový fond, omezení disponibilním množstvím surovin, paliv, obalů, požadavky na minimální objem produkce, nebo přímo určené množství výrobků, ale také požadavky zákazníků dané např. maximálním množstvím, které lze prodat.

Ocenění proměnných c_j v účelové funkci, ceny výrobků, variabilní náklady na jednotku produkce, kvalitativní požadavky na výrobky, pracnost produkce apod.

Soustava omezujících podmínek může obsahovat omezení typu:

„menší nebo rovno“ (prvních k omezení), která se používá zejména při formulaci existujících omezení na straně disponibilního množství materiálových, energetických, lidských a finančních zdrojů optimalizovaného systému a omezení vyplývající z kapacity trhu.

„rovnice“ (dalších p omezení) využívané v bilančních modelech ve výrobních se složitou výrobní strukturou, nebo v případech, kdy jsou množství výrobků vázána vzájemným poměrem, který je třeba dodržet.

„větší nebo rovno“ (posledních s omezení) používané zejména při formulaci omezení vyplývajících z požadavků trhu.

2.1.3 Maticový tvar

$$\max z = cx \quad (24)$$

$$Ax \leq b \quad (25)$$

$$x \geq 0 \quad (26)$$

b je sloupcový vektor pravých stran, matice A obdélníková matice typu (m, n) technických koeficientů, c řádkový vektor ocenění proměnných v účelové funkci a x sloupcový vektor optimalizovaných proměnných.

Při řešení úloh lineárního programování hledáme extrém (minimum nebo maximum). Jakoukoliv maximalizační úlohu jde převést na minimalizační a naopak a to vynásobením celého modelu -1 . Pak tedy platí vztah:

$$\max f(x) = -\min(-f(x)) \quad (27)$$

(Gros, 2003, s. 215)

2.1.4 Řešení modelu

Přípustné řešení

Přípustné řešení úlohy lineárního programování je řešení vyhovující všem podmínkám úlohy, tzn. všem vlastním omezením i podmínkám nezápornosti.

Optimální řešení

Optimální řešení je přípustné řešení s nejlepší hodnotou účelové funkce. V případě maximalizace s nejvyšší hodnotou a nejnižší hodnotou v případě minimalizace účelové funkce.

(Jablonský, 2007, s. 41)

Množina přípustných řešení u lineárního programování je typicky definována jako soustava lineárních nerovnic. Soustavu lineárních nerovnic, lze převést na soustavu lineárních rovnic, které lze z matematického hlediska snadno řešit. Převod lze provést tak, že k té straně nerovnice, která je menší, přičteme novou nezápornou proměnnou. Ta bude vyjadřovat rozdíl mezi oběma stranami původní nerovnice.

Například v případě soustavy nerovnic (uvažujeme bilanci mezi spotřebou komponenty na jedné straně a disponibilním množstvím této komponenty na straně druhé),

$$2,5 x_1 + 4 x_2 \leq 40 \quad (28)$$

$$2,5 x_1 + 0,5 x_2 \leq 60 \quad (29)$$

$$4 x_2 \leq 20 \quad (30)$$

můžeme tuto nerovnici upravit na rovnici tak, že k její levé straně přičteme novou nezápornou proměnnou x_3 . Z původní nerovnice tedy dostáváme po doplnění nové proměnné rovnicí:

$$2,5 x_1 + 4 x_2 + x_3 = 40 \quad (31)$$

$$2,5 x_1 + 4 x_2 + x_4 = 60 \quad (32)$$

$$2,5 x_1 + 4 x_2 + x_5 = 20 \quad (33)$$

Tyto proměnné označujeme jako přídatné proměnné, které slouží tedy k transformaci soustavy omezujících podmínek na soustavu rovnic. Omezující podmínky mohou být v úlohách LP definovány jako nerovnice typu „ \geq “ nebo „ \leq “ nebo jako rovnice. Vzhledem k podmínkám nezápornosti, které musí platit i pro přídatné proměnné, musíme tedy pro vytvoření ekvivalentní soustavy rovnic:

- u typu nerovnice „ \leq “ přičíst přídatnou proměnnou k levé straně nerovnice,
- u typu nerovnice „ \geq “ odečíst přídatnou proměnnou od levé strany nerovnice,
- u omezujících podmínek ve tvaru rovnic přídatné proměnné nepoužijeme.

Přídatné proměnné jsou z hlediska čistě matematického rozdílem mezi pravou a levou stranou nerovnice typu „ \leq “ resp. mezi stranou levou a pravou u nerovnice typu „ \geq “. Z toho lze odvodit i jejich ekonomickou interpretaci a to například je-li omezující podmínka bilancí

mezi disponibilním množstvím suroviny a spotřebou této suroviny, pak přídatná proměnná vyjadřuje nevyužitou kapacitu suroviny, tj. množství, které se nespotřebuje. (Jablonský, 2007, s. 46)

Někdy, když chceme zajistit plné využití zdrojů/surovin, můžeme při maximalizaci účelové funkce dosadit za ocenění této proměnné velkou zápornou hodnotu. Algoritmus pak zajistí, aby přídatná proměnná nevstoupila do řešení. (Gros, 2003, s. 227)

V základním řešení ekvivalentní soustavy m rovnic a $(m+n)$ proměnných rozlišujeme tedy dva druhy proměnných:

Základní proměnné m , které jsou v typickém případě nenulové. Pokud je alespoň jedna základní proměnná rovna nule, nazýváme takové řešení degenerované základní řešení.

Nezákladní proměnné n , které jest vždy rovny nule.

Základních řešení je tolik, kolika způsoby lze vybrat m základních proměnných z celkového počtu $(m+n)$ proměnných.

Všechna základní řešení ekvivalentní soustavy rovnic nemusí a obvykle ani nejsou přípustnými řešeními původní úlohy lineárního programování. V případě, že vybereme m základních proměnných libovolným způsobem, snadno lze dojít k tomu, že některá hodnota bude záporná a vzhledem k podmínkám nezápornosti je takové řešení tedy nepřípustné.

(Jablonský, 2007, s. 46)

2.2 Simplexová metoda – primární algoritmus

Pro řešení rozhodovacích situací vedoucích k modelům lineárního programování byl vyvinut algoritmus opírající se o postupné zlepšování výchozího řešení. Univerzální metodou řešení úloh lineárního programování je simplexová metoda. Je to iterační výpočetní postup pro nalezení optimálního řešení nebo vede k závěru, že optimální řešení neexistuje. Úvodní bodem tohoto algoritmu je nalezení výchozího základního řešení. V každém kroku simplexové metody se jedna základní proměnná nahradí jednou nezákladní proměnnou, tak aby následně hodnota účelové funkce pro nové základní řešení byla větší než hodnota v předchozím kroku. (Zimola, 2009, s. 53)

Optimální řešení je tedy nalezení základního řešení s nejlepší hodnotou účelové funkce.

Dvě základní fáze výpočtu pomocí simplexové metody:

1. nalezení (výpočet) výchozího základního řešení,

2. iterační postup, který vede k optimalizaci účelové funkce.

Nalezení výchozího základního řešení je v některých případech natolik snadné, že I. fáze výpočtu v podstatě odpadá. V takovém případě se celý postup označuje jako jednofázová simplexová metoda. Nejčastěji však nemusí být nalezení výchozího základního řešení úlohy LP jednoduché, případně takové řešení vůbec neexistuje, potom mluvíme o dvoufázové simplexové metodě.

2.2.1 Jednofázová simplexová metoda

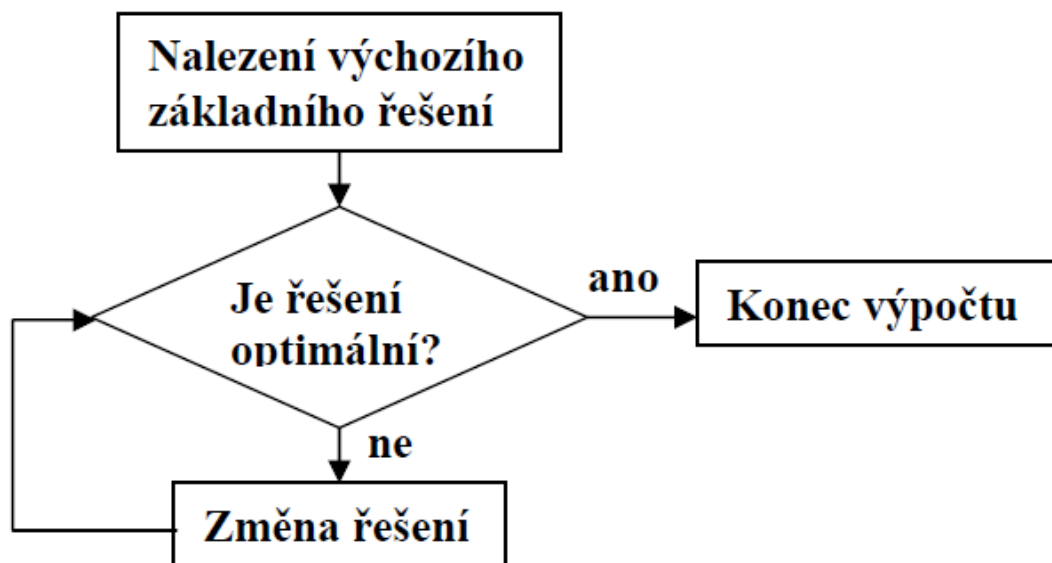
Jednofázovou simplexovou metodu lze použít v případě nerovností typu „ \leq “ u všech vlastních omezení úlohy lineárního programování. Soustava nerovnic se převede na soustavu ekvivalentních rovnic pomocí přídatných proměnných. Tento tvar nám usnadňuje získání výchozího základního řešení, ve kterém obsahuje matice strukturních koeficientů m jednotkových sloupcových vektorů, které lze uspořádat do jednotkové matice. Takový tvar se označuje jako kanonický tvar. (*Jablonský, 2007, s. 50*)

2.2.2 Test optimality

Dalším krokem je testování optimality u tohoto řešení. Tento test je založený na vlastnostech sdruženého řešení a odpoví na otázku, jestli je výchozí základní řešení optimální řešení. Pokud není, tak nalezneme další základní řešení takové, aby se hodnota účelové funkce co nejvíce zvýšila (snížila), tedy která dvojice základní a nezákladní proměnné si v novém základním řešení vymění svá místa.

Pokud není řešení dosud optimální, hledá se nové základní řešení. Soustava rovnic se přemění tak, že jedna nezákladní proměnná, kterou vybral test optimality, se stane základní v novém řešení. Tato proměnná se označuje jako vstupující proměnná.

Opět se testem optimality zjistí, zda je již nové základní řešení optimální. Pokud je výsledek kladný, výpočet končí, v opačném případě se pokračuje uvedeným postupem v hledání nového základního řešení. (*Kolčavová, 2010, s. 15*)



Obr. 6 Schéma simplexové metody (Zdroj: Univerzita J. E. Purkyně, 2011)

Řešení je optimální, jestli jsou při:

- maximalizace účelové funkce všechny redukované ceny nezáporné
- minimalizace účelové funkce všechny redukované ceny nekladné

2.3 Počítačové zpracování úloh lineárního programování

Bez v hodných programových prostředků je řešení reálných úloh lineárního programování (i v případě jejich malého rozměru) nemyslitelné. Nabídka programů je poměrně široká. Zahrnuje jednak nejjednodušší velmi levné programy, které jsou však limitovány možností řešit úlohy s maximálně několika desítkami proměnných a omezujících podmínek. Tyto jsou určené nejčastěji pro výuku. Profesionální, vysoce výkonné systémy umožňují řešit úlohy, které obsahují i několik desítek tisíc proměnných a několik tisíc omezujících podmínek. Tomu však odpovídá i jejich cena pohybující se v tisících USD. Avšak možnost zpracovávat tyto typy úloh má zpravidla každý uživatel v tabulkovém kalkulátoru MS Excel. Mezi profesionální optimalizační systémy například patří LINDO a LINGO.

Mezi nejrozšířenější výukové systémy pro řešení úloh lineárního programování patří DS for Windows a STORM. Systémy obsahují několik modulů pro řešení určitého typu úloh (celočíselné úlohy LP, dopravní problém, atd.) a také moduly z ostatních oblastí operačního výzkumu případně statistiky. Užívání je jednoduché a práci s nimi zvládne každý, kdo ovládá základy práce s počítačem, má představu o úlohách, které chce řešit a základy angličtiny.

Příklady modulů pro řešení lineárních optimalizačních úloh:

Linear programming – modul k řešení standardních úloh LP.

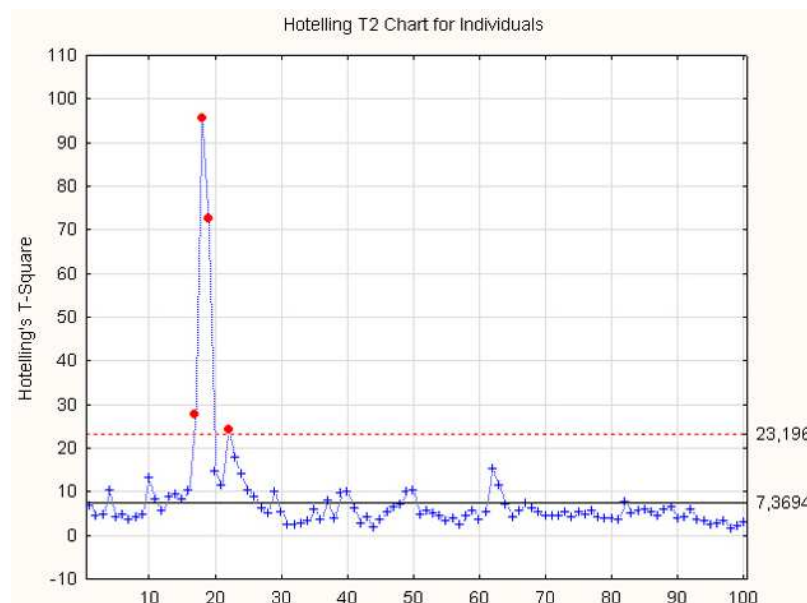
Integer programming – modul pro řešení čistě celočíselných úloh,

Transportation – pro řešení dopravního problému. (*Jablonský, 2007, s. 135*)

3 HOTELLINGŮV DIAGRAM

Hotellingův diagram se používá při znázorňování více proměnných měřených současně v jednom regulačním diagramu. Například jej lze použít pro zobrazení výsledků kontrol a kontrolních měření prováděných na více koncentračních hladinách. Diagram zjednodušuje pohled na kontrolní proces. Výhodou je jeho citlivost na korelaci mezi proměnnými, kdy při sledování dejme tomu dvou znaků, které mezi sebou korelují, jednotlivé Shewhartovy kontrolní diagramy neodhalí bod ležící mimo elipsu spolehlivosti, kdežto v Hotellingově regulačním diagramu již překročí horní kontrolní limit. Čím více jsou hodnoty mezi sebou korelované, tím více jsou klasické individuální diagramy nepřesné. (Bartoš a Budina, 2007)

Dnes mají diagramy většinou interaktivní podobu. Vizualizační techniky umožňují vložení poznámek popisujících příčiny překročení regulačních mezí nebo provedených opatření k jednotlivým bodům znázorněným v diagramu. Pracovníkům kontroly kvality tak regulační diagramy poskytují veškeré potřebné informace. (Blažková, ©2011)



Obr. 7 Hotellingův diagram (Zdroj: Blažková, 2011)

Testovým kritériem je Hotellingova statistika T^2 , jejíž maticový zápis je u regulačních diagramů pro výběrové průměry lze vyjádřit jako:

$$T_j^2 = n(\bar{x}_j - \bar{x})^T C^{-1}(\bar{x}_j - \bar{x}), \quad (34)$$

pro $j=1,2,\dots, k$, kde n = rozsah podskupiny; \bar{x}_j = vektor výběrových průměrů všech znaků jakosti v j -tém výběru; $\bar{\bar{x}}$ = vektor, pomocí něhož odhadujeme střední hodnoty, C je kovařiční matice.

Každá hodnota T_j^2 je porovnávána s regulační mezí UCL vypočtenou ze vztahu:

$$UCL = \left(\frac{k \cdot n \cdot m - k \cdot m - n \cdot m + m}{k \cdot n - k - m + 1} \right) * F_{(m, k \cdot n - k - m + 1)}(\alpha), \quad (35)$$

kde $F_{(m, k \cdot n - k - m + 1)}(\alpha)$ kritická hodnota Fisherova-Snedecorova rozdělení. (Kovařík, 2007, s. 50)

II. PRAKTICKÁ ČÁST

4 PŘEDSTAVENÍ SPOLEČNOSTI

Společnost XY, spol. s r.o. byla založena v prosinci roku 2003. Její základní kapitál je 200 000 Kč. Společnost má dva společníky. Podnik musel kvůli ekonomické krizi a snížení poptávky snížit počet zaměstnanců výroby na pouhé dva stálé zaměstnance a příležitostné brigádníky. Svou velikostí tedy podnik spadá do kategorie mikropodniků. Ten je vymezen jako podnik, zaměstnávající méně než 10 osob, a jejichž roční obrat nebo bilanční suma rozvahy nepřesahuje 2 miliony EUR.

Předmět podnikání společnosti:

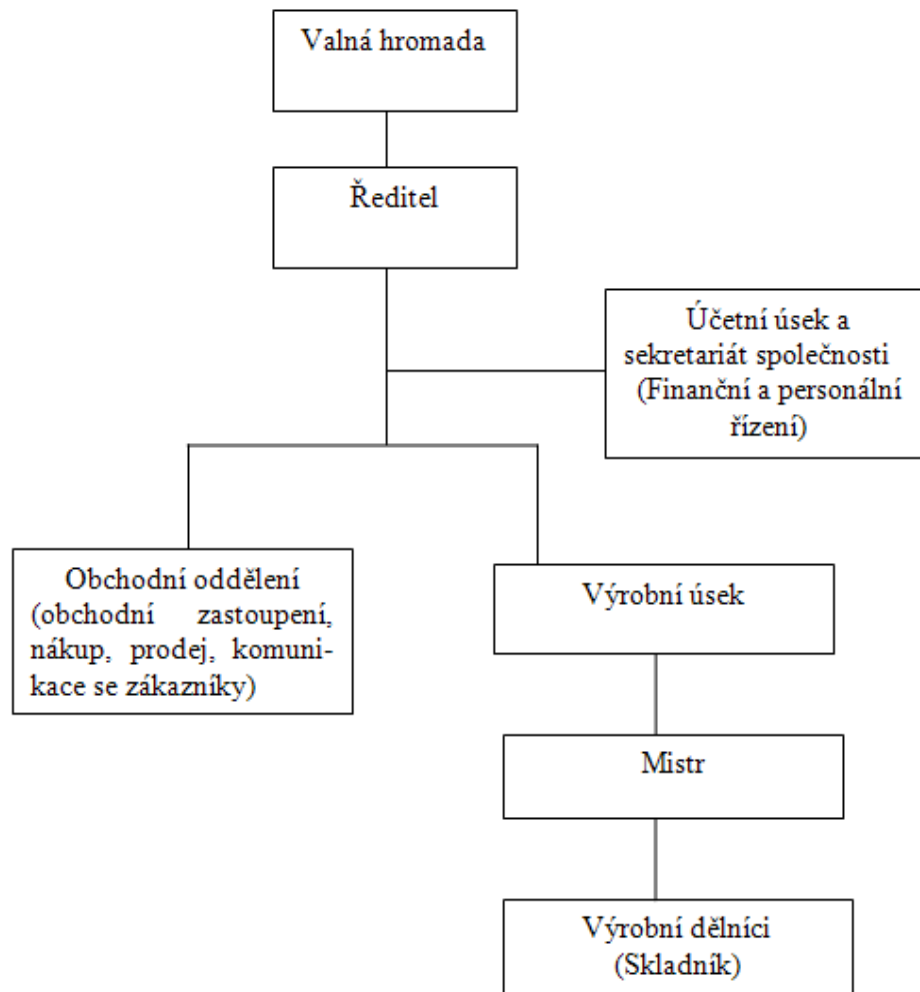
- Cukrářství
- Koupě zboží za účelem dalšího prodeje
- Velkoobchod, distribuční velkosklad, prodej, rozvoz a distribuce piva
- Prodej, servis, montáž, údržba a čištění výčepních zařízení

Nosným výrobním programem je výroba máčených čokoládových cukrovinek. Prvním výrobkem, který byl uveden na trh, byla kokosová tyčinka.

V roce 2005 rozšířila svoji činnost také o co-packingové aktivity (máčení výrobků čokoládovou a mléčnou polevou) a výrobu obalů. V současné době vyrábí 5 druhů máčených tyčinek a různé druhy cukrovinek v mléčných, kakaových polevách.

4.1 Organizační schéma společnosti XY, spol. s r.o.

Z organizačního schématu vyplývají odpovědnosti a pravomoci ve společnosti. Rozhodovací pravomoc má majoritní vlastník a jednatel.



Obr. 8 Organizační schéma společnosti – liniově štábní struktura (Zdroj: interní materiály firmy)

Štábní útvary plní funkci především poradní k zabezpečování kvalifikovaného rozhodování liniových vedoucích a jejich útvarových jednotek. Štábní skupina je tvořena specialisty oborů personalistiky, ekonomiky a účetnictví.

5 PROCES VÝROBY MÁČENÝCH TYČINEK

Nosným výrobním programem je výroba máčených čokoládových cukrovinek. Pro analýzu jsem vybrala dva nejdůležitější druhy - burákovou tyčinku a kokosovou tyčinku. Výrobky mají rozdílnou výrobní cenu díky rozdílným surovinám a stejný technologický postup.

Proces výroby je jednoduchý a probíhá na čtyřech různých strojích za pomoci dělníků.

Procesní přístup ke všem činnostem podniku vytváří předpoklady pro efektivní využívání zdrojů a podstatné omezení vzniku chyb. Musí být aplikován jak na technické, tak i ne-technické činnosti. Norma považuje všechny činnosti v podniku za procesy. Každý proces má své charakteristické kroky, jejichž posloupnost můžeme názorně zobrazit vývojovým diagramem.

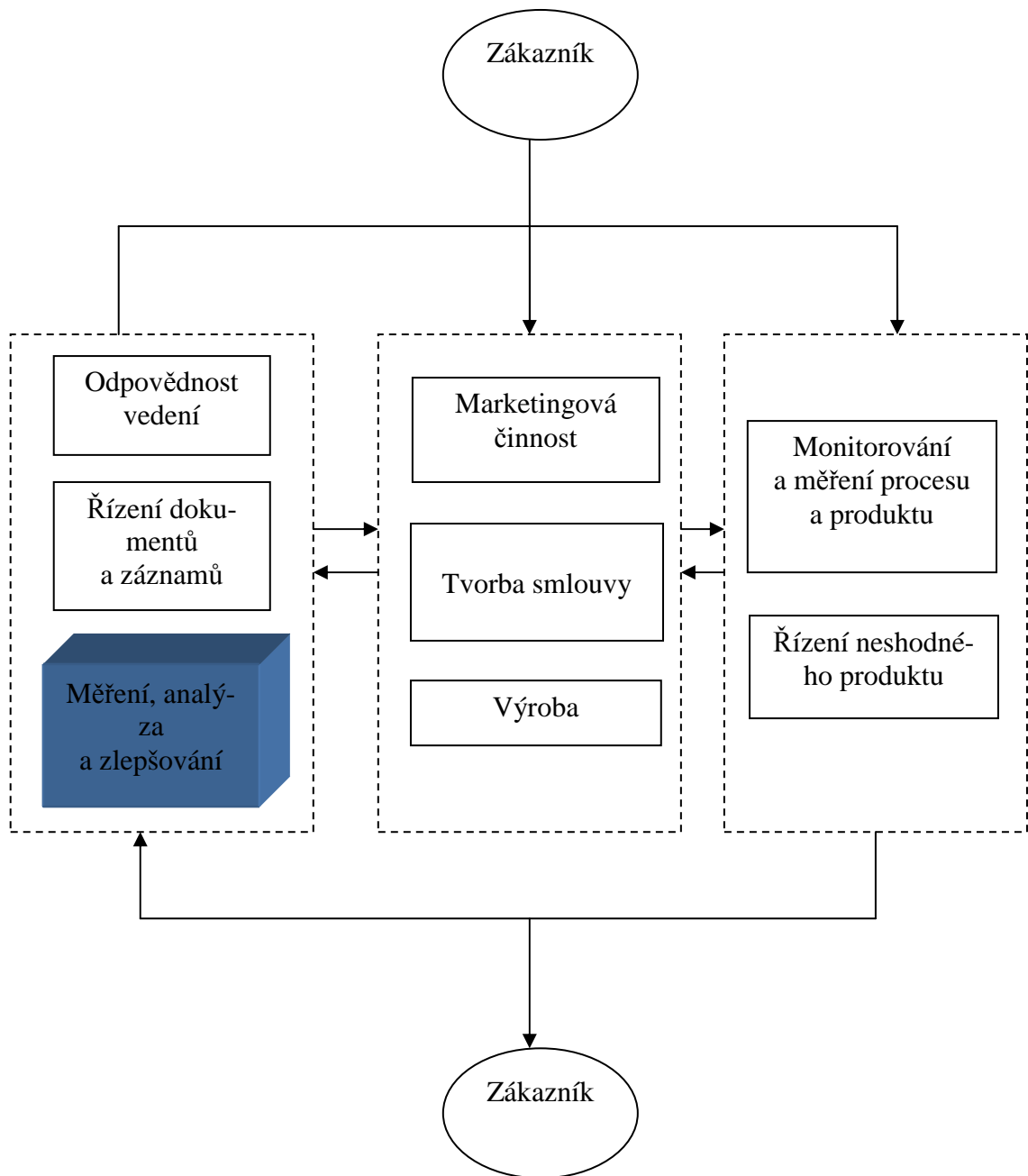
Za charakteristické vlastnosti procesu se považují:

- definované vstupní a výstupní veličiny,
- provázanost s předcházejícími a následnými činnostmi,
- závislost na ovlivnitelných a neovlivnitelných faktorech,
- možnost ovládnutí průběhu.

Procesy prochází v podniku fázemi plánování, zavádění, ale nikoliv neustálým zlepšováním. Řízení procesů musí předcházet stanovení požadavků, plánování kroků procesu, určení řízených veličin, zjištění ovlivňujících faktorů.

Ve společnosti jsou identifikovány hlavní procesy, které jsou uvedeny ve střední části procesního schématu Obr. 1. Další procesy, jsou procesy řídicí (vlevo) a procesy podpůrné (vpravo).

Společnost XY, s.r.o. nevlastní certifikát ISO 9001:2001, proto jsem sestavila následující procesní model podle procesů v této firmě. Zabývat se však budu střední částí procesního modelu, tedy hlavními procesy, které tvoří marketingová činnost, tvorba smlouvy a výroba.



Obr. 9 Procesní model společnosti XY (Zdroj: vlastní zpracování)

Ve své práci se zaměřím na zvýrazněný proces v procesní mapě, tj. měření, analýza a zlepšování.

Je nutné podotknout, že schopnost uspokojovat potřeby zákazníků není realizována pouhou výrobou nebo poskytováním služby, ale že tato schopnost vzniká v rámci celého reprodukčního procesu. Proto se v celém světě rozvíjejí tyto tzv. systémy managementu jakosti. Ty můžeme charakterizovat jako část celopodnikového managementu, jež garantuje maximální spokojenost zákazníků tím nejefektivnějším způsobem.

Nyní bych se zaměřila na hlavní procesy, které jsou uvedeny ve střední části procesního schématu (marketingová činnost, tvorba smlouvy a realizace). Každý proces se skládá ze vstupů a výstupů, činností, zdrojů, monitorování a měření, analýzy údajů, dokumentace včetně záznamů, zlepšování.

Specifikace procesu marketingové činnosti

Ve společnosti XY, s.r.o. jsem analyzovala, jak fungují vstupy, výstupy, marketingové činnosti, zdroje, monitorování a měření, analýza údajů, dokumentace včetně záznamů, zlepšování této činnosti.

VSTUPY: - záměry a návrhy vedení společnosti o způsobu uplatnění možností firmy.

VÝSTUPY: - poptávka po službách společnosti,
- získání zákazníka.

ČINNOSTI: - zajišťování propagace firmy,
- vyhledávání potencionálních zákazníků,
- kontaktování potencionálních zákazníků,
- jednání o spolupráci a vyjednávání podmínek,
- získávání a sledování poptávek nebo požadavků pro splnění podmínek výběrových řízení.

ZDROJE: - lidské: představitel marketingu, představitelé vedení, pracovníci společnosti,
- vybavení: kancelářské vybavení, telefon, PC, služební mobilní telefon,
- prostředí: vnitropodnikové, kanceláře, obchodní jednání.

MONITOROVÁNÍ A MĚŘENÍ:

- sledování úspěšnosti obchodních jednání společně s podmínkami klade-
ných ze strany zákazníků.

ANALÝZA ÚDAJŮ:

- množství poptávek a celkový zájem ve vztahu k osloveným zákazníkům.

DOKUMENTACE (včetně záznamů):

- zápis z obchodního jednání.

ZLEPŠOVÁNÍ:

- prezentace společnosti a neustálé zlepšování nabídky služeb ve vztahu
k rostoucím požadavkům ze strany zákazníků na základě analýzy údajů.

Specifikace procesu tvorby smlouvy**VSTUPY:**

- objednávka zákazníka,
- písemná poptávka, ústní a telefonická poptávka.

VÝSTUPY:

- uzavřená smlouva, potvrzená objednávka,
- předání zakázky, včetně dokumentace do procesu realizace.

ČINNOSTI:

- příjem, evidence a přezkoumání poptávky zákazníka,
- vyjasnění a upřesnění poptávky zákazníka,
- zpracování nabídky, zpracování návrhu smlouvy,
- připomínkové řízení, uzavření smlouvy se zákazníkem,
- předání zakázky do procesu realizace.

ZDROJE:

- lidské: vedoucí obchodního oddělení, kalkulant, účetní,
- vybavení: kancelářské vybavení, telefon, PC, služební mobilní telefon,
- prostředí: vnitropodnikové, kanceláře, obchodní jednání, monitorování
procesu výroby.

MONITOROVÁNÍ A MĚŘENÍ:

- monitorování poptávek, sledování úspěšnosti nabídek, monitorování reklamací od zákazníka, sledování spokojenosti zákazníků.

ANALÝZA ÚDAJŮ:

- vyhodnocení formuláře měření spokojenosti zákazníků, vyhodnocení počtu realizovaných smluv k počtu vytvořených nabídek, analýza reklamací od zákazníků.

DOKUMENTACE (včetně záznamů):

- poptávka, projektová a výrobní dokumentace, specifikace zákazníka, nabídka, návrh smlouvy, formulář reklamace, dotazník měření spokojenosti zákazníka.

ZLEPŠOVÁNÍ:

- zvyšování počtu smluvních zákazníků a jejich podílu na celkových tržbách společnosti.

Specifikace procesu realizace:

Posledním hlavním procesem procesního schématu je realizace, tj. výroba. Je vyústěním ostatních předchozích hlavních procesů.

VSTUPY: - obchodní, technická a technologická dokumentace.

VÝSTUPY: - zakázka v procesu realizace, následné dokončení produktu,
- protokol o předání.

ČINNOSTI: - plánování realizace zakázky,
- zajištění zdrojů pro zakázku,
- proces nakupování,
- proces skladování,
- přidělování pracovních úkolů, rozdělování pravomocí a odpovědností,
- realizace zakázky,
- předání zakázky.

- ZDROJE:**
- lidské: pracovníci realizace zakázky s potřebnou kvalifikací a v potřebném počtu,
 - vybavení: místo realizace výroby produktu, nástroje a přístroje, měřicí zařízení, skladovací prostory, manipulační prostředky,
 - prostředí: prostředí výkonu výroby produktu, skladovací prostory.

MONITOROVÁNÍ A MĚŘENÍ:

- sledování stavu zásob, průběžné sledování a vyhodnocování dodavatelů, monitorování reklamací na dodavatele, sledování cen vybraných materiálů, monitorování výrobního procesu zaznamenáváním do technické a technologické dokumentace

ANALÝZA ÚDAJŮ:

- analýza údajů z technické a technologické dokumentace, hodnocení dodavatelů

DOKUMENTACE (včetně záznamů):

- plán realizace zakázky, u větších zakázek harmonogram činností, technická, technologická a obchodní dokumentace, předávací protokol, formulář hodnocení dodavatele

ZLEPŠOVÁNÍ - zlepšování jakosti dodávek na základě analýzy dodavatelů,

- zlepšování procesu realizace, zvyšování produktivity práce na základě analýzy údajů z výrobní činnosti.

Monitorování a měření procesů

Ve společnosti XY, s.r.o. se aplikují vhodné metody pro monitorování procesů QMS. Tyto metody by měly prokázat schopnost procesů dosahovat plánovaných výsledků. Výsledky tohoto monitorování jsou zdrojem pro analýzu údajů. Monitorování a měření ve společnosti se aplikuje na hlavní procesy.

Tvorba smlouvy: - sledování úspěšnosti nabídek, monitorování poptávek, monitorování reklamací od zákazníka, sledování spokojenosti zákazníka.

Marketingová činnost:

- sledování úspěšnosti obchodních jednání a jejich vliv na získání zakázka.

Realizace:

- sledování cen vybraných materiálů, monitorování výrobního procesu zaznamenávání do technické a technologické dokumentace, sledování stavu zásob, monitorování reklamací od dodavatele a vyhodnocování dodavatelů.

Monitorování a měření produktu

Znaky produktu se monitorují, aby se ověřilo, že požadavky na produkt jsou splněny. Monitorování produktu se provádí v souladu s plánovanými záměry a dokumentovaným postupy v příslušných etapách procesu realizace produktu.

Společnost se snaží dodržovat následující kroky monitorování a měření produktu:

- monitorovat a měřit znaky produktu,
- udržovat důkazy o shodě přejímacími kritérii,
- v záznamech uvádět osobu schvalující uvolnění produktu,
- uvolnění produktu a dodání nesmí pokračovat před dokončením plánované činnosti.

Ve společnosti XY, s.r.o. jsou dodávky ověřovány z pohledu, zda odpovídají specifikacím uvedeným ve smlouvě nebo objednávce. Toto ověřování provádí pracovník, který dodávku přejímá nebo pracovník pověřený vedením skladu, porovnáním dodacího listu s uzavřenou smlouvou nebo objednávkou. Následně provádí kvantitativní a vizuální kontrolu. V případě shody provede záznam v dodacím listu nebo faktuře a zavede dodávku do evidence. V případě zjištění neshod při ověřování dodávek nebo vstupní kontrole probíhá reklamační řízení na dodavatele.

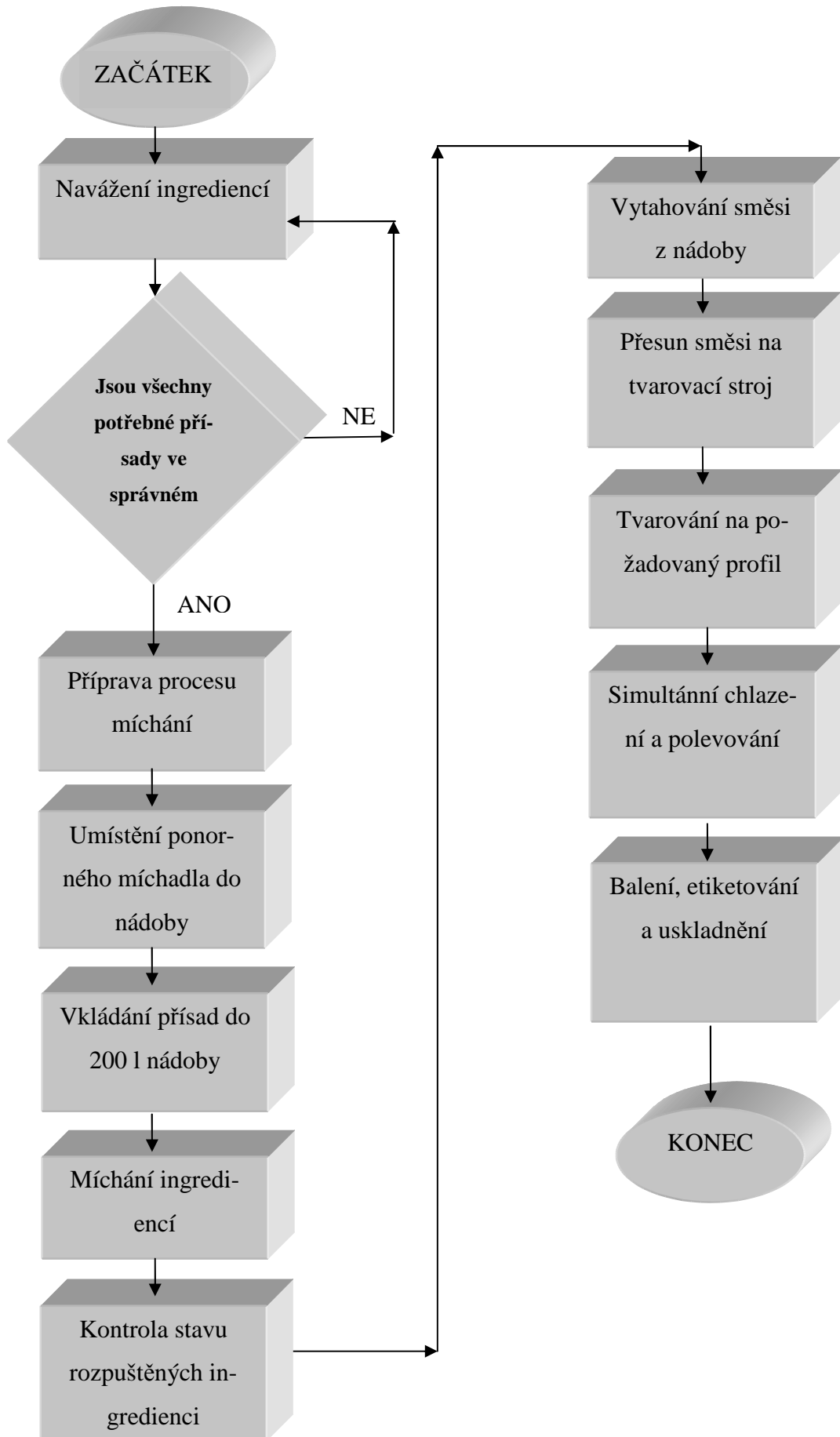
Každý pracovník ve výrobě provádí průběžnou kontrolu své odvedené práce. Vedoucí výroby na základě plánu realizace zakázky a rámcových technologických postupů vede záznam o kontrolách v záznamové dokumentaci.

5.1 Analýza procesu výroby tyčinek

Nejprve se naváží ingredience na elektronické můstkové váze „Sartorius“ s přesností 0,001 g pro várku, o hmotnosti do 200 kg. Jednotlivé ingredience pro kokosové tyčinky jsou tvořeny strouhaným kokosem, fondánovou polevou, škrobovým sirupem, rostlinným olejem, maltodextrinem, kokosovým aroma, rumovým aroma, kokosem medium a tmavou čokolá-

dou. Jednotlivé ingredience pro burákovou tyčinku jsou tvořeny moučkovým cukrem, škrobovým sirupem, sójovými vločkami, fondánovou polevou, rostlinným olejem, potravinovým tukem, arašídovým aroma a čokoládovou polevou. Dále probíhá míchání vstupních surovin, které se pak za mírného chlazení tvarují společně s nanášením polevy. Proces je ukončen balením konečných výrobků.

Následovat bude vývojový diagram procesu výroby tyčinek.

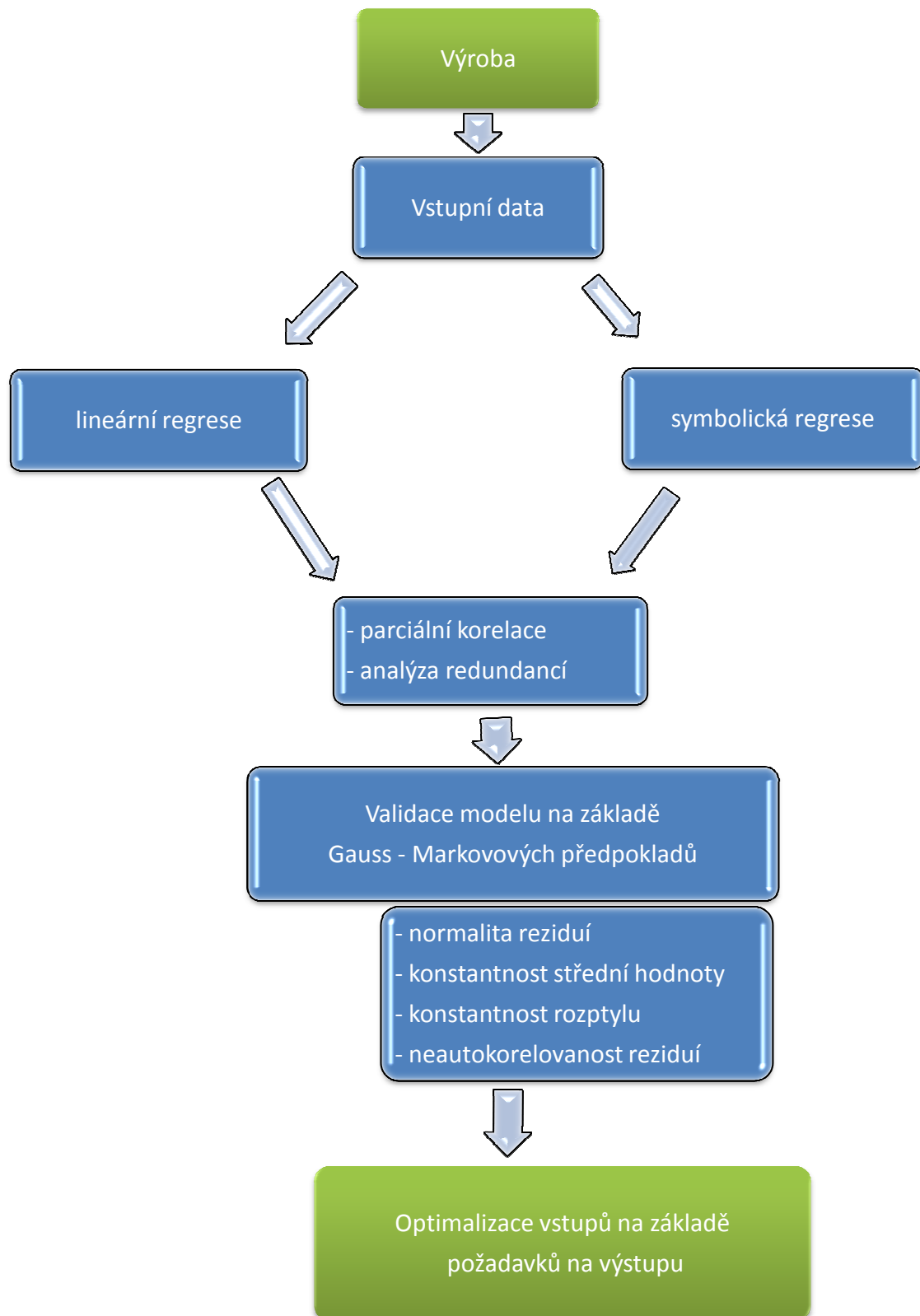


Obr. 10 Vývojový diagram procesu výroby tyčinek (Zdroj: vlastní zpracování)

5.2 Statistická analýza procesu výroby tyčinek – návrh konceptu

Vzhledem k tomu, že společnost neprovádí kontrolu ingrediencí, tudíž proces nepodléhá statistické regulaci, rozhodla jsem se, že se na tento proces dávkování ingrediencí podívám ze statistického hlediska. Vytvořím model popisu závislosti celkové hmotnosti vyráběné tyčinky na vstupních ingrediencích. Tento model, jakožto vícenásobný regresní konfrontuji s modelem vygenerovaným na základě symbolické regrese a na základě kritéria MSE použiji vhodnější model pro následnou optimalizaci celkové hmotnosti vyráběného produktu. Níže uvádím schéma postupu matematicko-statistické optimalizace vstupů na základě požadavků na výstup. Požadavek na výstup je jednoznačný, tedy minimalizace celkové hmotnosti vyráběného produktu na základě omezujících podmínek na jednotlivé vstupy, tj. ingredience.

Můj navržený model bude používat jako vstupy naměřené hodnoty vstupních ingrediencí z výroby, které budou použity k vysvětlení variability ve výstupu, tj. celková hmotnost tyčinky. Tento model bude sestaven pomocí regrese, dále bude konfrontován s analýzou partiálních korelací a analýzou redundancí. Tyto analýzy slouží ke kvantifikaci závislosti vstupů na výstupu a vstupů mezi vstupy, tj. analýza multikolinearity, což je závislost mezi nezávisle proměnnými. Konečný model bude validován na základě Gauss-Markovových předpokladů na rezidua a po této validaci bude provedena optimalizace vstupních ingrediencí tak, aby požadovaný výstup, tj. celková hmotnost tyčinky, byla minimální. Tuto optimalizaci provedu pomocí Simplexova algoritmu. Simplexová metoda je defaultně dostupná v kancelářském balíku MS Excel, který pro tyto účely použiji.



Obr. 11 Schéma analýzy procesu výroby tyčinek z hlediska naměřených dat (Zdroj: vlastní zpracování)

5.3 Regresní modely pro dané výrobky

Pomocí programu Excel provedu sestavení regresního modelu (Data -> analýza dat-> regrese).

5.3.1 Regresní model kokosové tyčinky

Níže je uvedena regresní diagnostika z programu Excel. Výchozí data pro tento model nalezneme v příloze III. Nejdůležitějšími výstupy jsou determinační koeficient, analýza rozptylu pro regresní model a statistická významnost jednotlivých regresních parametrů pro vektory vstupních regresorů.

<i>Regresní statistika</i>	
Násobné R	0,98262
Koef. determinace	0,96553
Nastavená hodnota s_f	0,93451
Chyba stř. hodnoty	0,09899
Pozorování	20

ANOVA					
	Rozdíl	SS	MS	F	Významnost F
Regrese	9	2,745083	0,305009	31,12612	3,8E-06
Rezidua	10	0,097991	0,009799		
Celkem	19	2,843075			

	Koeficienty	Chyba stř. hodnoty	t Stat	Hodnota P	Dolní 95%	Horní 95%	Dolní 95,0%	Horní 95,0%
Hranice	91,7962	88,9652	1,031822	0,326465	-106,43	290,023	-106,431	290,023
kokos strouhaný	1,03207	0,301953	3,417966	0,00657	0,35927	1,704861	0,359273	1,704861
fondánová poleva	1,30632	0,24952	5,235306	0,000381	0,75035	1,862282	0,750349	1,862282
škrobový sirup	1,13062	0,111172	10,17	1,36E-06	0,88292	1,378331	0,882916	1,378331
rostlinný olej	12,5779	12,35182	1,018301	0,332538	-14,944	40,09945	-14,9437	40,09945
maltodextrin	-44,753	6,189121	-7,23085	2,82E-05	-58,543	-30,9624	-58,5429	-30,9624
aroma kokosové	48,168	6,690897	7,199038	2,93E-05	33,2598	63,07627	33,25977	63,07627
aroma rumové	0,58028	0,751105	0,77257	0,457648	-1,0933	2,253847	-1,09329	2,253847
kokos strouhaný	0,81229	0,383188	2,119808	0,060043	-0,0415	1,666082	-0,04151	1,666082
čokoláda tmavá	-10,619	12,34704	-0,86002	0,409921	-38,13	16,89219	-38,1297	16,89219

Obr. 12 Regresní analýza - kokosová tyčinka (Zdroj: výstup z programu Excel)

Jak plyne z regresní diagnostiky, v modelu se vyskytuje multikolinearita. Je tak patrné z celkového F-testu pro regresní model, který je statisticky významný, protože p-hodnota $< 0,05$ a některé regresní parametry jsou statisticky nevýznamné, protože p-hodnota $> 0,05$. Hodnota 0,05 je α , tedy zvolená hladina významnosti. Následovat bude analýza redundancí pro potvrzení multikolinearity.

Redundancy of Independent Variables; DV: y (Spreadsheet1) R-square column contains R-square of respective variable with all other independent variables					
Variable	Toleran.	R-square	Partial Cor.	Semipart Cor.	
Var1	0,130797	0,869203	0,213152	0,060498	
Var2	0,137869	0,862131	0,189096	0,053401	
Var3	0,147784	0,852216	0,181757	0,051256	
Var4	0,165964	0,834036	0,148659	0,041687	
Var5	0,185040	0,814960	-0,048964	-0,013594	
Var6	0,180008	0,819992	0,141325	0,039587	
Var7	0,156723	0,843277	0,333914	0,098234	
Var8	0,304144	0,695856	0,195375	0,055243	
Var9	0,165432	0,834568	0,160134	0,044986	

Obr. 13 Redundance (Zdroj: výstup z programu Statistica)

Kolinearita mezi vstupními vektory, tedy regresory, je determinována na základě indexu VIF (Variance Inflation Factor).

	Tolerance	Variance Infl	R square	y Beta in	y Partial	y semi-par	y t	y p
Var 1	0,000002	425937	0,999998	-47,7265	-0,742766	-0,07313	-3,508	0,00565
Var 2	0,000007	145125	0,999993	-27,0433	-0,732782	-0,07099	-3,40542	0,00671
Var 3	0,000002	657072,6	0,999998	58,9412	0,740866	0,072713	3,48814	0,005841
Var 4	0,000516	1938,3	0,999484	2,5568	0,661042	0,058074	2,7859	0,019255
Var 5	0,000739	1352,9	0,999261	-6,2837	-0,932957	-0,17084	-8,19546	0,00001
Var 6	0,001003	993,7	0,998994	5,8933	0,943087	0,186947	8,96809	0,000004
Var 7	0,004099	244	0,995901	0,3335	0,30816	0,021353	1,02434	0,329817
Var 8	0,000003	286173	0,999997	38,9137	0,741001	0,072742	3,48956	0,005827
Var 9	0,000526	1900,9	0,999474	-2,269	-0,619648	-0,05204	-2,49656	0,031633

Obr. 14 VIF faktor pro posouzení multikolinarit (Zdroj: výstup z programu Statistica)

Kvalitu regresního modelu udává index determinace R^2 . Přesněji řečeno udává kolik procent rozptylu vysvětlované proměnné je vysvětleno modelem a kolik zůstalo nevysvětleno. Koeficient determinace R^2 je 0,96553. To znamená, že 96,5 % dat je vysvětleno tímto modelem. Z hodnot koeficientů vytvořím odhad regresní funkce, která má tvar:

$$\hat{y} = 91,79 + 1,03x_1 + 1,30x_2 + 1,1x_3 + 12,58x_4 - 44,75x_5 + 48,16x_6 + 0,58x_7 + 0,81x_8 - 10,62x_9$$

Z Obr. 13 Redundance a Obr. 14 VIF faktoru je zřejmé, že v datech existuje multikolinearita. (Redundance se blíží k jedné a VIF faktor >10). Tento fakt je pro optimalizaci irele-

vantní, tudíž není třeba používat nástroje pro redukci regresní nadrovin, jak je stepwise regrese nebo ridge regrese.

5.3.2 Srovnání naměřených a teoretických hodnot

Po dosažení empirických hodnot do regresní funkce dostáváme teoretické hodnoty. V následující tabulce vidíme srovnání.

Tab. 1 Srovnání hodnot naměřených a teoretických - lineární model, kokosová tyčinka (Zdroj: vlastní zpracování)

<i>i-té</i> pozorování	Naměřené hodnoty	Teoretické hodnoty	<i>i-té</i> pozorování	Naměřené hodnoty	Teoretické hodnoty
1	36,883	36,597	11	36,405	36,146
2	35,953	35,999	12	36,394	36,166
3	36,24	36,071	13	36,452	36,248
4	36,471	36,281	14	36,485	36,294
5	36,833	36,605	15	36,57	36,406
6	36,588	36,37	16	36,638	36,495
7	36,83	36,648	17	36,629	36,495
8	36,529	36,239	18	36,972	36,792
9	37,256	37,061	19	37,438	37,255
10	36,312	36,028	20	37,436	37,251

Tyto hodnoty proložené modelem budou sloužit pro výpočet kritéria MSE. Toto kritérium bude následně porovnáno s kritériem MSE u symbolické regrese. Menší z těchto kritérií bude použito pro optimalizaci.

5.3.3 Regresní model burákové tyčinky

Níže je uvedena regresní diagnostika z programu Excel. Výchozí data pro tento model nalezneme v příloze IV. Nejdůležitějšími výstupy jsou determinační koeficient, analýza rozptylu pro regresní model a statistická významnost jednotlivých regresních parametrů pro vektory vstupních regresorů.

<i>Regresní statistika</i>	
Násobné R	0,99748
Koef. Determinace	0,99497
Nastavená hodnota s ₁	0,98937
Chyba stř. hodnoty	0,03292
Pozorování	20

ANOVA					
	Rozdíl	SS	MS	F	Významnost F
Regrese	10	1,9277746	0,192777	177,9048	4,3E-09
Rezidua	9	0,0097524	0,001084		
Celkem	19	1,937527			

	Koeficienty	Chyba stř. hodnoty	t Stat	Hodnota P	Dolní 95%	Horní 95%	Dolní 95,0%	Horní 95,0%
Hranice	17,9815	16,28941	1,103877	0,298285	-18,8677	54,83071	-18,8677	54,8307
cukr moučka	-0,069	0,1611415	-0,42829	0,678511	-0,43354	0,295513	-0,433542	0,29551
škrobový sirup	-1,2462	3,5960351	-0,34654	0,736904	-9,38095	6,88864	-9,380953	6,88864
sójové vločky	-0,4331	0,6245217	-0,6935	0,505496	-1,84587	0,979658	-1,845874	0,97966
sójová krupice	0,35317	0,3918368	0,901311	0,390905	-0,53323	1,239563	-0,53323	1,23956
fondánová poleva	-2,7963	3,5892834	-0,77906	0,45594	-10,9158	5,323259	-10,91579	5,32326
rostlinný olej	6,50272	5,2985049	1,227275	0,250852	-5,48333	18,48877	-5,483327	18,4888
pokrmový tuk	4,36434	1,3498547	3,233194	0,01027	1,31076	7,417925	1,310758	7,41793
arašidy pražené	5,09129	2,4116656	2,11111	0,063954	-0,36428	10,54686	-0,364276	10,5469
čokoládová poleva	-0,0773	0,1641674	-0,47071	0,649045	-0,44865	0,294097	-0,448648	0,2941
aroma arašídové	0,18519	0,2177023	0,850648	0,417021	-0,30729	0,677665	-0,307289	0,67767

Obr. 15 Regresní analýza – buráková tyčinka (Zdroj: výstup z programu Excel)

Jak plyne z regresní diagnostiky, v modelu se vyskytuje multikolinearita. Je tak patrné z celkového F-testu pro regresní model, který je statisticky významný, protože p-hodnota < 0,05 a některé regresní parametry jsou statisticky nevýznamné, protože p-hodnota > 0,05. Hodnota 0,05 je α , tedy zvolená hladina významnosti. Následovat bude analýza parciální korelací pro potvrzení multikolinearity.

Variable	Variables currently in the Equation; DV: y (Spreadsheet1)						
	Beta in	Partial Cor.	Semipart Cor.	Tolerance	R-square	t(10)	p-level
Var1	-0,023697	-0,194399	-0,014614	0,380336	0,619664	-0,626700	0,544896
Var2	-0,078605	-0,094842	-0,007026	0,007989	0,992011	-0,301274	0,769377
Var3	-0,033548	-0,229178	-0,017362	0,267852	0,732148	-0,744540	0,473683
Var4	0,024480	0,241957	0,018389	0,564274	0,435726	0,788567	0,448656
Var5	-0,203661	-0,236381	-0,017940	0,007759	0,992241	-0,769306	0,459497
Var6	0,466963	0,359255	0,028388	0,003696	0,996304	1,217334	0,251424
Var7	0,301511	0,707387	0,073802	0,059914	0,940086	3,164786	0,010077
Var8	0,510816	0,581228	0,052673	0,010633	0,989367	2,258710	0,047472
Var9	-0,020622	-0,223138	-0,016881	0,670074	0,329926	-0,723876	0,485731

Obr. 16 Parciální korelace (Zdroj: výstup z programu Statistica)

Kolinearita mezi vstupními vektory, tedy regresory, je determinována na základě indexu VIF (Variance Inflation Factor).

Effect	Collinearity statistics for terms in the equation (Spreadsheet1)							
	Tolerance	Variance Infl fac	R square	y Beta in	y Partial	y Semi-par	y t	y p
"Var1"	0,380336	2,6293	0,619664	-0,023697	-0,194399	-0,014614	-0,626700	0,544896
"Var2"	0,007989	125,1787	0,992011	-0,078605	-0,094842	-0,007026	-0,301274	0,769377
"Var3"	0,267852	3,7334	0,732148	-0,033548	-0,229178	-0,017362	-0,744540	0,473683
"Var4"	0,564274	1,7722	0,435726	0,024480	0,241957	0,018389	0,788567	0,448656
"Var5"	0,007759	128,8751	0,992241	-0,203661	-0,236381	-0,017940	-0,769306	0,459497
"Var6"	0,003696	270,5806	0,996304	0,466963	0,359255	0,028388	1,217334	0,251424
"Var7"	0,059914	16,6905	0,940086	0,301511	0,707387	0,073802	3,164786	0,010077
"Var8"	0,010633	94,0502	0,989367	0,510816	0,581228	0,052673	2,258710	0,047472
"Var9"	0,670074	1,4924	0,329926	-0,020622	-0,223138	-0,016881	-0,723876	0,485731

Obr. 17 VIF faktor pro posouzení multikolinearity (Zdroj: výstup z programu Statistica)

Koeficient determinace R je 0,9949. To znamená, že 99,4 % dat je vysvětleno tímto modelem. Z hodnot koeficientů vytvořím odhad regresní funkce, která má tvar:

$$\hat{y} = 17,98 - 0,069x_1 - 1,246x_2 - 0,433x_3 + 0,353x_4 - 2,796x_5 + 6,502x_6 + 4,364x_7 + 5,09x_8 - 0,077x_9 + 0,185x_{10}$$

Z Obr. 16 Parciální korelace a Obr. 17 VIF faktoru je zřejmé, že v datech existuje multikolinearita. (VIF faktor >10). Tento fakt je pro optimalizaci irelevantní, tudíž není třeba používat nástroje pro redukci regresní nadrovinu, jak je stepwise regrese nebo ridge regrese.

5.3.4 Srovnání naměřených a teoretických hodnot

Po dosažení empirických hodnot do regresní funkce dostáváme teoretické hodnoty. V následující tabulce vidíme srovnání.

Tab. 2 Srovnání hodnot naměřených a teoretických – lineární model, buráková tyčinka (*Zdroj: vlastní zpracování*)

<i>i-té</i> pozo- rování	Naměřené hodnoty	Teoretické hodnoty	<i>i-té</i> pozo- rování	Naměřené hodnoty	Teoretické hodnoty
1	35,678	35,709	11	36,27	36,271
2	35,771	35,755	12	36,308	36,284
3	35,868	35,851	13	36,343	36,339
4	35,966	35,93	14	36,389	36,406
5	36,002	35,983	15	36,417	36,43
6	36,061	36,067	16	36,445	36,48
7	36,21	36,182	17	36,468	36,479
8	36,19	36,182	18	36,619	36,58
9	36,221	36,246	19	36,683	36,644
10	36,242	36,228	20	37,015	37,009

Tyto hodnoty proložené modelem budou sloužit pro výpočet kritéria MSE. Toto kritérium bude následně porovnáno s kritériem MSE u symbolické regrese. Menší z těchto kritérií bude použito pro optimalizaci.

5.4 Symbolická regrese

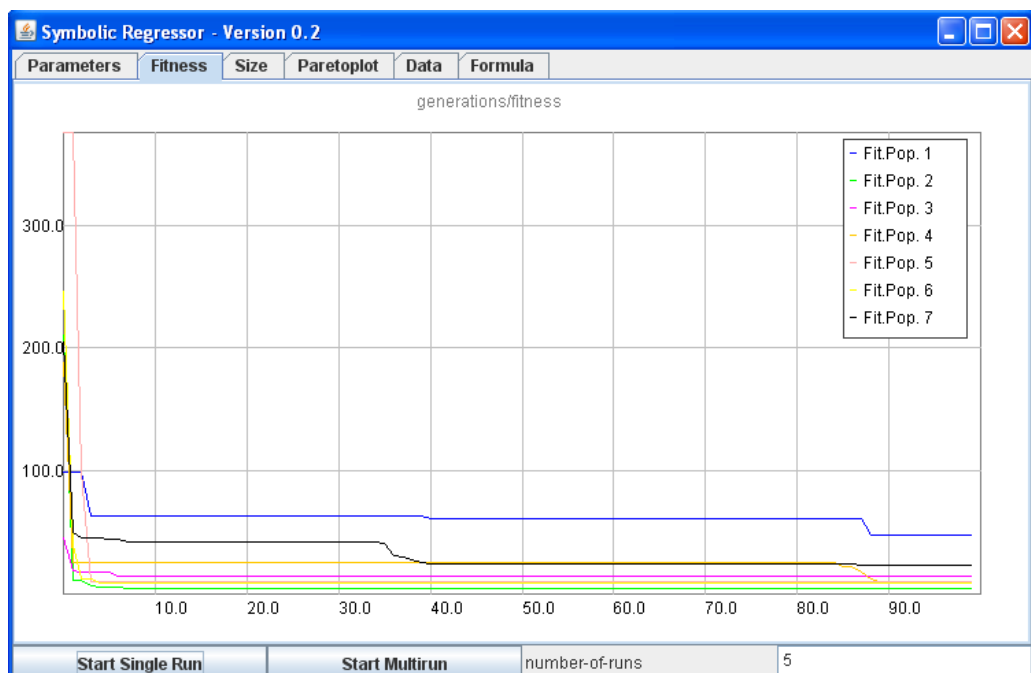
Regresní funkce může být místo toho zkonstruována jako kombinace matematických výrazů, proměnných a konstant. V genetickém programování je cílová regresní funkce konstruována a upřesňována během evolučního procesu, kdy se vybírají nejvhodnější jedinci, kteří se vzájemně mísí, případně dochází k mutacím jedinců, dokud nenalezneme nejvhodnějšího jedince, tzn. nejvhodnější regresní funkci.

Symbolická regrese se snaží najít funkci, které odpovídají vstupní údaje. Následovat bude odhad lineární kombinace vstupních parametrů na základě symbolické regrese.

5.4.1 Symbolická regrese – kokosová tyčinka

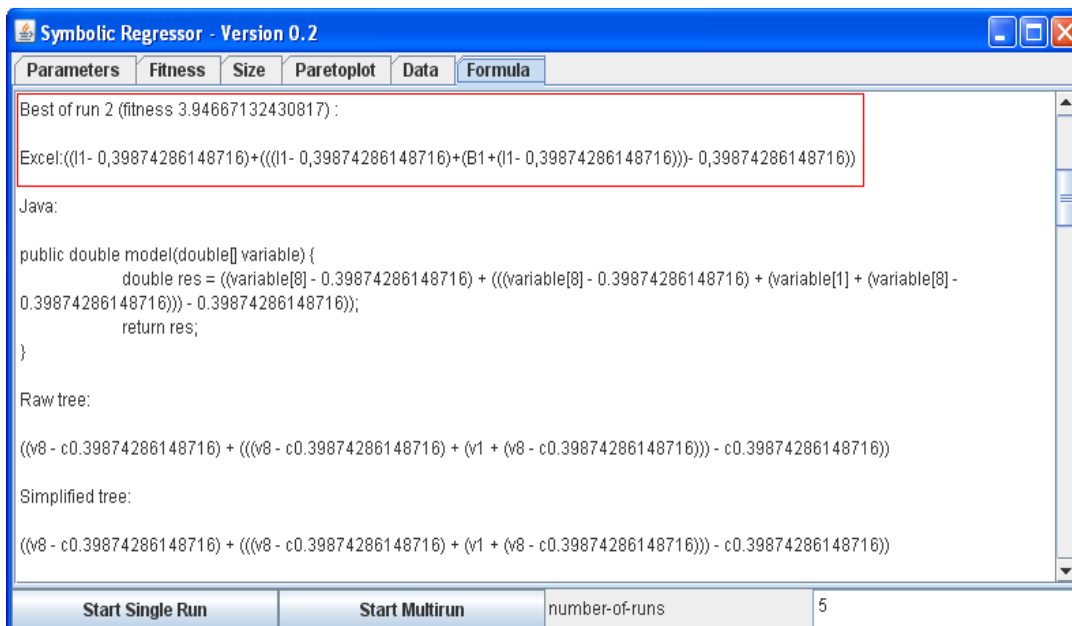
Parameters	Fitness	Size	ParetoPlot	Data	Formula					
7.7	13.805	2.11	0.89	0.26	0.0060	0.012	3.03	8.07	36.883	
7.7	13.81	2.12	0.9	0.285	0.016	0.0018	3.04	8.08	35.953	
7.927	13.815	2.13	0.91	0.295	0.021	0.0025	3.05	8.09	36.24	
7.947	13.82	2.15	0.93	0.365	0.086	0.0030	3.07	8.1	36.471	
8.01	14.051	2.185	0.93	0.37	0.091	0.0060	3.08	8.11	36.833	
7.695	14.073	2.19	0.94	0.38	0.101	0.0066	3.082	8.12	36.588	
7.67	14.1	2.412	0.942	0.385	0.106	0.0075	3.085	8.122	36.83	
7.672	13.74	2.433	0.945	0.39	0.111	0.028	3.0855	8.125	36.529	
7.675	13.75	3.14	0.9455	0.4	0.121	0.0090	3.09	8.1255	37.256	
7.6755	13.76	2.16	0.95	0.405	0.126	0.0105	3.095	8.13	36.312	
7.68	13.82	2.165	0.955	0.41	0.131	0.0114	3.098	8.135	36.405	
7.62	13.7955	2.17	0.958	0.4396	0.1606	0.012	3.1	8.138	36.394	
7.63	13.808	2.175	0.96	0.4531	0.1741	0.012	3.1	8.14	36.452	
7.64	13.792	2.18	0.96	0.4666	0.1876	0.0135	3.105	8.14	36.485	
7.66	13.815	2.185	0.965	0.4801	0.2011	0.0135	3.105	8.145	36.57	
7.685	13.82	2.19	0.965	0.4936	0.2146	0.015	3.11	8.145	36.638	
7.688	13.7955	2.1655	0.97	0.5071	0.2281	0.015	3.11	8.15	36.629	
7.69	13.808	2.178	0.97	0.5206	0.2416	0.082	3.332	8.15	36.972	
7.69	13.792	2.162	1.192	0.5341	0.2551	0.088	3.353	8.372	37.438	
7.695	13.81	2.18	1.213	0.5476	0.2686	0.3	3.03	8.393	37.436	

Obr. 18 Symbolická regrese – vstupní data kokosová tyčinka (Zdroj: výstup z programu *Symbolic Regression Applet*)



Obr. 19 Symbolická regrese – fitness kokosová tyčinka (Zdroj: výstup z programu *Symbolic Regression Applet*)

Z vývoje globální chyby Obr. 19 je patrné, že globální chyba konverguje k nule již ve 2. populaci. Následovat bude optimální model lineární kombinace vstupů pomocí symbolické regrese.



Obr. 20 Symbolická regrese - funkce pro kokosovou tyčinku (Zdroj: výstup z programu Symbolic Regression Applet)

Vzorec pro Excel:

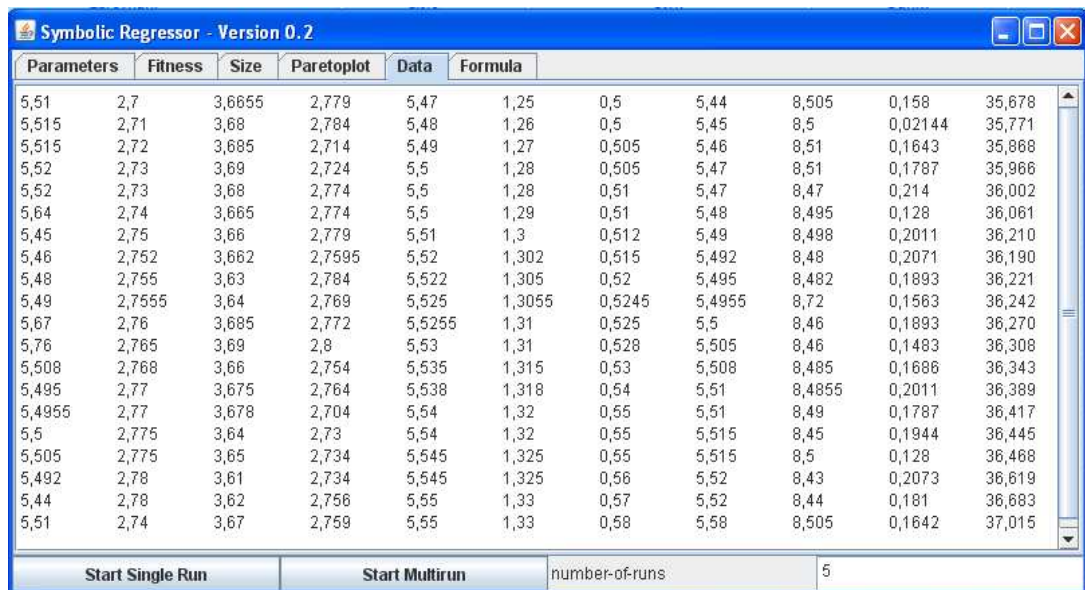
$$\hat{y} = ((I1 - 0,39874286148716) + (((I1 - 0,39874286148716) + (B1 + (I1 - 0,39874286148716))) - 0,39874286148716))$$

Po dosazení do regresní funkce dostáváme teoretické hodnoty. V následující tabulce vidíme srovnání.

Tab. 3 Srovnání hodnot naměřených a teoretických - symbolická regrese, kokosová tyčinka (Zdroj: vlastní zpracování)

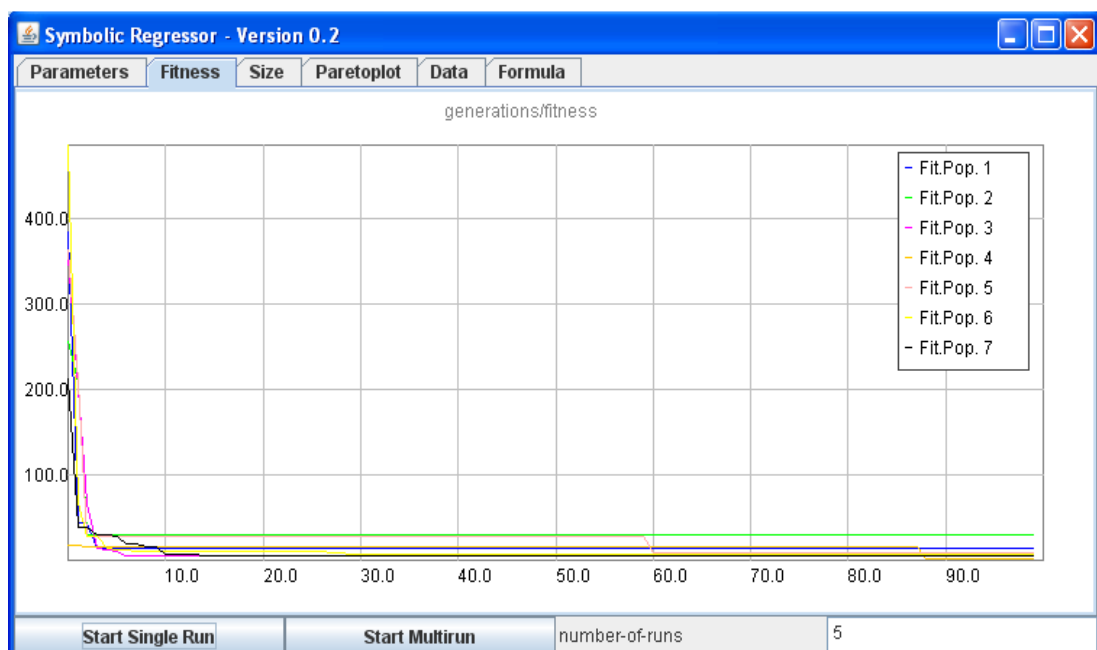
<i>i-té</i> pozorování	Naměřené hodnoty	Teoretické hodnoty	<i>i-té</i> pozorování	Naměřené hodnoty	Teoretické hodnoty
1	36,883	36,42	11	36,405	36,63
2	35,953	36,455	12	36,394	36,615
3	36,24	36,49	13	36,452	36,633
4	36,471	36,525	14	36,485	36,617
5	36,833	36,786	15	36,57	36,655
6	36,588	36,838	16	36,638	36,66
7	36,83	36,871	17	36,629	36,651
8	36,529	36,52	18	36,972	36,663
9	37,256	36,532	19	37,438	37,314
10	36,312	36,555	20	37,436	37,393

5.4.2 Symbolická regrese – buráková tyčinka



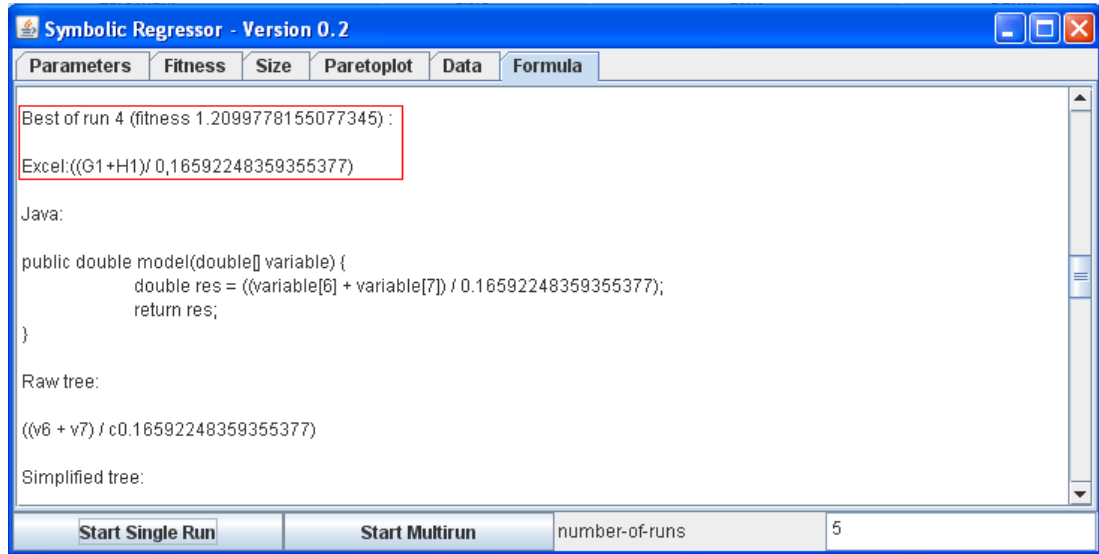
Parameters	Fitness	Size	Pareto plot	Data	Formula
5,51	2,7	3,6855	2,779	5,47	1,25
5,515	2,71	3,68	2,784	5,48	1,26
5,515	2,72	3,685	2,714	5,49	1,27
5,52	2,73	3,69	2,724	5,5	1,28
5,52	2,73	3,68	2,774	5,5	1,28
5,64	2,74	3,665	2,774	5,5	1,29
5,45	2,75	3,66	2,779	5,51	1,3
5,46	2,752	3,662	2,7595	5,52	1,302
5,48	2,755	3,63	2,784	5,522	1,305
5,49	2,7555	3,64	2,769	5,525	1,3055
5,67	2,76	3,685	2,772	5,5255	1,31
5,76	2,765	3,69	2,8	5,53	1,31
5,508	2,768	3,66	2,754	5,535	1,315
5,495	2,77	3,675	2,764	5,538	1,318
5,4955	2,77	3,678	2,704	5,54	1,32
5,5	2,775	3,64	2,73	5,54	1,32
5,505	2,775	3,65	2,734	5,545	1,325
5,492	2,78	3,61	2,734	5,545	1,325
5,44	2,78	3,62	2,756	5,55	1,33
5,51	2,74	3,67	2,759	5,55	1,33
					0,5
					0,5
					0,505
					0,505
					0,51
					0,51
					0,512
					0,515
					0,52
					0,5245
					0,525
					0,525
					0,528
					0,53
					0,54
					0,54
					0,545
					0,55
					0,55
					0,55
					0,55
					0,56
					0,57
					0,57
					0,58
					0,58
					8,505
					8,5
					8,51
					8,51
					8,47
					8,495
					8,498
					8,48
					8,482
					8,72
					8,46
					8,46
					8,485
					8,4855
					8,49
					8,45
					8,5
					8,43
					8,44
					8,505
					0,158
					0,02144
					0,1643
					0,1787
					0,214
					0,128
					0,2011
					0,2071
					0,1893
					0,1563
					0,1893
					0,1483
					0,1686
					0,2011
					0,1787
					0,1944
					0,128
					0,2073
					0,181
					0,1642

Obr. 21 Symbolická regrese – vstupní data buráková tyčinka (Zdroj: výstup z programu Symbolic Regression Applet)



Obr. 22 Symbolická regrese – fitness buráková tyčinka (Zdroj: výstup z programu Symbolic Regression Applet)

Z vývoje globální chyby Obr. 22 je patrné, že globální chyba konverguje k nule již ve 4. populaci. Následovat bude optimální model lineární kombinace vstupů pomocí symbolické regrese.



Obr. 23 Symbolická regrese - funkce pro kokosovou tyčinku (Zdroj: výstup z programu *Symbolic Regression Applet*)

Vzorec pro Excel:

$$\hat{y} = ((G1 + H1) / 0,165922483593553)$$

Tab. 4 Srovnání hodnot naměřených a teoretických – symbolická regrese, buráková tyčinka (Zdroj: vlastní zpracování)

<i>i-té</i> pozorování	Naměřené hodnoty	Teoretické hodnoty	<i>i-té</i> pozorování	Naměřené hodnoty	Teoretické hodnoty
1	35,678	35,8	11	36,27	36,312
2	35,771	35,86	12	36,308	36,36
3	35,868	35,951	13	36,343	36,39
4	35,966	36,011	14	36,389	36,463
5	36,002	36,041	15	36,417	36,523
6	36,061	36,101	16	36,445	36,553
7	36,21	36,174	17	36,468	36,553
8	36,19	36,204	18	36,619	36,644
9	36,221	36,252	19	36,683	36,704
10	36,242	36,282	20	37,015	37,126

Předchozí výstupy nám budou sloužit v projektové části k výběru modelu pro optimalizaci.

6 PROJEKTOVÁ ČÁST

Předchozí výstupy z praktické části budou sloužit k výběru modelu pro následnou optimalizaci, což bude tvořit stěžejní část projektové části. V této části mé práce bude nejprve porovnán model klasické lineární regrese s modelem symbolické regrese na základě MSE. Dále bude lepší z těchto modelů podroben diagnostice na základě G-M předpokladů na rezidua. Konečný validovaný model bude použit pro optimalizaci vstupních parametrů, tak aby výstup (účelová funkce), tedy celková hmotnost analyzovaného výrobku byla co nejmenší.

Pro vyjádření chyby regresního modelu je nejobvyklejší kritérium MSE (střední kvadratická chyba).

$$MSE = \frac{(\hat{y}_t - y_t)^2}{n}$$

\hat{y}_t ... teoretický model (proložený matematickou funkcí)

y_t ... naměřená data

n ... počet prvků

MSE bude v těchto modelech porovnávacím kritériem. Lepší z modelů bude použit pro optimalizaci.

6.1 Lineární regrese – kokosová tyčinka

Tab. 5 Výpočet kritéria MSE – lineární regrese, kokosová tyčinka (Zdroj: vlastní zpracování)

<i>i-té</i> pozo- rování	$(\hat{y}_t - y_t)$	$(\hat{y}_t - y_t)^2$	<i>i-té</i> pozo- rování	$(\hat{y}_t - y_t)$	$(\hat{y}_t - y_t)^2$
1	0,286	0,082	11	0,26	0,068
2	0,046	0,002	12	0,227	0,052
3	0,169	0,029	13	0,204	0,042
4	0,191	0,036	14	0,191	0,036
5	0,228	0,052	15	0,164	0,027
6	0,218	0,047	16	0,143	0,021
7	0,182	0,033	17	0,134	0,018
8	0,29	0,084	18	0,18	0,033
9	0,195	0,038	19	0,183	0,034
10	0,284	0,081	20	0,185	0,034

$$MSE = \frac{(\hat{y}_t - y_t)^2}{n} = \frac{0,848}{20} = \mathbf{0,042}$$

Hodnota kritéria MSE je pro lineární model 0,042.

6.2 Symbolická regrese – kokosová tyčinka

Tab. 6 Výpočet kritéria MSE – symbolická regrese, kokosová tyčinka (Zdroj: vlastní zpracování)

<i>i-té</i> pozorování	$(\hat{y}_t - y_t)$	$(\hat{y}_t - y_t)^2$	<i>i-té</i> pozorování	$(\hat{y}_t - y_t)$	$(\hat{y}_t - y_t)^2$
1	0,463	0,214	11	0,225	0,05
2	0,502	0,252	12	0,221	0,049
3	0,25	0,062	13	0,181	0,033
4	0,054	0,003	14	0,132	0,017
5	0,047	0,002	15	0,085	0,007
6	0,25	0,063	16	0,022	0,000
7	0,041	0,002	17	0,021	0,000
8	0,009	0,000	18	0,309	0,096
9	0,724	0,525	19	0,124	0,015
10	0,243	0,059	20	0,044	0,002

$$MSE = \frac{(\hat{y}_t - y_t)^2}{n} = \frac{1,453}{20} = \mathbf{0,0727}$$

Pro optimalizaci je vhodnější multiregresní lineární model. Porovnávacím kritériem je hodnota MSE. Čím více se blíží hodnota MSE nule, tím je model pro optimalizaci lepší.

Kokosová tyčinka

$MSE_{\text{(lineární regrese)}} = \mathbf{0,042}$

$MSE_{\text{(symbolická regrese)}} = \mathbf{0,0727}$

Hodnota kritéria MSE je nižší v případě lineárního modelu, proto bude tento použit pro optimalizaci.

6.3 Diagnostika G-M předpokladů na rezidua daného modelu

Vzhledem k tomu, že MSE charakteristika naznačuje pro použití lineárního regresního modelu, je třeba otestovat G-M předpoklady na rezidua toho modelu. Tento krok je důležitý z toho hlediska, aby tento model byl využitý v případě změny vstupních parametrů, tj.

použitelnosti do budoucna. Funkční model musí vykazovat normální rozložená rezidua, konstantní střední hodnotu, homoskedasticitu a neautokorelovanost těchto reziduí.

6.3.1 Základní diagnostika OLS

```

Model 1: OLS, za použití pozorování 1950-1969 (T = 20)
Závisle proměnná: y

      koeficient   směr. chyba   t-podíl   p-hodnota
-----
const   0,0521053   0,0101589   5,129   7,03e-05
t       -0,000919549 0,000848048 -1,084   0,2925

Střední hodnota závisle proměnné   0,042450
Sm. odchylka závisle proměnné     0,021970
Součet čtverců reziduí             0,008609
Sm. chyba regrese                   0,021869
Koeficient determinace              0,061314
Adjustovaný koeficient determinace  0,009164
F(1, 18)                            1,175734
P-hodnota(F)                        0,292537
Logaritmus věrohodnosti             49,12843
Akaikovo kritérium                   -94,25687
Schwarzovo kritérium                 -92,26540
Hannan-Quinnovo kritérium           -93,86811
rho (koeficient autokorelace)       0,070041

```

Obr. 24 Základní diagnostika – lineární model, kokosová tyčinka

(Zdroj: výstup z programu Gretl)

Parametr směrnice je statisticky nevýznamný, tudíž bychom rezidua mohli proložit konstantou. Tento problém však neřešíme, protože pouze validujeme rezidua z pohledu G-M předpokladů.

6.3.1.1 Durbin-Watson test

```

Durbin-Watsonova statistika = 1,74961
p-hodnota = 0,202006

```

Obr. 25 D-W test (Zdroj: výstup z programu Gretl)

Předpokládáme, že v lineárním regresním modelu nejsou jednotlivá pozorování mezi sebou korelovaná. Postupujeme tak, že leží-li hodnota testové statistiky D v intervalu (1,4;2,6), rezidua autokorelaci nevykazují.

Hodnota D-W testu je 1,7496, což znamená, že data nevykazují autokorelaci.

6.3.1.2 Heteroskedasticita

Whiteův test heteroskedasticity

OLS, za použití pozorování 1950-1969 (T = 20)

Závisle proměnná: $uhat^2$

	koeficient	směr. chyba	t-podíl	p-hodnota	
const	0,00111640	0,000451259	2,474	0,0242	**
t	-9,36350e-05	9,89682e-05	-0,9461	0,3573	
sq_t	2,07106e-06	4,57774e-06	0,4524	0,6567	

Neadjustovaný koeficient determinace = 0,218371

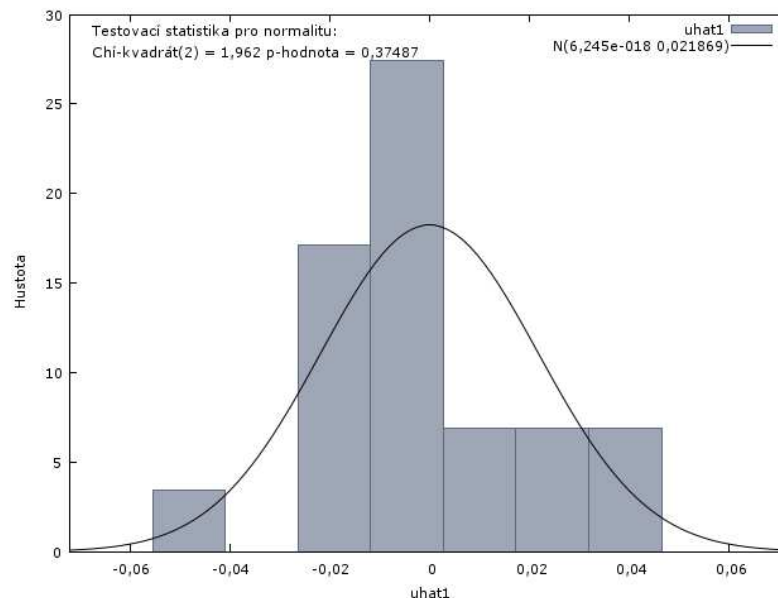
Testovací statistika: $TR^2 = 4,367412$,

s p-hodnotou = $P(\text{Chi-kvadrát}(2) > 4,367412) = 0,112623$

Obr. 26 Test heteroskedasticity (Zdroj: výstup z programu Gretl)

Vzhledem k tomu, že p-hodnota je $> 0,05$, nezamítáme hypotézu o homoskedasticitě.

6.3.1.3 Normalita reziduí



Obr. 27 Normalita reziduí (Zdroj: výstup z programu Gretl)

Testujeme tedy nulovou hypotézu H_0 : rezidua mají normální rozdělení proti alternativě, že tomu tak není. Testové statistiky konstruujeme obvyklým způsobem. Použijeme Chí-kvadrát test dobré shody. Data mají normální rozdělení.

Dle validace reziduí z pohledu G-M předpokladů je model vhodný pro následnou konstrukci.

6.4 Lineární regrese – buráková tyčinka

Postup uvedený výše bude aplikován na výrobek buráková tyčinka.

Tab. 7 Výpočet kritéria MSE – lineární regrese, buráková tyčinky

(Zdroj: vlastní zpracování)

<i>i-té</i> pozo- rování	$(\hat{y}_t - y_t)$	$(\hat{y}_t - y_t)^2$	<i>i-té</i> pozo- rování	$(\hat{y}_t - y_t)$	$(\hat{y}_t - y_t)^2$
1	0,03041	0,00092	11	0,00123	0,0000
2	0,01693	0,00029	12	0,02385	0,00057
3	0,01727	0,0003	13	0,0043	0,00002
4	0,03599	0,0013	14	0,01701	0,00029
5	0,01882	0,00035	15	0,01236	0,00015
6	0,00606	0,00004	16	0,03558	0,00127
7	0,02853	0,00081	17	0,01152	0,00013
8	0,0084	0,00007	18	0,03815	0,00146
9	0,02595	0,00067	19	0,03879	0,0015
10	0,01358	0,00018	20	0,00564	0,00003

$$MSE = \frac{(\hat{y}_t - y_t)^2}{n} = \frac{0,0104}{20} = \mathbf{0,00052}$$

Hodnota kritéria MSE je pro lineární regresní model 0,00052.

6.5 Symbolická regrese – buráková tyčinka

Tab. 8 Výpočet kritéria MSE – symbolická regrese, buráková ty-

činky (Zdroj: vlastní zpracování)

<i>i-té</i> pozo- rování	$(\hat{y}_t - y_t)$	$(\hat{y}_t - y_t)^2$	<i>i-té</i> pozo- rování	$(\hat{y}_t - y_t)$	$(\hat{y}_t - y_t)^2$
1	0,1215	0,014762	11	0,042622	0,001817
2	0,088669	0,007862	12	0,052103	0,002715
3	0,082623	0,006826	13	0,047027	0,002212
4	0,044992	0,002024	14	0,07431	0,005522
5	0,038886	0,001512	15	0,105879	0,01121
6	0,040195	0,001616	16	0,108714	0,011819
7	0,036632	0,001342	17	0,085514	0,007313
8	0,013753	0,000189	18	0,025117	0,000631
9	0,031368	0,000984	19	0,021186	0,000449
10	0,040303	0,001624	20	0,11087	0,012292

$$MSE = \frac{(\hat{y}_t - y_t)^2}{n} = \frac{0,0947}{20} = \mathbf{0,00474}$$

Pro optimalizaci je opět vhodnější multiregresní lineární model. Porovnávacím kritériem je hodnota MSE. Čím více se blíží hodnota MSE nule, tím je model pro optimalizaci lepší.

Buráková tyčinka

MSE (lineární regrese) = **0,00052**

MSE (symbolická regrese) = **0,00474**

Hodnota kritéria MSE je nižší v případě lineárního modelu, proto bude tento použit pro optimalizaci.

6.5.1 Ověření G-M předpokladů

Model 1: OLS, za použití pozorování 1950–1969 (T = 20)
Závisle proměnná: y

	koeficient	směr. chyba	t-podíl	p-hodnota
const	0,000418105	0,000244961	1,707	0,1050
t	9,46617e-06	2,04490e-05	0,4629	0,6490
Střední hodnota závisle proměnné			0,000517	
Sm. odchylka závisle proměnné			0,000516	
Součet čtverců reziduí			5,01e-06	
Sm. chyba regrese			0,000527	
Koeficient determinace			0,011765	
Adjustovaný koeficient determinace			-0,043137	
F(1, 18)			0,214291	
P-hodnota (F)			0,648972	
Logaritmus věrohodnosti			123,6285	
Akaikovo kritérium			-243,2570	
Schwarzovo kritérium			-241,2656	
Hannan-Quinnovo kritérium			-242,8683	
rho (koeficient autokorelace)			-0,209504	

Obr. 28 Základní statistika – lineární model, buráková tyčinka (Zdroj: výstup z programu Gretl)

Parametr směrnice je statisticky nevýznamný, tudíž bychom rezidua mohli proložit konstantou. Tento problém však neřešíme, protože pouze validujeme rezidua z pohledu G-M předpokladů.

6.5.1.1 Durbin-Watson test

```
Durbin-Watsonova statistika = 2,27604
p-hodnota = 0,646806
```

Obr. 29 D-W test (Zdroj: výstup z programu Gretl)

Předpokládáme, že v lineárním regresním modelu nejsou jednotlivá pozorování mezi sebou korelovaná. Postupujeme tak, že leží-li hodnota testové statistiky D v intervalu $(1,4;2,6)$, rezidua autokorelaci nevykazují.

Hodnota D-W testu je 2,276 a data nevykazují autokorelaci.

6.5.1.2 Whiteův test heteroskedasticity

```
Whiteův test hetroskedasticity
OLS, za použití pozorování 1950-1969 (T = 20)
Závisle proměnná: uhat^2
```

	koeficient	směr. chyba	t-podíl	p-hodnota
const	2,98982e-07	1,62040e-07	1,845	0,0825
t	-4,82618e-08	3,55379e-08	-1,358	0,1922
sq_t	3,19189e-09	1,64380e-09	1,942	0,0689

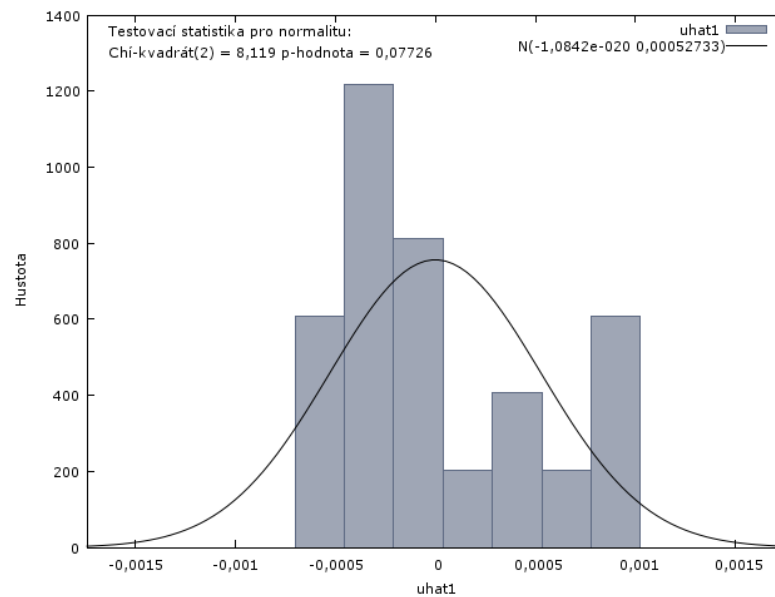
```
Neadjustovaný koeficient determinace = 0,338735

Testovací statistika: TR^2 = 6,774701,
s p-hodnotou = P(Chí-kvadrát(2) > 6,774701) = 0,073798
```

Obr. 30 Test heteroskedasticity (Zdroj: výstup z programu Gretl)

Homoskedasticita by se dala volně přeložit zřejmě jako stejnorodzptylovost. Podstatou tohoto testu je tedy ověření, že rezidua mají stejný konstantní rozptyl.

6.5.1.3 Normalita reziduí



Obr. 31 Normalita reziduí (Zdroj: výstup z programu Gretl)

Testujeme tedy nulovou hypotézu: H_0 : rezidua mají normální rozdělení proti alternativě, že tomu tak není. Testové statistiky konstruujeme obvyklým způsobem, použijeme Chí-kvadrát test dobré shody. Data mají normální rozdělení.

Dle validace reziduí z pohledu G-M předpokladů je lineární model vhodný pro následnou konstrukci.

6.6 Optimalizace vstupních parametrů regresního modelu

Hodnota kritéria MSE je pro oba výrobky nižší v případě lineárního modelu, proto bude tento použit pro optimalizaci. Optimalizace bude provedena pomocí Simplexovy metody v programu Excel a i přes přítomnost multikolinearity ve stanoveném modelu pro optimalizační účely nemohly být vynechány žádné parametry. Z hlediska výroby tyčinek jsou tedy všechny ingredience významné.

Následně provedu pomocí Simplexovy metody optimalizaci vstupních parametrů na základě omezujících podmínek, které mi byly poskytnuty ve výrobě. Tato optimalizace bude minimalizovat účelovou funkci, kterou je celková hmotnost analyzovaného produktu. Níže uvedené tabulky představují odhady parametrů na základě regresního modelu, dále horní a spodní hranici hmotnosti jednotlivých ingrediencí. Dále měněné parametry odhadnuté pomocí Simplexova algoritmu a průměrné naměřené hodnoty jednotlivých ingrediencí. Tyto

průměrné naměřené hodnoty budou sloužit ke komplexnímu srovnání nákladů na základě měněných parametrů.

	Odhad parametru	Dolní hranice	Horní hranice	Měněné parametry	Průměrné naměřené hodnoty
Hranice	91,79				
kokos strouhaný	1,03	7,606	7,828	7,606	7,717
fondánová poleva	1,30	13,714	13,963	13,714	13,839
škrobový sirup	1,10	1,944	2,535	1,944	2,239
rostlinný olej	12,58	0,918	0,94	0,918	0,969
maltodextrin	-44,47	0,306	0,35	0,306	0,419
aroma kokosové	48,16	0,025	0,105	0,037	0,142
aroma rumové	0,58	0,032	0,04	0,032	0,032
kokos medián	0,81	3,017	3,197	3,017	3,107
čokoláda tmavá	-10,62	8,103	8,125	8,103	8,107

Optimální váha

35,726

Obr. 32 Optimalizace kokosové tyčinky dle lineárního modelu (Zdroj: vlastní zpracování v programu Excel)

Simplexová metoda optimalizovala vstupní parametry na základě omezujících podmínek, tj. dolní a horní hranice množství dané ingredience a minimalizovala účelovou funkci při hodnotě 35,726 g/ks. To znamená, že při této váze budou náklady na výrobu daného výrobku, tj. kokosové tyčinky minimální.

	Odhad parametru	Dolní hranice	Horní hranice	Měněné parametry	Průměrné naměřené hodnoty
Hranice	17,982				
cukr moučka	-0,069	5,42	5,467	5,467	5,52
škrobový sirup	-1,246	2,727	2,736	2,736	2,75
sójové vločky	-0,433	3,61	3,67	3,67	3,66
sójová krupice	0,353	2,7	2,76	2,7	2,76
fondánová poleva	-2,796	5,44	5,46	5,46	5,52
rostlinný olej	6,503	1,27	1,28	1,27	1,3
pokrmový tuk	4,364	0,51	0,55	0,51	0,53
arašídý loupané	5,091	5,47	5,51	5,47	5,5
čokoládová poleva	-0,077	8,37	8,46	8,46	8,49
aroma arašídové	0,185	0,14	0,22	0,14	0,17

Optimální váha

35,997

Obr. 33 Optimalizace burákové tyčinky dle lineárního modelu (*Zdroj: vlastní zpracování v programu Excel*)

Simplexová metoda optimalizovala vstupní parametry na základě omezujících podmínek, tj. dolní a horní hranice množství dané ingredience a minimalizovala účelovou funkci při hodnotě 35,997 g/ks. To znamená, že při této váze budou náklady na výrobu daného výrobku, tj. burákové tyčinky minimální.

6.7 Úspora nákladů

Pro srovnání reálných nákladů a modelových nákladů budou sloužit následující tabulky. Průměrně naměřené hodnoty vycházejí z přílohy III pro kokosovou tyčinku.

	Název suroviny	Cena za kg [Kč]	Průměrné naměřené hodnoty [g]	Průměrné reálné náklady na ks [Kč]	Měněné parametry [g]	Náklady měněných parametrů [Kč]
1.	kokos strouhaný	32,00 Kč	7,717	0,247 Kč	7,606	0,243 Kč
2.	fondánová poleva	26,20 Kč	13,839	0,363 Kč	13,714	0,359 Kč
3.	škrobový sirup	15,10 Kč	2,239	0,034 Kč	1,944	0,029 Kč
5.	rostlinný olej	28,10 Kč	0,969	0,027 Kč	0,918	0,026 Kč
6.	maltodextrin	37,00 Kč	0,419	0,016 Kč	0,306	0,011 Kč
7.	kokosové aroma	322,00 Kč	0,142	0,046 Kč	0,037	0,012 Kč
8.	rumové aroma	350,00 Kč	0,032	0,011 Kč	0,032	0,011 Kč
9.	kokos strouhaný	38,00 Kč	3,107	0,118 Kč	3,017	0,115 Kč
10.	čokoláda tmavá	98,00 Kč	8,107	0,794 Kč	8,103	0,794 Kč
	Celkem	946,40 Kč	36,57	1,66 Kč	35,68	1,60 Kč

Obr. 34 Úspora nákladů po optimalizaci – kokosová tyčinka (Zdroj: vlastní zpracování v programu Excel)

Předchozí Obr. 34 ukazuje, že provedená optimalizace u kokosové tyčinky dokázala ušetřit 0,06 Kč/ks, což je 3,60 Kč na obchodní balík, tj. 60 ks. Výrobní cena po optimalizaci klesla na 1,60 Kč/ks.

	Název suroviny	Cena za kg [Kč]	Průměrné naměřené hodnoty [g]	Průměrné reálné náklady na ks [Kč]	Měněné parametry [g]	Náklady měněných parametrů [Kč]
1.	cukr moučka	21,90 Kč	5,52	0,12 Kč	5,467	0,120 Kč
2.	škrobový sirup	15,10 Kč	2,75	0,04 Kč	2,736	0,041 Kč
3.	sójové vločky	29,50 Kč	3,66	0,11 Kč	3,67	0,108 Kč
4.	sójová krupice	29,50 Kč	2,76	0,08 Kč	2,7	0,080 Kč
5.	fondánová poleva	26,20 Kč	5,52	0,14 Kč	5,46	0,143 Kč
6.	rostlinný olej	21,60 Kč	1,3	0,03 Kč	1,27	0,027 Kč
7.	pokrmový tuk	28,70 Kč	0,53	0,02 Kč	0,51	0,015 Kč
8.	arašídý loupané	41,70 Kč	5,5	0,23 Kč	5,47	0,228 Kč
9.	čokoládová poleva	57,50 Kč	8,49	0,49 Kč	8,46	0,486 Kč
10.	aroma arašídové	1 867,00 Kč	0,17	0,32 Kč	0,14	0,261 Kč
	Celkem	2 138,70 Kč	36,2	1,57 Kč	35,883	1,510 Kč

Obr. 35 Úspora nákladů po optimalizaci – buráková tyčinka (Zdroj: vlastní zpracování v programu Excel)

Obr. 35 ukazuje, že provedená optimalizace u burákové tyčinky dokázala ušetřit 0,06 Kč/ks, což je 3,60 Kč na obchodní balík, tj. 60 ks. Výrobní cena po optimalizaci klesla

z 1,57 Kč/ks na 1,51 Kč/ks. Průměrně naměřené hodnoty vycházejí z přílohy IV pro burákovou tyčinku.

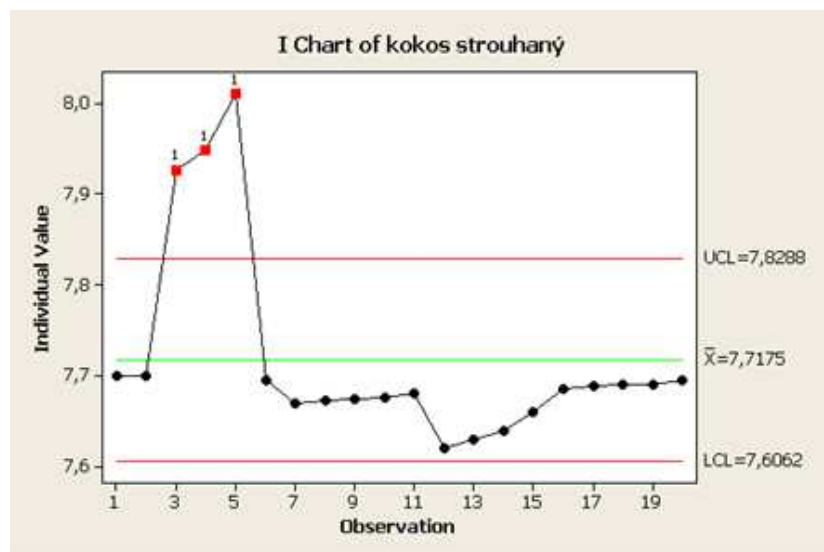
6.8 Regulační diagramy

Vyústěním projektové části bude návrh monitorování variability v inherentních znacích kvality analyzovaných produktů pomocí prvků SPC, tedy regulačních diagramů. V této části bude pouze návrh konstrukce regulačních diagramů, nikoliv technické provedení automatické kontroly výrobků. Vzhledem k tomu, že se na výrobku sleduje více parametrů současně, navrhu pro monitorování variability vícerozměrný Hotellingův regulační diagram.

6.8.1 Regulační diagramy pro kokosovou tyčinku

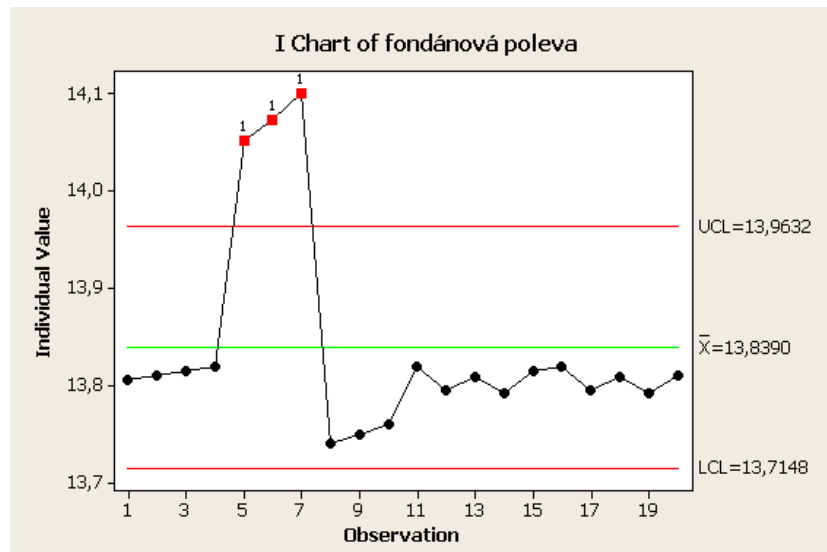
Následovat budou jednoduché samostatné Shewhartovy regulační diagramy pro monitorování jednotlivých parametrů na výrobku.

Kokos strouhaný



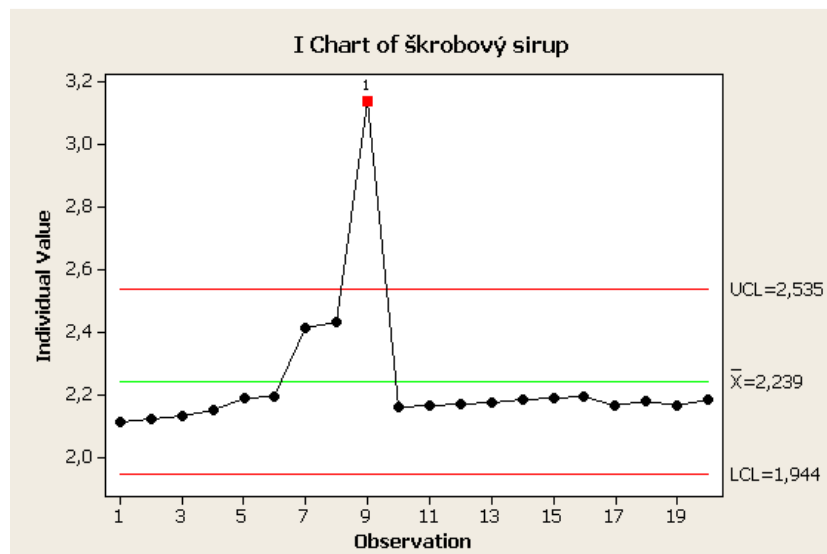
Obr. 36 Kokosová tyčinka - regulační diagram pro kokos strouhaný (Zdroj: výstup z programu Minitab16)

Porušení pravidel nastalo u 3-5. výběru, kde měření v obsahu kokosu je mimo regulační meze.

Fondánová poleva

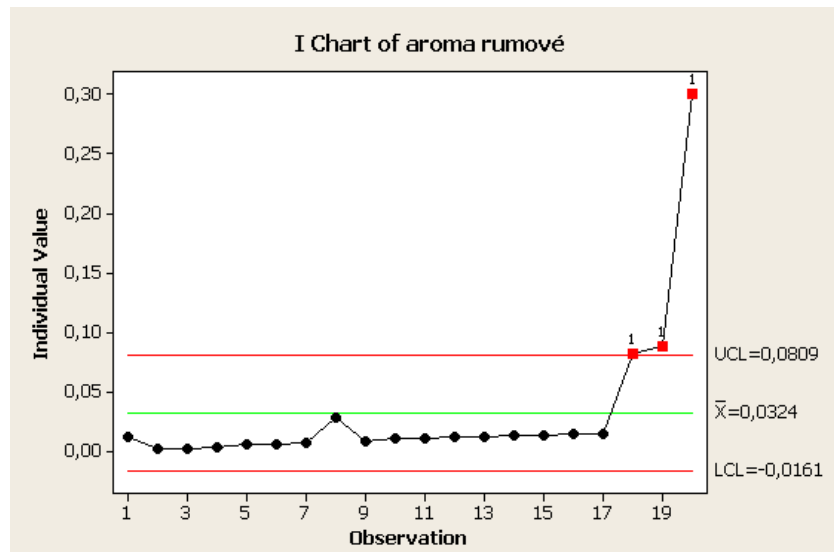
Obr. 37 Kokosová tyčinka - regulační diagram pro fondánovou polevu (Zdroj: výstup z programu Minitab16)

Porušení pravidel nastalo v případě 5. -7. výběru, kde měření v obsahu kokosu je mimo regulační meze.

Škrobový sirup

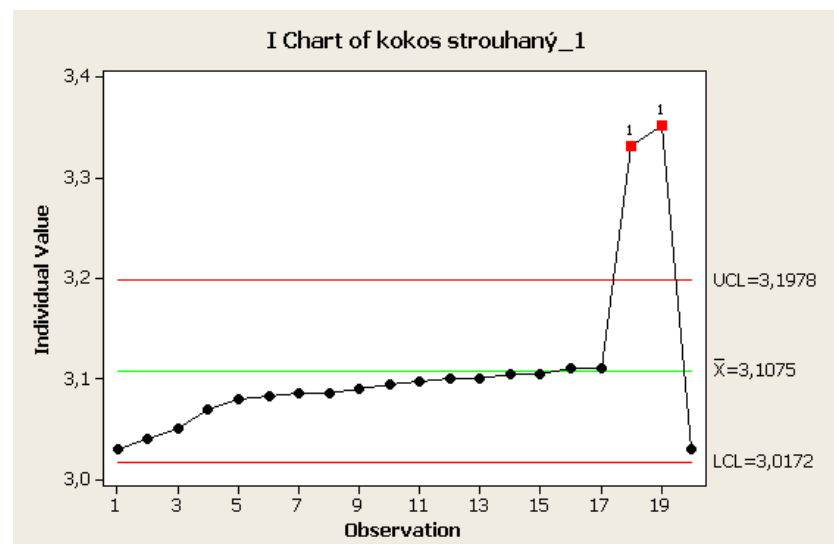
Obr. 38 Kokosová tyčinka - regulační diagram pro škrobový sirup (Zdroj: výstup z programu Minitab16)

Porušení pravidel nastalo v případě 9. výběru, kde měření v obsahu kokosu je mimo regulační meze.

Rumové aroma

Obr. 39 Kokosová tyčinka - regulační diagram pro aroma rumové (Zdroj: výstup z programu Minitab16)

Porušení pravidel nastalo v případě 18. - 20. výběru, kde měření v obsahu kokosu je mimo regulační meze.

Kokos medián

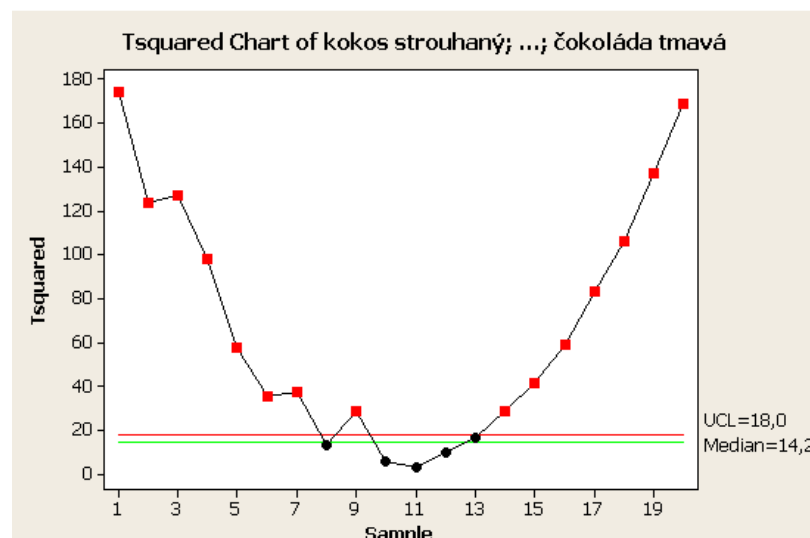
Obr. 40 Kokosová tyčinka - regulační diagram kokos medián strouhaný (Zdroj: výstup z programu Minitab16)

Porušení pravidel nastalo v případě 18. - 19. výběru, kde měření v obsahu kokosu je mimo regulační meze.

Překročení regulačních mezí v těchto diagramech je zvýrazněno červenými body a znamená to, že nastalo překročení omezující podmínky pro dávkování ingredience. Tudíž v těchto případech je nutný zásah do procesu. Pokud by se tato procedura zautomatizovala pomocí laserového senzoru napojeného přes PLC (programovatelný automat) k automatickému sběru dat a následnému vyhodnocování podnik by ušetřil náklady na výrobu.

6.8.2 Hotellingův diagram pro kokosovou tyčinku

K simultánnímu sledování inherentních znaků kvality analyzovaných výrobků bude použit vícerozměrný Hotellingův regulační diagram.



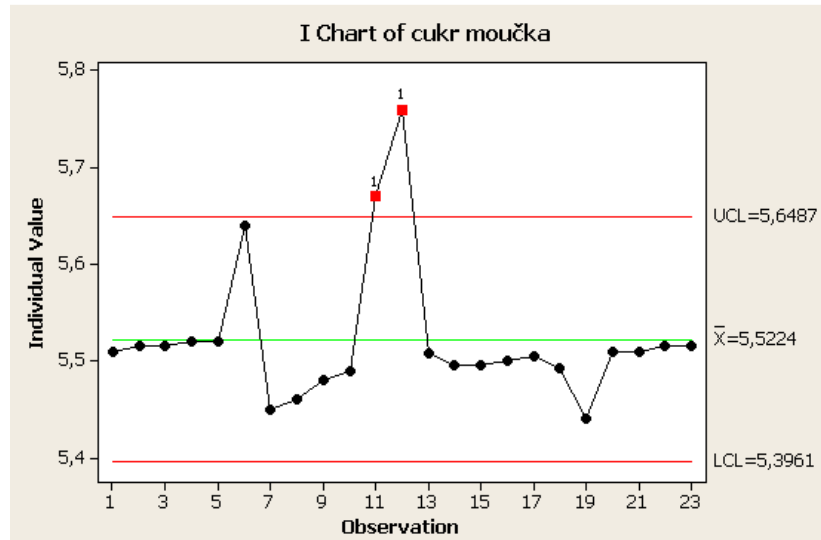
Obr. 41 Kokosová tyčinka – Hotellingův regulační diagram
(Zdroj: výstup z programu Minitab16)

Hotellingův více rozměrný regulační diagram je pro tyto účely nevhodný kvůli multikolinearitě (t-testy parametrů jsou nevýznamné, tj. jsou $> 0,05$ a celkový F-test je významný). Pro takový případ podniku doporučuji zavést regulační diagram pro každý parametr zvlášť. Tento fakt se bude dát využít v případě, že by společnost chtěla implementovat automatizované monitorování měřených parametrů na sledovaných výrobcích pomocí prvků SPC.

6.8.3 Regulační diagramy pro burákovou tyčinku

Následovat budou jednoduché samostatné Shewhartovy regulační diagramy pro monitorování jednotlivých parametrů na výrobku.

Cukr moučka

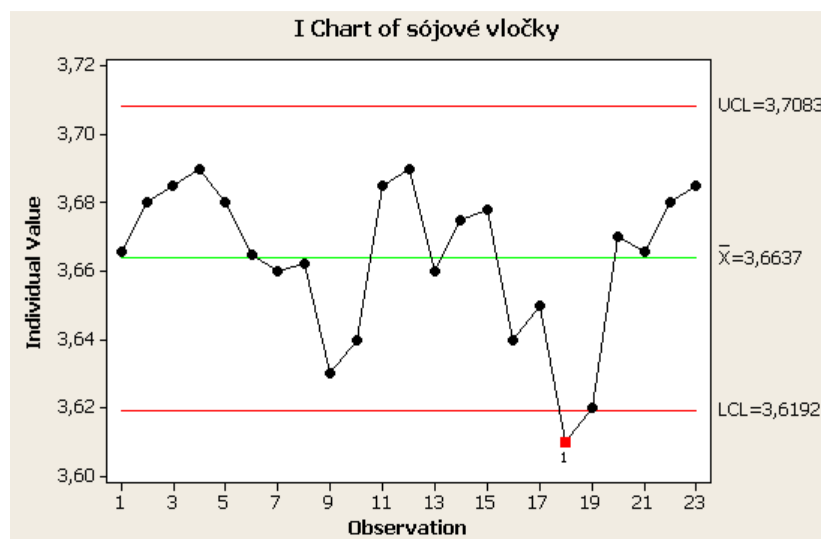


Obr. 42 Buráková tyčinka - regulační diagram pro cukr moučka

(Zdroj: výstup z programu Minitab16)

Porušení pravidel nastalo v případě 11. - 12. výběru, kde měření v obsahu kokosu je mimo regulační meze.

Sójové vločky

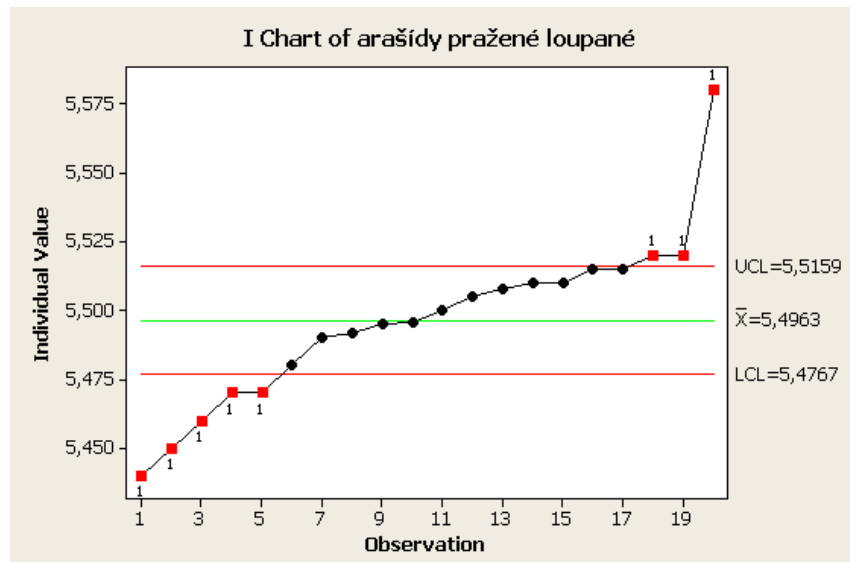


Obr. 43 Buráková tyčinka - regulační diagram pro sójové vločky

(Zdroj: výstup z programu Minitab16)

Porušení pravidel nastalo v případě 18. výběru, kde měření v obsahu kokosu je mimo regulační meze.

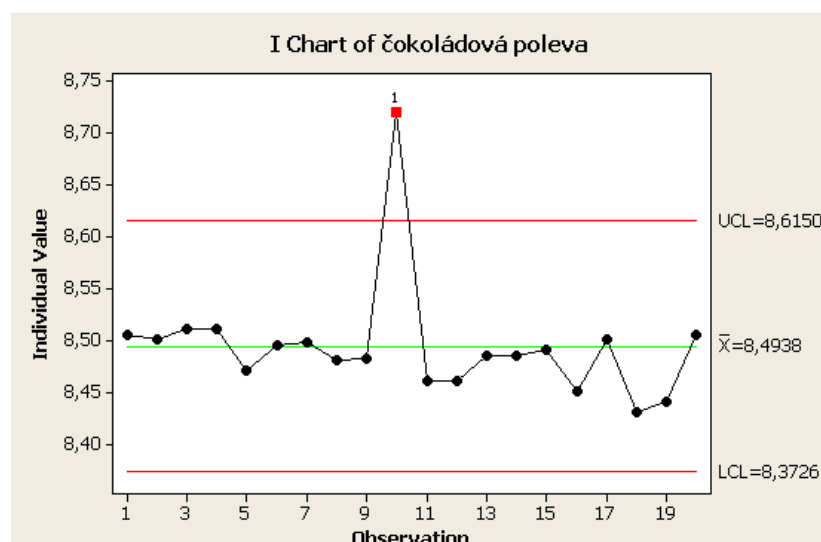
Arašídový pražený loupáné



Obr. 44 Buráková tyčinka - regulační diagram pro arašídový loupáné (Zdroj: výstup z programu Minitab16)

Porušení pravidel nastalo v případě 1. – 5. výběru a 18. - 20. výběru, kde měření v obsahu kokosu je mimo regulační meze.

Čokoládová poleva



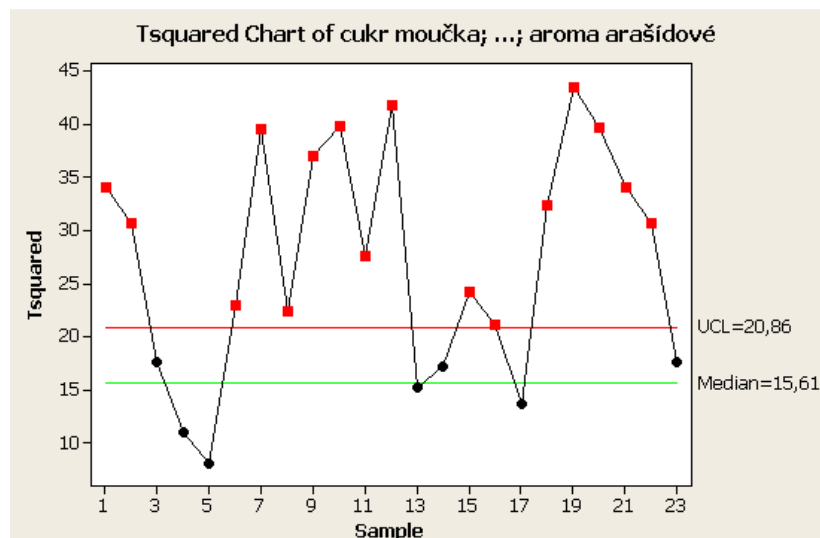
Obr. 45 Buráková tyčinka - regulační diagram pro čokoládovou polevu (Zdroj: výstup z programu Minitab16)

Porušení pravidel nastalo v případě 10. výběru, kde měření v obsahu kokosu je mimo regulační meze.

Překročení regulačních mezí v těchto diagramech je zvýrazněno červenými body a znamená to, že nastalo překročení omezující podmínky pro dávkování ingredience. Tudíž v těchto případech je nutný zásah do procesu. Pokud by se tato procedura zautomatizovala pomocí laserového senzoru napojeného přes PLC (programovatelný automat) k automatickému sběru dat a následnému vyhodnocování podnik by ušetřil náklady na výrobu.

6.8.4 Hotellingův diagram pro Burákovou tyčinku

K simultánnímu sledování inherentních znaků kvality analyzovaných výrobků bude použit vícerozměrný Hotellingův regulační diagram.



Obr. 46 Buráková tyčinka - Hotellingův regulační diagram

(Zdroj: výstup z programu Minitab16)

Hotellingův více rozměrný regulační diagram je pro tyto účely nevhodný kvůli multikolinearitě (t-testy parametrů jsou nevýznamné, tj. jsou $> 0,05$ a celkový F-test je významný). Pro takový případ podniku doporučuji zavést regulační diagram pro každý parametr zvlášť. Tento fakt se bude dát využít v případě, že by společnost chtěla implementovat automatizované monitorování měřených parametrů na sledovaných výrobcích pomocí prvků SPC.

ZÁVĚR

Cílem této práce bylo sestavit vícerozměrný regresní model dvou čokoládových tyčinek ve společnosti XY, pro následnou optimalizaci výrobních nákladů. Nosný program je tvořen prodejem kokosové a burákové tyčinky, na které jsem se zaměřila.

Tato společnost neprovádí optimalizaci výrobního programu, proto jsem se rozhodla pro matematicko-statistický rozbor, statisticky významných ingrediencí, které ovlivňují hmotnost vybrané tyčinky.

V teoretické části jsem popsala lineární regresi, která napomáhá k rozpoznání vztahů mezi statistickými znaky a symbolickou regresi, která využívá Darwinova principu přirozeného výběru, kde cílová funkce je zde chápána jako optimální lineární kombinace vstupních nezávisle proměnných, u kterých globální chyba konverguje k nule nejrychleji. Poté jsem popsala lineární programování a Simplexovou metodu. Pro sledování variability v datech jsem charakterizovala Hotellingův vícerozměrný regulační diagram.

Konstrukci vícenásobného regresního modelu jsem realizovala v programu Excel a symbolickou regresi pomocí appletu Symbolic Regression, který vygeneroval optimální model na základě lineární kombinace vstupních vektorů tak, aby globální chyba co nejdříve konvergovala k nule.

V projektové části jsem tyto modely porovnala a jako rozhodovací kritérium pro stanovení vhodnějšího modelu pro optimalizaci jsem zvolila kritérium MSE. V případě kokosové i burákové tyčinky se jako lepší ukázal model lineární regrese, kde hodnota MSE se rovná 0,042, resp. 0,00052 oproti symbolické regresi, kde MSE vyšlo 0,0727, resp. 0,00474.

V obou případech byl tedy pro optimalizaci použit lineární regresní model. I přes přítomnost multikolinearity v modelu nemohly být pro optimalizační účely vynechány žádné parametry a to z důvodu významnosti všech ingrediencí při výrobě. Optimalizaci jsem provedla pomocí programu Excel, funkce řešitel a Simplexové metody, kdy jsem danou regresní funkci minimalizovala za daných omezujících podmínek, které jsou dány interním výrobním předpisem.

Ještě než jsem přistoupila k optimalizaci, jsem v programu Gretl validovala Gauss-Markovovy předpoklady na rezidua lepšího, odhadnutého vícenásobného regresního modelu.

Po optimalizaci došlo k úspoře v nákladech o 0,06 Kč/ks u kokosové tyčinky a o 0,06 Kč/ks u burákové tyčinky. Na jednom obchodním balíku, tj. 60 ks, může tedy společnost po optimalizaci ušetřit 3,6 Kč/OB.

V programu Minitab 16 jsem vytvořila Shewhartovy regulační diagramy pro monitorování jednotlivých parametrů na výrobku. Překročení regulačních mezí v těchto diagramech je zvýrazněno červenými body a znamená to, že nastalo překročení omezující podmínky pro dávkování ingredience. Tudíž v těchto případech je nutný zásah do procesu. Pokud by se tato procedura zautomatizovala pomocí laserového senzoru napojeného přes PLC (programovatelný automat) k automatickému sběru dat a následnému vyhodnocování, podnik by ušetřil náklady na výrobu.

Dále jsem v programu Minitab16 vytvořila Hotellingův regulační diagram. Tento vícerozměrný diagram se ukázal jako nevhodný pro použití, protože v datech existuje multikolinearita. Pro takový případ podniku doporučuji zavést regulační diagram pro každý parametr zvlášť. Tak bude možno sledovat překročení regulačních mezí u surovin a neprodleně stanovit nápravná opatření, zastavit výrobu či seřídít stroj.

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] BARTOŠ, Vladimír, Marek BUDINA, Marie KAŠPAROVÁ, Josef KRATOCHVÍLA, Zdeněk KUBÍČEK, Jakub MINÁŘ, Miloš POLLAK a Martin RADINA. *Příručka k vnitřní kontrole kvality* [online]. ©2007 [cit. 2012-04-02]. ISBN 278-80-254-1130-8. Dostupné z: http://www.cskb.cz/res/file/doporuceni/VKK_pub_08.pdf
- [2] BIL, Jaroslav, Daniel NĚMEC a Martin POSPIŠ. *Gretl - uživatelská příručka* [online]. Brno: Masarykova univerzita: Ekonomicko-správní fakulta, 2009 [cit. 2012-03-29]. Dostupné z: http://www.thunova.cz/wp-content/uploads/CZU/Manual_gretl.pdf
- [3] BLAŽKOVÁ, Lenka. Moderní řízení kvality: Grafické metody pro kontrolu procesů. *IT Systems* [online]. ©2001-2011, č. 5 [cit. 2012-04-02]. Dostupné z: <http://www.systemonline.cz/rizeni-vyroby/moderni-rizeni-kvality.htm>
- [4] GROS, Ivan. *Kvantitativní metody v manažerském rozhodování*. Praha: Navatisk, 2003. ISBN 80-247-0421-8.
- [5] HINDLS, Richard, Stanislava HRONOVÁ a Jan SEGER. *Statistika pro ekonomy*. První vydání. Praha: Professional Publishing, 2002. ISBN 80-86419-26-6.
- [6] JABLONSKÝ, Josef. *Operační výzkum*. Třetí vydání. Praha: Professional Publishing, 2007. ISBN 978-80-86946-44-3.
- [7] JANČÍ, Pavel. *Redukce počtu parametrů v regresních modelech* [online]. Olomouc, 2010 [cit. 2012-03-29]. Dostupné z: http://www.prf.upol.cz/fileadmin/user_upload/PrF-dokumenty/Rigo/Rigorozni_prace-JanciP.pdf. Rigorózní práce. Univerzita Palackého v Olomouci.
- [8] JUREČKOVÁ, Jana. Co matematický statistik dokáže, a co nedokáže. In: *Učená společnost České republiky* [online]. 2005-01-01, [cit. 2012-23-03]. Dostupné z: http://www.learned.cz/userfiles/pdf/prednasky-cleny-odborne/jana.jureckova_0105.pdf
- [9] KOLČAVOVÁ, Alena. *Kvantitativní metody v rozhodování: studijní pomůcka pro distanční studium*. Čtvrté vydání. Zlín: Univerzita Tomáš Bati ve Zlíně, 2010. ISBN 978-80-7318-950-1.
- [10] KOVAŘÍK, Martin. *Projekt zavedení statistické regulace jakosti v podniku Tegü Vuko, s.r.o.* Zlín, 2007. Diplomová práce. Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně.

- [11] Lineární regresní modely. In: *Milan Meloun* [online]. ©2008 [cit. 2012-04-16]. Dostupné z: <http://meloun.upce.cz/docs/lecture/chemometrics/slidy/66metoda.pdf>
- [12] OTIPKA, Petra a Vladislav ŠMAJSTRLA. *Pravděpodobnost a statistika* [online]. Vysoká škola Báňská - Technická univerzita, ©2012 [cit. 2012-04-16]. ISBN 80-248-1194-4. Dostupné z: <http://homen.vsb.cz/~oti73/cdpast1/KAP09/KAP09.HTM>
- [13] PAVELKA, František a Petra KLÍMEK. *Aplikovaná statistika* [elektronická skript]. 2000. [cit. 2012-23-03] Zlín: Fakulta managementu a ekonomiky ve Zlíně. ISBN 80-214-1545-2.
- [14] POLÍVKA, Jan. *Analýza volebních výsledků v závislosti na vybraných demografických a ekonomických ukazatelích* [online]. Plzeň, 2010 [cit. 2012-04-02]. Dostupné z: [https://stag-
ws.zcu.cz/ws/services/rest/kvalifikacniprace/downloadPraceContent?adipIdno=3692](https://stag-
ws.zcu.cz/ws/services/rest/kvalifikacniprace/downloadPraceContent?adipIdno=3692)
9. Bakalářská práce. Západočeská univerzita v Plzni.
- [15] PLANATSCHER, Hanes. *Symbolic Regression Applet* [online]. 2009 [cit. 2012-04-20]. Dostupné z: <http://planatscher.net/sr/>
- [16] Regresní a korelační analýza. In: *Západočeská univerzita v Plzni* [online]. ©2004 [cit. 2012-04-02]. Dostupné z: http://home.zcu.cz/~sediva/pse/pse_pr12.pdf
- [17] ŘEZANKOVÁ, Hana, Luboš MAREK a Michal VRABEC. *IASTAT – interaktivní učebnice statistiky* [online]. Vysoká škola ekonomická v Praze, 2000 [cit. 2012-03-29]. Dostupné z: <http://iastat.vse.cz/>
- [18] SEGER, Jan a Richard Hindls. *Statistické metody v tržním hospodářství*. 1. vydání. Praha: Victoria Publishing, 1995. ISBN 80-7187-058-7.
- [19] Simplexová metoda. In: *Univerzita J. E. Purkyně v Ústí nad Labem: Fakulta informatiky* [online]. 2011 [cit. 2012-04-02]. Dostupné z: http://ki.ujep.cz/data/enastenka/simplexova_metoda.pdf
- [20] S mravencem ve Fukuoce na astronautickém kongresu. In: OPLÁTKOVÁ, Zuzana. *Japonsko* [online]. 2006 [cit. 2012-04-16]. Dostupné z: www.kosmo.cz/data/klub/Japonsko.ppt
- [21] *Společnost XY*. Brno, 2007.
- [22] WEISE, Thomas. *Global Optimization Algorithms: Theory and Application* [online]. Version: 2009-06-26 [cit. 2012-23-03]. Dostupné z: <http://www.it-weise.de/projects/book.pdf>
- [23] ZIMOLA, Bedřich. *Operační výzkum*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta managementu a ekonomiky ve Zlíně, 1999. ISBN 80-214-1394-8.

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

D-W Durbin – Watson test.

G-M Gauss – Markovovy předpoklady.

OB Obchodní balík

SPC Statistical Process Control (statistické řízení procesů)

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 1 Závislost A	Obr. 2 Závislost B	Obr. 3 Závislost C (Zdroj: vlastní zpracování podle Hindls, Hronová a Seger, 2002, s. 178)	14
Obr. 4 Vyrovnání empirických hodnot hodnotami teoretickými (Zdroj: Otipka a Šmarstrla, 2012)			17
Obr. 5 Homoskedasticita a heteroskedasticita (Zdroj: Meloun, ©2008)			21
Obr. 6 Schéma simplexové metody (Zdroj: Univerzita J. E. Purkyně, 2011)			31
Obr. 7 Hotellingův diagram (Zdroj: Blažková, 2011)			33
Obr. 8 Organizační schéma společnosti – liniově štábní struktura (Zdroj: interní materiály firmy)			37
Obr. 9 Procesní model společnosti XY (Zdroj: vlastní zpracování)			39
Obr. 10 Vývojový diagram procesu výroby tyčinek (Zdroj: vlastní zpracování)			46
Obr. 11 Schéma analýzy procesu výroby tyčinek z hlediska naměřených dat (Zdroj: vlastní zpracování)			48
Obr. 12 Regresní analýza - kokosová tyčinka (Zdroj: výstup z programu Excel)			49
Obr. 13 Redundance (Zdroj: výstup z programu Statistica)			50
Obr. 14 VIF faktor pro posouzení multikolinearity (Zdroj: výstup z programu Statistica)			50
Obr. 15 Regresní analýza – buráková tyčinka (Zdroj: výstup z programu Excel)			52
Obr. 16 Parciální korelace (Zdroj: výstup z programu Statistica)			53
Obr. 17 VIF faktor pro posouzení multikolinearity (Zdroj: výstup z programu Statistica)			53
Obr. 18 Symbolická regrese – vstupní data kokosová tyčinka (Zdroj: výstup z programu Symbolic Regression Applet)			55
Obr. 19 Symbolická regrese – fitness kokosová tyčinka (Zdroj: výstup z programu Symbolic Regression Applet)			55
Obr. 20 Symbolická regrese - funkce pro kokosovou tyčinku (Zdroj: výstup z programu Symbolic Regression Applet)			56
Obr. 21 Symbolická regrese – vstupní data buráková tyčinka (Zdroj: výstup z programu Symbolic Regression Applet)			57
Obr. 22 Symbolická regrese – fitness buráková tyčinka (Zdroj: výstup z programu Symbolic Regression Applet)			57

Obr. 23 Symbolická regrese - funkce pro kokosovou tyčinku (Zdroj: výstup z programu <i>Symbolic Regression Applet</i>)	58
Obr. 24 Základní diagnostika – lineární model, kokosová tyčinka (Zdroj: výstup z programu <i>Gretl</i>).....	61
Obr. 25 D-W test (Zdroj: výstup z programu <i>Gretl</i>).....	61
Obr. 26 Test heteroskedasticity (Zdroj: výstup z programu <i>Gretl</i>)	62
Obr. 27 Normalita reziduí (Zdroj: výstup z programu <i>Gretl</i>).....	62
Obr. 28 Základní statistika – lineární model, buráková tyčinka (Zdroj: výstup z programu <i>Gretl</i>).....	64
Obr. 29 D-W test (Zdroj: výstup z programu <i>Gretl</i>).....	65
Obr. 30 Test heteroskedasticity (Zdroj: výstup z programu <i>Gretl</i>)	65
Obr. 31 Normalita reziduí (Zdroj: výstup z programu <i>Gretl</i>).....	66
Obr. 32 Optimalizace kokosové tyčinky dle lineárního modelu (Zdroj: vlastní zpracování v programu <i>Excel</i>)	67
Obr. 33 Optimalizace burákové tyčinky dle lineárního modelu (Zdroj: vlastní zpracování v programu <i>Excel</i>)	68
Obr. 34 Úspora nákladů po optimalizaci – kokosová tyčinka (Zdroj: vlastní zpracování v programu <i>Excel</i>)	69
Obr. 35 Úspora nákladů po optimalizaci – buráková tyčinka (Zdroj: vlastní zpracování v programu <i>Excel</i>)	69
Obr. 36 Kokosová tyčinka - regulační diagram pro kokos strouhaný (Zdroj: výstup z programu <i>Minitab16</i>)	70
Obr. 37 Kokosová tyčinka - regulační diagram pro fondánovou polevu (Zdroj: výstup z programu <i>Minitab16</i>)	71
Obr. 38 Kokosová tyčinka - regulační diagram pro škrobový sirup (Zdroj: výstup z programu <i>Minitab16</i>)	71
Obr. 39 Kokosová tyčinka - regulační diagram pro aroma rumové (Zdroj: výstup z programu <i>Minitab16</i>)	72
Obr. 40 Kokosová tyčinka - regulační diagram kokos medián strouhaný (Zdroj: výstup z programu <i>Minitab16</i>)	72
Obr. 42 Kokosová tyčinka – Hotellingův regulační diagram (Zdroj: výstup z programu <i>Minitab16</i>)	73
Obr. 43 Buráková tyčinka - regulační diagram pro cukr moučka (Zdroj: výstup z programu <i>Minitab16</i>)	74

Obr. 44 Buráková tyčinka - regulační diagram pro sójové vločky (Zdroj: výstup z programu Minitab16)	74
Obr. 45 Buráková tyčinka - regulační diagram pro arašídové loupané (Zdroj: výstup z programu Minitab16)	75
Obr. 46 Buráková tyčinka - regulační diagram pro čokoládovou polevu (Zdroj: výstup z programu Minitab16)	75
Obr. 47 Buráková tyčinka - Hotellingův regulační diagram (Zdroj: výstup z programu Minitab16)	76

SEZNAM TABULEK

Tab. 1 Srovnání hodnot naměřených a teoretických - lineární model, kokosová tyčinka (<i>Zdroj: vlastní zpracování</i>).....	51
Tab. 2 Srovnání hodnot naměřených a teoretických – lineární model, buráková tyčinka (<i>Zdroj: vlastní zpracování</i>).....	54
Tab. 3 Srovnání hodnot naměřených a teoretických - symbolická regrese, kokosová tyčinka (<i>Zdroj: vlastní zpracování</i>).....	56
Tab. 4 Srovnání hodnot naměřených a teoretických – symbolická regrese, buráková tyčinka (<i>Zdroj: vlastní zpracování</i>).....	58
Tab. 5 Výpočet kritéria MSE – lineární regrese, kokosová tyčinka (<i>Zdroj: vlastní zpracování</i>).....	59
Tab. 6 Výpočet kritéria MSE – symbolická regrese, kokosová tyčinka (<i>Zdroj: vlastní zpracování</i>).....	60
Tab. 7 Výpočet kritéria MSE – lineární regrese, buráková tyčinky (<i>Zdroj: vlastní zpracování</i>).....	63
Tab. 8 Výpočet kritéria MSE – symbolická regrese, buráková tyčinky (<i>Zdroj: vlastní zpracování</i>).....	63
Tab. 9 Potřeba surovin pro výrobu kokosové tyčinky (<i>Zdroj: vlastní zpracování</i>).....	87
Tab. 10 Potřeba surovin pro výrobu burákové tyčinky (<i>Zdroj: interní materiály firmy</i>).....	88
Tab. 11 Skutečně naměřené hodnoty v kokosové tyčince v [g] (<i>Zdroj: vlastní zpracování</i>).....	89
Tab. 12 Skutečně naměřené hodnoty v burákové tyčince v [g] (<i>Zdroj: interní materiály firmy</i>).....	90

SEZNAM PŘÍLOH

- P I Potřeba surovin pro výrobu kokosové tyčinky.
- P II Potřeba surovin pro výrobu burákové tyčinky.
- P III Skutečně naměřené hodnoty v kokosové tyčince.
- P IV Skutečně naměřené hodnoty v burákové tyčince.

PŘÍLOHA P I: POTŘEBA SUROVIN PRO VÝROBU KOKOSOVÉ TYČINKY.

Tab. 9 Potřeba surovin pro výrobu kokosové tyčinky (Zdroj: vlastní zpracování)

	Název suroviny	Potřeba MJ na 1 tunu	Potřeba MJ na 1 OB	Potřeba na 1 ks (36 g)	Výrobní cena OB (2,04kg)	Výrobní cena 1 ks (34g)
1.	kokos strouhaný	212,4452	0,45888	7,648	14,14 Kč	0,245 Kč
2.	fondánová poleva	382,4013	0,82599	13,766	20,84 Kč	0,361 Kč
3.	škrobový sirup	59,4846	0,12849	2,141	1,869 Kč	0,032 Kč
5.	rostlinný olej	25,4934	0,05507	0,918	1,491 Kč	0,026 Kč
6.	maltodextrin	8,4978	0,01836	0,306	0,654 Kč	0,011 Kč
7.	kokosové aroma	0,8498	0,00184	0,031	0,569 Kč	0,010 Kč
8.	rumové aroma	0,8498	0,00184	0,031	0,619 Kč	0,011 Kč
9.	kokos medium	84,9781	0,18355	3,059	6,719 Kč	0,116 Kč
10.	čokoláda tmavá	225,0000	0,48600	8,100	45,88 Kč	0,764 Kč
	SUROVINY CELKEM	1000	2,16000	36,000	92,79 Kč	1,605 Kč

PŘÍLOHA II: POTŘEBA SUROVIN PRO VÝROBU BURÁKOVÉ TYČINKY.

Tab. 10 Potřeba surovin pro výrobu burákové tyčinky (Zdroj: interní materiály firmy)

	Název suroviny	Potřeba MJ na 1 tunu	Potřeba MJ na 1 OB	Potřeba na 1 ks (36 g)	Výrobní cena OB (2,04kg)	Výrobní cena 1 ks (34g)
1.	cukr moučka	151,8615	0,328	5,467	7,184 Kč	0,120 Kč
2.	škrobový sirup	75,9308	0,164	2,734	2,477 Kč	0,041 Kč
3.	sójové vločky	101,2410	0,219	3,645	6,451 Kč	0,108 Kč
4.	sójová krupice	75,9308	0,164	2,734	4,838 Kč	0,082 Kč
5.	fondánová poleva	151,8615	0,328	5,467	8,594 Kč	0,143 Kč
6.	rostlinný olej	35,4344	0,077	1,276	1,653 Kč	0,028 Kč
7.	tuk pokrmový	15,1862	0,033	0,547	0,941 Kč	0,016 Kč
8.	arašídy pražené loupané	151,8615	0,328	5,467	13,95 Kč	0,228 Kč
9.	aroma arašídové	2,0248	0,010	0,167	29,18 Kč	0,312 Kč
10.	čokoládová poleva	235,1240	0,510	8,460	18,80 Kč	0,486 Kč
	SUROVINY CELKEM	1000,0000	2,160	36,000	93,71 Kč	1,562 Kč

PŘÍLOHA III: SKUTEČNĚ NAMĚŘENÉ HODNOTY V KOKOSOVÉ TYČINCE.

Tab. 11 Skutečně naměřené hodnoty v kokosové tyčince v [g] (Zdroj: vlastní zpracování)

<i>i-té</i> <i>po-</i> <i>zoro</i> <i>vání</i>	kokos strou- haný	fondá- nová poleva	škro- bový sirup	rost- linný olej	malto- dextrin	aroma koko- sově	aroma rumo- vé	kokos medi- um	čoko- láda tmavá	výstup tyčinek 36 g
1	7,70	13,80	2,11	0,89	0,2600	0,0060	0,0120	3,03	8,07	36,883
2	7,70	13,81	2,12	0,9	0,2850	0,0160	0,0018	3,04	8,08	35,953
3	7,92	13,81	2,13	0,91	0,2950	0,0210	0,0025	3,05	8,09	36,240
4	7,94	13,82	2,15	0,93	0,3650	0,0860	0,0030	3,07	8,10	36,471
5	8,01	14,05	2,18	0,93	0,3700	0,0910	0,0060	3,08	8,11	36,833
6	7,69	14,07	2,19	0,94	0,3800	0,1010	0,0066	3,08	8,12	36,588
7	7,67	14,10	2,41	0,94	0,3850	0,1060	0,0075	3,08	8,12	36,830
8	7,67	13,74	2,43	0,94	0,3900	0,1110	0,0280	3,08	8,12	36,529
9	7,67	13,75	3,14	0,94	0,4000	0,1210	0,0090	3,09	8,12	37,256
10	7,67	13,76	2,16	0,95	0,4050	0,1260	0,0105	3,09	8,13	36,312
11	7,68	13,82	2,16	0,95	0,4100	0,1310	0,0114	3,09	8,13	36,405
12	7,62	13,79	2,17	0,95	0,4396	0,1606	0,0120	3,10	8,13	36,394
13	7,63	13,80	2,17	0,96	0,4531	0,1741	0,0120	3,10	8,14	36,452
14	7,64	13,79	2,18	0,96	0,4666	0,1876	0,0135	3,10	8,14	36,485
15	7,66	13,81	2,18	0,96	0,4801	0,2011	0,0135	3,10	8,14	36,570
16	7,68	13,82	2,19	0,96	0,4936	0,2146	0,0150	3,11	8,14	36,638
17	7,68	13,79	2,17	0,97	0,5071	0,2281	0,0150	3,11	8,15	36,629
18	7,69	13,80	2,17	0,97	0,5206	0,2416	0,0820	3,33	8,15	36,972
19	7,69	13,79	2,16	1,19	0,5341	0,2551	0,0880	3,35	8,37	37,438
20	7,69	13,81	2,18	1,21	0,5476	0,2686	0,3000	3,03	8,39	37,436
prů- měr	7,72	13,84	2,24	0,096	0,42	0,14	0,032	3,10	8,11	36,67

Tabulka obsahuje skutečně naměřených hodnoty u kokosových tyčinek, měrná jednotka jsou gramy [g].

PŘÍLOHA IV: SKUTEČNĚ NAMĚŘENÉ HODNOTY V BURÁKOVÉ TYČINCE.

Tab. 12 Skutečně naměřené hodnoty v burákové tyčince v [g] (Zdroj: interní materiály firmy)

<i>i-té po-zo-ro-vá-vání</i>	cukr moučka	škrobový sirup	sójové vločky	sójová krupice	fondá nová poleva	rostlinný olej	pokr-mový tuk	arašídý pražené	čokoládová poleva	aroma arašídové	tyčinka 36 g
1	5,51	2,70	3,66	2,779	5,47	1,25	0,50	5,44	8,50	0,150	35,67
2	5,51	2,71	3,68	2,784	5,48	1,26	0,50	5,45	8,50	0,021	35,77
3	5,51	2,72	3,68	2,714	5,49	1,27	0,50	5,46	8,51	0,164	35,87
4	5,52	2,73	3,69	2,724	5,50	1,28	0,50	5,47	8,51	0,178	35,96
5	5,52	2,73	3,68	2,774	5,50	1,28	0,51	5,47	8,47	0,214	36,00
6	5,64	2,74	3,66	2,774	5,50	1,29	0,51	5,48	8,49	0,128	36,06
7	5,45	2,75	3,66	2,779	5,51	1,3	0,51	5,49	8,49	0,201	36,21
8	5,46	2,75	3,66	2,759	5,52	1,30	0,51	5,49	8,48	0,207	36,19
9	5,48	2,75	3,63	2,784	5,52	1,30	0,52	5,49	8,48	0,189	36,22
10	5,49	2,75	3,64	2,769	5,52	1,30	0,52	5,49	8,72	0,156	36,24
11	5,67	2,76	3,68	2,772	5,52	1,31	0,52	5,5	8,46	0,189	36,27
12	5,76	2,76	3,69	2,800	5,53	1,31	0,52	5,50	8,46	0,148	36,30
13	5,50	2,76	3,66	2,754	5,53	1,31	0,53	5,50	8,48	0,168	36,34
14	5,49	2,77	3,67	2,764	5,53	1,31	0,54	5,51	8,48	0,201	36,38
15	5,49	2,77	3,67	2,704	5,54	1,32	0,55	5,51	8,49	0,178	36,41
16	5,50	2,77	3,64	2,730	5,54	1,32	0,55	5,51	8,45	0,194	36,44
17	5,51	2,77	3,65	2,734	5,54	1,32	0,55	5,51	8,50	0,128	36,46
18	5,52	2,78	3,61	2,734	5,54	1,32	0,56	5,52	8,43	0,207	36,61
19	5,44	2,78	3,62	2,756	5,55	1,33	0,57	5,52	8,44	0,181	36,68
20	5,51	2,74	3,67	2,759	5,55	1,33	0,58	5,58	8,50	0,164	37,01
prů-měr	5,52	2,75	3,66	2,76	5,52	1,30	0,53	5,50	8,49	0,17	36,25

Tabulka obsahuje skutečně naměřených hodnoty u burákových tyčinek, měrná jednotka jsou gramy [g].