

# **Aplikace numerických výpočtových metod při výuce strojírenských předmětů**

Ing. Petr Smrčka

---

Bakalářská práce  
2013



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně  
Fakulta humanitních studií

---

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně  
Fakulta humanitních studií  
Ústav pedagogických věd  
akademický rok: 2012/2013

## ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE (PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Ing. Petr Smrčka**  
Osobní číslo: **H110003**  
Studijní program: **B7507 Specializace v pedagogice**  
Studijní obor: **Učitelství odborných předmětů pro SŠ**  
Forma studia: **kombinovaná**

Téma práce: **Aplikace numerických výpočtových metod při výuce  
strojírenských předmětů**

Zásady pro vypracování:

Zpracování rešerše a studium odborné literatury  
Rozbor učebních plánů konstrukčních předmětů na střední škole.  
Vymezení pojmů a teoretických východisek z oblasti využití MKP (metoda konečných prvků).  
Příprava na výuku technického předmětu s aplikací MKP.  
Volba technických prostředků ve výuce.  
Příprava metodiky výzkumné části.  
Realizace kvantitativního výzkumu přínosu zařazení MKP do výuky.  
Zpracování a vyhodnocení získaných dat, včetně jejich interpretace.  
Prezentace výsledků výzkumu, jejich shrnutí a doporučení pro praxi.

Rozsah bakalářské práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

**COTETIU, Radu et al. New Trends in Mechanical Design and Technologies. Cluj Napoca : Risoprint, 2005. ISBN 973-751-084-4.**

**DILLINGER, Josef. Moderní strojírenství pro školu i praxi. Europa - Sobotáles, 2007. ISBN 80-86706-19-2.**

**HRMO, Roman et al. Didaktika technických predmetov. Bratislava : Slovenská technická univerzita, 2005. ISBN 80-227-2191-3.**

**KRATOCHVÍL, Ctirad a Emanuel ONDRÁČEK. Mechanika těles: Počítače a MKP. Brno : VUT, 1987.**

**KROPÁČ, Jiří et al. Didaktika technických předmětů: vybrané kapitoly. Olomouc : Univerzita Palackého, 2004. ISBN 80-244-0848-1.**

Vedoucí bakalářské práce: **prof. Ing. Imrich Lukovics, CSc.**  
Ústav výrobního inženýrství

Datum zadání bakalářské práce: **30. listopadu 2012**

Termín odevzdání bakalářské práce: **3. května 2013**

Ve Zlíně dne 14. února 2013

  
doc. Ing. Anežka Lengálová, Ph.D.  
děkanka



  
Mgr. Jakub Hladík, Ph.D.  
ředitel ústavu

## PROHLÁŠENÍ AUTORA BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Beru na vědomí, že

- odevzdáním bakalářské práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, bez ohledu na výsledek obhajoby <sup>1)</sup>;
- beru na vědomí, že bakalářská práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému dostupná k nahlédnutí;
- na moji bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3 <sup>2)</sup>;
- podle § 60 <sup>3)</sup> odst. 1 autorského zákona má UTB ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- podle § 60 <sup>3)</sup> odst. 2 a 3 mohu užít své dílo – bakalářskou práci - nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen s předchozím písemným souhlasem Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše);
- pokud bylo k vypracování bakalářské práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tj. k nekomerčnímu využití), nelze výsledky bakalářské práce využít ke komerčním účelům.

Prohlašuji, že

- elektronická a tištěná verze bakalářské práce jsou totožné;
- na bakalářské práci jsem pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval. V případě publikace výsledků budu uveden jako spoluautor.

Ve Zlíně ..... 3. 5. 2013

.....  


*1) zákon č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, § 47b Zveřejňování závěrečných prací:*

*(1) Vysoká škola nevydělečně zveřejňuje disertační, diplomové, bakalářské a rigorózní práce, u kterých proběhla obhajoba, včetně posudků oponentů a výsledku obhajoby prostřednictvím databáze kvalifikačních prací, kterou spravuje. Způsob zveřejnění stanoví vnitřní předpis vysoké školy.*

(2) *Disertační, diplomové, bakalářské a rigorózní práce odevzdané uchazečem k obhajobě musí být též nejméně pět pracovních dnů před konáním obhajoby zveřejněny k nahlázení veřejnosti v místě určeném vnitřním předpisem vysoké školy nebo není-li tak určeno, v místě pracoviště vysoké školy, kde se má konat obhajoba práce. Každý si může ze zveřejněné práce pořizovat na své náklady výpisy, opisy nebo rozmnoženiny.*

(3) *Platí, že odevzdáním práce autor souhlasí se zveřejněním své práce podle tohoto zákona, bez ohledu na výsledek obhajoby.*

2) zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, § 35 odst. 3:

(3) *Do práva autorského také nezasahuje škola nebo školské či vzdělávací zařízení, užije-li nikoli za účelem přímého nebo nepřímého hospodářského nebo obchodního prospěchu k výuce nebo k vlastní potřebě dílo vytvořené žákem nebo studentem ke splnění školních nebo studijních povinností vyplývajících z jeho právního vztahu ke škole nebo školskému či vzdělávacímu zařízení (školní dílo).*

3) zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, § 60 Školní dílo:

(1) *Škola nebo školské či vzdělávací zařízení mají za obvyklých podmínek právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla (§ 35 odst.*

3). *Odporá-li autor takového díla udělit svolení bez vážného důvodu, mohou se tyto osoby domáhat nahrazení chybějícího projevu jeho vůle u soudu. Ustanovení § 35 odst. 3 zůstává nedotčeno.*

(2) *Není-li sjednáno jinak, může autor školního díla své dílo užít či poskytnout jinému licenci, není-li to v rozporu s oprávněnými zájmy školy nebo školského či vzdělávacího zařízení.*

(3) *Škola nebo školské či vzdělávací zařízení jsou oprávněny požadovat, aby jim autor školního díla z výdělku jím dosaženého v souvislosti s užitím díla či poskytnutím licence podle odstavce 2 přiměřeně přispěl na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložily, a to podle okolností až do jejich skutečné výše; přitom se přihlídně k výši výdělku dosaženého školou nebo školským či vzdělávacím zařízením z užití školního díla podle odstavce 1.*

## **ABSTRAKT**

Bakalářská práce se zabývá aplikací CAE do výuky technických předmětů na střední škole. V užším vymezení je výuka předmětů MEC, SPS, PPK rozšířena o využívání nových výpočtových nástrojů, zejména MKP (metoda konečných prvků).

Bakalářská práce je motivována snahou o zvýšení technické úrovně vzdělávání na střední škole. Možnost dalšího rozvoje klíčových kompetencí žáků, má přispět k jejich lepšímu uplatnění na trhu práce. Vývoj výpočetní techniky umožňuje pronikání výkonných výpočtových nástrojů vybraných ústavů vysokých škol a specializovaných komerčních pracovišť mezi širší spektrum konstruktérů, výpočtářů i do nižších stupňů vzdělávacích institucí. Žáci středních škol se již běžně setkávají s CAD, CAM, CAQ a dalšími počítačově podporovanými obory. MKP je další technologií, se kterou je vhodné žáky středních škol na odpovídající úrovni seznámit.

V teoretické části rozebírám učební plány technických předmětů na střední škole s cílem nalezení vhodného způsobu aplikace MKP do výuky. Zařazení vhodně volených příkladů upevňuje znalosti žáků v technických předmětech a vytváří základ pro jejich prohlubování v dalším studiu. Interdisciplinární MKP posiluje mezipředmětové vztahy a přispívá k prohlubování integrovaného obsahu vzdělávání.

Praktická část práce obsahuje přípravy na vyučovací hodiny předmětu SPS. Příklady řešené klasicky pomocí vzorců jsou verifikovány softwarem založeným na analytických výpočtových metodách a také pomocí MKP.

Hlavním cílem takto rozšířené výuky technických předmětů je promítnutí požadavků současné konstrukční praxe do přípravy žáků na budoucí technické povolání. Výuka MKP má zvyšovat motivaci žáků při studiu, přispět k větší názornosti, rozvíjet jejich kreativitu, samostatnou činnost při hledání optimálních řešení v kratším čase, zvýšit atraktivitu a popularitu obtížných technických předmětů, inspirovat při výběru oborové specializace. Žáky je nutno vést ke správnému formulování technických problémů, k verifikaci a kontrole řešení praktických příkladů, ke správné interpretaci výsledků řešení.

**Klíčová slova:** didaktika strojírenství, výuka technických předmětů, integrovaná výuka, mezipředmětové vztahy, výpočtové programy, analytické výpočtové metody, numerické výpočtové metody, metoda konečných prvků, MKP, řešené příklady.

## **ABSTRACT**

This Bachelor work deals with application of CAE to teaching technical subjects at a high school. The MEC, SPS, PPK subjects are enhanced by the use of new computational tools, especially FEM (finite element method).

This Bachelor work is motivated by effort to increase the level of technical education in a high school. The possibility of further development of key competencies should contribute to get a better job in labor market. Development of computer technology allows the penetration of powerful computational tools to a wider range of designers, specialists and to lower levels of educational institutions. The high school students are familiar with CAD, CAM, CAQ and other computer aided technologies. FEM is the other technology which is suitable to introduce to the high school students at an adequate level.

The theoretical part deals with the curriculum of technical subjects at a high school in order to find a suitable way of application FEM to education. Inclusion of suitably selected practical examples reinforces the students' knowledge in technical subjects and creates a basis for its deepening in further studies. Interdisciplinary FEM strengthen relations among school subjects and contribute to the deepening of an integrated curriculum.

The practical part includes preparations for the lessons of SPS subject. Examples classically solved using formulas are verified by software which is based on analytical calculation methods. These examples are verified by FEM too.

The main goal of the enlarged teaching technical subjects is reflecting the requirements of the current design experience to preparing students for a future technical occupation. Teaching FEM should increase motivation of students to study, to contribute to greater clarity, to develop their creativity, to develop their independent activity by searching optimal solutions in shorter time, to increase the attractiveness and popularity of difficult technical subjects, to inspire the choice of specialization. Students should be led to the correct formulation of technical problems, to the verification and inspection of practical examples and to the correct interpretation of the results of the solution.

**Keywords:** engineering didactics, teaching technical subjects, integrated learning, cross curricular links, computer software, analytical calculation methods, numerical calculation methods, finite element method, FEM, solved examples.

## Poděkování

Děkuji panu prof. Ing. Imrichu Lukovicsovi, CSc. za vedení bakalářské práce. Děkuji své rodině, přátelům a zejména manželce za pochopení, toleranci, podporu při studiu a poskytnutí času pro vypracování této práce.

## Motto

‘To learn by doing’

‘Teach the whole child’

‘To find out what one is fitted to do, and to secure an opportunity to do it, is the key to happiness’

John Dewey (1859 – 1952)

## Prohlášení

Prohlašuji, že odevzdaná verze bakalářské/diplomové práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.



# OBSAH

<b>ÚVOD</b> .....	<b>12</b>
<b>I TEORETICKÁ ČÁST</b> .....	<b>14</b>
<b>1 REŠERŠE VYUŽITÍ MKP NA STŘEDNÍCH ŠKOLÁCH</b> .....	<b>15</b>
<b>2 ZÁKLADNÍ PEDAGOGICKÉ DOKUMENTY</b> .....	<b>16</b>
2.1 VZDĚLÁVACÍ PROGRAM .....	16
2.1.1 Identifikace oboru .....	16
2.1.2 Profil absolventa.....	16
2.2 UČEBNÍ PLÁN .....	16
2.3 KLÍČOVÉ KOMPETENCE ŽÁKŮ SPŠ .....	17
2.4 UČEBNÍ OSNOVY KONSTRUKČNÍCH PŘEDMĚTŮ NA STŘEDNÍ ŠKOLE .....	17
2.4.1 Předmět stavba a provoz strojů ve vzdělávacím systému .....	18
2.4.2 Obecný cíl předmětu .....	18
2.4.3 Charakteristika učiva.....	18
2.4.4 Cíle výuky .....	18
2.4.5 Strategie výuky.....	18
2.4.6 Organizační formy výuky .....	18
2.4.7 Hodnocení výsledků žáků .....	19
2.4.8 Průřezová témata .....	19
2.5 VÝBĚR Z UČIVA PŘEDMĚTU STAVBA A PROVOZ STROJŮ.....	19
2.5.1 Pružiny .....	20
2.5.2 Hřídele.....	20
<b>3 VYMEZENÍ POJMŮ A TEORETICKÝCH VÝCHODISEK Z OBLASTI VYUŽITÍ MKP</b> .....	<b>21</b>
3.1 VZNIK METODY .....	21
3.2 POPIS METODY .....	21
3.3 VÝHODY METODY .....	21
3.4 NEVÝHODY METODY .....	22
3.5 VYUŽITÍ MKP V TECHNICKÉ PRAXI.....	22
3.5.1 Letectví a kosmický výzkum .....	22
3.5.2 Dopravní technika .....	22
3.5.3 Energetika .....	23
3.5.4 Strojírenství .....	23
3.5.5 Chemický průmysl .....	23
3.5.6 Elektrotechnika .....	23
3.5.7 Mikroelektronika a elektronika .....	23
3.5.8 Procesní inženýrství .....	23
3.5.9 Stavebnictví.....	24
3.5.10 Speciální a vojenská technika .....	24
3.5.11 Biomechanika.....	24

3.6	VYUŽITÍ MKP NA STŘEDNÍCH ŠKOLÁCH .....	24
3.7	ZKUŠENOSTI STŘEDNÍCH ŠKOL S MKP .....	24
3.8	VLASTNÍ ZKUŠENOSTI A DOPORUČENÍ PŘI POUŽÍVÁNÍ MKP .....	25
3.9	KOMERČNÍ PROGRAMY ZALOŽENÉ NA MKP .....	28
3.9.1	Ansys Workbench .....	28
3.9.2	Abaqus.....	28
3.9.3	Nastran .....	29
3.9.4	Femlab.....	29
3.9.5	Autodesk Inventor .....	29
3.9.6	Femap.....	30
3.9.7	Pro/Mechanica.....	30
<b>4</b>	<b>VOLBA TECHNICKÝCH PROSTŘEDKŮ VE VÝUCE.....</b>	<b>31</b>
<b>II</b>	<b>PRAKTICKÁ ČÁST .....</b>	<b>33</b>
<b>5</b>	<b>PŘÍPRAVA NA VÝUKU TECHNICKÉHO PŘEDMĚTU S APLIKACÍ MKP.....</b>	<b>34</b>
5.1	PRUŽINY.....	34
5.1.1	Ruční analytický výpočet šroubovitě pružiny .....	37
5.1.2	Analytický výpočet šroubovitě pružiny pomocí softwaru .....	39
5.1.2.1	Excel .....	39
5.1.2.2	MitCalc .....	40
5.1.3	Numerický výpočet šroubovitě pružiny pomocí MKP .....	42
5.1.4	Ruční analytický výpočet listové pružiny .....	45
5.1.5	Analytický výpočet listové pružiny pomocí softwaru .....	47
5.1.5.1	Excel .....	47
5.1.5.2	MitCalc .....	47
5.1.6	Numerický výpočet listové pružiny pomocí MKP.....	48
5.2	HŘÍDELE.....	52
5.2.1	Ruční analytický výpočet nosného hřídele .....	59
5.2.2	Analytický výpočet nosného hřídele pomocí softwaru.....	61
5.2.2.1	Excel .....	61
5.2.2.2	MitCalc .....	61
5.2.3	Numerický výpočet nosného hřídele pomocí MKP .....	63
5.3	HODNOCENÍ ROZŠÍŘENÝCH VYUČOVACÍCH HODIN .....	64
<b>6</b>	<b>PŘÍPRAVA METODIKY VÝZKUMNÉ ČÁSTI .....</b>	<b>66</b>
6.1	STANOVENÍ PROBLÉMU .....	66
6.2	CÍL ZAŘAZENÍ MKP DO VÝUKY NA STŘEDNÍ ŠKOLE .....	66
6.3	CÍL VÝZKUMU .....	66
6.4	FORMULACE HYPOTÉZ.....	67
6.5	VÝBĚR PRVKŮ DO VÝZKUMNÝCH VZORKŮ .....	67
<b>7</b>	<b>REALIZACE KVANTITATIVNÍHO VÝZKUMU PŘÍNOSU ZAŘAZENÍ MKP DO VÝUKY .....</b>	<b>68</b>
7.1	METODA VÝZKUMU.....	68
<b>8</b>	<b>ZPRACOVÁNÍ A VYHODNOCENÍ ZÍSKANÝCH DAT, VČETNĚ JEJICH INTERPRETACE .....</b>	<b>71</b>

8.1	VÝZKUM NA STŘEDNÍ ŠKOLE.....	71
8.2	VÝZKUM NA VYSOKÉ ŠKOLE .....	74
<b>9</b>	<b>PREZENTACE VÝSLEDKŮ VÝZKUMU, JEJICH SHRUTÍ A DOPORUČENÍ PRO PRAXI.....</b>	<b>76</b>
9.1	ZÁVĚR VÝZKUMŮ NA STŘEDNÍ A VYSOKÉ ŠKOLE.....	76
9.2	DOPORUČENÍ PRO ODBORNÝ VÝZKUM.....	76
9.3	DOPORUČENÍ PRO PRAXI.....	77
	<b>ZÁVĚR .....</b>	<b>78</b>
	<b>SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY.....</b>	<b>80</b>
	<b>SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK.....</b>	<b>82</b>
	<b>SEZNAM OBRÁZKŮ .....</b>	<b>83</b>
	<b>SEZNAM TABULEK.....</b>	<b>84</b>
	<b>SEZNAM GRAFŮ .....</b>	<b>85</b>
	<b>SEZNAM PŘÍLOH.....</b>	<b>86</b>

## ÚVOD

Průmyslová výroba patřila tradičně k nejvýznamnějším odvětvím v České republice a stále dosahuje světové úrovně v oblastech strojírenská výrobní technika, letecká technika, průmysl automobilový, průmysl kolejových vozidel, průmysl energetické techniky, průmysl textilní výrobní techniky, materiály, jakost a spolehlivost výroby. Studium technických oborů nebylo nikdy jednoduché, protože vyžaduje znalosti matematiky, fyziky, technické myšlení, představivost, zájem o nové poznatky vědy a techniky, ctízádnost, pracovitost žáků a studentů. Přesto měla výchova odborníků vysokou úroveň na všech stupních vzdělávání.

Tato pozice byla v minulých letech značně oslabena nevhodnými vládními opatřeními, která směřovala k utlumení a nezřídka likvidaci celé řady průmyslových podniků. Situaci zásadně zhoršila finanční krize, která v roce 2009 zasáhla v první řadě strojírenské podniky. Podstatná omezení a pozastavení výroby způsobila výrazné zvýšení počtu nezaměstnaných v oblasti strojírenství. Přesouvání výroby do Asie, demografický vývoj, migrace absolventů škol, technických pracovníků a odborníků jsou další faktory, které oslabují postavení českých průmyslových podniků.

Pro opětovné získání pozice našich firem na světových trzích je nezbytné investovat do výzkumu, vývoje a vzdělávání. Přežijí pouze firmy s úspěšným produktem, který bude mít vysokou technickou úroveň a užité vlastnosti za přijatelnou cenu.

Požadavky nelze splnit bez kvalifikovaných odborníků a pracovníků, kteří se podílejí na vývoji nových výrobků. Proto je potřeba vychovávat technicky zdatné žáky již na středních školách, usilovat o zvyšování jejich zájmu o studium a motivovat je k výběru technických oborů. Je nutné výuku zkvalitňovat s ohledem na použitelnost absolventů v budoucím zaměstnání a přispívat ke zvyšování atraktivity studia.

Jednou z možností, jak vyhovět uvedeným požadavkům, je dát žákům již na střední škole do rukou výkonný výpočtový software založený na MKP (metoda konečných prvků). Teorie výpočtů pomocí MKP je velmi obsáhlá a je předmětem vysokoškolského studia. Na střední škole je nutné žáky orientovat na efektivní zvládnutí aplikace na jednoduchých školních příkladech. Přitom nejde o nahrazení klasických analytických výpočtů, ale o jejich doplnění, vizualizaci a verifikaci.

Cílem práce je inspirovat žáky i učitele k lepšímu a smysluplnému využití výpočetní techniky při studiu. Počítače nemají primárně sloužit ke hraní her, on-line komunikaci, naku-

pování a zábavě všeho druhu, ale je možno je využít ušlechtlejším způsobem. Mohou pomoci v tvůrčí činnosti žáků a její výsledky analyzovat, kriticky zkoumat a kvalifikovaně vyhodnocovat. Pomocí výpočetní techniky lze teoretické poznatky cíleně a efektivně aplikovat na řešení konkrétních příkladů a přiblížit tak studium reálným požadavkům praxe.

## **I. TEORETICKÁ ČÁST**

## 1 REŠERŠE VYUŽITÍ MKP NA STŘEDNÍCH ŠKOLÁCH

Používání MKP je spojeno především s vysokými školami a průmyslem. V rámci zpracování rešerše o využití MKP jsem zjistil, že tato oblast má i na středních školách vytvořeny podmínky pro její úspěšné používání při výuce. Středních škol, ve kterých je žákům MKP představována, stále přibývá. Jako příklad uvádím tyto školy:

Střední odborná škola technická, Švermova 1, 96001 Zvolen

VOŠ a SPŠ, Studentská 1, 59101 Žďár nad Sázavou

VOŠ a SPŠ Varnsdorf, Mariánská 1100, 40747 Varnsdorf

SPŠ Trutnov, Školní 101, 54101 Trutnov

Některé jejich zkušenosti se zaváděním a používáním MKP uvádím v této práci. Nejprve se zabývám nalezením vhodné oblasti pro nasazení metody do výuky v rámci vzdělávacího programu středních škol. Protože metoda není všeobecně známá, stručně ji představuji v kap. 3. V praktické části práce předkládám přípravu na vyučování dvou tematických celků. Do přípravy je zařazeno řešení školních příkladů pomocí analytických a numerických softwarů, které v praxi používají strojní konstruktéři a výpočtáři.

Na základě provedené rešerše usuzuji, že zařazení MKP do výuky je žádoucí, pragmatický, logický krok, o který má smysl ze strany učitelů usilovat. Toto tvrzení podporuji v závěrečné části výzkumem, který jsem provedl mezi respondenty střední a vysoké školy.

## 2 ZÁKLADNÍ PEDAGOGICKÉ DOKUMENTY

Základní pedagogické dokumenty jsou výrazem uspořádání a nositelem didaktické transformace učiva. Jsou vydávané Ministerstvem školství, vyjadřují všeobecné požadavky na absolventy středních škol a mají funkci orientační a normativní. Patří k nim charakteristika studijního oboru, profil absolventa, učební plán, učební osnova [1].

### 2.1 Vzdělávací program

Vzdělávací program by měl v první řadě vyhovovat potřebám trhu práce a v ideálním případě tyto potřeby předjímat s určitým předstihem. Zároveň je však nutno zachovat jeho dlouhodobější koncepci. Těmto požadavkům lze vyhovět pomocí modulárně členěného vzdělávacího obsahu, který umožní žákům a studentům nalezení vlastní vzdělávací cesty podle jejich individuálních potřeb, schopností a zájmů.

#### 2.1.1 Identifikace oboru

Pro aplikaci CAE metod do výuky byl zvolen čtyřletý studijní obor strojírenství s identifikačním kódem 23-41-M/01. Absolventi v denní formě studia dosáhnou úplného středního odborného vzdělání s maturitou [2].

#### 2.1.2 Profil absolventa

Absolventi jsou připravováni do středních technických a hospodářských funkcí v oboru strojírenství. Mohou se uplatnit v technických oborech příbuzných nebo mezioborových. Uplatnění mohou nalézt jako projektant, konstruktér, technolog, programátor a odborná obsluha CNC strojů, provozní technik, kontrolor, mistr ve výrobě, dispečer, technický manažer ve výrobním procesu, v obchodně technických službách, metrologií, v oblastech souvisejících s CNC technikou a dalších. Podle § 77, 78, 79 zákona 561/2004 je vzdělání zakončeno maturitní zkouškou, o které absolventi obdrží vysvědčení [2].

### 2.2 Učební plán

Učební plán je sestavován v souladu s profilem absolventa a je upřesňován na základě projektování výuky. Je odvozen z věcných (kontext kurikula) a pedagogických požadavků, cílů a podmínek výuky, ze zájmů žáků a jejich předchozí přípravy [3].

Na webových stránkách SPŠ Zlín [2] lze v přehledných tabulkách nalézt podrobný obsah vzdělávání v RVP převedený do ŠVP a ročníkový ŠVP, ze kterých jsem vycházel při hle-



dání vhodných oblastí pro zařazení nových výpočtových metod do výuky technických předmětů.

### 2.3 Klíčové kompetence žáků SPŠ

Pomocí revidované Bloomovy taxonomie lze shrnout požadavky kladené na žáky v průběhu výchovně vzdělávacího procesu:

1. Zapamatování – znovupoznání, vybavení z paměti
2. Porozumění – interpretování, uvádění příkladů, shrnutí, usuzování, porovnávání, vysvětlování
3. Aplikace – realizace, uplatnění
4. Analýza – rozlišování, organizování, přisuzování
5. Hodnocení – kontrola, kritika
6. Tvořivost – generování, plánování, produkování [3].

Tyto požadavky jsou pak podrobně rozvedeny do jednotlivých kompetencí [2], kterým se žáci učí v průběhu studia prostřednictvím obsahu vzdělávání. Patří k nim kompetence k učení, podnikatelským aktivitám a pracovnímu uplatnění, komunikativní kompetence. V souvislosti se zaváděním nových výpočtových metod do výuky považují za podstatné zejména matematické a odborné kompetence, které nejvíce pomáhají rozvíjet kompetence k řešení problémů. Podrobné rozdělení a popsání jednotlivých kompetencí je užitečné pro získání informací o studiu, vzdělávacím programu, profilu absolventů. Z těchto informací mohou vycházet rodiče žáků, budoucí zaměstnavatelé i začínající učitelé. Byly inspirací i pro tuto práci. Pro jejich neuchopitelnost a všeobecnost však nebyly tak užitečné jako učební osnovy a konkrétní obsah vzdělávání.

### 2.4 Učební osnovy konstrukčních předmětů na střední škole

Nasazení MKP do výuky na střední škole může být provedeno různým způsobem a formou. Rozhodující je v tomto ohledu nejen zájem žáků, ale zejména kvalifikace a možnosti učitelů. Zařazení MKP připadá v úvahu do předmětů MEC, CAD/CAM, PPK, SPS, teoreticky i do předmětu STT a PRA. Úvodní seznámení žáků s MKP je vhodné provést v rámci předmětu SPS, proto je v dalším textu tento předmět rozebrán podrobněji.

### **2.4.1 Předmět stavba a provoz strojů ve vzdělávacím systému**

Vzdělávací systém obsahuje tři základní vzdělávací oblasti:

- 1) Projektování a konstruování – MEC, SPS, STT, CAD/CAM systémy, PPK, PRA
- 2) Strojírenská technologie – STT, KOM, PRA, CAD/CAM
- 3) Stavba a provoz strojů – SPS, PRA, ELE, AUM [2].

### **2.4.2 Obecný cíl předmětu**

Předmět SPS napomáhá rozvoji technického myšlení, dává technický základ potřebný ke studiu odborných předmětů, rozvíjí logické myšlení a vyjadřování. Žáci se seznamují se základy stavby a provozu strojů a utváří si představu o jeho využití v rámci studia a zejména v technické praxi [2].

### **2.4.3 Charakteristika učiva**

Předmět SPS představuje žákům technickou praxi od jednoduchých strojních prvků až po složité celky, strojní mechanismy a zařízení. Nové učivo je obvykle probíráno formou výkladu nebo řízeného rozhovoru a je spojeno s častými odkazy na praktické aplikace. Podmínkou je přitom dobré zvládnutí matematické a přírodovědné složky vzdělávání, na kterou učivo navazuje, vhodně ji aplikuje a rozvíjí [2].

### **2.4.4 Cíle výuky**

V oblasti postojů a hodnot směřuje výuka k tomu, aby si žáci vážili kvalitní práce své i ostatních. Sami mají pracovat pečlivě a kvalitně, musí však být rovněž schopni přijmout oprávněnou kritiku a neoprávněnou kritiku vyvrátit [2].

### **2.4.5 Strategie výuky**

Předmět SPS se vyučuje v 2., 3. a 4. ročníku. Ve 2. ročníku je rozdělen na 7 tematických celků, ve 3. ročníku na 3 a ve 4. ročníku na 5 tematických celků. Ty na sebe vzájemně navazují a doplňují se. Probírané učivo se procvičuje ústní formou, výuka je doplňována multimediální technikou. Zadáváním úloh různé obtížnosti je podněcována aktivita žáků [2].

### **2.4.6 Organizační formy výuky**

Hromadnou (frontální) výuku je nutno s ohledem na zavádění nových metod z velké části nahradit jinými organizačními formami zejména proto, že nerozvíjí dostatečně samostat-

nost, činnost a tvořivost žáků. V různé míře je zapotřebí, při vyučování rozšířeném o numerické metody, uplatňovat individuální a individualizovanou výuku, ale také projektové a diferencované vyučování. Nezbytný je dokonale rozpracovaný obsah učiva, který umožní žákům značnou svobodu při řešení problémů na základě jejich aktivní činnosti. Žáci se tak učí odpovědnosti a spoléhání se na sebe, cvičí se jejich vůle a sebeovládání.

#### **2.4.7 Hodnocení výsledků žáků**

Hlavní důraz je kladen na hloubku porozumění učiva, na schopnost aplikace poznatků v navazujícím předmětu praxe a na rozvoj samostatnosti žáků při řešení zadaných úkolů. Hodnocení žáků probíhá v průběhu probírání učiva, dále po probrání a procvičení jednotlivých kapitol a na závěr po několika tematických celcích. Hodnocení se provádí průběžně za každé pololetí písemnou i ústní formou.

#### **2.4.8 Průřezová témata**

Do základních průřezových témat, kterými jsou Občan v demokratické společnosti, Člověk a životní prostředí, Člověk a svět práce, Informační a komunikační technologie jsou jednotlivé předměty včleněny prostřednictvím svého vyučovacího obsahu. Technické předměty přitom pokrývají nejvíce poslední dvě oblasti.

Předmět SPS naplňuje průřezové téma Člověk a svět práce tematickými celky Potrubí a armatury, Spojovací součásti a spoje, Pružiny, Hřídele, Hřídelové spojky, Uložení pohyblivých součástí, Brzdy. Předmět MEC je zde zastoupen tematickými celky Lineární a kvadratické momenty průřezů, Namáhání prostým ohybem, Namáhání prostým krutem, Cyklické namáhání, Složená namáhání, Vzpěr prutů, Skládání a rozkládání pohybů, Kinematika, Úvod do dynamiky hmotného bodu.

Vyučovacím předmětem TED, CAD/CAM, PPK jsou v rámci průřezového tématu Člověk a svět práce nejvíce provázány s předměty SPS a MEC. Tyto předměty zároveň nejvíce naplňují průřezové téma Informační a komunikační technologie.

Výše uvedené předměty a tematické celky jsou i z důvodů naplnění průřezových témat vhodné právě pro zařazení moderních výpočetních metod do výuky.

### **2.5 Výběr z učiva předmětu stavba a provoz strojů**

Jako příklad praktického nasazení MKP do výuky byly vybrány dva tematické celky, pružiny a hřídele. V kapitole Průřezová témata jsou vyjádřeny mezipředmětové vztahy. Ty lze

vymežit jako souvislosti mezi jednotlivými předměty, chápání příčin a vztahů, přesahujících předmětový rámec, prostředek mezipředmětové integrace [3]. Řešení vybraných příkladů analytickými nebo numerickými metodami je integrujícím prvkem mezi předměty SPS, MEC, PPK. Z uvedeného je patrné, že nasazení MKP do výuky může probíhat v rámci kteréhokoliv z uvedených předmětů v závislosti na konkrétních podmínkách vyučování.

### 2.5.1 Pružiny

Výstupy – žák určuje síly v prvcích konstrukčních uzlů, jednotlivé prvky dimenzuje, pro dané použití navrhuje druh a způsob provedení rozebíratelných a nerozebíratelných spojů, strojní součásti a prvky konstrukcí dimenzuje, zná zásady a normy v oblasti řízení, certifikace a jakosti výrobků.

Učivo – druhy spojení hřídele s nábojem, radiální a axiální čepy, rozdělení a charakteristika pružin, výpočet typů pružin – šroubovitá pružina tažná a tlačná, listová pružina, svazek pružnic, torzní tyč, schéma pneumaticko-hydraulické pružiny.

Průřezová témata – člověk a svět práce je průřezové téma, v jehož rámci jsou žáci seznámeni s rozdělením, návrhem a principem pružin a jejich značením. Téma přesahuje do předmětu TED (Kreslení schémat) a předmět PPK (Spojka) na něj navazuje.

### 2.5.2 Hřídele

Výstupy – žák určuje síly v prvcích konstrukčních uzlů, jednotlivé strojní součásti a prvky konstrukcí dimenzuje, zná zásady a normy v oblasti řízení, certifikace a jakosti výrobků.

Učivo – nosné a hybné hřídele, namáhání, výpočet, kritické otáčky hřídelů, základní rozdělení a schémata axiálních a radiálních čepů, jejich namáhání a výpočet.

Průřezová témata – člověk a svět práce je průřezové téma, v jehož rámci jsou žáci seznámeni s rozdělením, návrhem, principem činnosti hřídelí a čepů a jejich označením. Téma přesahuje do předmětu MEC (Namáhání prostým tahem, ohybem, krutem a jejich kombinací) a navazují na něj předměty PPK (Spojka, Převodová skřín s čelními koly, Uložení hřídele, Zubové čerpadlo) a KOM (Měření základních technických veličin).

### 3 VYMEZENÍ POJMŮ A TEORETICKÝCH VÝCHODISEK Z OBLASTI VYUŽITÍ MKP

#### 3.1 Vznik metody

MKP (FEM) je výpočetní postup, který vznikl v souvislosti s řešením kvalitativně nových úloh především v leteckém, kosmickém a jaderném inženýrství. První matematická formulace pochází od R. Couranta z r. 1943. Termín konečné prvky jako první použil Ray W. Clough v roce 1960. Rozvoj metody je spojován se jmény Prof. O. C. Zienkiewicz (univerzita Swansea v Anglii), Prof. J. H. Argyrise (univerzita ve Stuttgartu v Německu, vývoj systému Abaqus), Prof. Gallaghère (technologický institut Massachussets v USA, vývoj systému Adina), Clough, Turner, Martin, Topp, Bathe, Wilson, Przemieniecki a další. První komerční program Nastran nechala na konci 60. let vyvinout NASA. V Československu se MKP rozvíjela v Brně zásluhou Prof. M. Zlámala, Prof. A. Ženíška a Prof. J. Kratochvíla [4].

#### 3.2 Popis metody

MKP vychází z variačních principů mechaniky (princip virtuálních posunutí, minima potenciální energie, Hamiltonův princip). Máme-li k dispozici variační formulaci problému, můžeme pomocí MKP nahradit spojité pole proměnných veličin (posuvů, deformací, napětí, polí, vlnění) diskretními hodnotami v uzlových bodech [5]. MKP je univerzální metoda pro řešení variačně formulovaných úloh fyziky. Základním předpokladem řešení je znalost funkcionálu definovaného na množině funkcí [4]. Podle jiné definice je MKP zobecněná Ritz-Galerkinova variační metoda, užívající báze funkcí s malým kompaktním nosičem, úzce spjatým se zvoleným rozdělením řešené oblasti na konečné prvky [6]. MKP lze využít v úlohách mechaniky kontinua, teplotních úlohách, při řešení elektřiny a magnetismu, smíšených fyzikálních problémech a řadě dalších oblastí.

#### 3.3 Výhody metody

- Lze řešit úlohy, které jsou analyticky neřešitelné, pro obecný geometrický tvar tělesa, obecné uložení a zatížení a různě komplikované konstitutivní vztahy materiálu
- Lze řešit materiálově nehomogenní problémy
- Změna rychlosti toku času (zkoumání krátkých i dlouhých dějů v rozumném čase)

- Pochopení příčin vzniku zkoumaných jevů
- Komplexnější pohled na studovaný problém
- Lepší pochopení reálného systému
- Metoda je numericky stabilní pro široké spektrum úloh
- Rychlejší a méně nákladný konstrukční cyklus
- Virtuální prototypování, méně fyzických prototypů, zkrácení vývojového času
- Zkoumání možností úprav bez dalších nákladů
- Zvyšování kvality technické dokumentace a výroby, dodržování norem
- Zvýšení produktivity a snížení nákladů
- Využití existujícího modelu pro další analýzy, činnosti, inovace.

### **3.4 Nevýhody metody**

Odborné znalosti a praktické zkušenosti jsou nutné ve všech fázích aplikace MKP: při vytváření modelů, vyhodnocování a interpretaci výsledků, při verifikaci. Použití metody je zpravidla časově náročné a drahé. V případě snadného dosažení analytických řešení může být použití MKP v praxi neefektivní.

### **3.5 Využití MKP v technické praxi**

Pro současného technika je porozumění podstatě a výsledkům MKP nezbytnou dovedností. Proto je vhodné, aby se s ní seznámili již žáci středních škol. Jak je patrné z dalšího textu, MKP se dnes již využívá ve většině technických oborů.

#### **3.5.1 Letectví a kosmický výzkum**

Podobně jako většina technických novinek pochází i MKP z této oblasti, ve které byla historicky nejdříve nasazena. Využití našla při simulaci zátěžových stavů a prostředí působících na letecké a kosmické systémy.

#### **3.5.2 Dopravní technika**

Nejširší uplatnění má MKP v automobilovém průmyslu při návrhu karoserie, motoru, převodovky, elektrického vybavení. Jsou prováděny návrhové, kontrolní a optimalizační vý-

počty, virtuální crash testy s cílem zkrácení času na vývoj, snížení nákladů, zvýšení bezpečnosti. Široké uplatnění nachází při konstrukci kolejových vozidel a stavbě lodí.

### **3.5.3 Energetika**

Vývoj budov a jejich technického vybavení, kotlů, turbín, čerpadel, potrubních rozvodů, výměníků vyžaduje zvláštní bezpečnostní předpisy. Proto zde nachází MKP uplatnění nejen při statických, dynamických a teplotních výpočtech, ale zejména při vyhodnocování únavy a životnosti, simulaci chybových a havarijních stavů, hodnocení seizmického chování.

### **3.5.4 Strojírenství**

Oblasti využití MKP jsou široké, protože strojírenství zasahuje do všech uvedených oborů. V oblasti výrobních strojů stále převládá mechanika zaměřená na vyhodnocování deformací, napjatosti, tuhosti, stability, životnosti. Provádějí se optimalizace konstrukčních řešení, materiálů, výrobních technologií.

### **3.5.5 Chemický průmysl**

Výroba plastů podněcuje vývoj speciálních materiálových modelů, prvků zaměřených na výpočty radiace, UV záření. Provádějí se simulace pádů, nárazů.

### **3.5.6 Elektrotechnika**

Typické jsou simulace nízkofrekvenčních a vysokofrekvenčních elektromagnetických polí, které se provádějí pro generátory, transformátory, indukční pece, elektromotory, cívky, senzory, zobrazovací jednotky apod.

### **3.5.7 Mikroelektronika a elektronika**

Výpočty elektronických systémů patří k nejmladším aplikacím MKP. Provádějí se simulace elektrostatických, elektromagnetických a teplotních polí a vývoj speciálních modelů pro různé snímače a senzory.

### **3.5.8 Procesní inženýrství**

Nejvíce rozšířené jsou simulace proudění kapalin, plynů a pevných částic. Řeší se chemické reakce, hoření, fluidní spalování, mísení jednotlivých složek apod.

### 3.5.9 Stavebnictví

Statické a dynamické výpočty staveb jsou rozšířeny o problematiku akustiky, proudění, explozního zatížení, šíření znečištění.

### 3.5.10 Speciální a vojenská technika

Pro vojenský projekt byl v USA vytvořen první program MKP. Provádějí se výpočty účinnosti a odolnosti zbraní, simulují se exploze, destrukce, penetrace.

### 3.5.11 Biomechanika

Kromě nejčastěji prováděných simulací kloubních náhrad, zubních a cévních implantátů, vývoje kardiostimulátorů se nejnověji provádí modelování odezev na chirurgické zákroky, tepelné šoky v rámci onkologické léčby apod.

## 3.6 Využití MKP na středních školách

Hlavním cílem je představit žákům moderní přístup k řešení problémů mechaniky těles. První seznámení s MKP je zaměřeno na praktické využití při verifikaci školních příkladů řešených v předmětech MEC, SPS, PPK. V rámci uvedených technických předmětů se zaměřují na stručné vysvětlení základních pojmů z pružnosti a pevnosti, řešení soustav rovnic, teorii matic, se kterými se žáci podrobněji seznámí až při studiu na vysoké škole. V úvodu vysvětlují pojmy prvek, síť konečných prvků, kontinuum, okrajové podmínky, apod. Ve cvičeních a praktických částech výuky se věnují jednoduchým statickým výpočtům, jejichž výsledky lze porovnat s analytickým řešením základních druhů namáhání (tah, tlak, ohyb, smyk, krut). Pro výukové účely je porovnání analytického a numerického řešení velmi cenné pro získání zkušeností a správného nadhledu při používání MKP. Tuto metodu lze na střední škole nasadit ve smyslu doplnění a obohacení učiva, v žádném případě nemá nahrazovat standardní výukové postupy.

## 3.7 Zkušenosti středních škol s MKP

Při provádění rozboru nabízených MKP programů narazili VOŠ a SPŠ ve Žďáru nad Sázavou na tyto překážky: vysoká cena software, nutnost znát matematiku na vysokoškolské úrovni (parciální diferenciální rovnice), náročná uživatelská rozhraní, jednostranné zaměření programů. I přes tato omezení považovali za nutné, alespoň pro nejnadanější žáky, vytvořit volitelný nebo nepovinný předmět, ve kterém by se uplatnění MKP vyučovalo



třeba jen demonstrací již vyřešených úloh, např. z firmy ŽĎAS a.s., Žďár nad Sázavou (firma dlouhodobě spolupracuje s VUT Brno a s jejím přispěním byla vychována řada výpočtářů působících na vysokých školách a v průmyslových podnicích). Žáci by měli mít základní představu o MKP, protože patří k moderním vývojovým nástrojům [7].

Proto škola zakoupila software Femlab, který výše zmíněné překážky eliminuje. Obsahuje 6 modulů zaměřených na jednotlivé oblasti fyziky a umožňuje jejich vzájemné kombinování, např. řešení proudění a současně přenos tepla. K řešení úloh je nutná znalost fyzikální podstaty problému, není však nutná podrobná znalost matematického aparátu. Velkou předností Femlabu je, že obsahuje mnoho vyřešených úloh, které mohou sloužit jako vzorové pro vytvoření základních pedagogických materiálů pro výuku. Software Femlab je v seznamu evaluovaného softwaru a je možno jej zakupovat z dotačních programů [8]. Další software použitý ve výuce na VOŠ a SPŠ ve Žďáru nad Sázavou je Siemens NX 7.5, který spadá do kategorie velkých CAD systémů s integrovaným výpočtovým modulem Advanced Simulation, využívající řešič NX Nastran 7.0 [9].

Na SPŠ Trutnov je použití metody MKP spojeno s CAD softwarem Autodesk Inventor, který využívá výpočetní modul softwaru Ansys Workbench. V rámci projektu Státní informační politiky byla učiteli školy vypracována výuková skripta pro výuku předmětů SPS a MEC. Autoři zde vysvětlují základy metody, principy, možnosti používání a na 9 velmi vhodně volených příkladech ukazují výstupy MKP výpočtů. V jednodušších příkladech je na začátku uvedeno analytické řešení a oba výstupy jsou porovnány, což z publikace činí kvalitní výukový prostředek pro SŠ [10].

Na VOŠ a SPŠ Varnsdorf jsou díky učitelům a podpoře programem Autodesk Academia Grant vytvořeny rovněž vhodné podmínky pro úspěšné používání MKP. Žáci jsou seznámeni s významem a využitím MKP v technické praxi, se základními pojmy, postupem i úskalími použití MKP analýz. Nechybí představení prostředí Autodesk Inventor a několik vzorových příkladů řešených v MKP modulu integrovaném do tohoto prostředí [11].

### **3.8 Vlastní zkušenosti a doporučení při používání MKP**

Pomocí MKP řeším nejčastěji úlohy statiky, dynamiky, kontaktní problémy. Jsem přesvědčen, že se jedná o velmi užitečný a perspektivní nástroj. Může však být zdrojem závažných problémů a chyb v procesu návrhu, dimenzování a optimalizaci konstrukčních řešení. Na podporu tohoto tvrzení uvádím jeden příklad.

Ve strojírenství pracujeme s koeficienty bezpečnosti různým způsobem. Zpravidla spočítáme např. skutečnou napjatost v konstrukci a porovnáním s dovolenou hodnotou dostaneme koeficient bezpečnosti vždy vyšší než 1.

Při dimenzování leteckých konstrukcí postupujeme tak, že nejprve maximální provozní zatížení vynásobíme předepsaným součinitelem (zpravidla 1,5) a pro toto výpočtové zatížení stanovíme napjatost. Tu pak porovnáme s hodnotami meze pevnosti materiálu. Musí však být splněna i podmínka, že se konstrukce nesmí trvale deformovat. Proto provozní zatížení porovnáme s mezí kluzu materiálu. Protože poměr meze pevnosti a kluzu bývá často blízký hodnotě 1,5, vyplývá z toho, že koeficient bezpečnosti k mezi kluzu je v letectví  $k = 1$  [12].

Ve skutečnosti však konstruktér vždy rozděluje složitou konstrukci na jednodušší celky a samostatné díly, které řeší pomocí zjednodušených analytických výpočtů. Při každém zjednodušení se přitom vždy přiklání na bezpečnou stranu a tím jsou do konstrukce vkládány další skryté koeficienty bezpečnosti. MKP umožňuje řešit komplexní celky bez většího zjednodušování a do výpočtů touto metodou již nejsou vkládány tyto skryté koeficienty bezpečnosti. To považuji za základní rozdíl mezi klasickým a MKP výpočtem a zároveň za největší úskalí této metody [13].

Proto zdůrazňuji nutnost vytvoření propracované metodiky tvorby modelů a vyhodnocování výsledků pomocí MKP. Velký důraz kladu na znalosti, zkušenosti a používání klasických výpočtových nástrojů, kterými jsou tužka, papír, kalkulačka. V běžné strojařině jsou zpravidla koeficienty bezpečnosti vyšší, proto rozdílné výsledky analytických a numerických výpočtů nemívají závažnější důsledky. Přesto je nutné o těchto rozdílech vědět a umět výsledky obou výpočtových postupů kriticky hodnotit [14].

Přestože upozorňuji na nebezpečí MKP, jsem přesvědčen, že se vyplatí metodu používat, a že díky prudkému rozvoji průmyslu a počítačových technologií se dnešní konstruktér již stává na těchto výpočtech závislý. Je však potřeba dodržovat určité zásady. Za nejdůležitější považuji velmi přesné zadání toho, co se má počítat, neboť platí, že kvalitní zadání je polovina řešení problému. Je nezbytné určit časové restrikce, zjistit, zda podobná úloha již není někde vyřešena a sehnat co nejvíce informací o daném problému. Nepouštět se do kritických výpočtů bez perfektní znalosti problematiky a praktických zkušeností. Nesprávná definice výpočtových parametrů může vést ke zkresleným i nepravdivým výsledkům a z toho vyplývajícím nepříjemným důsledkům. Vzhledem k širokému spektru úloh, které

jsou dnes pomocí MKP řešitelné, je často nutné přenechat řešení některých problémů specialistům, kteří se jimi dlouhodobě zabývají. Na začátku doporučuji provedení základního výpočtu analyticky. Je to velmi užitečné pro doformulování a doplnění zadání, získání předběžných a někdy i postačujících výsledků a také pro verifikaci výsledků MKP. Kontrola výsledků MKP je rovněž specifická. Nejde jen o kritické posouzení vypočtených hodnot, ale také o kontrolu sestavení výpočtového modelu, správné přiřazení mnoha výpočtových parametrů, kontrolu definování a řízení průběhu výpočtové analýzy. Proto doporučuji kontrolu jinou osobou nebo alespoň kontrolu s časovým odstupem či pomocí dílčích analýz. Zvláštní pozornost je nutné věnovat výpočtové zprávě a výsledky vhodně prezentovat. Vyplatí se na tuto část práce pamatovat již při formulaci zadání a přesně určit, jaké výsledky a pro jaké parametry prezentovat. Z vlastní zkušenosti vím, že psaní zprávy bývá nezajímavá činnost, která někdy zabere více času než samotný výpočet. Je však velmi důležitá nejen s ohledem na její využití při budoucích výpočtech, ale i pro úspěšné dotažení řešeného problému. Často se právě až v průběhu tvorby výpočtové zprávy objeví některé chyby, problémy, požadavky na doplňující výpočty a vyhodnocovaná data. Je nutné je promítnout nejen do výpočtové zprávy, ale i do výpočtového modelu, který je potřeba stejně jako zprávu archivovat pro budoucí použití. Zatímco výpočtový model nemusí být po několika letech znovu použitelný z důvodů překotného vývoje počítačových technologií, předpokládaná životnost výpočtové zprávy je podstatně delší, a proto je vhodné neustálé zdokonalování metodiky její tvorby. Podobně jako existuje archiv CAD dat, je vhodné vytvořit i archiv MKP dat, která mohou být v ideálním případě provázaná s CAD daty. Některé specifické součásti (motory, spojky, ložiska apod.), které jsou při výpočtu metodicky nahrazovány speciálními MKP modely, je vhodné ukládat do databáze modelů, aby mohly být opakovaně využívány jinými výpočtáři. Verifikaci MKP modelů a zpětnou vazbu pro jejich vytváření poskytují zkoušky. Některé typy výpočtů pomocí MKP nelze prakticky ověřit jiným způsobem než je porovnání s měřením.

Při rozhodování o používání MKP tedy již není otázkou, zda ano či ne, ale za jakých podmínek. Zcela zásadní je mít kvalifikované výpočtáře, kteří mohou své první zkušenosti získávat již při studiu na střední škole. Vzhledem k náročnosti tohoto oboru je nezbytné pokračovat ve vzdělávání na vysoké škole a přijmout nutnost celoživotního vzdělávání. V této oblasti je nutné pracovat na vytváření a zdokonalování systému pravidel používání MKP a vytváření vhodných nástrojů a metodiky, které umožňují její efektivní využívání.

Další podmínkou je používání kvalitního, podporovaného a vyvíjejícího se softwaru, který je vhodně zvolen s ohledem na typy nejčastěji řešených úloh.

### 3.9 Komerční programy založené na MKP

Komerčních programů využívajících MKP je mnoho. Nejznámější řešiče jsou Abaqus, Adina, Ansys, Cosmos, Marc, Nastran, Lsdyna [9]. MKP je využíváno řadou dalších systémů Cadkey, Catia, Pro/Mechanica, SolidWorks, Inventor, NX, SolidEdge, MSC Software [7]. Krátce se zmíním jen o několika z nich.

#### 3.9.1 Ansys Workbench

Ansys je firma s dlouholetou historií vyvíjející stejnojmenný systém pro MKP analýzy. Umožňuje řešit velmi široké spektrum nelineárních úloh a je průkopníkem řešení multifyzikálních problémů. Z těchto důvodů je rozšířen na univerzitách, které využívají jeho akademické verze nabízené za řádově nižší ceny v porovnání s průmyslovými. Jeho velkou výhodou je možnost využívat vlastní programovací jazyk a otevřená knihovna konečných prvků jej předurčuje k používání v řadě úzce specializovaných aplikací. Kvalitně zpracovaný manuál s řešenými příklady nenabízí na takové úrovni žádný konkurenční produkt. Veliká robustnost systému, zastaralé uživatelské rozhraní a zejména skutečnost, že není integrován s žádným CAD softwarem, jsou nevýhody, které se firma snaží eliminovat novým uživatelským rozhraním Workbench. Ansys má certifikace ISO 9001, USNRC pro jadernou energetiku a vojenské aplikace. Při jeho nasazení na střední školy i přes určité výhrady neuděláme chybu.

#### 3.9.2 Abaqus

Abaqus je důsledně modulární systém skládající se z několika samostatných modulů: preprocesoru, vlastního řešiče a postprocesoru. Tyto moduly jsou samostatné a nezávislé. Navzájem spolu nekomunikují. Jako preprocesor dokáže Abaqus podobně jako Nastran používat Patran, což je výhodnější [8]. Postprocesor systému Abaqus je příkazový, a tedy obtížnější pro ovládání. Některé části programu lze používat jen v prostředí grafického terminálu. Ačkoliv se jedná o silný výpočtový nástroj, pomocí kterého lze řešit i obtížně konvergující nelineární úlohy, z uvedeného je patrné, že jeho využití na středních školách i v běžné průmyslové praxi je problematické.

### 3.9.3 Nastran

Nastran je na celém světě uznáván jako mezinárodní standard pro strojírenskou analýzu. Na tento vysoce pokročilý nástroj pro simulace se posledních 40 let společnosti i celé obory spoléhají jako na klíčovou součást své strojírenské infrastruktury [14].

Tento nástroj je však určen pro zdatné odborníky a z podobných důvodů jako Abaqus jej pro středoškolské využití nedoporučují.

### 3.9.4 Femlab

Femlab (Comsol multiphysics) je dynamicky se rozvíjející program pro modelování a simulaci fyzikálních procesů popsatelných pomocí parciálních diferenciálních rovnic. Program je určen k modelování a simulaci úloh z oblasti strojírenství, elektrotechniky, chemie a z různých oblastí fyziky jako je přenos tepla, dynamika tekutin, akustika, vibrace, elektromagnetismus, šíření vln, fotonová fyzika, simulace jevů v polovodičích, strukturální mechanika, difúze a proudění porézními médii, chemické reakce, geofyzika, biologie, pali-  
vové články, polovodiče, vedení tepla, microelektromechanické systémy, kvantová mecha-  
nika [15].

Femlab je dynamicky se rozvíjející nadstavba známého výpočetního prostředí Matlab/Simulink, která využívá jeho matematických funkcí a grafického prostředí k modelování a k simulaci úloh z technické praxe v oblasti strojírenství, elektromagnetismu, chemie a z dalších oblastí fyziky. Aplikační možnosti Femlabu jsou velmi široké, systém dokáže modelovat prakticky všechny jevy popsatelné pomocí parciálních diferenciálních rovnic. Femlab usnadňuje pochopení řady fyzikálních a technických procesů díky názorné grafice, snadné změně vstupních parametrů a možnosti simulace dané úlohy. Na řešení je možné v krátké době pohledět z několika zorných úhlů a efektivně tak najít optimální variantu. Právě srozumitelnost, otevřenost, schopnost řešit více fyzikálních jevů současně (multifyzikální úlohy) a velké množství předzpracovaných typových příkladů jsou hlavními přednostmi tohoto nástroje. Femlab pro svoji činnost nevyžaduje instalaci Matlabu, může s ním však spolupracovat. Praktické zkušenosti s tímto program již mají na VOŠ a SPŠ Žďár nad Sázavou.

### 3.9.5 Autodesk Inventor

Autodesk Inventor umožňuje analyzovat pomocí MKP samostatné součásti i složité sestavy. K tomuto účelu využívá výpočetní jádro MKP od firmy Ansys a grafické rozhraní

v češtině je stejné jako Workbench modul Ansysu. FEM modul Inventoru je určen pro kontrolu součástí v době jejího návrhu. Konstruktor je poté schopen zohlednit výsledky analýzy ve vlastním konstrukčním řešení. Autodesk Inventor je na českém trhu široce rozšířený software a na SPŠ Zlín je dlouhodobě používán. Kromě vytváření CAD dat je zde využíván návazně pro přípravu dat obrábění na numericky řízených strojích a pro virtuální prototypování na pracovištích 3D skenování a 3D rapid prototyping. Nabízí se zde tedy možnost využití v oblasti MKP výpočtů. Příslušný výpočtový modul je již v softwaru integrován, jde pouze o jeho vhodné využití při výuce.

### 3.9.6 Femap

Femap používá modelovací jádro Parasolid, je nezávislý na platformě CAD a dovoluje široký import dat z jiných CAD systémů. Umožňuje připravit model pro analýzu pomocí geometrického lokátoru k vyhledání a zobrazení problémových jevů v geometrii (např. trhliny), které dokáže odstranit nebo potlačit. Spojením se systémem NX Nastran získává konstruktor výkonný nástroj pro dynamické analýzy, optimalizační výpočty, teplotní problémy a další specializované analýzy, což jej předurčuje pro použití zejména v leteckém průmyslu. Je výkonným nástrojem v technické praxi, pro nasazení ve výuce jej nedoporučuji.

### 3.9.7 Pro/Mechanica

Pro/Mechanica umožňuje simulovat, vyhodnocovat a optimalizovat strukturální chování výrobků v oblasti statiky, dynamiky, vzpěrné stability, kontaktu a velkých deformací. Hlavní výhody jsou plná integrace s CAD systémem Pro/Engineer, automatická tvorba sítě geometrických prvků, což je mezi MKP systémy ojedinělé. Okrajové podmínky se zadávají přímo na geometrii jednoduchým a srozumitelným způsobem. Při výpočtu napětí a deformací dochází k zpřesňování výpočtu zvyšováním stupně polynomu řešených rovnic díky unikátní adaptivní p-technologii. Pro většinu běžných strojírenských výpočtů je kvalitním a efektivním nástrojem a v případě potřeby řešit komplikovanější nelineární problémy nabízí možnost přípravy sítě a vyhodnocování výsledků pro standardní konečnoprvkové systémy. Pro zařazení do výuky na střední škole tento systém doporučuji. Osobně jej považuji z uvedených systémů za nejlepší pro výuku na středních školách.

## 4 VOLBA TECHNICKÝCH PROSTŘEDKŮ VE VÝUCE

Výuka dříve probíhala metodou výkladu za pomoci mediální techniky typu vizualizér, videopřehrávač. Dnes je výhradním multimédiem počítač s dataprojektorem. Základní oblasti využití počítače při výuce jsou výuka o počítači a výuka s počítači. Výuku s počítači dělíme na počítačově podporovanou a počítačově řízenou. Počítač ve výuce může plnit různé funkce jak přímého řízení výuky, tak nepřímého a zprostředkovaného řízení učení a výuky. Lze jej využít jako pedagogické databanky, jako vyučovací pomůcku i jako prostředku hodnocení vyučování. Integrace moderních informačních technologií do vzdělávání probíhá připojováním školních počítačů do regionálních, národních a mezinárodních sítí prostřednictvím internetu [3].

Uvedené funkce počítače uplatňujeme v závislosti na softwaru, který právě používáme při vyučování. Je přitom žádoucí využít již fungujících technických prostředků, aby náklady spojené s rozšířením výuky byly minimální. Na druhé straně je potřeba zohlednit možnosti žáků a vhodný software vybírat pečlivě vzhledem k jejich schopnostem.

Pro jednoduché úlohy volíme analytické řešení, složité úlohy řešíme pomocí MKP s určitou přesností. V praxi se často analytické výpočty a MKP kombinují. Na úrovni středních škol jde zejména o doplnění analytických výpočtů, jejich ověření a vizualizaci.

Na trhu se nabízí velké množství výpočtových metod, analytických i numerických výpočtových softwarů. V této nabídce není jednoduché se orientovat a vybrat efektivní nástroje pro smysluplné rozšíření výuky na střední škole nemusí být vůbec jednoduché.

Na základě vlastních dlouholetých praktických zkušeností navrhuji postup a prostředky aplikovatelné při výuce technických předmětů na střední škole. Základní myšlenka spočívá ve strukturování výuky do úrovní, které řešení jednoduchého školního příkladu postupně přibližují současným praktickým výpočtovým postupům. Žák si přitom může sám volit úroveň řešení, které chce dosáhnout. Jde o vytvoření dostatečně široké nabídky náplně vyučovacího předmětu, která zohlední individuální zájem a schopnosti jednotlivých žáků. Průměrný žák se může spokojit se zvládnutím standardní vyučovací hodiny. Lepší žák může příklady řešit pomocí MS Excel, do kterého přepíše výpočtové vztahy probíraného učiva a je pak schopen efektivně počítat větší množství příkladů pro různá zadání. Dalším krokem je použití aplikace MitCalc, která umožňuje efektivně a názorně počítat různé strojní součásti – ozubená kola, planetové převodovky, klínové a ozubené řemeny, řetězové převody, ložiska, nosníky, hřídele a jejich spojení, pruty na vzpěr, desky, pružiny, šrou-

bové spoje, svarové spoje, nalisovaný spoj, čepy, provádět toleranční analýzu, zjišťovat materiálové vlastnosti apod. Nejlepší žáci mohou takto analyticky propočítané příklady začít samostatně řešit pomocí MKP. Po získání základních dovedností s MKP softwarem mohou jít až do úrovně jeho plného využití a začít řešit i příklady, které by jinou metodou nebyli ještě schopni řešit, popř. příklady, které jsou jinak neřešitelné nebo řešitelné jen přibližně.

V kap. 3 bylo provedeno stručné hodnocení vybraných MKP nástrojů. Kvalitních programů existuje na trhu velké množství a nelze je v rámci této práce všechny analyzovat. Mezi nejčastěji používané programy ve školství patří Ansys Workbench, který zde má historicky nejsilnější zastoupení. Na našem trhu je jeho situace posílena zakoupením jádra Ansysu společností Autodesk Inventor, která jej nabízí jako samostatný modul ke svému CAD systému.

Ukazuje se, že obousměrné provázání CAD a MKP systémů je zásadní strategickou výhodou pro úspěšné nasazení MKP. Většina vývojářů MKP systémů si to uvědomuje a snaží se integrovat své moduly do CAD systémů, které mají na trhu silné postavení.

Ve školství je neprávem opomíjen systém Pro/Mechanica (Creo Simulate) plně integrovaný do systému Pro/Engineer (Creo Elements). Systém není ve školství příliš používán ze dvou důvodů. Na rozdíl od klasických MKP systémů, které využívají h-metodu, používá systém Pro/Mechanica p-metodu, která jej vyřazuje z použití pro řešení některých nelineárních problémů. Tyto typy úloh jsou však v běžné strojírenské praxi zastoupeny pouze částečně a na úrovni středoškolského využití se jimi není nutné zabývat vůbec. Druhým důvodem byla nevhodná krátkozraká cenová politika distributorů, která nasazení systému do škol bránila.

Tento software je přitom pro řešení celé řady úloh technické praxe i jednoduchých výukových příkladů velmi efektivním nástrojem. Pro nasazení na střední školy nabízí výhodu jednotného prostředí s CAD, není zbytečně robustní a komplikovaný. Uživatel se nemusí zabývat tvorbou a kvalitou sítě jako u ostatních systémů, což je pro žáky středních škol významná přednost, protože je neodvádí od technické podstaty řešení problému. Tento nástroj považuji z hlediska nasazení na střední školy za optimální. Prezentované výsledky výpočtů pomocí MKP v praktické části této práce jsou provedeny právě pomocí softwaru Pro/Mechanica.



## **II. PRAKTICKÁ ČÁST**

## 5 PŘÍPRAVA NA VÝUKU TECHNICKÉHO PŘEDMĚTU S APLIKACÍ MKP

Standardní příprava na vyučovací hodinu je doplněna rozšiřující částí. Ta obsahuje řešení školního příkladu pomocí analytických softwarů, které jsou běžnou součástí dnešní konstruktérské praxe. Nejvyšší úroveň řešení příkladu je pak demonstrována zobrazením výsledků řešení pomocí MKP. V první fázi lze žákům předložit výsledky pouze formou prezentace, optimálně však považuji za vhodné směřovat k tomu, aby žáci měli možnost MKP software prakticky používat v rámci běžného nebo rozšířeného vyučování.

### 5.1 Pružiny

#### *Používané učebnice a materiály:*

ZELENÝ, Jiří. Stavba strojů – strojní součásti. Brno: ComputerPress, 2007.

VÁVRA, Pavel et al. Strojnické tabulky. Praha: SNTL, 1983.

*Tematický celek dle ŠVP:* Pružiny

*Téma vyučovací hodiny:* Rozdělení a výpočet pružin

*Pomůcky:* Pružiny – různé typy pružin školní sbírky na ukázkou

#### *Cíle vzdělávací:*

Vysvětlit pojem silově deformační charakteristika. Rozdělit pružiny podle charakteru jejich zatížení. Nakreslit a provést rozbor sil a deformací jednotlivých typů pružin. Aplikovat základní vztahy pro výpočet a dimenzování pružin.

#### *Cíle výchovné:*

Práce s technickými normami a literaturou. Osvojování způsobů technického myšlení. Získávání odhadu a technického citu. Kritické posouzení výpočtů při používání výpočtových softwarů.

#### *Konkrétní učivo:*

Rozdělení a charakteristika pružin, výpočet typů pružin – šroubovitá pružina tažná a tlačná, listové pružiny, svazek pružnic, torzní tyč, schéma pneumaticko-hydraulické pružiny [17, 19].

**Pojmy:**

Silově deformační charakteristika – lineární, progresivní, degresivní, šroubovitě pružiny (válcové, kuželové, tažné, tlačné), listové, zkrutné pružiny, torzní tyče, modul pružnosti ve smyku, patentování

**Výstupní znalosti:**

Určit síly v jednotlivých typech pružin a vhodně dimenzovat pružiny, využívat teoretických znalostí při práci s výpočtovými programy, znát zásady a normy pro výpočet pružin

**Mobilizace předchozího poznatkového systému**

Jaké známe pružiny? Kde se používají? Co je charakteristika pružiny?

**Motivace**

Příklady z praxe – propiska, roleta, tlumiče u osobních a nákladních automobilů, vlaků, bungee jumping, silentbloky, kmitání závaží na pružině atd.

**Exponování nových poznatků**

Pružiny jsou konstrukční součásti určené k zachycení a akumulaci mechanické energie, pracující na principu pružné deformace materiálu. Pružiny patří mezi nejvíce zatížené strojní součásti a používají se obvykle jako:

- absorbéry energie pro pohony nebo vratná zařízení
- zachycovače statických a dynamických sil
- členy k vytváření silových spojení
- tlumiče rázů při ochraně proti chvění
- zařízení k regulaci a měření sil

**Rozdělení****a) kovové**

- namáhané ohybem – listové, šroubovitě zkrutné, spirálové
- namáhané krutem – šroubovitě válcové a kuželové, zkrutné tyče
- namáhané kombinovaně – talířové, kroužkové

b) nekovové

– pryžové, plastové

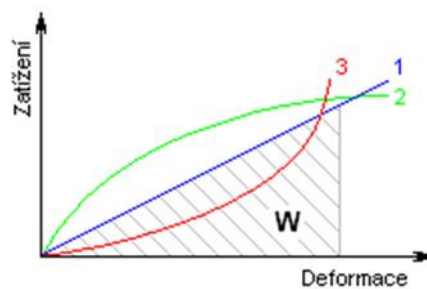
c) zvláštní

– pneumatické a hydro-pneumatické (pružícím médiem plyn + kapalina)

Funkce pružiny se posuzuje podle průběhu a velikosti její deformace v závislosti na působícím zatížení.

S ohledem na průběh deformace můžeme pružiny rozdělit do tří základních typů:

1. pružiny s lineární charakteristikou
2. pružiny s degresivní charakteristikou
3. pružiny s progresivní charakteristikou [19].



Obr. 1. Silově deformační charakteristiky

### **Zatížení**

Z hlediska pevnostní kontroly a životnosti se u kovových pružin rozlišují dva základní způsoby jejich namáhání:

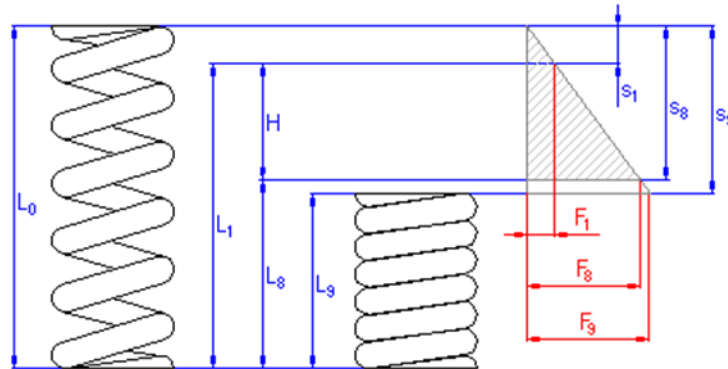
a) Statické zatížení

Pružiny namáhané staticky nebo s nižší proměnlivostí, tj. s cyklickými změnami zatížení, s požadavkem životnosti méně než  $10^5$  pracovních cyklů.

b) Cyklické (únavové) zatížení

Pružiny namáhané kmitavě (dynamicky), tj. s cyklickými změnami zatížení s požadavkem životnosti od  $10^5$  pracovních cyklů výše.

### 5.1.1 Ruční analytický výpočet šroubovitě pružiny



Obr. 2. Silový diagram šroubovitě pružiny tlačné

Výše uvedené indexy jsou ve výpočtu používány k označení jednotlivých parametrů pružiny, příslušejících danému stavu pružiny.

Výpočet průměru drátu pružiny

$$\tau_k = \frac{M_k}{W_k} = \frac{16 * M_k}{\pi * d^3} \leq \tau_{Dk} \Rightarrow d \quad (1)$$

Celkový počet závitů pružiny

$$z = n + n_z \quad n_z = \text{obvykle } 2 * \frac{3}{4} \text{ závitů} \quad (2)$$

Deformace pružiny

$$s = \frac{8 * F * D^3 * n}{G * d^4} \Rightarrow n \quad (3)$$

Vůle mezi činnými závity při mezním stlačení a rozteč závitů

$$v_0 = 0,1 * d \quad t = v_0 + d \quad (4)$$

Úhel stoupání

$$\text{tg } \alpha = \frac{t}{\pi * D} \quad (5)$$

Délka drátu potřebná pro výrobu pružiny

$$L = (z + 1,5 + 2) * \pi * \frac{D}{\cos \alpha} \quad (6)$$

**Fixace nového učiva**

Příklad: Vypočtete šroubovitou tlačnou ventilovou pružinu pro zatížení 160N, kdy je ventil uzavřen. Rozdíl ve stlačení mezi otevřeným a uzavřeným ventilem je  $s_8 - s_1 = 12 \text{ mm}$ . Napětí v krutu je  $\tau_8 = 350 \text{ MPa}$  při otevřeném ventilu. Rozdíl napětí v krutu  $\tau_8 - \tau_1 = 150 \text{ MPa}$  nemá být překročen. Pracovní prostor vymezený pružině má max. průměr 45mm [19].

Zvolíme  $D=40\text{mm}$

$$\tau_1 = \tau_8 - 150\text{MPa} = 350\text{MPa} - 150\text{MPa} = 200\text{MPa} \quad (7)$$

Výpočet průměru drátu předběžně:

$$d = 2 * \sqrt[3]{\frac{F_1 * D}{\pi * \tau_1}} = 2 * \sqrt[3]{\frac{160\text{N} * 40\text{mm}}{\pi * 200\text{MPa}}} = 4,34\text{mm} \cong 4,5 \quad (8)$$

Upřesnění:

$$\frac{D}{d} = \frac{40\text{mm}}{4,5\text{mm}} = 8,9 \quad (9)$$

Korekční součinitel napětí v krutu  $K=1,17$  [18]

$$d = 2 * \sqrt[3]{\frac{F_1 * D * K}{\pi * \tau_1}} = 2 * \sqrt[3]{\frac{160\text{N} * 40\text{mm} * 1,17}{\pi * 200\text{MPa}}} = 4,57\text{mm} \cong 5 \quad (10)$$

Vnější průměr pružiny:

$$D_1 = D + d = 40\text{mm} + 5\text{mm} = 45\text{mm} \text{ (vyhovuje)} \quad (11)$$

Síla při otevřeném ventilu:

$$F_8 = F_1 * \frac{\tau_8}{\tau_1} = 160\text{N} * \frac{350\text{MPa}}{200\text{MPa}} = 280\text{N} \quad (12)$$

Stlačení se vypočte z rovnic:

$$s_8 - s_1 = 12\text{mm} \text{ (dáno)}, \quad \frac{s_8}{s_1} = \frac{F_8}{F_1}, \quad s_1 * \left(\frac{F_8}{F_1} - 1\right) = 12\text{mm}. \quad (13)$$

$$s_1 = \frac{12\text{mm} * F_1}{F_8 - F_1} = \frac{12\text{mm} * 160\text{N}}{280\text{N} - 160\text{N}} = 16\text{mm}, \quad s_8 = 28\text{mm}. \quad (14)$$

Počet činných závitů:

$$n = \frac{s_8 * G * d^4}{8 * F_8 * D^3} = \frac{28mm * 83000MPa * 5^4mm^4}{8 * 280N * 40^3mm^3} = 10 \text{ závitů} \quad (15)$$

Celkový počet závitů pružiny:

$$z = n + n_z = 10 + 2 = 12 \text{ závitů} \quad (16)$$

Při úplném stlačení pružiny, kdy dosedne závit na závit, bude

$$l_9 = z * d = 12 * 5mm = 60mm. \quad (17)$$

Volíme vůli mezi závity:

$$v_0 = (0,2 \text{ až } 0,5) * d = (1 \text{ až } 2,5)mm \cong 2mm. \quad (18)$$

Délka plně zatížené pružiny:

$$l_8 = l_9 + (z - 1) * v_0 = 60mm + 11 * 2mm = 82mm \quad (19)$$

Délka předpružené pružiny:

$$l_1 = l_8 + (s_8 - s_1) = 82mm + 12mm = 94mm \quad (20)$$

Délka volné pružiny:

$$l_0 = l_1 + s_1 = 94mm + 16mm = 110mm \quad (21)$$

## 5.1.2 Analytický výpočet šroubovitě pružiny pomocí softwaru

### 5.1.2.1 Excel

Na základě výše uvedeného ručního výpočtu zpracují žáci dle individuálních zadání výpočet v programu Excel, který může vypadat podobně jako v Tab. 1.

Tab. 1. Výpočet šroubovitě pružiny v programu Excel

Vypočtete šroubovitou tlačnou ventilovou pružinu pro zatížení 160N, kdy je ventil uzavřen. Rozdíl ve stlačení mezi otevřeným a uzavřeným ventilem  $s_8 - s_1 = 12$  mm  
 Napětí v krutu  $\tau_8 = 350$  MPa při otevřeném ventilu. Rozdíl napětí v krutu  $\tau_8 - \tau_1 = 150$  MPa nemá být překročen. Pracovní prostor vymezený pružině má max. průměr 45mm.

Síla předpětí	$F_1$	160 N	
Střední průměr pružiny	D	40 mm	voleno
Napětí při předpětí	$\tau_1$	200 MPa	
Napětí při otevřeném ventilu	$\tau_8$	350 MPa	
Průměr drátu pružiny předběžně	d	4,34 mm	4,5
Poměr	D/d	8,89	
Korekční součinitel napětí v krutu	K	1,17	viz ST
Průměr drátu pružiny	d	4,57 mm	5
Vnější průměr pružiny	$D_1$	45 mm	
Síla při otevřeném ventilu	$F_8$	280 N	
Zdvih ventilů	H	12 mm	
Stlačení při předpětí	$s_1$	16 mm	
Stlačení při otevřeném ventilu	$s_8$	28 mm	
Modul pružnosti ve smyku	G	80500 MPa	
Počet činných závitů	n	9,8267	10
Celkový počet závitů pružiny	z	12	
Délka stlačené pružiny	$l_9$	60 mm	
Vůle mezi závity	$v_0$	2	voleno
Délka plně zatížené pružiny	$l_8$	82 mm	
Délka předpružené pružiny	$l_1$	94 mm	
Délka volné pružiny	$l_0$	110 mm	

Výpočet pružiny je proveden podle analytických vztahů pomocí Excelu.

Slouží ke kontrole provedení výpočtů na papíře a pro kontrolu výpočtů s modifikovaným zadáním.

### 5.1.2.2 MitCalc

Dalším krokem k lepšímu porozumění uvedeného výpočtu je jeho zpracování pomocí profesionálního výpočtového nástroje, který mají žáci k dispozici. Ten umožňuje nejen porovnání výsledků výpočtu provedeného žákem, ale zároveň mu ukazuje prostřednictvím volby celé řady koeficientů další souvislosti a širší pohled na provedený výpočet. Žák může volbou koeficientů a dalších vstupních parametrů zkoumat vliv na výsledné vypočtené hodnoty. Tato okamžitá zpětná vazba umožňuje žákovi získat potřebný konstrukční cit a dává mu silný nástroj pro provedení optimalizace výpočtu. Příklad provedeného výpočtu je v Tab. 2.



Tab. 2. Výpočet šroubovitě pružiny v programu MitCalc

**Výpočet pružin**

---

**Informace o projektu**

---

**Kapitola vstupních parametrů**

**1.0 Volba materiálu, provozní a výrobní parametry pružiny**

1.1 Materiálová norma	ČSN	1.3 Jednotky výpočtu	SI Units (N, mm, kW...)
1.2 Typ materiálu	Pružinový drát	1.4 Typ grafů	Zatížení vs. Deformace
<b>1.5 Materiál pružiny</b>			
1.6 Tažený patentovaný drát z nelegované oceli ČSN 426450 třída 1	<input checked="" type="checkbox"/>	<b>1.21 Provozní parametry, bezpečnost</b>	
1.7 Vhodnost pro dynamické zatížení	výborná	1.22 Provozní teplota	20 [°C] 1,00 <input checked="" type="checkbox"/>
1.8 Relativní pevnost materiálu	vysoká	1.23 způsob zatížení	Cyklické zatížení 2,05 <input checked="" type="checkbox"/>
1.9 Korozivní odolnost	nevyhovující	1.24 Provozní režim zatížení	Lehký provoz, plynulé zatížení 1,00 <input checked="" type="checkbox"/>
1.10 Maximální pracovní teplota	100 [°C]	1.25 Provozní prostředí	Neagresivní 1,00 <input checked="" type="checkbox"/>
1.11 Dodávané průměry drátu	2,8 - 11,2 [mm]	1.26 Povrchové zpracování	Normální provedení 1,00 <input checked="" type="checkbox"/>
1.12 Modul pružnosti v tahu	E <sub>20</sub> 206000 [MPa]	1.27 Celková míra bezpečnosti	2,05 <input checked="" type="checkbox"/>
1.13 - při pracovní teplotě	E 206000 [MPa]		
1.14 Modul pružnosti ve smyku	G <sub>20</sub> 80500 [MPa]		
1.15 - při pracovní teplotě	G 80500 [MPa]		
1.16 Poissonovo číslo	μ 0,29		
1.17 Hustota	ρ 7850 [kg/m <sup>3</sup> ]		
1.18 Mez pevnosti v tahu	R <sub>m</sub> 1150 [MPa]		
1.19 Mezní dovolené napětí v ohybu	σ <sub>0</sub> 805 [MPa]		
1.20 Mezní dovolené napětí v křutu	τ <sub>0</sub> 575 [MPa]		

---

**17.0 Kontrola únosnosti cyklicky zatížené pružiny**

17.1 Typ pružiny	2. Šroubovitě pružiny válcové tlačné z drátů a tyčí kruhového průřezu
17.2 Požadovaná životnost pružiny v tisících cyklů	Neomezená životnost
17.3 Napětí předpružené pružiny	τ <sub>1</sub> 138,5 [MPa]
17.4 Napětí pružiny v plně zatíženém stavu	τ <sub>2</sub> 242,4 [MPa]
17.5 Mezní dovolené napětí v křutu	τ <sub>A</sub> 575 [MPa]
17.6 Mezní únavová pevnost v křutu	τ <sub>B</sub> 311 <input checked="" type="checkbox"/> [MPa]
17.7 Únavová pevnost při omezené životnosti	τ <sub>C</sub> 311 [MPa]
17.8 Únavová pevnost pro daný průběh zatížení	τ <sub>max</sub> 500,2 [MPa]
17.9 Doporučená minimální míra bezpečnosti	1,10
17.10 Míra bezpečnosti	2,06

---

**2.0 Šroubovitě pružiny válcové tlačné z drátů a tyčí kruhového průřezu**

2.1 Návrh pružiny	Výpočet		Odchylka	
2.2 Minimální pracovní zatížení	F1	160,00 [N]	162,080078	1,30%
2.3 Maximální pracovní zatížení	F8	280,00 [N]	277,919922	-0,74%
2.4 Pracovní zdvih pružiny	H	12,0000 [mm]	12,211677	1,76%
2.5 Požadovaná tuhost pružiny	k	10,00 [N/mm]		-1,73%
2.6 Střední průměr pružiny	D	40,0000 [mm]	39,7675318	-0,58%
2.7 Průměr drátu	d	5,0000 [mm]	5,02190532	0,44%
2.8 Počet činných závitů	n	10,00	9,82666016	-1,73%

**2.9 Optimalizace**

D/d	8,4
-----	-----

---

**Kontrolní údaje**

2.11 Poměr vinutí	D/d	8,00	2.14 Max. dovolené zatížení	F <sub>Bmax</sub>	324,0 [N]
2.12 Tuhost pružiny	k	9,83 [N/mm]	2.15 Max. dovolený zdvih	H <sub>max</sub>	16,7 [mm]
2.13 Hmotnost pružiny	m	0,217 [kg]	2.16 Míra bezpečnosti		2,37

---

**Konstrukční parametry**

2.18 Provedení konců	Uzavřený konec obrobený	
2.19 Délka plně stlačené pružiny	Ls	60 [mm]
2.20 Doporučené meze volné délky		89,9   400 [mm]
2.21 Volná délka pružiny	L0	110,0000 <input checked="" type="checkbox"/> [mm]
2.22 Doporučené meze rozteče mezi závitů		12   24 [mm]
2.23 Rozteč mezi závitů volné pružiny	p	10 [mm]
2.24 Vnější / vnitřní průměr pružiny	D <sub>e</sub> /D <sub>i</sub>	45   35 [mm]
2.25 Rozvinutá délka drátu	l	1536 [mm]
2.26 Deformační energie pružiny	W8	3,99 [J]

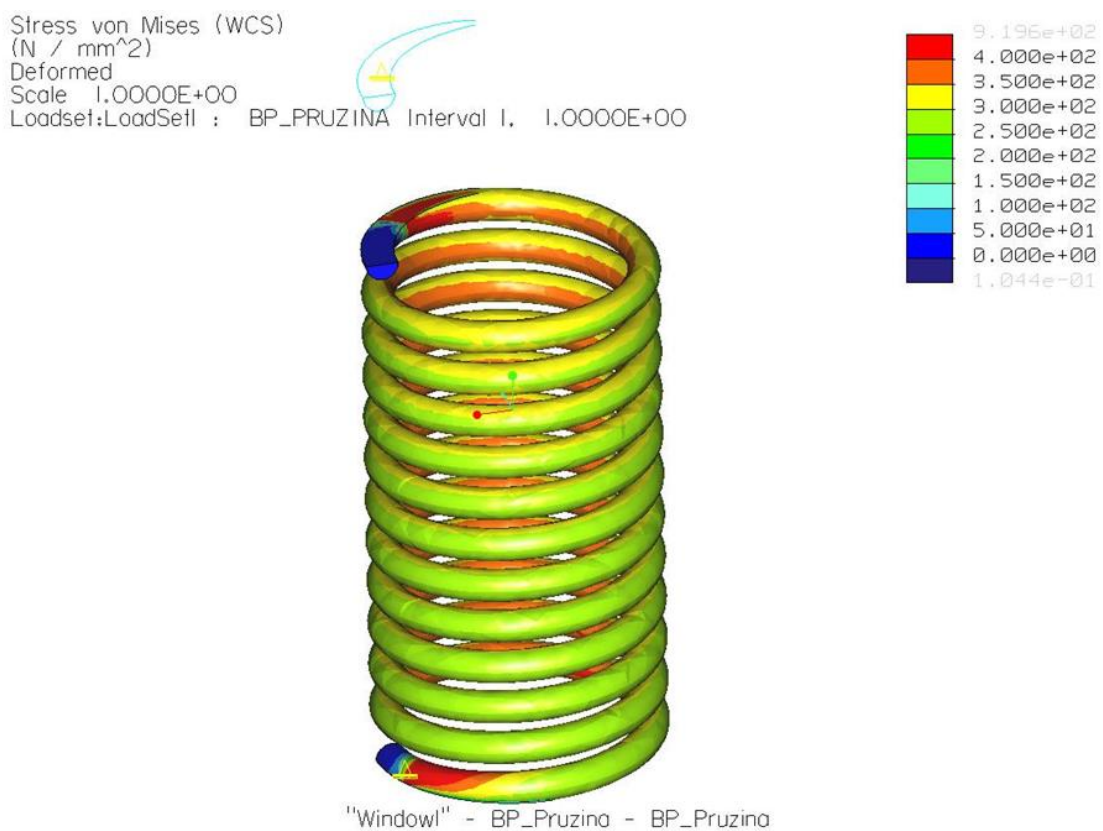
---

**2.27 Parametry pracovního cyklu**

	1	8	9
F <sub>1</sub>	160,0	280,0	491,3 [N]
s <sub>1</sub>	16,28	28,49	50 [mm]
L <sub>1</sub>	93,72	81,51	60 [mm]
τ <sub>1</sub>	138,5	242,4	425,4 [MPa]

### 5.1.3 Numerický výpočet šroubovitě pružiny pomocí MKP

Jestliže žáci provedli předchozí analytické výpočty, mohou probíranou látku považovat za zvládnutou. Praktické výpočty jsou však mnohem komplikovanější a analytické řešení nemusí být postačující a mnohdy ani realizovatelné. Proto je žádoucí, aby se alespoň nejlepší žáci pokusili pro zadané parametry provést výpočet pomocí MKP. Výsledky napjatosti tohoto výpočtu jsou uvedeny na obr. 3. Zobrazení je velmi názorné a poskytuje žákům lepší představu v tomto případě o namáhání pružiny. Cenná je zejména možnost porovnání odlišných výstupů analytického a numerického řešení problému.

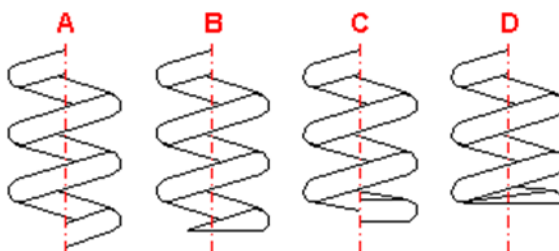


Obr. 3. Výpočet šroubovitě pružiny pomocí MKP – rozložení hlavního napětí

#### Šroubovitě pružiny ostatní

Pružiny válcového tvaru tvořené šroubovitě vinutými dráty, se stálou vůlí mezi činnými závitů, způsobilé přijímat vnější síly působící v jejich ose proti sobě. Pružiny s průměrem drátu do 16 mm se obvykle navijejí za studena. Formování za tepla se používá pro výrobu vysoce namáhaných pružin větších rozměrů s průměrem drátu přes 10 mm. Obvykle jsou tlačné pružiny vyráběny z drátů a tyčí kruhového průřezu. Drát obdélníkového průřezu se nejčastěji používá v aplikacích, kde je při relativně vyšším zatížení požadována nízká stavební výška pružiny. Způsoby provedení konců pružin jsou na obr. 4.

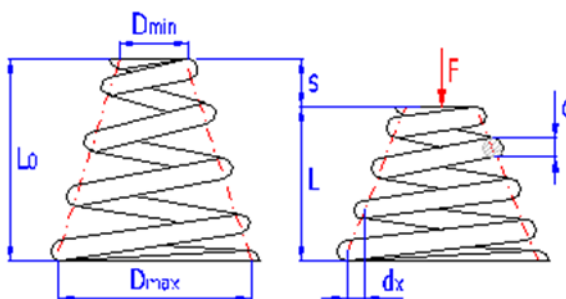
- A. Otevřený konec neobrobený      C. Uzavřený konec neobrobený  
 B. Otevřený konec obrobený      D. Uzavřený konec obrobený



Obr. 4. Způsoby provedení konců pružiny

### Šroubovité pružiny kuželové tlačné

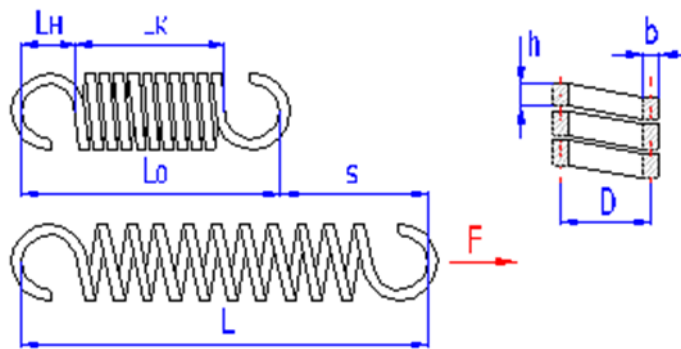
Pružiny kuželového tvaru tvořené šroubovitě vinutými dráty, se stálou vůlí mezi činnými závity, způsobí přijímat vnější síly působící v jejich ose proti sobě. Pružiny s průměrem drátu do 16 mm se obvykle navíjejí za studena. Formování za tepla se používá pro výrobu vysoce namáhaných pružin větších rozměrů s průměrem drátu přes 10 mm. Kuželové pružiny se obvykle používají tehdy, má-li se tuhost pružiny zvětšovat s jejím rostoucím stlačením.



Obr. 5. Šroubovité pružiny kuželové tlačné

### Šroubovité pružiny válcové tažné

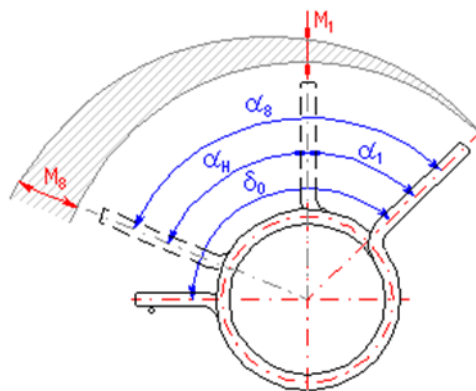
Pružiny válcového tvaru tvořené šroubovitě vinutými dráty, se stálou vůlí mezi činnými závity, způsobí přijímat vnější síly působící od sebe v jejich ose. Pružiny s průměrem drátu do cca. 16 mm se obvykle navíjejí za studena. Formování za tepla se používá pro výrobu vysoce namáhaných pružin větších rozměrů s průměrem drátu přes 10 mm. Obvykle jsou tažné pružiny vyráběny z drátů a tyčí kruhového průřezu. Pružiny s drátem obdélníkového průřezu se používají velmi zřídka.



Obr. 6. Šroubovitě pružiny válcové tažné

**Šroubovitě pružiny válcové zkrutné**

Pružiny válcového tvaru tvořené šroubovitě vinutými dráty, se stálou vůlí mezi činnými závity, způsobí přenášet kroučící moment. Jsou namáhány ohybem. Obvykle jsou zkrutné pružiny vyráběny z drátů a tyčí kruhového průřezu.



Obr. 7. Zkrutné pružiny

Napětí v ohybu

$$\sigma_o = \frac{M_{o\max}}{W_o} = \frac{F * r}{\frac{1}{6} * b * h^2} \leq \sigma_{Do} \quad (22)$$

Dráha

$$s = r * \varphi = r * \frac{F}{E * J} * l * r = \frac{F * l * r^2}{E * \frac{1}{12} * b * h^3} = 2 * \frac{r * l}{h} * \frac{\sigma_o}{E} \quad (23)$$

**Listové pružiny**

Pružiny na principu ohybem zatěžovaných dlouhých štíhlých nosníků obdélníkového průřezu. Používají se jako jednoramenné (vetknuté na jednom konci), nebo jako dvouramenné

(podepřené na obou koncích). Listové pružiny je možné využít samostatně, nebo v sadách (listové pružiny svazkové).

Samostatné pružiny

- vhodné pro malé a střední zatěžovací síly
- lineární pracovní charakteristika
- relativně nízká tuhost
- značné nároky na délku, jinak minimální potřebný prostor
- nízké výrobní náklady

Listové pružiny svazkové

- vhodné pro větší zatěžovací síly
- teoreticky lineární pracovní charakteristika (tření mezi listy způsobuje hysteretní průběh pracovní křivky)
- relativně vyšší tuhost
- značné nároky na potřebný prostor
- náročné na údržbu (mazání a čistota)

Provedení pružiny

Listové pružiny se používají v mnoha různých provedeních a tvarech. Pro účely výpočtu je můžeme rozdělit do tří skupin:

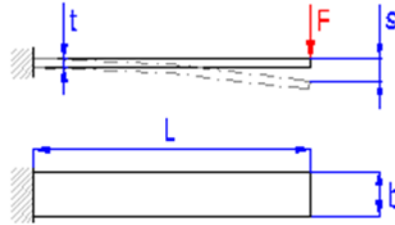


Obr. 8. Provedení listových pružin

#### 5.1.4 Ruční analytický výpočet listové pružiny

Pružiny na principu ohybem zatěžovaných dlouhých štíhlých nosníků obdélníkového průřezu. Používají se jako jednoramenné (vetknuté na jednom konci), nebo jako dvouramenné

(podepřené na obou koncích). Používány jsou pružiny obdélníkového, trojúhelníkového nebo lichoběžníkového tvaru.



Obr. 9. Listové pružiny konstantního profilu

### Fixace nového učiva

Příklad: Vypočtete maximální ohybové napětí a průhyb ocelové pružiny zatížené osamělou silou  $F = 1000 \text{ N}$  na svém konci. Pružina (nosník) má délku  $l = 1 \text{ m}$ , obdélníkový průřez o šířce  $b = 100 \text{ mm}$  a výšce  $t = 20 \text{ mm}$ .

Výpočet ohybového napětí

$$\sigma_o = \frac{M_{omax}}{W_o} = \frac{F * l}{\frac{1}{6} * b * t^2} \qquad \sigma_o = \frac{1000 * 1000}{\frac{1}{6} * 100 * 20^2} = 150 \text{ MPa} \qquad (24)$$

Výpočet průhybu

$$J_y = \frac{1}{12} * b * t^3 \qquad y = \frac{F * l^3}{3 * E * J_y} \qquad (25)$$

$$J_y = \frac{1}{12} * 100 * 20^3 = 66667 \text{ mm}^3 \qquad y = \frac{1000 * 1000^3}{3 * 210000 * 66667} = 23,81 \text{ mm} \qquad (26)$$

### 5.1.5 Analytický výpočet listové pružiny pomocí softwaru

#### 5.1.5.1 Excel

Tab. 3. Výpočet listové pružiny v programu Excel

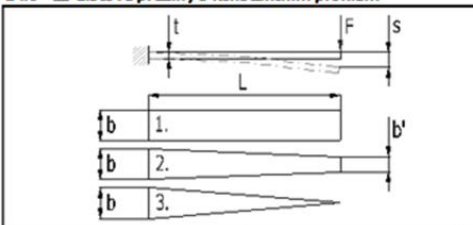
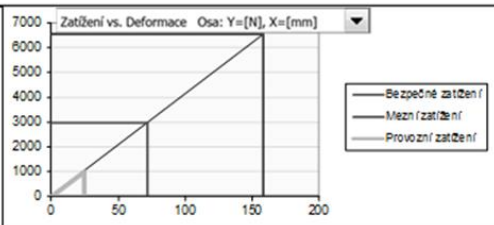
Vypočítejte maximální ohybové napětí a průhyb ocelové listové pružiny zatižené osamělou silou  $F = 1000 \text{ N}$  na svém konci. Pružina (nosník) má délku  $l = 1 \text{ m}$ , obdélníkový průřez o šířce  $b = 100 \text{ mm}$  a výšce  $t = 20 \text{ mm}$ .

Zatěžující síla	F	1000 N
Délka pružiny (nosníku)	l	1000 mm
Šířka pružiny	b	100 mm
Výška pružiny	t	20 mm
Napětí v pružině	$\sigma_0$	150 MPa
Modul pružnosti oceli	E	206000 MPa
Kvadratický moment průřezu	$J_y$	66667 mm <sup>4</sup>
Průhyb pružiny	y	24,27 mm

#### 5.1.5.2 MitCalc

Tab. 4. Výpočet listové pružiny v programu MitCalc

14.0  Listové pružiny s konstantním profilem

14.1 Provedení pružiny: Jednoramenná pružina

14.2 Tvar pružinového listu: 1. Obdélníkový

14.3 **Návrh pružiny**

14.4 Minimální pracovní zatížení	F1	11,20	[N]
14.5 Maximální pracovní zatížení	F8	1000,00	[N]
14.6 Pracovní zdvih pružiny	H	24,0000	[mm]
14.7 Požadovaná tuhost pružiny	k	41,20	[N/mm]
14.8 Funkční délka pružiny	L	1000,0000	[mm]
14.9 Šířka listu pružiny	b	100,0000	[mm]
14.10 Koncová šířka listu pružiny	b'	100,0000	[mm]
14.11 Tloušťka listu pružiny	t	20,0000	[mm]

14.12 **Optimalizace**

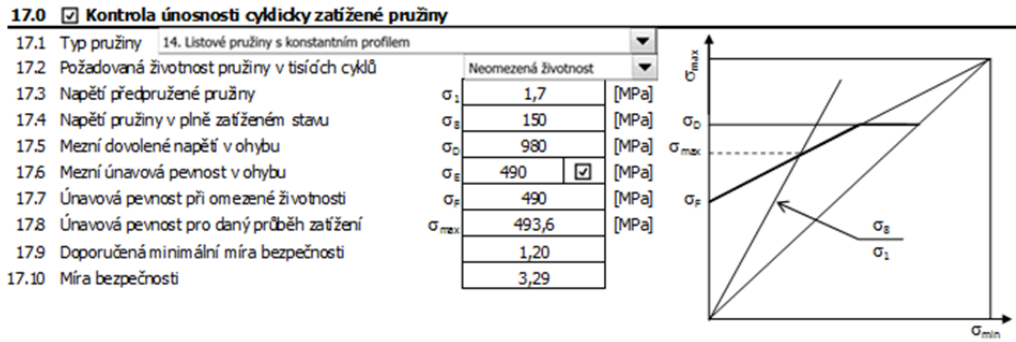
b'/b	1	L/b	10
------	---	-----	----

14.20 **Parametry pracovního cyklu**

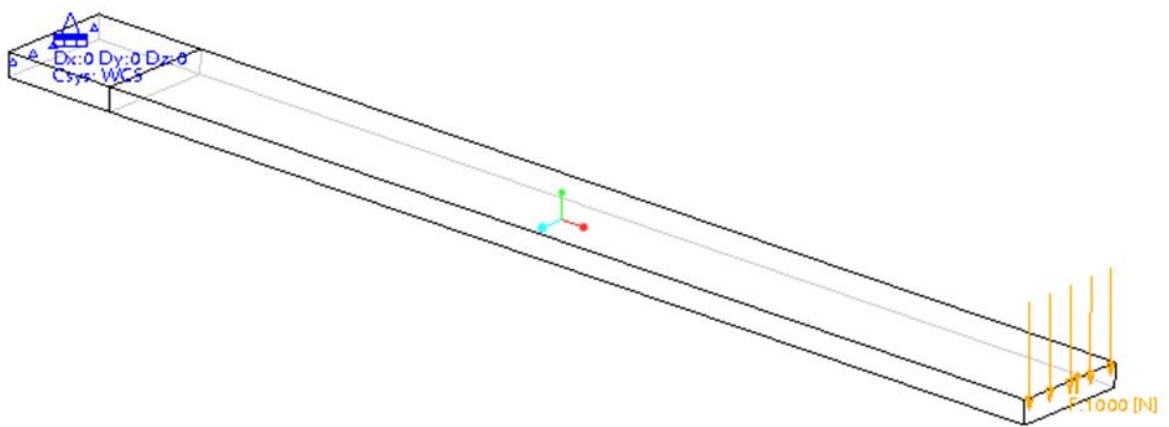
	1	8	9	
Síla $F_i$	11,2	1000,0	6533,3	[N]
Deformace $s_i$	0,27	24,27	158,58	[mm]
Napětí $\sigma_i$	1,7	150	980	[MPa]

14.13 **Kontrolní údaje**

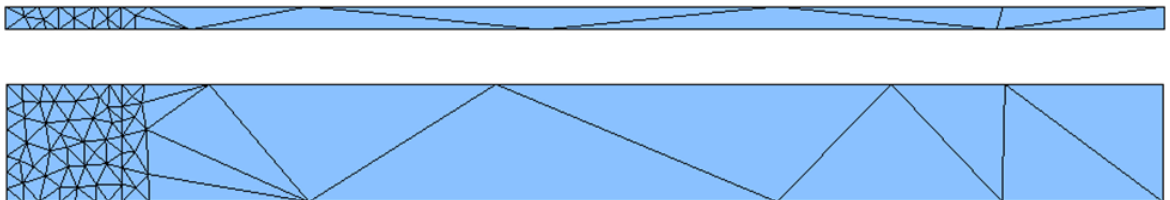
14.14 Tuhost pružiny	k	41,20	[N/mm]
14.15 Hmotnost pružiny	m	15,700	[kg]
14.16 Deformační energie pružiny	W8	12,14	[J]
14.17 Max. dovolené zatížení	F8 <sub>max</sub>	2969,7	[N]
14.18 Max. dovolený zdvih	H <sub>max</sub>	71,8	[mm]
14.19 Míra bezpečnosti		6,53	



### 5.1.6 Numerický výpočet listové pružiny pomocí MKP

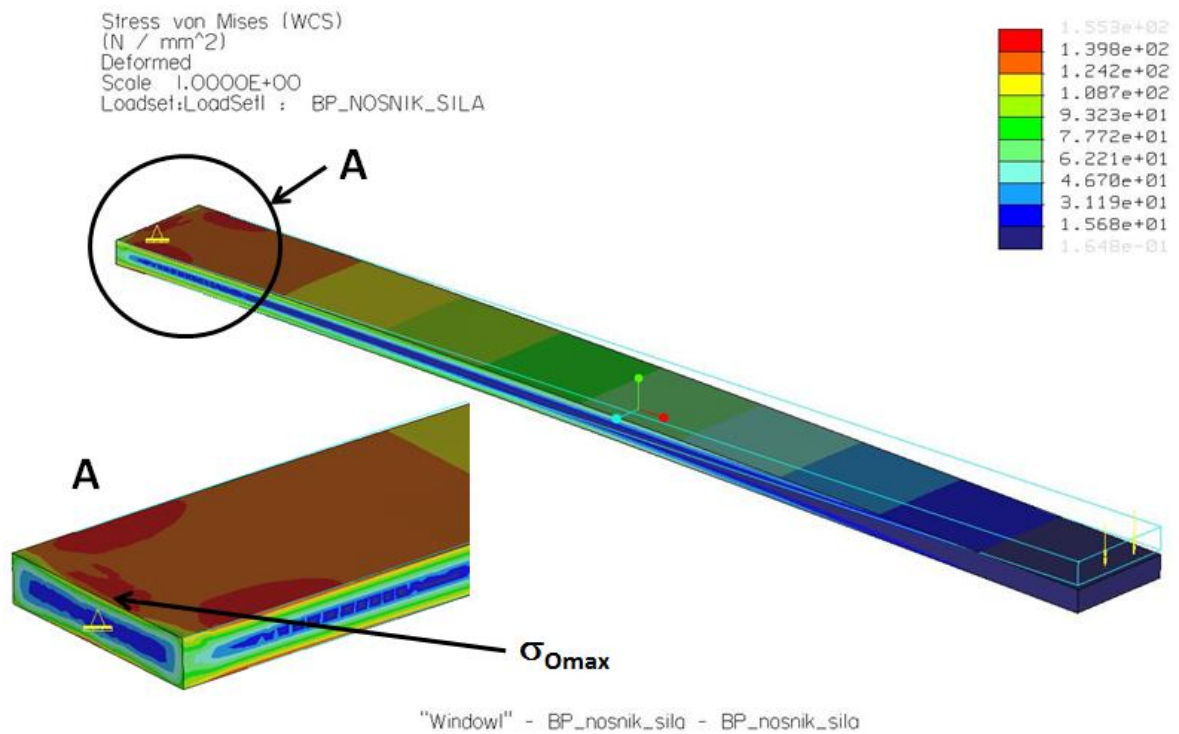


Obr. 10. Zatížení a uchycení výpočtového modelu v MKP softwaru

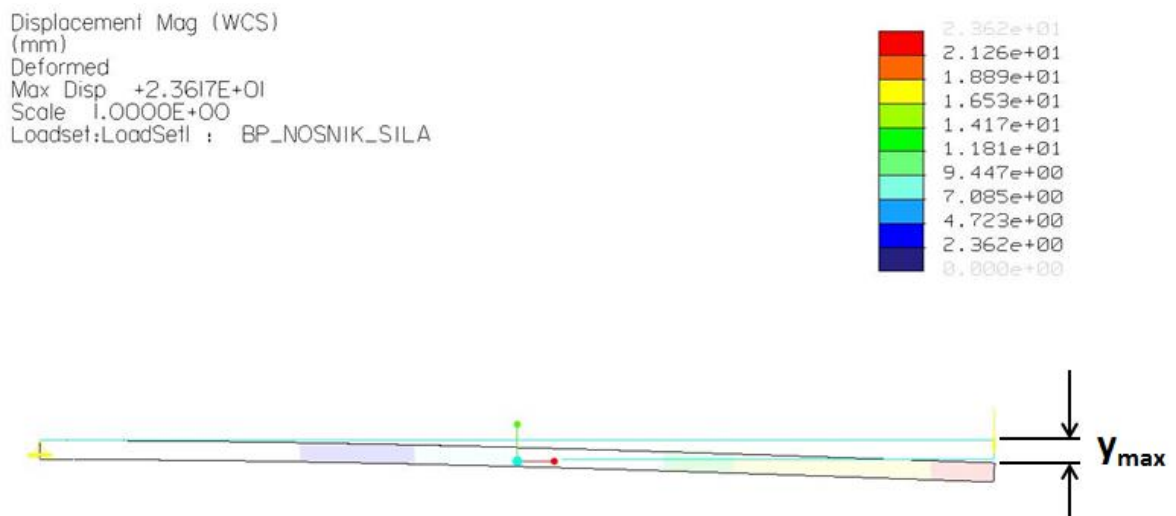


Obr. 11. Síť konečných prvků v MKP softwaru





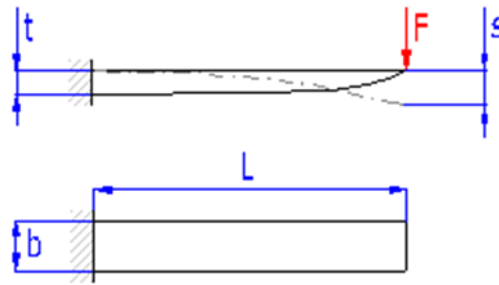
Obr. 12. Výpočet výsledného napětí v MKP softwaru



Obr. 13. Výpočet průhybu v MKP softwaru

### Listové pružiny parabolického profilu

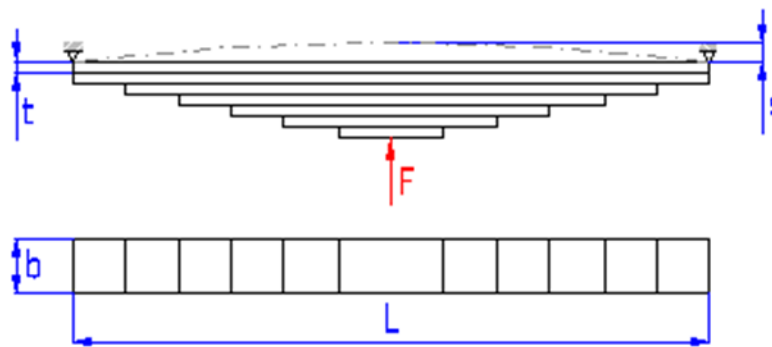
Pružiny na principu ohybem zatěžovaných dlouhých štíhlých nosníků obdélníkového průřezu. Používají se jako jednoramenné (vetknuté na jednom konci), nebo jako dvouramenné (podepřené na obou koncích). Obvykle jsou obdélníkového tvaru, někdy jsou používány pružiny se zesílením uprostřed a na konci listu.



Obr. 14. Listové pružiny parabolického profilu

**Ruční analytický výpočet listové pružiny svazkové**

Pružiny na principu ohybem zatěžovaných svazků dlouhých štíhlých nosníků obdélníkového průřezu.



Obr. 15. Listové pružiny svazkové

Napětí v ohybu a stanovení počtu pružnic

$$\sigma_o = \frac{M_{o\max}}{W_o} = \frac{\frac{F}{2} * \frac{L}{2}}{i * \frac{1}{6} * b * h^2} \leq \sigma_{Do} \quad (27)$$

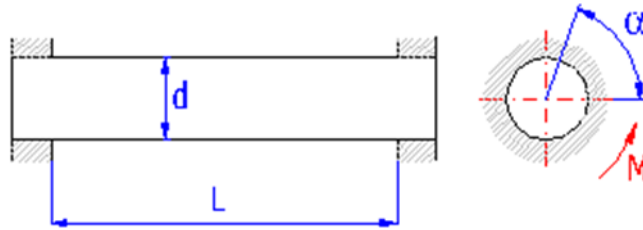
Průhyb svazkové pružnice

$$y = \frac{\frac{F}{2} * \left(\frac{L}{2}\right)^3}{2 * E * i * \frac{1}{12} * b * h^3} \quad (28)$$

**Analytický výpočet torzní pružiny ruční**

Pružiny na principu krutem zatěžovaných dlouhých štíhlých tyčí kruhového nebo obdélníkového průřezu. U tyčí kruhového průřezu se k upevnění konců nejčastěji používá drážko-

vání. Někdy bývá pro snazší uchycení jedna strana zakončena hranolem. Torzní tyče musí být zabezpečeny proti ohybovému namáhání.



Obr. 16. Torzní tyč

Tyče kruhového průřezu

Tyče obdélníkového průřezu

Poměrný úhel zkroucení

$$\alpha = \frac{180 * 32 * M_k * L}{\pi^2 * d^4 * G}$$

$$\alpha = \frac{180 * M_k * L}{\pi * \beta * b * t^3 * G} \quad (29)$$

Napětí

$$\tau_k = \frac{16 * M_k}{\pi * d^3}$$

$$\tau_k = \frac{M_k}{\gamma * b * t^2} \quad \gamma = f\left(\frac{b}{t}\right) \quad (30)$$

Momentová tuhost pružiny

$$k = \frac{\pi^2 * G * d^4}{32 * 180 * L}$$

$$k = \frac{\pi * \beta * G * b * t^3}{180 * L} \quad \beta = f\left(\frac{b}{t}\right) \quad (31)$$

b šířka tyče [mm]

d průměr tyče [mm]

M zatížení pružiny [Nmm]

G modul pružnosti ve smyku [MPa]

k momentová (úhlová) tuhost pružiny [Nmm/°]

L funkční délka pružiny [mm]

t tloušťka tyče [mm]

$\alpha$  úhel natočení pružiny [°]

$\beta, \gamma$  tvarový součinitel [-]

$\tau_k$  napětí materiálu pružiny v krutu [MPa]

### ***Procvičení opakování***

Jaké známe typy pružin? Jaký je důvod používání pružin obdélníkového průřezu? Proč mají pružiny předpětí? Jaké jsou důvody volby různých zakončení pružin? Které pružiny mají nelineární charakteristiku?

### ***Praktické aplikace***

Použití tam, kde je nutno:

- zajistit stálou přítlačnou sílu
- zabezpečit zpětný pohyb pohybující se součásti
- použít pružné uložení

Šroubovitě pružiny – odpružení vozidel, strojní mechanismy

Listové pružiny svazkové – nákladní automobily, vagóny

Torzni tyče – nápravy automobilů

Pryžové pružiny – tlumení hluku

Hydraulické, pneumatické – vozidla, zabraňují přetěžování

### ***Komparace***

Pružiny přeměňují pohybovou energii narážejícího tělesa ve vlastní energii napjatosti. Například u vozidel zpříjemňují jízdu, šetří náklad, vozidlo i vozovku.

## **5.2 Hřídele**

### ***Používané učebnice a materiály:***

ZELENÝ, Jiří. Stavba strojů – strojní součásti. Brno: ComputerPress, 2007.

VÁVRA, Pavel et al. Strojnické tabulky. Praha: SNTL, 1983.

***Tematický celek dle ŠVP:*** Hřídele

***Téma vyučovací hodiny:*** Rozdělení, spojení hřídele s nábojem, čepy

***Pomůcky:*** Drážková hřídel, rozpěrné kroužky, radiální a axiální čepy

***Cíle vzdělávací:***

Rozdělení hřídelů a jejich uložení. Dimenzování hřídelů v závislosti na způsobu jejich namáhání. Rozdělení druhů spojení hřídele s nábojem. Seznámení s normami a propojení znalostí z výpočtů spojů.

***Cíle výchovné:***

Seznámit žáky s principem činnosti hřídelů a hřídelových čepů a spojů. Vést ke kritickému myšlení při používání výpočtových softwarů při návrhu a kontrole jednotlivých celků.

***Konkrétní učivo:***

Nosné a hybné hřídele, namáhání, výpočet a kritické otáčky hřídelů plných a dutých, rozdělení a schémata axiálních a radiálních čepů, namáhání a výpočet čepů.

***Pojmy:***

Kombinované namáhání, tvarový styk, silový styk, svěrné spoje, tlakové spoje, nosné a hybné hřídele, rozdělení radiálních a axiálních čepů

***Výstupní znalosti:***

Dimenzovat hřídele s ohledem na jejich funkci a zatížení. Rozlišovat druhy namáhání prostým krutem, prostým ohybem, kombinovaná namáhání.

***Poznámky:***

Před hodinou připravit hřídele a ložiska školní sbírky

***Mobilizace předchozího poznatkového systému***

Co je hřídel? Jaké jsou základní typy hřídelů? Podle čeho je rozdělujeme?

***Motivace***

V dalším studiu budeme potřebovat k výpočtu spojky, výpočtu převodové skříně s čelními koly (písemná část maturitní práce), výpočtu uložení hřídele, dimenzování zubového čerpadla.

***Exponování nových poznatků***

Hřídel je podlouhlá rotační součást strojů, která slouží k přenosu kroutícího momentu nebo uložení rotujících součástí. Obvykle jsou na ní připevněny další součásti, které se spolu

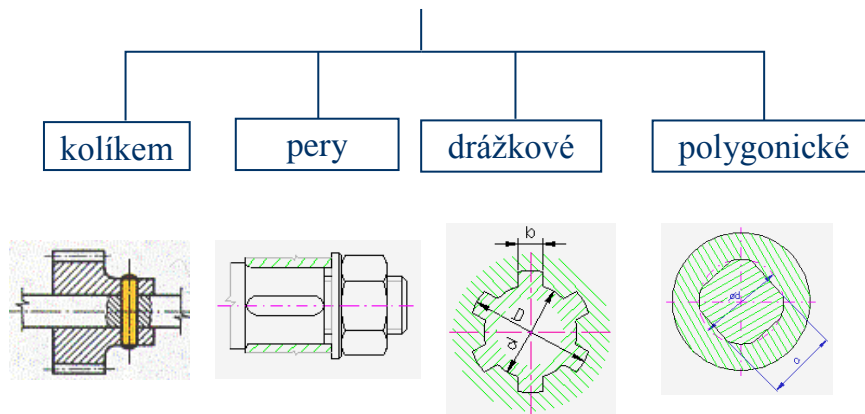
s hřídelí otáčejí kolem její osy. Sama je ke stroji upevněna pomocí jednoho nebo několika ložisek. Podle funkce a namáhání se hřídele dělí na nosné a hybné [17].

### ***Druhy spojení hřídele s nábojem***

- S tvarovým stykem
- Se silovým stykem
- Předepjaté s tvarovým stykem

### ***Spoje s tvarovým stykem***

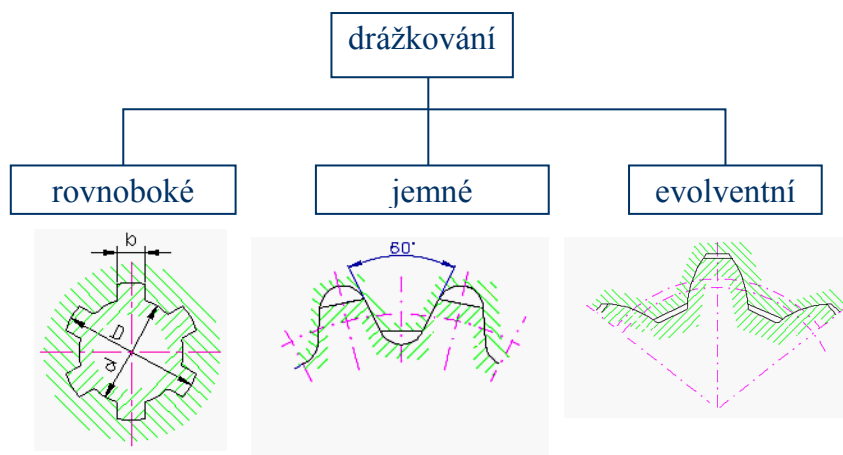
Tvarová spojení, kroutící moment se přenáší tvarem spojení hřídele s nábojem, např. různými typy drážkování, různě tvarovanými průřezy hřídele a náboje (pravoúhlé, trojúhelníkové, polygonické), nebo prostřednictvím vložené tvarové součásti (nejčastěji pera).



Obr. 17. Spoje s tvarovým stykem

### ***Drážkové spoje***

- Pouze pro přenos kroutících momentů
- Vhodné pro velká zatížení, zatížení střídavá a rázová
- Vhodné pro pevné i posuvné spoje
- Zajištění souososti a kolmosti spoje je nesnadné
- Spolehlivost nepříznivě ovlivněna vrubovými účinky drážek

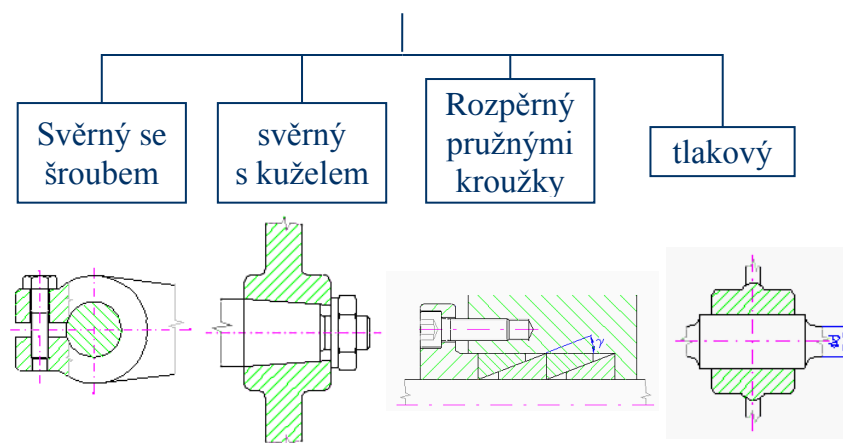


Obr. 18. Drážkové spoje

**Spoje se silovým stykem**

Svěrné spoje jsou pevné (nepohyblivé) spoje založené na principu sevření spojovaných částí v jejich stykové ploše pomocí vnějších elementů. Vnější zatížení je přenášeno třením mezi hřídelí a nábojem, vznikajícím ve spoji při jeho montáži. Tření je ve spoji vyvoláno vnějšími normálovými silami, vyvozenými pomocí předepjatých šroubových spojů [19].

Svěrné spoje jsou vhodné pro přenos malých a středních zatížení u často rozebíraných spojů. Typické použití je pro svěrné spojky hřídelí, spojení pák s hřídeli, při fixaci různých stavěcích kroužků a nastavitelných zarážek.



Obr. 19. Spoje se silovým stykem

Výhody spoje:

- snadná montáž a demontáž spoje
- snadné nastavení vzájemné polohy součástí
- vhodné pro rychlý návrh, výrobu, montáž, údržbu i demontáž spoje

Nevýhody spoje:

- menší únosnost než u nalisovaných spojů
- spolehlivost spoje je závislá na zajištění svíracích elementů proti uvolnění
- nebezpečí zranění obsluhy za provozu vlivem nerotačních vnějších tvarů
- dělené části je nutné obrábět společně

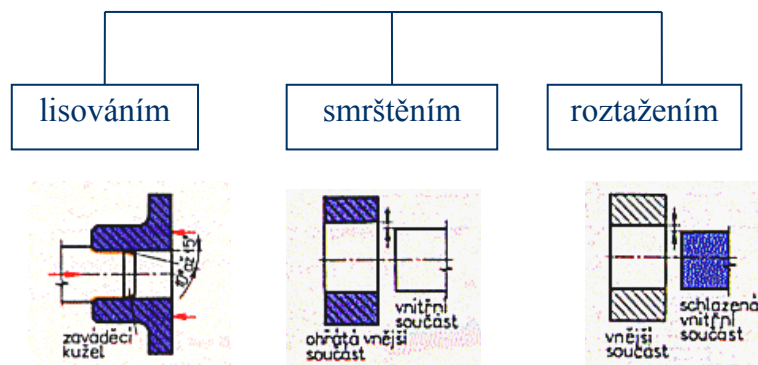
### ***Tlakové spoje***

Jsou to spoje, které vznikají při spojení součástí při vzájemném přesahu.

Lisováním – stlačením vnitřních součástí do vnější při základní teplotě

Smrštěním – ohřátím vnější součásti

Roztažením – ochlazením vnitřní součásti



Obr. 20. Tlakové spoje

### ***Radiální čepy***

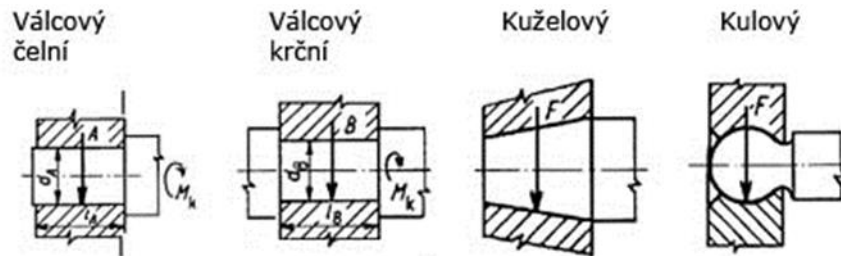
Přenáší síly (reakce) působící kolmo na hřídel.

Válcové – čelní (na konci hřídele) a krční (hřídel s převislými konci nebo s uložením na více než dvou podporách)



Kuželové – zachytí menší axiální sílu, zajišťuje proti osovému posunutí

Kulové – proti vychýlení ve všech směrech, pro malá zatížení a rychlosti



Obr. 21. Radiální čepy

### Axiální čepy

Přenáší síly (reakce) působící v ose hřídele.

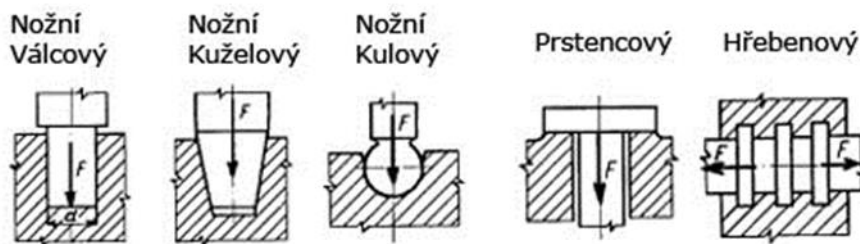
Nožní (patní) – válcové – pro malé tlaky, čep kalený, opírající se o kalenou podložku

– kuželové

– kulové – samostavitelný, tření ve velké ploše

Prstencové

Hřebenové – výrobně obtížný a drahý, nutná velká přesnost výroby nákrůžků



Obr. 22. Axiální čepy

Rozdělení hřídelí dle použití

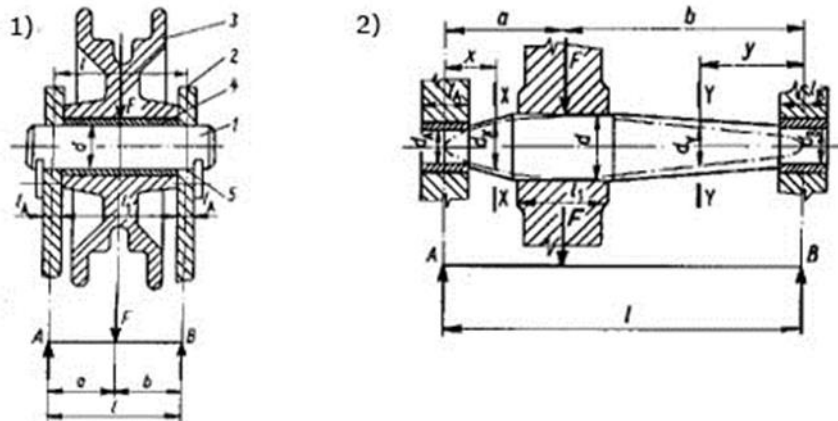
Nosné

- nepohyblivé, otočné. Jsou namáhány pouze na ohyb a otláčení, ne na krut.
- jsou v rámu stroje, nesou otáčející se součásti (kladky, napínací kotouče, páky)
- jsou s naklínovanými, nebo nalisovanými koly, které však nepřenášejí kroučící moment (např. náprava na železničních vagonech)

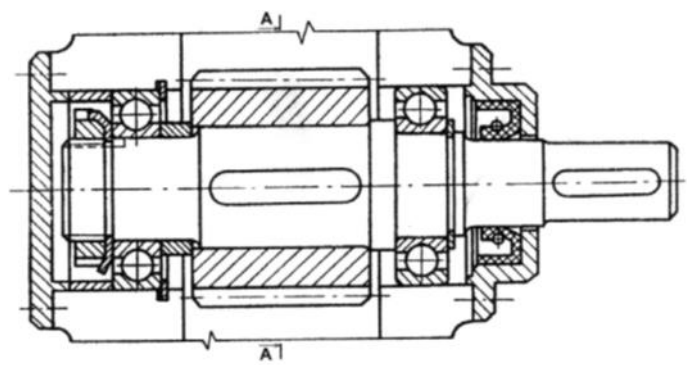
Hybné

- přenáší kroutící moment (např. hřídel převodovky)

Materiály hřídelí se volí podle charakteru zatížení (statické, dynamické), jsou to např. oceli 12050, pro více namáhané hřídele se používají legované oceli.



Obr. 23. Nosné a hybné hřídele



Obr. 24. Příklad uložení hřídele v ložiskové skříni

**Dimenzování hřídelů**

Hřídele jsou namáhány ohybem, krutem nebo kombinovaným namáháním (ohyb + krut).

namáhání ohybem

pro kruhový průřez

$$\sigma_o = \frac{M_o}{W_o} \leq \sigma_{Do} \quad W_o = \frac{\pi * d^3}{32} \quad (30)$$

namáhání krutem

pro kruhový průřez

$$\tau_k = \frac{M_k}{W_k} \leq \tau_{Dk} \quad W_k = \frac{\pi * d^3}{16} \quad (31)$$

kombinované namáhání, kde se přepočítává namáhání v ohybu a krutu na ohybové namáhání

$$M_{ored} = \sqrt{M_{o\max}^2 + 0,75 * (\alpha_B * M_k)^2} \quad \sigma_o = \frac{M_{ored}}{W_o} \leq \sigma_{Do} \quad (32)$$

kombinované namáhání, kde se přepočítává namáhání v ohybu a krutu na tahové namáhání

$$\sigma_{red} = \sqrt{\sigma_{o\max}^2 + 3 * (\alpha_B * \tau_k)^2} \leq \sigma_{Do}(Re) \quad (33)$$

kde  $\alpha_B$  je Bachův opravný součinitel

$\alpha_B=0,4$  pro střídavý ohyb, klidný krut

$\alpha_B=0,7$  pro střídavý ohyb, míjivý krut

$\alpha_B=1$  pro střídavý ohyb i krut

### ***Kritické otáčky hřídelů***

$$n_{kr} = \frac{1}{2 * \pi} * \sqrt{\frac{g}{y}} = \frac{15,76}{\sqrt{y}} \quad (34)$$

kde  $y$  je max. průhyb hřídele, způsobený vlastní tíhou hřídele a kotouče

### **5.2.1 Ruční analytický výpočet nosného hřídele**

Příklad: Navrhněte odstupňovaný nosný hřídel kola, je-li jeho zatížení  $F = 200$  kN, materiál hřídele 11370 ( $\sigma_{Do} = 60$  až  $80$  MPa), dovolený tlak pod kotoučem  $p_{D1} = 100$  až  $200$  MPa, v ložiskách  $p_{D2} = 6$  až  $15$  MPa [17].

Výpočet reakčních sil

$$F_A = F * \frac{l - a}{l} = 2 \cdot 10^5 N * \frac{1200 mm}{1500 mm} = 160 kN \quad (35)$$

$$F_B = F - F_A = 200 kN - 160 kN = 40 kN \quad (36)$$

Výpočet průměrů a délek

$$d = \sqrt[3]{\frac{10 * F_A * a}{\sigma_{Do}}} = \sqrt[3]{\frac{10 * 160 \cdot 10^3 N * 300 mm}{80 MPa}} = 182 mm \quad (37)$$

Průměr  $d$  volíme z normalizované řady  $d = 200$  mm, délka náboje zvolena  $l_1 = 200$  mm.

Kontrola otláčení pod kotoučem

$$p_1 = \frac{F}{d * l_1} = \frac{200 \cdot 10^3 N}{200 mm * 200 mm} = 5 MPa \quad (38)$$

Kontrola otláčení v ložisku A

$$d_A = \sqrt{\frac{5 * F_A * \lambda}{\sigma_{Do}}} = \sqrt{\frac{5 * 160 \cdot 10^3 N * 1,26}{80 MPa}} = 112,2 mm \quad (39)$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{\sigma_{Do}}{5 * p_D}} = \sqrt{\frac{80 MPa}{5 * 10 MPa}} = 1,26 \quad (40)$$

$$\lambda = \frac{l_A}{d_A} \Rightarrow l_A = \lambda * d_A \quad (41)$$

Průměr čepu A bude  $d_A = 125 mm$  a délka  $l_A = 160 mm$

Kontrola otláčení v ložisku B

$$d_B = \sqrt{\frac{5 * F_B * \lambda}{\sigma_{Do}}} = \sqrt{\frac{5 * 40 \cdot 10^3 N * 1,26}{80 MPa}} = 56,1 mm \quad (42)$$

Průměr čepu B bude  $d_B = 63 mm$  a délka  $l_B = 80 mm$

U osazených hřídelů musí být přechod průměru  $d$  do čelní plochy zaoblen poloměrem  $R$ .

## 5.2.2 Analytický výpočet nosného hřídele pomocí softwaru

### 5.2.2.1 Excel

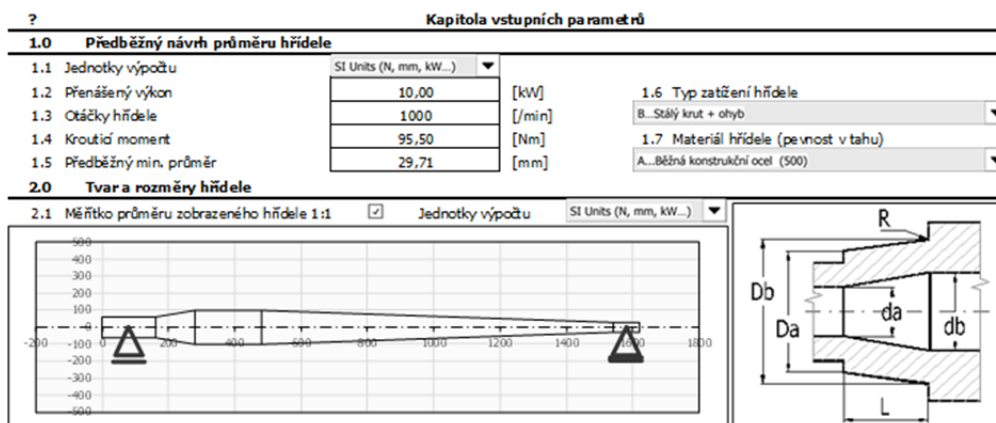
Tab. 5. Výpočet nosného hřídele v programu Excel

Navrhněte odstupňovaný nosný hřídel kotouče, je-li jeho zatížení  $F = 200 \text{ kN}$ , dovolené ohybové napětí hřídele  $\sigma_{D0} = 80 \text{ MPa}$ , dovolený tlak pod kotoučem  $p_{D1} = 100 \text{ MPa}$ , dovolený tlak v ložiskách  $p_{D2} = 10 \text{ MPa}$ . Délka hřídele je  $1500 \text{ mm}$ , vzdálenost kotouče od ložiska A je  $300 \text{ mm}$ .

Zatěžující síla od kotouče	F	200000 N	
Délka nosné hřídele	l	1500 mm	
Vzdálenost od ložiska A	a	300 mm	
Reakce v ložisku A	$F_A$	160000 N	
Reakce v ložisku B	$F_B$	40000 N	
Dovolené ohybové napětí hřídele	$\sigma_{D0}$	80 MPa	
Průměr hřídele pod kotoučem	d	183 mm	200 voleno
Průměr hřídele v ložisku A	$d_A$	125 mm	voleno
Průměr hřídele v ložisku B	$d_B$	63 mm	voleno
Délka hřídele pod kotoučem	$l_1$	200 mm	voleno
Délka hřídele v ložisku A	$l_A$	160 mm	voleno
Délka hřídele v ložisku B	$l_B$	80 mm	voleno
Dovolený tlak pod kotoučem	$p_{D1}$	100 MPa	
Dovolený tlak v ložiskách	$p_{D2}$	10 MPa	
Otlačení pod kotoučem	$p_1$	5,0 MPa < $p_{D1}$	vyhovuje
Otlačení v ložisku A	$p_A$	8,0 MPa < $p_{D2}$	vyhovuje
Otlačení v ložisku B	$p_B$	7,9 MPa < $p_{D2}$	vyhovuje

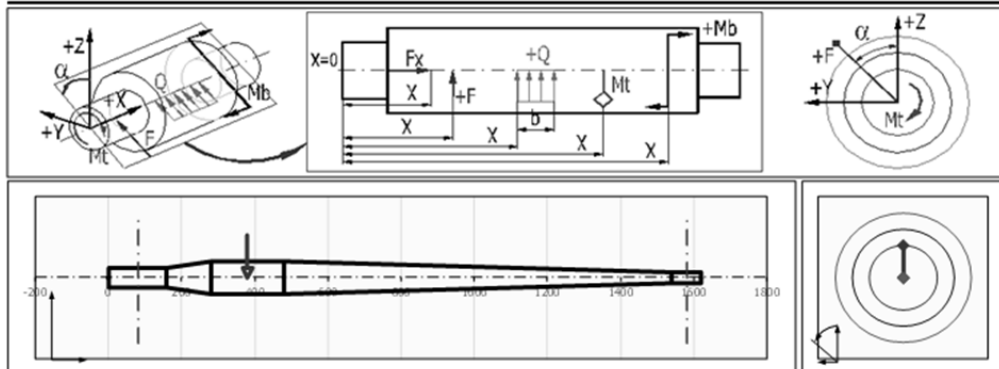
### 5.2.2.2 MitCalc

Tab. 6. Výpočet nosného hřídele v programu MitCalc



2.2	Tabulka	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Počátek	0,00	160,00	280,00	480,00	1540,00	1620,00	1620,00	1620,00	1620,00	1620,00
	L	160,000	120,000	200,000	1060,000	80,000					
	ø Da	125,000	125,000	200,000	200,000	63,000					
	ø Db	125,000	200,000	200,000	63,000	63,000					
	e da	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000					
	e db	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000					
	R	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000					
2.3	Celková délka hřídele					1620,00	[mm]	2.6	Povrch hřídele (Drsnost Ra)		
2.4	X-ová souřadnice levé podpory (ložiska)				Volná	80,00	○ [mm]		F...Bez úpravy (25)		
2.5	X-ová souřadnice pravé podpory (ložiska)				Pevná	1580,00	● [mm]				

4.0 Zatížení hřídele



4.1	Zatížení	X	Fx	F	alfa	Mt	Mb	alfa	Q	b	alfa
		[mm]	[N]		[°]	[Nm]		[°]	[N/mm]	[mm]	[°]
	1	380,00	0,0	-200000,0	0						
	2										

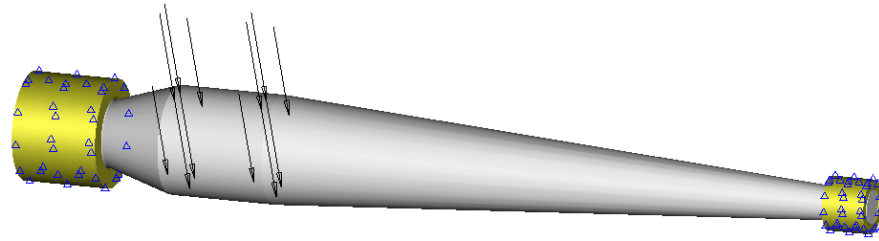
7.0 Výsledky - shrnutí

7.1	Reakce v podpoře R1	x	y	z	$\Sigma y+z$	7.17 Graf
		0	0	160000	160000	02. Z - Ohybový moment [Nm]
7.2	Reakce v podpoře R2	0	0	40000	40000	05. Z - Napětí v ohybu [MPa]
7.3	Celková hmotnost hřídele	m	210,01	[kg]		
7.4	Maximální průhyb	y	1,8537	[mm]		
7.5	Maximální zkroutčení	φ	0,0000	[°]		
7.6	Naklonění v R1	β	0,1978	[°]		
7.7	Naklonění v R2	β	0,3901	[°]		
7.8	Max. napětí v ohybu	$\sigma_z$	139,6	[MPa]		
7.9	Max. napětí ve střihu	$\tau_x$	13,0	[MPa]		
7.10	Max. napětí v křutu	$\tau_t$	0,0	[MPa]		
7.11	Max. napětí v tahu/tlaku	$\sigma_x$	0,0	[MPa]		
7.12	Max. redukované napětí	$\sigma_r$	139,9	[MPa]		
7.13	Min. statická bezpečnost	SF <sub>s</sub>	3,20			
7.14	Min. dynamická bezpečnost	SF <sub>D</sub>	1,06			
7.15	Rezonanční otáčky (A)	$n_c$	0,0	[/min]		
	Rezonanční otáčky (B)	$n_c$	6524,3	[/min]		
	Rezonanční otáčky (C)	$n_c$	5628,3	[/min]		

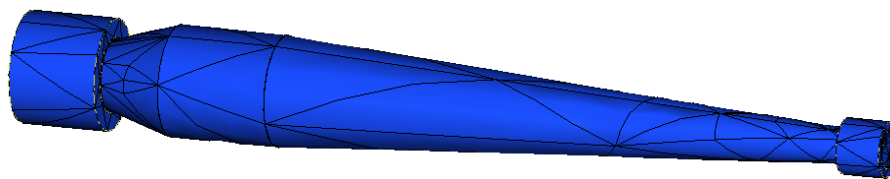
Hřídel volně otočný v ložiskách, rotující disk mezi ložisky (K=1)

7.16	Výsledky v souřadnici X =	160,00	280,00	480,00	1540,00	1620,00	1620,00	1620,00	1620,00
	02. Z - Ohybový moment [Nm]	12601,6	31782,4	44019,2	1640	0	0	0	0
	04. Z - Průhyb [mm]	-0,2664693	-0,6279222	-1,149799	-0,2766405	0,27233123	0,27233123	0,27233123	0,27233123
	05. Z - Napětí v ohybu [MPa]	65,7197279	40,9869746	56,0469862	66,3975664	0	0	0	0
	41. Koeficient bezpečnosti (statický)	6,4054908	10,6607476	7,99741957	6,3624925	20	20	20	20
	42. Koeficient bezpečnosti (dynamický)	2,28623021	3,60220411	2,65234135	2,20272625	20	20	20	20

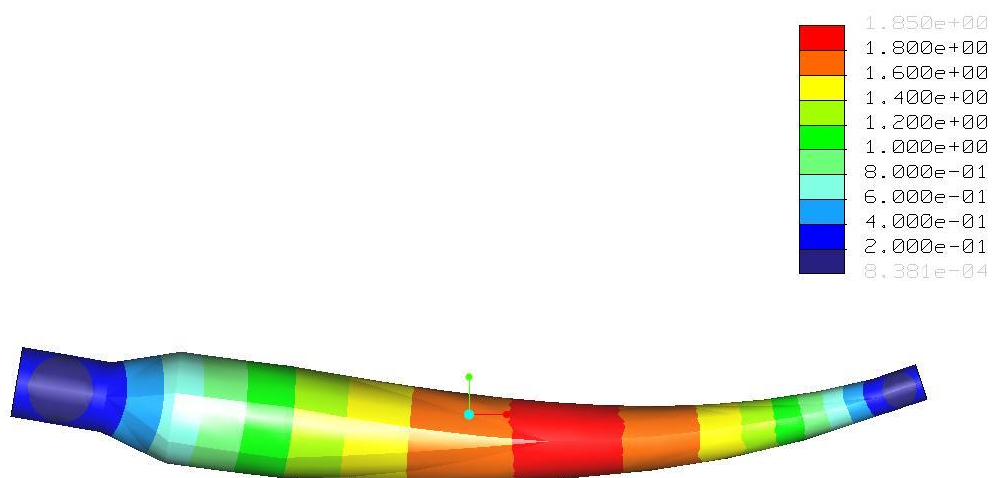
### 5.2.3 Numerický výpočet nosného hřídele pomocí MKP



Obr. 25. Zatížení a uchycení výpočtového modelu v MKP softwaru

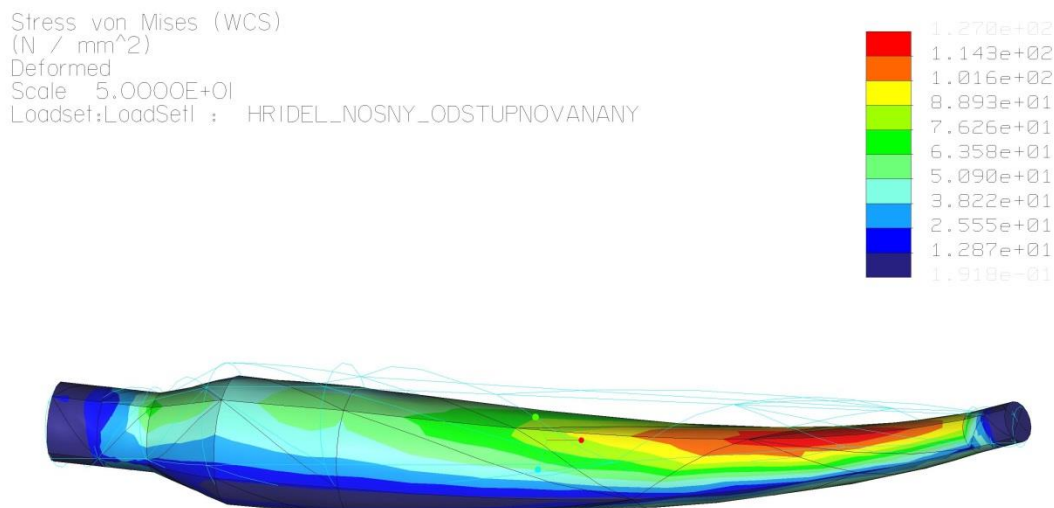


Obr. 26. Síť konečných prvků v MKP softwaru



"Window1" - Hridel\_OI\_bez\_lozisek - Hridel\_OI\_bez\_lozisek

Obr. 27. Výpočet deformace v MKP softwaru



"Window1" - Hridel\_OI\_bez\_lozisek - Hridel\_OI\_bez\_lozisek

Obr. 28. Výpočet výsledného napětí v MKP softwaru

### 5.3 Hodnocení rozšířených vyučovacích hodin

Na uvedených příkladech jsou demonstrovány různé úrovně řešení problému. Standardní vyučovací hodina obsahuje povinnou minimální úroveň řešení úlohy, kterou mají zvládnout všichni žáci. Rozšířené vyučování lze absolvovat pouze s nejlepšími žáky v rámci individuálního a diferencovaného přístupu v hodině nebo nad rámec vyučovací hodiny formou domácích úkolů, projektových činností žáků apod. Rozšíření výuky umožňuje žákům seznámit se s přístupem k řešení úloh v současné technické praxi. Žáci získají přehled o používání moderních výpočtových nástrojů, o jejich výhodách a nevýhodách. Na uvedených příkladech je vidět rozdíl v přístupu mezi školním a praktickým řešením. Zejména jsou zde porovnány analytické a MKP výsledky, což umožňuje získání správného nadhledu nad řešeným problémem.

Pomocí MKP lze v případě výpočtu šroubovitě pružiny tlačné názorně zobrazit, že pružina je nejvíce namáhána na vnitřním průměru a v závěrných závitech pružiny. V případě listové pružiny, resp. nosníku je zase vidět, jakým způsobem je rozloženo napětí v nejvíce namáhaném průřezu. V případě hřídele je vypočten průhyb i napětí po celé jeho délce. Protože se jedná o odstupňovaný hřídel s kuželovými částmi, není v možnostech žáků střední



školy, aby dokázali tyto veličiny klasickým ručním výpočtem stanovit. Navíc to ani v dnešní konstruktérské praxi není nutné, protože jsou pro tyto účely používány právě výpočtové nástroje, které byly v této bakalářské práci představeny.

Ve vybraných vyučovacích hodinách se nabízí mnoho dalších výpočtů, které lze zkontrolovat pomocí analytických nebo numerických metod. Některé ruční výpočty jsou v přípravě na vyučování uvedeny. Jejich zpracování za pomoci výpočtových softwarů zde již neuvádím, protože postup je shodný s prezentovanými příklady. Podle těchto příkladů mohou učitelé i žáci provádět další výpočty dle svých individuálních zadání. Samozřejmě i v mnoha dalších vyučovacích hodinách předmětů SPS, MEC, PPK lze uvedené nástroje s výhodou využít. O postupu a rozsahu nasazení těchto prostředků do výuky rozhodnou konkrétní technické, finanční a personální podmínky jednotlivých středních škol.

Velký přínos moderních didaktických prostředků spočívá v iniciaci změny tradičních postupů z hlediska obsahu, metod i organizačních forem vyučování. Podporují vnitřní reformy školy, nutí k nové analýze a interpretaci tradičních didaktických problémů z hlediska nových kontextů. Hlavním činitelem při změnách a reformách školy však nejsou počítače, ale učitelé, kteří jich musí využít k rozvíjení samostatné a tvořivé činnosti žáků v diferencovaném, individualizovaném, otevřeném, problémovém a projektovém vyučování [23].

## 6 PŘÍPRAVA METODIKY VÝZKUMNÉ ČÁSTI

### 6.1 Stanovení problému

MKP je numerická výpočtová metoda pro řešení různých fyzikálních problémů. S rozvojem počítačového HW a SW nachází stále větší uplatnění v technické praxi. Vyučuje se na vysokých školách technického směru. Na základě rešerše, vlastních zkušeností s technickými výpočty a průzkumu v rámci mé pedagogické praxe jsem dospěl k názoru, že je vhodné zařadit výuku této metody na střední školy technického směru.

Konkrétně navrhuji v rámci vybraného technického předmětu provést základní seznámení žáků s touto metodou, aby žáci alespoň věděli, že metoda existuje a že se v praxi používá. Dalším krokem je zařazení MKP do výuky formou vhodně volených příkladů. Pro správné používání MKP je na SŠ nezbytné, aby byla aplikována na příkladech, které jsou žáci schopni počítat analyticky. Analytické řešení musí žáci zvládnout samostatně ručním výpočtem nebo pomocí analytického výpočtového softwaru. Vždy je však nutné mít k dispozici analytické výsledky pro možnost kritického posouzení výsledků získaných pomocí MKP.

Uvedené podmínky nasazení MKP na střední škole zajistí, že žáci budou moci tyto výpočty využívat bez hlubších znalostí základů MKP, které je možno vyučovat až na vysoké škole.

### 6.2 Cíl zařazení MKP do výuky na střední škole

Zařazení MKP do výuky na SŠ má zvýšit motivaci žáků ke studiu technických předmětů, přispět k větší názornosti, atraktivitě i popularitě technických předmětů. MKP má rozvíjet samostatnost, kreativitu a zodpovědnost při návrhu a kontrole technických zařízení. MKP je rovněž nástrojem pro lepší verifikaci a interpretaci výsledků.

### 6.3 Cíl výzkumu

Přispěje MKP ke zvýšení zájmu žáků o studium? Zlepší aplikace MKP znalosti žáků? Budou žáci díky MKP lépe schopni samostatně řešit problémy? To jsou základní otázky, jejichž zodpovězení bylo na počátku cílem výzkumu.

V první fázi výzkumu jde o zmapování názorů a postojů na MKP. Metodu je nejprve nutno žákům představit a získat od nich zpětnou vazbu. V návazné etapě je pak potřeba vyhodno-

tit, zda nasazení MKP objektivně zvýší znalosti a schopnosti žáků při řešení problémů. V tomto případě se však již jedná o dlouhodobý výzkum, který svým rozsahem přesahuje rámec této bakalářské práce.

#### 1. Deskriptivní charakter výzkumu - třídění prvního stupně

Vyhodnocení názorů žáků SŠ, kteří byli s MKP seznámeni v rámci vyučování předmětu Stavba a provoz strojů. Tento průzkum je vyhodnocen pomocí četností jednotlivých odpovědí žáků v dotazníkovém šetření, které proběhlo po ukončení vyučovací hodiny se zařazením MKP do výuky.

#### 2. Výzkum

Je zaměřen na srovnání skupin. Porovnáváme názory a postoje žáků SŠ, studentů VŠ a učitelů na zařazení MKP do výuky na SŠ.

### 6.4 Formulace hypotéz

1. U více než 60% žáků vzbuzuje MKP zájem o studium technických předmětů.
2. Více než 60% žáků chce MKP zařadit do výuky jako nepovinný předmět.
3. Žáci dávají přednost zařazení MKP do předmětu PPK více než do jiných předmětů.
4. Žáci SŠ se zájmem o studium na VŠ hodnotí MKP stejně jako žáci, kteří nechtějí pokračovat ve studiu na VŠ.
5. Postoj studentů VŠ k MKP je stejný jako u žáků na SŠ.
6. Názory studentů jednotlivých ročníků VŠ na MKP se neliší více než o 20%.
7. Studenti VŠ hodnotí MKP stejně jako učitelé.

### 6.5 Výběr prvků do výzkumných vzorků

Výběr respondentů je z důvodů omezených možností výzkumníka záměrný a tedy nejméně kvalitní. Na SPŠ Zlín byla MKP představena žákům 3. ročníku a počet respondentů byl 49. Na UTB Zlín fakultě technologické se dotazníkového šetření zúčastnilo celkem 50 studentů a 2 učitelé.

## 7 REALIZACE KVANTITATIVNÍHO VÝZKUMU PŘÍNOSU ZAŘAZENÍ MKP DO VÝUKY

### 7.1 Metoda výzkumu

Kvantitativní výzkum je proveden na základě dotazníkového šetření. Postup výzkumu je nepatrně odlišný na SŠ a VŠ. Na SŠ žáci většinou neznají pojem MKP, a proto je jim nejprve metoda ve vyučovací hodině představena na jednoduchém příkladu. Na konci hodiny žáci vyplní přiložený dotazník. Na VŠ předpokládáme, že studenti i učitelé mají již s MKP zkušenost. Dotazník je v některých bodech upraven a studentům i učitelům přímo předložen k vyplnění.

Hypotézy jsou testovány vyhodnocením jednotlivých položek takto:

<i>Hypotéza</i>	<i>Položky dotazníku</i>
1	5, 6, 9, 10
2	7
3	8
4	5, 6, 9, 10, 17
5	6, 9, 10, 16
6	6, 9, 10, 16
7	6, 9, 10, 16

#### *Položky dotazníku podle formy*

S ohledem na charakter dotazníku jsou zde zastoupeny téměř všechny formy položek.

Otevřené položky 8, 18 a polouzavřené položky 2, 3, 4 mají pomoci zmapovat aktuální stav nasazení MKP na školách. Ostatní položky jsou uzavřené a pro možnost snadného vyhodnocení dotazníku jsou voleny polytomické škály Likertova typu čtyřstupňové. Ty je možné v případě potřeby redukovat na dichotomické položky pro možnost sestavení kontingenčních tabulek s vyhovující očekávanou četností. Zařazena je i polytomická položka výčtová č. 5.

***Položky dotazníku podle cíle a obsahu***

1 Na uvedených školách není dostatečný počet zákyň a studentek pro testování hypotéz v závislosti na pohlaví. Obecně však může být položka užitečná.

2, 3 Kontaktní polo-uzavřené položky pro zmapování používaných CAD a MKP systémů na školách. Užitečné pro závěrečná doporučení týkající se nasazení MKP na SŠ.

4 Dichotomická položka zjišťuje praktickou zkušenost s MKP výpočty. Má význam pouze pro studenty na VŠ, na uvedené SŠ nemá význam.

5 Výčtová položka mapuje mínění a postoje studentů na MKP, plní funkci filtrační a kontrolní. Má přímět k zamyšlení a zformování myšlenek pro snadnější vyplnění závěrečných položek dotazníku.

6, 9, 10 Škálové položky zjišťující vhodnost zařazení výuky MKP na SŠ.

Nejdůležitější položky dotazníku ve vztahu k hlavnímu cíli výzkumu v rámci bakalářské práce. Většina hypotéz je založena na vyhodnocení těchto položek.

7, 8 Položky zjišťující formu zařazení MKP do výuky.

11 až 16 Škálové položky, které společně s položkou 5 mají pomoci určit co je na MKP nejdůležitější z hlediska motivace, použitelnosti a praktického uplatnění.

17 Položka je odlišná pro žáky SŠ a studenty VŠ. Podobně jako položky 1, 4 popř. upravené škálové položky slouží k vytvoření kontingenčních tabulek pro testy nezávislosti chí-kvadrát.

18 Otevřená položka, která má na základě metody falzifikace pomoci nalézt fakta hovořící proti zařazení MKP do výuky.

***Validita měření***

Obsahová – všechny položky souvisí se zařazením MKP do výuky.

Souběžná – budou porovnány názory a postoje na MKP žáků SŠ, studentů VŠ a učitelů.

Predikční – zkušenosti z praxe jsou promítnuty do položek dotazníku.

Konstruktová – je provedeno porovnání hodnocení MKP žáky, kteří chtějí, a kteří nechtějí dále studovat.

***Reliabilita měření***

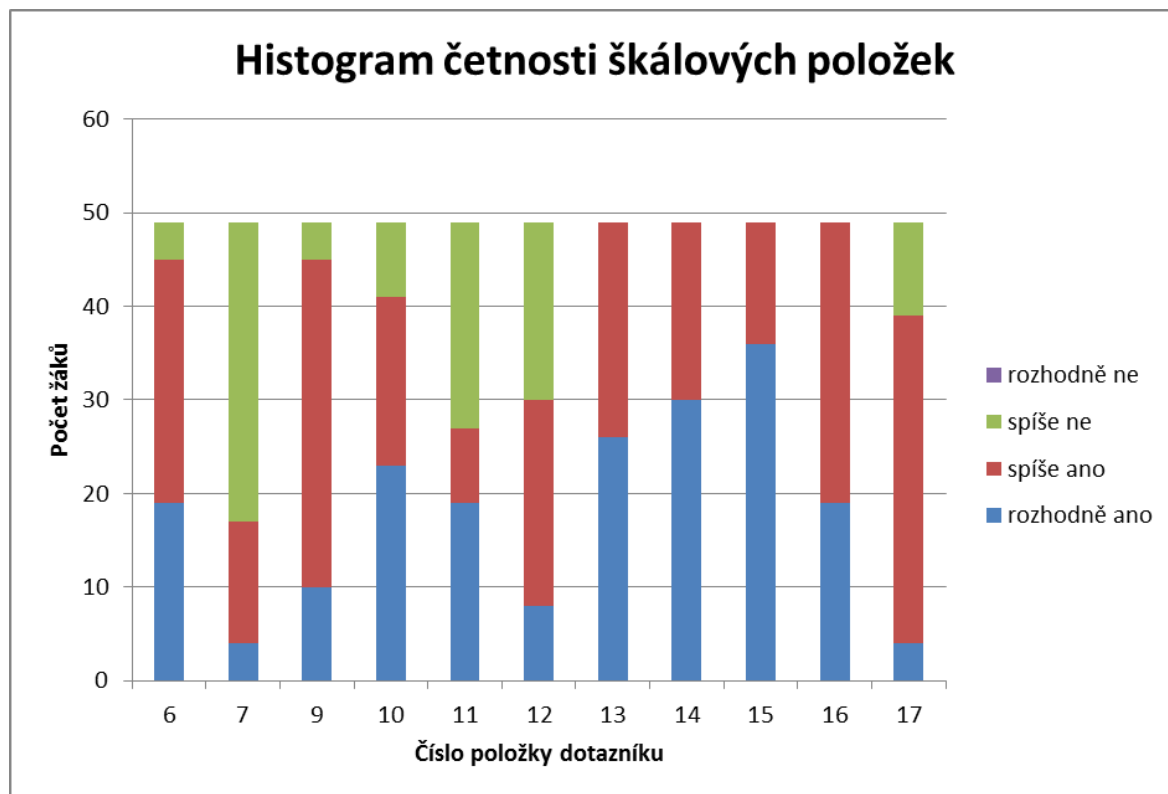
Je zajištěna obsahovou validitou, protože většina položek zkoumá vztah k MKP. Škálové položky 11-16 ověřují výběrové položky 5 s cílem zvýšení reliability výzkumu.

## **8 ZPRACOVÁNÍ A VYHODNOCENÍ ZÍSKANÝCH DAT, VČETNĚ JEJICH INTERPRETACE**

### **8.1 Výzkum na střední škole**

Pro vyhodnocení hypotéz je v programu Microsoft Excel nejprve zpracován histogram četností odpovědí jednotlivých položek dotazníku. Dotazníky pro střední a vysokou školu jsou uvedeny v přílohách P I, II. Položky dotazníku vyhodnocené v grafu 1 jsou tyto:

6. Výuka MKP na SŠ přispěje ke zvýšení zájmu o studium technických předmětů
7. MKP se má na SŠ vyučovat pouze jako nepovinný předmět
9. MKP je vhodné zařadit do výuky na SŠ
10. MKP přispěje k lepšímu pochopení učiva
11. MKP zbytečně komplikuje studium
12. MKP mě nutí více přemýšlet o řešení problému
13. Pomocí MKP získám věrohodnější výsledky než analytickým výpočtem
14. S MKP mohu řešit složitější příklady samostatně
15. S MKP mohu snadněji počítat více variant řešení
16. MKP mi pomůže se v praxi lépe uplatnit
17. Uvažujete o studiu na vysoké škole? (doktorandském studium pro studenty VŠ)



Graf 1. Histogram četnosti škálových položek dotazníku pro žáky SŠ

Položky 6 a 9 získaly 92% kladných odpovědí, položka 10 získala 84% kladných odpovědí. Hypotéza 1 je potvrzena, u více než 60% žáků vzbuzuje MKP zájem o studium technických předmětů. Položka 7 získala 35% kladných odpovědí, Hypotéza 2 je vyvrácena. Žáci naopak preferují zařazení MKP do výuky v rámci povinných předmětů. V položce 8 uvedlo 32 žáků, že by MKP zařadili do předmětu Počítačová podpora konstrukce. Do předmětu Kontrola a měření by MKP zařadilo 9 žáků a ostatní předměty volili 4 žáci. Tím je bez potřeby dalšího testování potvrzena hypotéza 3, žáci dávají přednost zařazení MKP do předmětu PPK více než do jiných předmětů.

Pro testování hypotézy 4 (žáci SŠ se zájmem o studium na VŠ hodnotí MKP stejně jako žáci, kteří nechtějí pokračovat ve studiu na VŠ) byly nejdříve sestaveny kontingenční tabulky a grafy u položek 6, 9, 10 (příloha P III).

Z výsledků statistického šetření vyplynulo, že žádný z žáků se k MKP nevyjádřil odpovědí d) rozhodně ne. Proto byl snížen počet stupňů volnosti a žáci rozděleni pouze do dvou kategorií ano a ne, abychom mohli testovat hypotézu. Z výsledků je zřejmé, že stačí hypotézu testovat pouze na položce 10 s největším počtem záporných odpovědí tab. 7.



Smyslem testu dobré shody chí-kvadrát je rozhodnout, zda zjištěné rozdíly mezi četnostmi výběrů jsou statisticky významné [16].

Tab. 7. Kontingenční tabulka – položky 10, 17

	Ano	Ne	
Chtějí studovat na VŠ	31	8	39
Nechtějí studovat na VŠ	10	0	10
	41	8	49

Pro testování věcné hypotézy 4 nejprve formulujeme statistické hypotézy. Nulová hypotéza  $H_0$  a alternativní hypotéza  $H_A$  jsou formulovány takto:

$H_0$ : žáci, kteří chtějí studovat na VŠ hodnotí MKP stejně jako žáci, kteří ve studiu pokračovat nechtějí.

$H_A$ : žáci, kteří chtějí studovat na VŠ hodnotí MKP hůře než žáci, kteří ve studiu pokračovat nechtějí.

Výpočet očekávaných četností pro jednotlivá pole kontingenční tabulky uvádí tab. 8.

Tab. 8. Tabulka očekávaných četností – položky 10, 17

	Ano	Ne	
Chtějí studovat na VŠ	32,633	6,367	39
Nechtějí studovat na VŠ	8,367	1,633	10
	41	8	49

Výpočet testového kritéria je proveden v tab. 9. Výsledná hodnota je ukazatelem rozdílu mezi pozorovanou a očekávanou četností [16].

Tab. 9. Výpočet testového kritéria chí-kvadrát

P	O	P-O	$(P-O)^2$	$(P-O)^2/O$
31	32,633	-1,633	2,666	0,082
8	6,367	1,633	2,666	0,419
10	8,367	1,633	2,666	0,319
0	1,633	-1,633	2,666	1,633
<b>49</b>	<b>49</b>			<b><math>\Sigma</math> 2,452</b>

Stanovení počtu stupňů volnosti

$$f = (r - 1) * (s - 1) = (2 - 1) * (2 - 1) = 1 \quad (43)$$

Vyhodnocení testového kritéria chí-kvadrát [16]

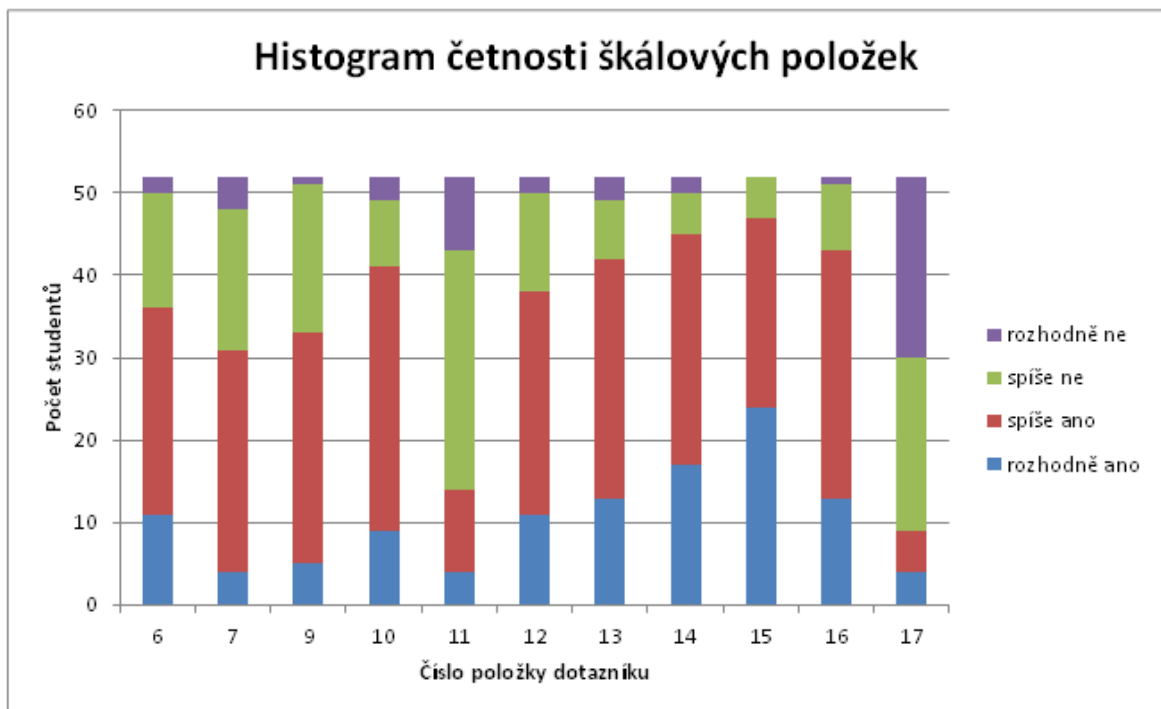
$$\chi^2 = 2.452 < \chi^2_{(0.05)} = 3.841 < \chi^2_{(0.01)} = 6.635 \quad (44)$$

Z výsledků testu nezávislosti tab. 9. vyplývá, že přijímáme nulovou hypotézu pro testování výsledků položky č. 10. Obdobně byly testovány i položky 6 a 9 (příloha P III). U těchto položek byla přijata nulová hypotéza s ještě větší spolehlivostí. Tím je potvrzena věcná hypotéza 4 – v hodnocení MKP není rozdíl mezi studenty, kteří chtějí a kteří nechtějí dále studovat.

V kontingenční tabulce nebyl dodržen požadavek, že očekávaná četnost nemá být menší než 5 a pokud je menší, nemělo by tomu být u více než 20% všech očekávaných četností. Testové kritérium chí-kvadrát bychom tedy pro uvedená data neměli použít. Jiná data však nejsou z průzkumu na střední škole k dispozici, proto byl test chí-kvadrát použitý i na výsledky dotazníkového šetření na vysoké škole (příloha P V), kde jsou již požadovaná kritéria splněna.

## 8.2 Výzkum na vysoké škole

Položky v dotazníku pro studenty vysoké školy jsou stejné jako pro žáky střední školy a histogram četností jednotlivých odpovědí graf 2 je vyhodnocen stejným způsobem.



Graf 2. Histogram četnosti škálových položek dotazníku pro studenty VŠ

Položka 6 získala 69% kladných odpovědí, položka 9 získala 63% kladných odpovědí, položka 10 získala 79% kladných odpovědí. Hypotéza 1 je potvrzena, u více než 60% studentů vzbuzuje MKP zájem o studium technických předmětů. Položka 7 získala 60% kladných odpovědí, hypotéza 2 je vyvrácena. Na rozdíl od výzkumu na střední škole však nelze říci, že by studenti preferovali zařazení MKP do výuky povinně. V položce 8 uvedlo 11 žáků, že by MKP zařadili do předmětu Mechanika. Pro předmět PPK bylo sice jen 5 studentů, ale předměty Projekty a CAD lze rovněž zahrnout do předmětu PPK. Jak lze podrobněji vyčíst z Přílohy P VI, pro zařazení MKP do kategorie PPK se vyslovilo 16 studentů. Tím je bez potřeby dalšího testování potvrzena hypotéza 3, studenti dávají přednost zařazení MKP do předmětu PPK více než do jiných předmětů.

Postup testování hypotézy 4. je podrobně popsán v kapitole 8.1 a výsledky jsou zpracovány v MS Excel (příloha P IV, V). Z výsledků je patrné, že hypotéza 4 byla potvrzena i průzkumem na vysoké škole – v hodnocení MKP není rozdíl mezi studenty, kteří chtějí a kteří nechtějí dále studovat.

V Přílohách P VI, VII jsou podrobně vyhodnoceny výsledky položek 5 a 8, které mapují postoj žáků střední školy a studentů vysoké školy k MKP. Mezi oběma skupinami je patrný rozdíl v hodnocení, který lze vysledovat i porovnáním grafů 1 a 2. Zatímco žáci střední školy, kterým byla metoda krátce představena, projevují nadšení a chtějí mít možnost s těmito nástroji pracovat, studenti vysoké školy jsou zdrženlivější. Je to dáno tím, že studenti již měli možnost si MKP na vysoké škole prakticky vyzkoušet a zjistili, že provádění těchto výpočtů je náročná disciplína vyžadující široké znalosti, což mnohé z nich odrazuje a jejich postoj je konzervativnější. Obě skupiny však většinou hodnotí MKP kladně a z výsledků výzkumu jasně vyplývá, že chtějí mít možnost tyto nástroje používat.

Hypotézy 5, 6, 7 již nejsou podrobněji testovány. Důvodů je několik: malý počet respondentů, vyhodnocení hypotéz není určující pro rozhodnutí o zařazení MKP do výuky, vyhodnocení komplexních výsledků je jasně patrné z názorných grafů přílohy P VIII, IX. Vyplývá z nich, že hypotézy 5, 6, 7 jsou potvrzeny.

Pro celkové dokreslení výsledků výzkumu jsou užitečné kontingenční tabulky a grafy v přílohách P X, XI, XII, XIII. Ty byly vytvořeny pomocí nástrojů MS Excel z komplexních tabulek (přílohy P XIV, XV), které byly získány ručním zpracováním jednotlivých dotazníků. Z těchto komplexních tabulek je možné vyhodnotit další informace v závislosti na formulaci nových hypotéz v případě pokračování výzkumu.

## 9 PREZENTACE VÝSLEDKŮ VÝZKUMU, JEJICH SHRNUTÍ A DOPORUČENÍ PRO PRAXI

### 9.1 Závěr výzkumů na střední a vysoké škole

Na střední škole se dotazníkového šetření zúčastnilo 49 a na vysoké škole 52 respondentů. Bylo zjištěno, že:

1. Zařazení MKP do výuky vzbuzuje zájem o studium technických předmětů.
2. MKP je vhodné zařadit do výuky v rámci povinného vyučovacího předmětu.
3. Předmět PPK (počítačová podpora konstrukce) je nejvhodnější pro výuku MKP.
4. MKP hodnotí stejně respondenti, kteří chtějí i kteří nechtějí dále studovat.
5. MKP hodnotí stejně středoškoláci i vysokoškoláci.
6. Názory studentů různých ročníků a učitelů se výrazně neliší.
7. MKP přispěje k lepšímu pochopení učiva, k lepšímu uplatnění v praxi, nutí žáky více přemýšlet o řešení problému, výsledky jsou věrohodnější než při použití analytických výpočtů, žáci mohou složitější příklady řešit samostatně a snadněji počítat více variant řešení.

### 9.2 Doporučení pro odborný výzkum

Mezi středními školami předpokládám z hlediska používání MKP rozdíly. Zatímco v některých středních školách se již MKP vyučuje, ve většině škol žáci podobně jako ve Zlíně netuší, že MKP existuje.

Proto doporučuji pro další výzkum provést srovnání žáků různých středních škol a vyhodnotit rozdíly mezi žáky, kteří MKP používají a kteří nikoliv. Pro tento účel je vhodné sestavení kvalifikovaného didaktického testu, který objektivně prověří znalosti žáků.

Je možné použít experimentální plán 3 (testujeme 10 škol – 5 škol používá MKP, 5 škol nepoužívá MKP). Riziko výzkumu spočívá v předpokladu, že školy budou stejné. Úroveň škol je však v ČR značně odlišná. Školy, které dnes již MKP používají, mohou mít lepší žáky nejen díky aplikaci MKP do výuky. Snadno bychom tak mohli získat klamný výsledek, že aplikace MKP ve výuce funguje pozitivně. Proto pro získání kvalitnějších výsledků doporučuji použít techniku rotace faktorů. V praxi by se realizovala vyučováním MKP jen v některých třídách školy, která s MKP začíná [16].

Z uvedeného je zřejmé, že by se jednalo o dlouhodobý experiment na vybraných školách vyžadující zajištění celé řady podmínek – kvalifikované učitele, technické vybavení, zpracovanou metodiku testování žáků apod. Takový experiment svým rozsahem značně přesahuje rámec bakalářské práce, která však může přispět k jeho budoucí realizaci.

### **9.3 Doporučení pro praxi**

Z přílohy P XIII dotazníkového šetření je vidět, jak se stoupajícím stupněm vzdělání roste zkušenost s používáním MKP. Před dvaceti lety by zkušenost s MKP potvrdili jen studenti 4. a 5. ročníku vybraných vysokých škol. Dnes i studenti prvního ročníku MKP používají a oprávněně lze předpokládat, že i žáci středních škol budou tyto nástroje při studiu více využívat. Při zavádění numerických výpočtových metod do výuky doporučují využít zkušeností středních škol, které již první kroky v tomto směru učinily, viz [9, 10, 11]. Zájem ze strany žáků jsem zaznamenal při své pedagogické praxi a je potvrzen provedeným výzkumem. Praktická část této práce může být další inspirací pro učitele a žáky, jak využít dnešních výpočtových nástrojů pro zvýšení kvality vzdělávání na středních školách.

## ZÁVĚR

Cílem bylo v učebním plánu střední školy nalézt možné oblasti pro aplikaci moderních výpočtových metod do výuky strojírenských předmětů. Motivací pro jejich zavedení do výuky je rozvoj klíčových kompetencí žáků, které jsou kategorizovány v teoretické části práce a přiblížení obsahu vyučování současné technické praxi. V teoretické části jsou stručně uvedeny učební osnovy. Na jejich základě byly vybrány vzorové tematické celky učiva předmětu Stavba a provoz strojů, které lze vhodně rozšířit o nové výpočtové metody, za jejichž vrchol považuji metodu konečných prvků.

Širší uplatnění a používání MKP souvisí s prudkým rozvojem výpočetního výkonu dnešních počítačů a proto není metoda ještě všeobecně známá, ačkoli je úspěšně v technické praxi po desetiletí využívána. V samostatné kapitole je tedy představena a zhodnocena včetně doporučení pro její nasazení na střední školy, která vyplývají zejména z mé dlouholeté praxe s jejím používáním.

Praktická část obsahuje přípravu na výuku vzorových tematických celků, která je doplněna řešenými příklady na různých úrovních. Žáci mohou řešit jednotlivé úlohy jednoduchým ručním výpočtem, s využitím analytických výpočtových softwarů nebo v závislosti na podmínkách školy použít numerickou MKP.

Cílem je seznámit žáky s existencí MKP a nabídnout jim tak atraktivní alternativu k řešení školních příkladů. Nejde však o nahrazení někdy nezáživného ručního počítání, ale o jeho doplnění, kontrolu, vizualizaci a přiblížení úrovně výpočtů profesionální praxi.

V této práci byly počátečním výzkumem vyhodnoceny hypotézy o zařazení MKP na střední školy (kap. 9. 1). Je žádoucí numerické výpočtové metody akceptovat a v praktické části nabízím jeden z možných způsobů jejich zavádění do vyučování na střední školy. Provedení seriózního výzkumu o přínosu zařazení MKP do výuky je dlouhodobý úkol vyžadující porovnání stávajícího a nového přístupu k vyučování na několika vzájemně porovnatelných školách, jak podrobněji doporučuji v kap. 9.2.

MKP je výpočtový nástroj, který je předurčen k používání specializovaným odborníkům mnoha profesí. Cílem tedy není jeho plošné zavedení do výuky. Jde především o seznámení s tímto nástrojem a o vytvoření individuální nabídky pro žáky v rámci běžné, projektové nebo integrované výuky. Osobně jsem přesvědčen, že výuka metody přispěje k rozvoji schopností žáků, zvýšení jejich samostatnosti při řešení problémů a lepšímu uplatnění na

trhu práce. Věřím, že příklady zde prezentované mohou být vhodným počátečním impulsem pro zavádění uvedených výpočtových prostředků a metod do moderní výuky na středních školách.

**SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY**

1. **HRMO, Roman et al.** *Didaktika technických predmetov*. Bratislava : Slovenská technická univerzita, 2005. str. 137. ISBN 8022721913.
2. **SPŠ Zlín.** *Střední průmyslová škola Zlín*. [Online] ©2012. [Citace: 10. 10 2012.] Dostupné z: <http://www.spszl.cz/>.
3. **KROPÁČ, Jiří et al.** *Didaktika technických předmětů: vybrané kapitoly*. Olomouc : Univerzita Palackého, 2004. str. 223. ISBN 8024408481.
4. **PETRUŠKA, Jindřich.** *Počítačové metody mechaniky II : Metoda konečných prvků*. Brno : Studijní opory [online], 2003. Dostupné z: <http://www.umt.fme.vutbr.cz>.
5. **KRATOCHVÍL, Ctirad a Emanuel ONDRÁČEK.** *Mechanika těles: Počítače a MKP*. Brno : VUT, 1987. str. 83.
6. **KOLÁŘ, V., I. NĚMEC a V. KANICKÝ.** *FEM principy a praxe metody konečných prvků*. : Computer Press, 2001. ISBN: 8072260219.
7. **DESIGNTECH.** *Designtech.cz*. [Online] ©2012. [Citace: 9. 10 2012.] Dostupné z: <http://www.designtech.cz/c/fem/>.
8. **VIC ČVUT.** *Výpočetní a informační centrum ČVUT*. [Online] [Citace: 10. 10 2012.] Dostupné z: <http://www.civ.cvut.cz>.
9. **ŠRÁMEK, Tomáš.** *Finite Element Method (FEM)*. Příručka pro výuku. Ždár nad Sázavou : VOŠ a SPŠ. Dostupné z: <http://www.spszr.cz/projekty/plm/fem2012.pdf>.
10. **FINK, Milan a Ladislav ŘEZNÍČEK.** *FEM/MKP - Základy použití metody konečných prvků pro technické výpočty v programu Autodesk Inventor Professional*. Trutnov : Střední průmyslová škola, 2006. Dostupné z: <http://www.spstrutnov.cz/o-skole/projekty/technicke-vypocty/skripta-fem-mkp.pdf>.
11. **VOŠ a SŠ Varnsdorf.** *Vyšší odborná škola a Střední škola Varnsdorf*. [Online] ©2012. [Citace: 11. 10 2012.] Dostupné z: <http://www.vosvdf.cz/cmsb/>.
12. **AERO.** *Aero Vodochody*. [Online] ©2012. [Citace: 5. 10 2012.] Dostupné z: <http://www.aero.cz/cs/analysis.html>.
13. **VZLÚ.** *Výzkumný a zkušební letecký ústav*. [Online] ©2012. [Citace: 1. 10 2012.] Dostupné z: <http://www.vzlu.cz/>.



14. **SIEMENS.** *Siemens.* [Online] ©2012. [Citace: 5. 10 2012.] Dostupné z: [http://www.plm.automation.siemens.com/cz\\_cz/](http://www.plm.automation.siemens.com/cz_cz/).
15. **AUTOMA.** *Automa, časopis pro automatizační techniku.* [Online] ©2012. [Citace: 5. 10 2012.] Dostupné z: <http://www.odbornecasopisy.cz>.
16. **CHRÁSKA, Miroslav.** *Úvod do výzkumu v pedagogice.* Olomouc : Univerzita Palackého v Olomouci, 2003. ISBN 80-244-0765-5.
17. **ZELENÝ, Jiří.** *Stavba strojů – strojní součásti.* Brno : Computer Press, 2007.
18. **VÁVRA, Pavel et al.** *Strojnické tabulky.* Praha : SNTL, 1983.
19. **KŘÍŽ, Rudolf et al.** *Stavba a provoz strojů I: části strojů.* Praha : SNTL-Nakladatelství technické literatury, 1977.
20. **COTETIU, Radu et al.** *New Trends in Mechanical Design and Technologies.* Cluj Napoca : Risoprint, 2005. ISBN 973-751-084-4.
21. **MUSIL, Jiří V.** *Pedagogicko psychologické kompetence učitele 1.* Olomouc : Psychologická a výchovná poradna v Olomouci a Cyrilometodějská teologická fakulta UP Olomouc, 2001. ISBN 80-238-8932-X.
22. **NEZVALOVÁ, Danuše.** Konstruktivismus a jeho aplikace v integrovaném pojetí přírodovědného vzdělávání. Úvodní studie k projektu GAČR 406/05/0188. [Online] Univerzita Palackého v Olomouci Přírodovědná fakulta, 31. 12 2006. [Citace: 1. 4 2013.] Dostupné z: [http://www.science.upol.cz/uvodni\\_studie.pdf](http://www.science.upol.cz/uvodni_studie.pdf). ISBN 80-244-1258-6.
23. **SKALKOVÁ, Jarmila.** *Obecná didaktika.* Praha : Grada Publishing, 2007. ISBN 978-80-247-1821-7.
24. **KAŠPÁRKOVÁ, Svatava.** *Pedagogická diagnostika třídy a žáka.* Zlín : Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně , 2008. ISBN 978-80-7318-790-3.
25. **LUKOVICS, Imrich.** *Konstrukční materiály a technologie.* Brno : VUT, 1992. ISBN 80-214-0399-3.
26. **LUKOVICS, Imrich a Petr SMRČKA.** *Výpočet napjatosti hřídele při různých úrovních matematického modelu In: Strojárske technológie - Výrobná technika '99.* Súľov : Žilinská univerzita, 1999. s. 224 - 228. ISBN 80-7100-652-1.
27. **LUKOVICS, I., L. SÝKOROVÁ a F. VOLEK.** *Části a mechanismy strojů.* Brno : VUT v Brně, Technologická fakulta ve Zlíně, 2000. ISBN 80-214-1566-5.

**SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK**

AUM	Automatizace.
CAD	Computer Aided Design.
CAE	Computer Aided Engineering.
CAM	Computer Aided Manufacturing.
CAQ	Computer Aided Quality.
ELE	Elektrotechnika.
Et al.	Et alii.
FEM	Finite element method.
ISBN	International Standard Book Number.
KOM	Kontrola a měření.
MEC	Mechanika.
MKP	Metoda konečných prvků.
PPK	Počítačová podpora konstrukce.
PRA	Praxe.
RVP	Rámcový vzdělávací program.
SPS	Stavba a provoz strojů.
STT	Strojírenská technologie.
ŠVP	Školní vzdělávací program.
TED	Technická dokumentace.

**SEZNAM OBRÁZKŮ**

Obr. 1. Silově deformační charakteristiky .....	36
Obr. 2. Silový diagram šroubovitě pružiny tlačné .....	37
Obr. 3. Výpočet šroubovitě pružiny pomocí MKP – rozložení hlavního napětí .....	42
Obr. 4. Způsoby provedení konců pružiny .....	43
Obr. 5. Šroubovitě pružiny kuželové tlačné .....	43
Obr. 6. Šroubovitě pružiny válcové tažné.....	44
Obr. 7. Zkrutné pružiny .....	44
Obr. 8. Provedení listových pružin .....	45
Obr. 9. Listové pružiny konstantního profilu .....	46
Obr. 10. Zatížení a uchycení výpočtového modelu v MKP softwaru.....	48
Obr. 11. Síť konečných prvků v MKP softwaru .....	48
Obr. 12. Výpočet výsledného napětí v MKP softwaru .....	49
Obr. 13. Výpočet průhybu v MKP softwaru.....	49
Obr. 14. Listové pružiny parabolického profilu .....	50
Obr. 15. Listové pružiny svazkové .....	50
Obr. 16. Torzní tyč.....	51
Obr. 17. Spoje s tvarovým stykem.....	54
Obr. 18. Drážkové spoje .....	55
Obr. 19. Spoje se silovým stykem .....	55
Obr. 20. Tlakové spoje.....	56
Obr. 21. Radiální čepy .....	57
Obr. 22. Axiální čepy.....	57
Obr. 23. Nosné a hybné hřídele .....	58
Obr. 24. Příklad uložení hřídele v ložiskové skříni .....	58
Obr. 25. Zatížení a uchycení výpočtového modelu v MKP softwaru.....	63
Obr. 26. Síť konečných prvků v MKP softwaru .....	63
Obr. 27. Výpočet deformace v MKP softwaru .....	63
Obr. 28. Výpočet výsledného napětí v MKP softwaru .....	64

**SEZNAM TABULEK**

Tab. 1. Výpočet šroubovitě pružiny v programu Excel .....	40
Tab. 2. Výpočet šroubovitě pružiny v programu MitCalc .....	41
Tab. 3. Výpočet listové pružiny v programu Excel .....	47
Tab. 4. Výpočet listové pružiny v programu MitCalc .....	47
Tab. 5. Výpočet nosného hřídele v programu Excel.....	61
Tab. 6. Výpočet nosného hřídele v programu MitCalc.....	61
Tab. 7. Kontingenční tabulka – položky 10, 17 .....	73
Tab. 8. Tabulka očekávaných četností – položky 10, 17.....	73
Tab. 9. Výpočet testového kritéria chí-kvadrát.....	73

**SEZNAM GRAFŮ**

Graf 1. Histogram četnosti škálových položek dotazníku pro žáky SŠ.....	72
Graf 2. Histogram četnosti škálových položek dotazníku pro studenty VŠ .....	74

**SEZNAM PŘÍLOH**

- P I      Dotazník pro žáky střední školy
- P II      Dotazník pro studenty vysoké školy
- P III     Dotazníkové šetření na SŠ – položky 6, 9, 10
- P IV     Dotazníkové šetření na VŠ – položky 6, 9, 10
- P V      Dotazníkové šetření na VŠ – test chí-kvadrát
- P VI     Dotazníkové šetření na SŠ – položky 5, 8
- P VII    Dotazníkové šetření na VŠ – položky 5, 8
- P VIII   Komplexní vyhodnocení na SŠ a VŠ – položky 6, 9
- P IX     Komplexní vyhodnocení na SŠ a VŠ – položky 10, 16
- P X      Komplexní vyhodnocení na SŠ a VŠ – položky 7, 11
- P XI     Komplexní vyhodnocení na SŠ a VŠ – položky 12, 13
- P XII    Komplexní vyhodnocení na SŠ a VŠ – položky 14, 15
- P XIII   Komplexní vyhodnocení na SŠ a VŠ – položka 4
- P XIV    Část tabulky výsledků výzkumu na SŠ
- P XV    Část komplexní tabulky výsledků výzkumu na SŠ a VŠ

# PŘÍLOHA P I: DOTAZNÍK PRO ŽÁKY STŘEDNÍ ŠKOLY

## Dotazník pro žáky SŠ o zařazení MKP do výuky odborných předmětů na SŠ

SŠ – střední škola

VŠ – vysoká škola

Vybrané odpovědi prosím zakroužkujte

### 1. Vyberte prosím Vaše pohlaví, zařazení a ročník studia

- a) muž                      b) žena  
a) žák                      b) učitel  
a) 1. roč.                  b) 2. roč.                  c) 3. roč.                  d) 4. roč.

### 2. Jaký CAD a MKP systém používáte?

- Autodesk Inventor                      a) ano                      b) ne  
EdgeCAM                                  a) ano                      b) ne  
Pro/Engineer                              a) ano                      b) ne  
jiný (uveďte prosím název)

.....

### 3. Kde jste se poprvé setkal(a) s pojmem MKP? (metoda konečných prvků)

- a) na SŠ  
b) na VŠ  
c) v literatuře (knihy, časopisy)  
d) jinde (uveďte prosím kde)

.....

### 4. Pomocí MKP jsem již provedl(a) výpočet?

- a) ano                      b) ne

Pokud ano, uveďte příklady úloh, software apod.

.....

### 5. Jaký je Váš názor na MKP? (vyberte všechny pravdivé odpovědi)

- a) nezajímá mě  
b) chci si prakticky vyzkoušet  
c) nechci se to učit na SŠ  
d) chci používat pro kontrolu svých výpočtů  
e) je to nesrozumitelné a složité  
f) chci nahradit počítání podle vzorečků  
g) chci mít možnost používat MKP software  
h) chci používat pro lepší porozumění výpočtům  
i) budu mít v učivu ještě větší zmatek  
j) mohlo by se mi to hodit  
k) chci zařadit do výuky

**6. Výuka MKP na SŠ přispěje ke zvýšení zájmu o studium technických předmětů**

- a) rozhodně ano      b) spíše ano      c) spíše ne      d) rozhodně ne

**7. MKP se má na SŠ vyučovat pouze jako nepovinný předmět**

- a) rozhodně ano      b) spíše ano      c) spíše ne      d) rozhodně ne

**8. Uveďte, kde byste na SŠ aplikoval(a) MKP (vyučovací předměty, projekty apod.)**

.....

**9. MKP je vhodné zařadit do výuky na SŠ**

- a) rozhodně ano      b) spíše ano      c) spíše ne      d) rozhodně ne

**10. MKP přispěje k lepšímu pochopení učiva**

- a) rozhodně ano      b) spíše ano      c) spíše ne      d) rozhodně ne

**11. MKP zbytečně komplikuje studium**

- a) rozhodně ano      b) spíše ano      c) spíše ne      d) rozhodně ne

**12. MKP mě nutí více přemýšlet o řešení problému**

- a) rozhodně ano      b) spíše ano      c) spíše ne      d) rozhodně ne

**13. Pomocí MKP získám věrohodnější výsledky než analytickým výpočtem**

- a) rozhodně ano      b) spíše ano      c) spíše ne      d) rozhodně ne

**14. S MKP mohu řešit složitější příklady samostatně**

- a) rozhodně ano      b) spíše ano      c) spíše ne      d) rozhodně ne

**15. S MKP mohu snadněji počítat více variant řešení**

- a) rozhodně ano      b) spíše ano      c) spíše ne      d) rozhodně ne

**16. MKP mi pomůže se v praxi lépe uplatnit**

- a) rozhodně ano      b) spíše ano      c) spíše ne      d) rozhodně ne

**17. Uvažujete o studiu na VŠ?**

- a) rozhodně ano      b) spíše ano      c) spíše ne      d) rozhodně ne

**18. Uveďte hlavní důvody proti zařazení MKP do výuky**

.....

Děkuji za vyplnění dotazníku



# PŘÍLOHA P II: DOTAZNÍK PRO STUDENTY VYSOKÉ ŠKOLY

## Dotazník pro studenty VŠ o zařazení MKP do výuky odborných předmětů na SŠ

SŠ – střední škola      MKP (FEM) – metoda konečných prvků

VŠ – vysoká škola

Vybrané odpovědi prosím zakroužkujte

### 1. Vyberte prosím Vaše pohlaví, zařazení a ročník studia

- a) muž                      b) žena  
a) student                b) učitel  
a) 1. roč.                b) 2. roč.                c) 3. roč.                d) 4. roč.                e) 5. roč.

### 2. Jaký CAD a MKP systém používáte?

- a) Autodesk Inventor                      i) Autodesk Simulation  
b) Catia    j) Ansys, Workbench  
c) NX    k) Abaqus  
d) Pro/Engineer                                l) Pro/Mechanica  
e) MSC Patran                                    m) MSC Nastran  
f) Solid Edge                                    n) Femap  
g) SolidWorks                                    o) Femlab  
h) EdgeCAM                                      p) Marc

jiný (uvedte prosím název)

.....

### 3. Kde jste se poprvé setkal(a) s pojmem MKP?

- a) na SŠ  
b) na VŠ  
c) v literatuře (knihy, časopisy)  
d) jinde (uvedte prosím kde)
- .....

### 4. Pomocí MKP jsem již provedl(a) výpočet?

- a) ano                      b) ne

Pokud ano, uveďte příklady úloh, software apod.

.....

### 5. Jaký je Váš názor na MKP? (vyberte všechny pravdivé odpovědi)

- a) nezajímá mě  
b) chci si prakticky vyzkoušet  
c) nechci se to učit na SŠ  
d) chci používat pro kontrolu svých výpočtů  
e) je to nesrozumitelné a složité  
f) chci nahradit počítání podle vzorečků  
g) chci mít možnost používat MKP software

- h) chci používat pro lepší porozumění výpočtům
- i) budu mít v učivu ještě větší zmatek
- j) mohlo by se mi to hodit
- k) chci zařadit do výuky

**6. Výuka MKP na SŠ přispěje ke zvýšení zájmu o studium technických předmětů**

- a) rozhodně ano      b) spíše ano      c) spíše ne      d) rozhodně ne

**7. MKP se má na SŠ vyučovat pouze jako nepovinný předmět**

- a) rozhodně ano      b) spíše ano      c) spíše ne      d) rozhodně ne

**8. Uved'te, kde byste na SŠ aplikoval(a) MKP (vyučovací předměty, projekty apod.)**

.....

**9. MKP je vhodné zařadit do výuky na SŠ**

- a) rozhodně ano      b) spíše ano      c) spíše ne      d) rozhodně ne

**10. MKP přispěje k lepšímu pochopení učiva**

- a) rozhodně ano      b) spíše ano      c) spíše ne      d) rozhodně ne

**11. MKP zbytečně komplikuje studium**

- a) rozhodně ano      b) spíše ano      c) spíše ne      d) rozhodně ne

**12. MKP mě nutí více přemýšlet o řešení problému**

- a) rozhodně ano      b) spíše ano      c) spíše ne      d) rozhodně ne

**13. Pomocí MKP získám věrohodnější výsledky než analytickým výpočtem**

- a) rozhodně ano      b) spíše ano      c) spíše ne      d) rozhodně ne

**14. S MKP mohu řešit složitější příklady samostatně**

- a) rozhodně ano      b) spíše ano      c) spíše ne      d) rozhodně ne

**15. S MKP mohu snadněji počítat více variant řešení**

- a) rozhodně ano      b) spíše ano      c) spíše ne      d) rozhodně ne

**16. MKP mi pomůže se v praxi lépe uplatnit**

- a) rozhodně ano      b) spíše ano      c) spíše ne      d) rozhodně ne

**17. Uvažujete o doktorandském studiu po VŠ?**

- a) rozhodně ano      b) spíše ano      c) spíše ne      d) rozhodně ne

**18. Uved'te hlavní důvody proti zařazení MKP do výuky**

.....

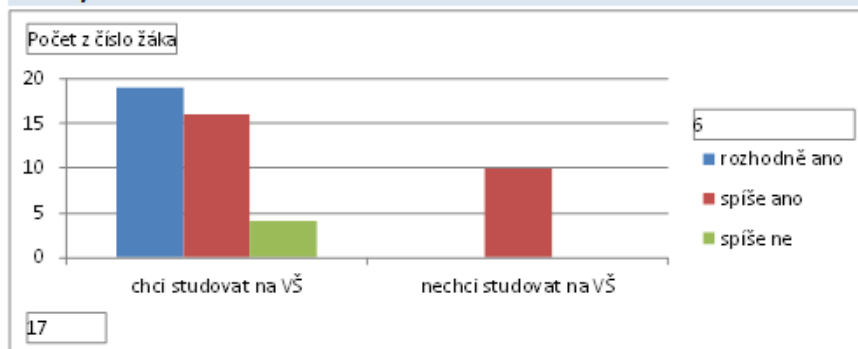
Děkuji za vyplnění dotazníku

## PŘÍLOHA P III:

### DOTAZNÍKOVÉ ŠETŘENÍ NA SŠ – POLOŽKY 6, 9, 10

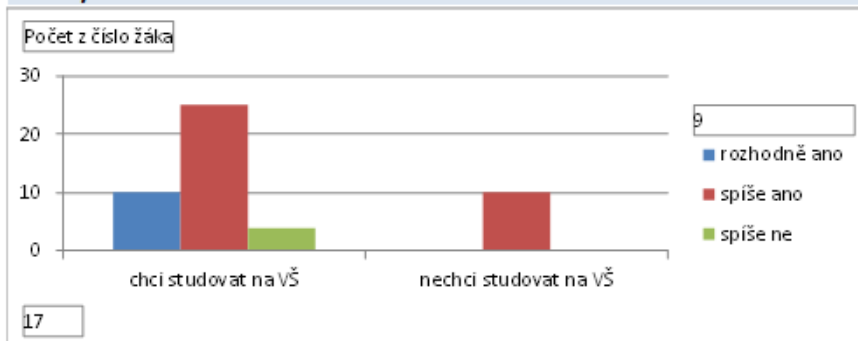
#### 6. Výuka MKP na SŠ přispěje ke zvýšení zájmu o studium technických předmětů

Počet z číslo žáka	Popisky sloupců			Celkový součet
Popisky řádků	rozhodně ano	spíše ano	spíše ne	
chci studovat na VŠ	19	16	4	39
nechci studovat na VŠ		10		10
<b>Celkový součet</b>	<b>19</b>	<b>26</b>	<b>4</b>	<b>49</b>



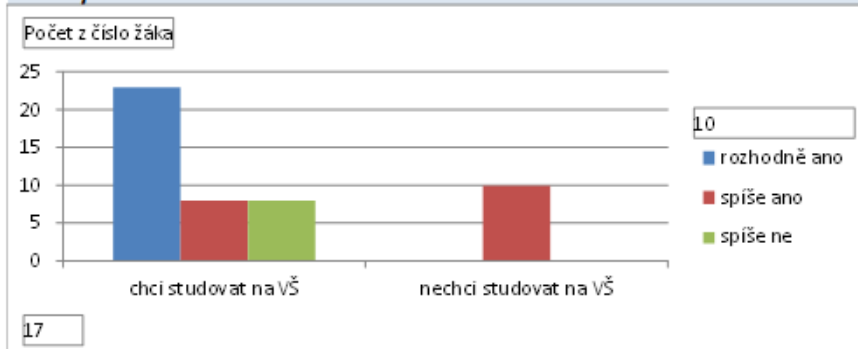
#### 9. MKP je vhodné zařadit do výuky na SŠ

Počet z číslo žáka	Popisky sloupců			Celkový součet
Popisky řádků	rozhodně ano	spíše ano	spíše ne	
chci studovat na VŠ	10	25	4	39
nechci studovat na VŠ		10		10
<b>Celkový součet</b>	<b>10</b>	<b>35</b>	<b>4</b>	<b>49</b>



#### 10. MKP přispěje k lepšímu pochopení učiva

Počet z číslo žáka	Popisky sloupců			Celkový součet
Popisky řádků	rozhodně ano	spíše ano	spíše ne	
chci studovat na VŠ	23	8	8	39
nechci studovat na VŠ		10		10
<b>Celkový součet</b>	<b>23</b>	<b>18</b>	<b>8</b>	<b>49</b>

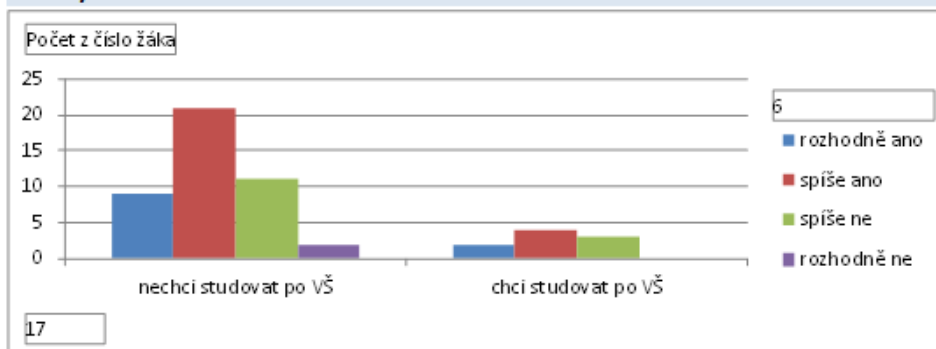


## PŘÍLOHA P IV:

### DOTAZNÍKOVÉ ŠETŘENÍ NA VŠ – POLOŽKY 6, 9, 10

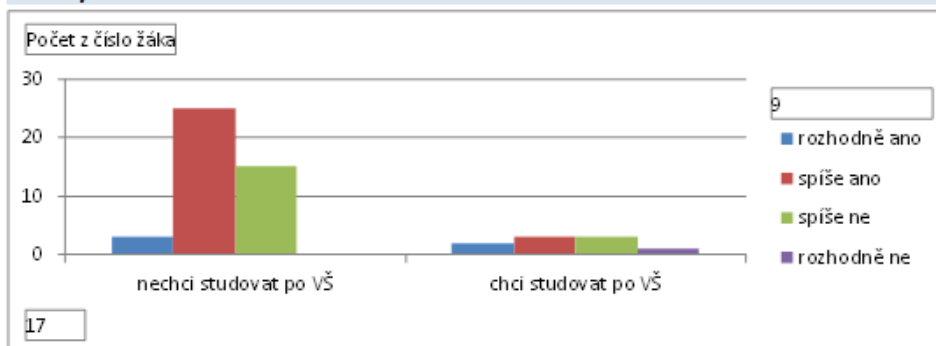
#### 6. Výuka MKP na SŠ přispěje ke zvýšení zájmu o studium technických předmětů

Počet z číslo žáka Popisky řádků	Popisky sloupců				Celkový součet
	rozhodně ano	spíše ano	spíše ne	rozhodně ne	
nechci studovat po VŠ	9	21	11	2	43
chci studovat po VŠ	2	4	3		9
<b>Celkový součet</b>	<b>11</b>	<b>25</b>	<b>14</b>	<b>2</b>	<b>52</b>



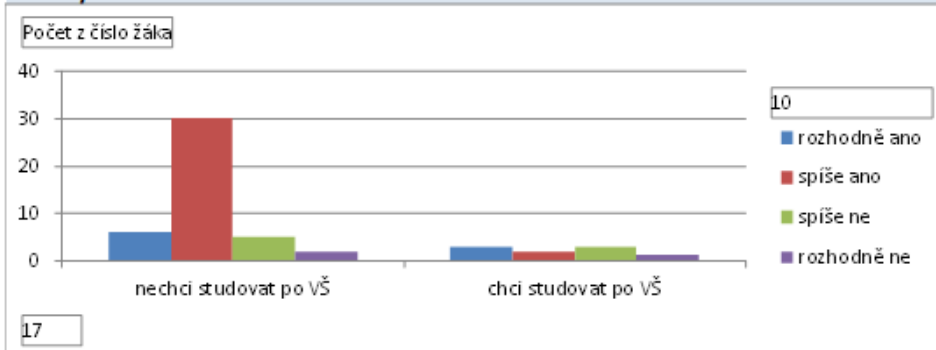
#### 9. MKP je vhodné zařadit do výuky na SŠ

Počet z číslo žáka Popisky řádků	Popisky sloupců				Celkový součet
	rozhodně ano	spíše ano	spíše ne	rozhodně ne	
nechci studovat po VŠ	3	25	15		43
chci studovat po VŠ	2	3	3	1	9
<b>Celkový součet</b>	<b>5</b>	<b>28</b>	<b>18</b>	<b>1</b>	<b>52</b>



#### 10. MKP přispěje k lepšímu pochopení učiva

Počet z číslo žáka Popisky řádků	Popisky sloupců				Celkový součet
	rozhodně ano	spíše ano	spíše ne	rozhodně ne	
nechci studovat po VŠ	6	30	5	2	43
chci studovat po VŠ	3	2	3	1	9
<b>Celkový součet</b>	<b>9</b>	<b>32</b>	<b>8</b>	<b>3</b>	<b>52</b>



## PŘÍLOHA P V:

### DOTAZNÍKOVÉ ŠETŘENÍ NA VŠ – TEST CHÍ-KVADRÁT

#### Test nezávislosti Chí-kvadrát

věcná hypotéza

Studenti VŠ se zájmem o studium po VŠ (doktorantské studium) hodnotí MKP stejně jako studenti, kteří nechtějí pokračovat ve studiu.

#### Rozbor výsledků kontingenčních tabulek

Hypotéza je postupně testována na všech uvedených kontingenčních tabulkách a výsledky shrnuty v poslední tabulce

#### Upravená kontingenční tabulka

10. MKP přispěje k lepšímu pochopení učiva

	ano	ne	
chtějí studovat po VŠ	5	4	9
nechtějí studovat po VŠ	36	7	43
	41	11	52

#### Statistické hypotézy

H0: studenti, kteří chtějí studovat po VŠ hodnotí MKP stejně jako studenti, kteří ve studiu pokračovat nechtějí

HA: studentii, kteří chtějí studovat po VŠ hodnotí MKP hůře než studenti, kteří ve studiu pokračovat nechtějí

#### Výpočet očekávaných četností pro jednotlivá pole kontingenční tabulky

	ano	ne	
chtějí studovat po VŠ	7,096	1,904	9
nechtějí studovat po VŠ	33,904	9,096	43
	41	11	52

#### Výpočet testového kritéria chí-kvadrát pro kontingenční tabulku

	P	O	P - O	(P - O) <sup>2</sup>	(P - O) <sup>2</sup> O
5	7,096	-2,096	4,394	0,619	
4	1,904	2,096	4,394	2,308	
36	33,904	2,096	4,394	0,130	
7	9,096	-2,096	4,394	0,483	
52	52			3,540	

#### Test nezávislosti chí-kvadrát pro kontingenční tabulku 2x2

$f = (r - 1) \cdot (s - 1)$

počet stupňů volnosti

r

2

s

2

f

1

chi<sup>2</sup>

3,540

<

chi<sup>2</sup><sub>0,05</sub> (1)

<

chi<sup>2</sup><sub>0,01</sub> (1)

chi<sup>2</sup><sub>0,05</sub> (1)

3,841

chi<sup>2</sup><sub>0,01</sub> (1)

6,635

#### Přijímáme nulovou hypotézu pro testování výsledků položky č. 10

Přijali jsme nulovou hypotézu pro položku č. 10, je zřejmé, že by byla přijata i pro položky 6 a 9.

#### Výsledky testu nezávislosti Chí-kvadrát pro další položky dotazníku

Položka dotazníku	6	9	10
chi <sup>2</sup>	0,034	0,293	3,540

## PŘÍLOHA P VI:

### DOTAZNÍKOVÉ ŠETŘENÍ NA SŠ – POLOŽKY 5, 8

5. Jaký je Váš názor na MKP?	x	-
a nezajímá mě	0	49
b chci si prakticky vyzkoušet	31	18
c nechci se to učit na SŠ	0	49
d chci používat pro kontrolu svých výpočtů	27	22
e je to nesrozumitelné a složité	0	49
f chci nahradit počítání podle vzorečků	18	31
g chci mít možnost používat MKP software	28	21
h chci používat pro lepší porozumění výpočtům	18	31
i budu mít v učivu ještě větší zmatek	0	49
j mohlo by se mi to hodit	34	15
k chci zařadit do výuky	13	36
<b>Celkem zakroužkováno / nezakroužkováno</b>	<b>169</b>	<b>370</b>

Popisky řádků	Počet z číslo žáka
j	34
(prázdné)	15
<b>Celkový součet</b>	<b>49</b>

### 8. Uveďte, kde byste na SŠ aplikoval(a) MKP (vyučovací předměty, projekty a pod.)

	x	-
PPK	32	17
SPS	4	45
PRA	4	45
MEC	4	45
KOM	9	40

Popisky řádků	Počet z číslo žáka
PPK	32
(prázdné)	17
<b>Celkový součet</b>	<b>49</b>

## PŘÍLOHA P VII:

### DOTAZNÍKOVÉ ŠETŘENÍ NA VŠ – POLOŽKY 5, 8

5. Jaký je Váš názor na MKP?		x	-
a	nezajímá mě	3	49
b	chci si prakticky vyzkoušet	18	34
c	nechci se to učit na SŠ	2	50
d	chci používat pro kontrolu svých výpočtů	19	33
e	je to nesrozumitelné a složité	3	49
f	chci nahradit počítání podle vzorečků	15	37
g	chci mít možnost používat MKP software	26	26
h	chci používat pro lepší porozumění výpočtům	11	41
i	budu mít v učivu ještě větší zmatek	5	47
j	mohlo by se mi to hodit	19	33
k	chci zařadit do výuky	8	44
<b>Celkem zakroužkováno / nezakroužkováno</b>		<b>129</b>	<b>443</b>

Popisky řádků	Počet z číslo žáka
g	26
(prázdné)	26
<b>Celkový součet</b>	<b>52</b>

### 8. Uveďte, kde byste na VŠ aplikoval(a) MKP (vyučovací předměty, projekty apod.)

	x	-
PPK	5	47
SPS	2	50
projekty	9	43
MEC	11	41
CAD	2	50

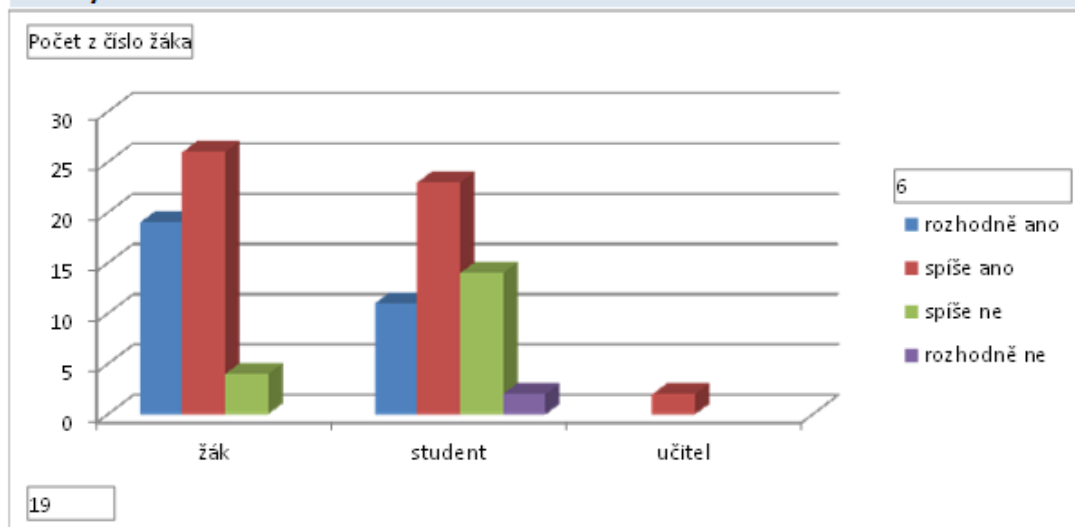
Popisky řádků	Počet z číslo žáka
MEC	11
(prázdné)	41
<b>Celkový součet</b>	<b>52</b>

## PŘÍLOHA P VIII:

### KOMPLEXNÍ VYHODNOCENÍ NA SŠ A VŠ – POLOŽKY 6, 9

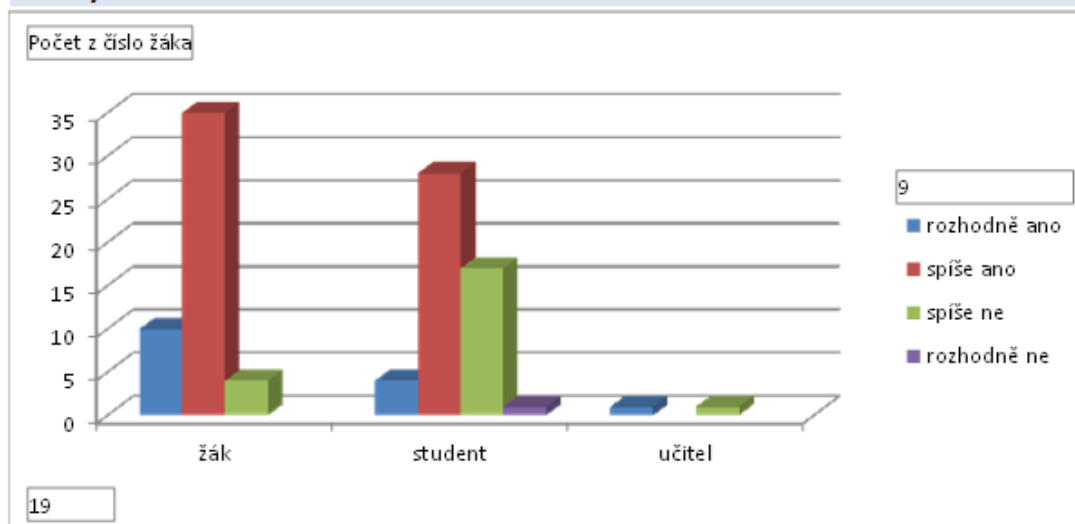
#### 6. Výuka MKP na SŠ přispěje ke zvýšení zájmu o studium technických předmětů

Počet z čísla žáka	Popisky sloupců				Celkový součet
Popisky řádků	rozhodně ano	spíše ano	spíše ne	rozhodně ne	
žák	19	26	4		49
student	11	23	14	2	50
učitel		2			2
<b>Celkový součet</b>	<b>30</b>	<b>51</b>	<b>18</b>	<b>2</b>	<b>101</b>



#### 9. MKP je vhodné zařadit do výuky na SŠ

Počet z čísla žáka	Popisky sloupců				Celkový součet
Popisky řádků	rozhodně ano	spíše ano	spíše ne	rozhodně ne	
žák	10	35	4		49
student	4	28	17	1	50
učitel	1		1		2
<b>Celkový součet</b>	<b>15</b>	<b>63</b>	<b>22</b>	<b>1</b>	<b>101</b>



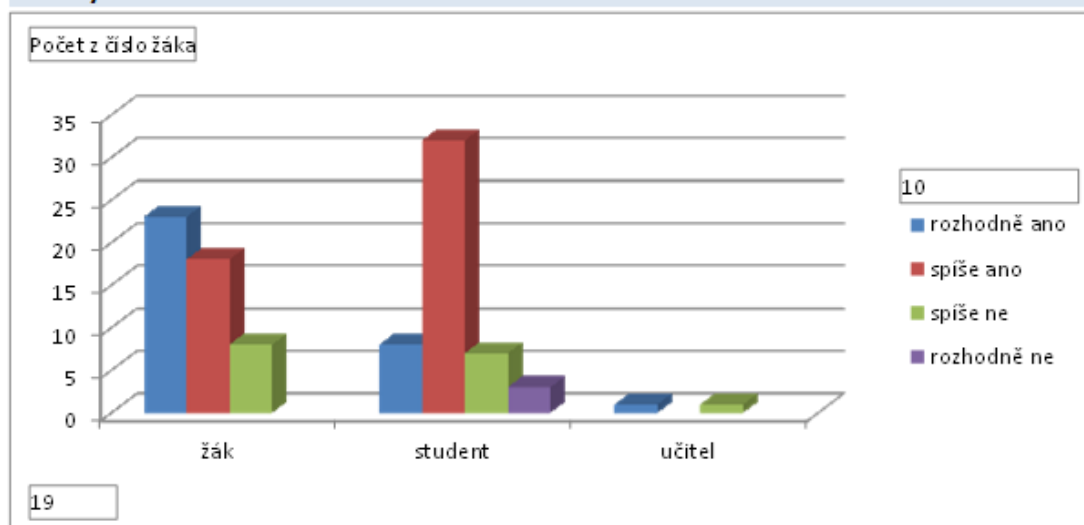


## PŘÍLOHA P IX:

### KOMPLEXNÍ VYHODNOCENÍ NA SŠ A VŠ – POLOŽKY 10, 16

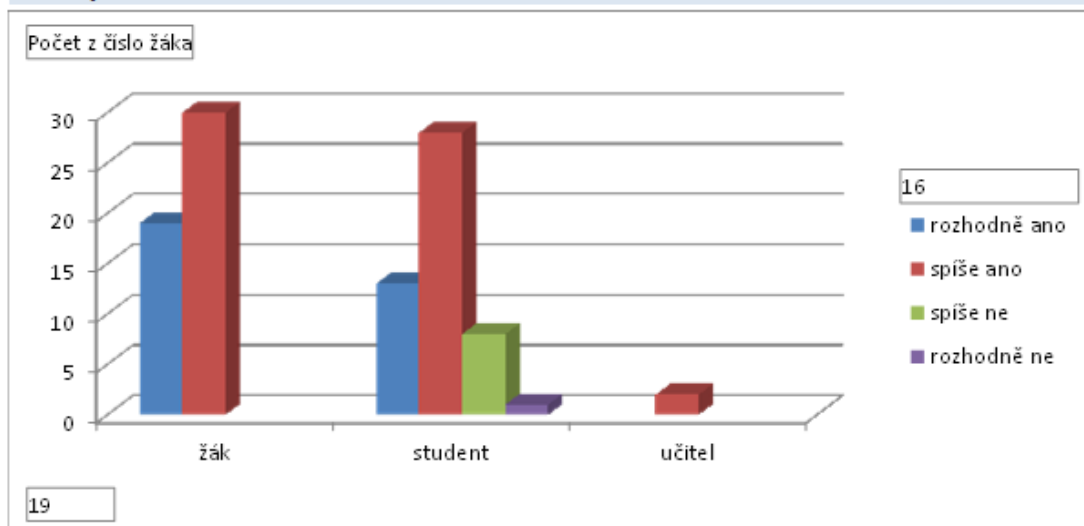
#### 10. MKP přispěje k lepšímu pochopení učiva

Počet z čísla žáka Popisky řádků	Popisky sloupců				Celkový součet
	rozhodně ano	spíše ano	spíše ne	rozhodně ne	
žák	23	18	8		49
student	8	32	7	3	50
učitel	1		1		2
<b>Celkový součet</b>	<b>32</b>	<b>50</b>	<b>16</b>	<b>3</b>	<b>101</b>



#### 16. MKP mi pomůže se v praxi lépe uplatnit

Počet z čísla žáka Popisky řádků	Popisky sloupců				Celkový součet
	rozhodně ano	spíše ano	spíše ne	rozhodně ne	
žák	19	30			49
student	13	28	8	1	50
učitel		2			2
<b>Celkový součet</b>	<b>32</b>	<b>60</b>	<b>8</b>	<b>1</b>	<b>101</b>

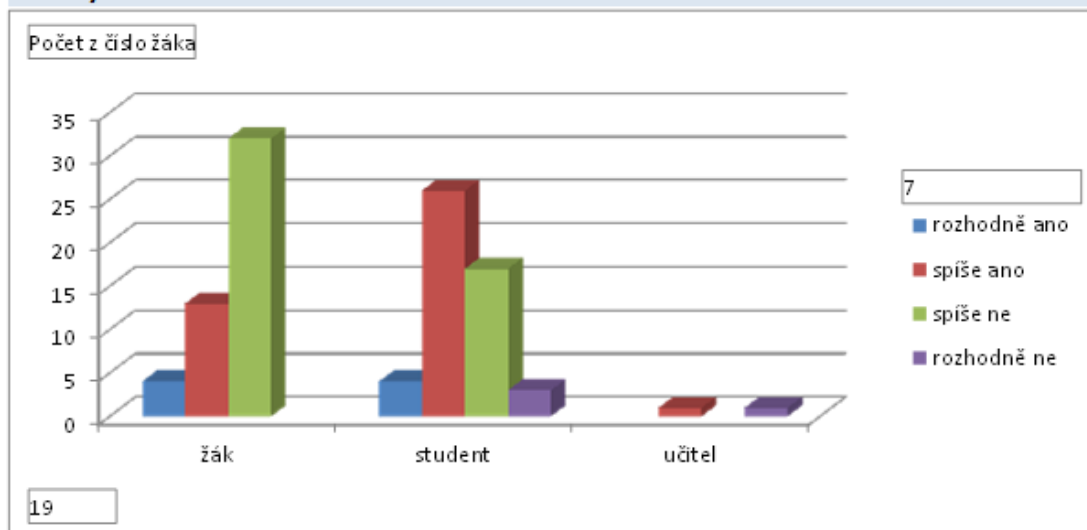


## PŘÍLOHA P X:

### KOMPLEXNÍ VYHODNOCENÍ NA SŠ A VŠ – POLOŽKY 7, 11

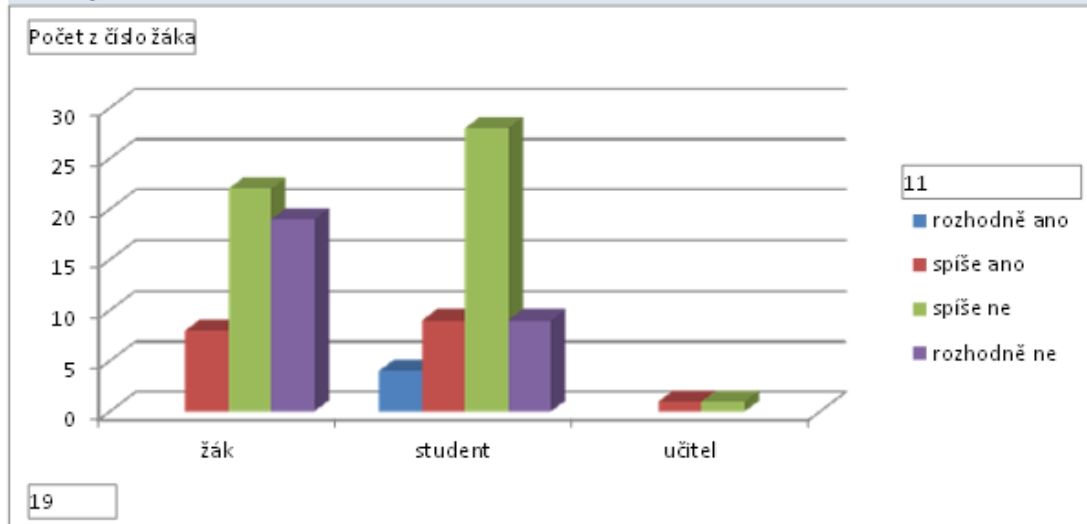
#### 7. MKP se má na SŠ vyučovat pouze jako nepovinný předmět

Počet z číslo žáka	Popisky sloupců				Celkový součet	
Popisky řádků	rozhodně ano	spíše ano	spíše ne	rozhodně ne		
žák		4	13	32	49	
student	4		26	17	3	50
učitel			1		1	2
<b>Celkový součet</b>	<b>8</b>	<b>40</b>	<b>49</b>	<b>4</b>	<b>101</b>	



#### 11. MKP zbytečně komplikuje studium

Počet z číslo žáka	Popisky sloupců				Celkový součet	
Popisky řádků	rozhodně ano	spíše ano	spíše ne	rozhodně ne		
žák		8	22	19	49	
student	4		9	28	9	50
učitel			1	1	2	
<b>Celkový součet</b>	<b>4</b>	<b>18</b>	<b>51</b>	<b>28</b>	<b>101</b>	

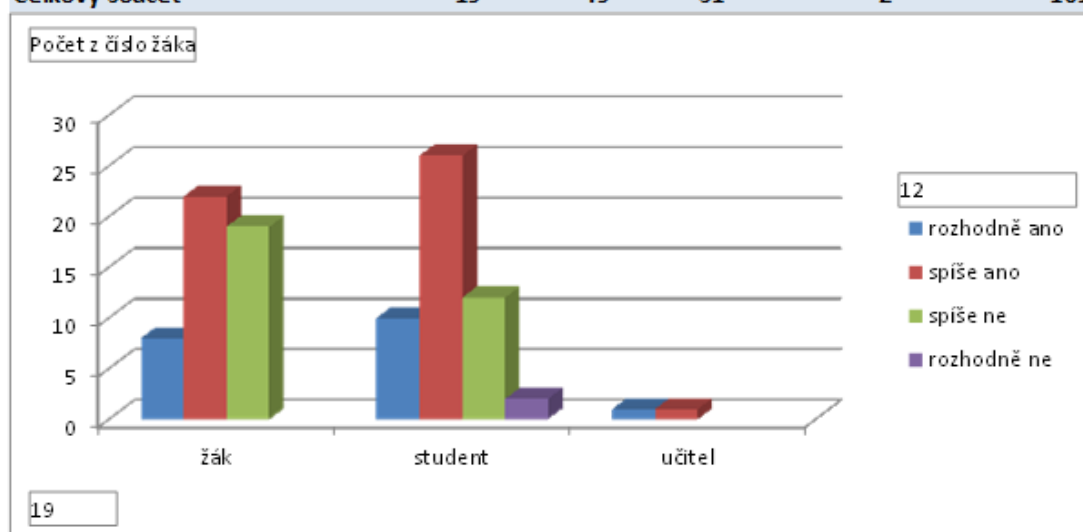


## PŘÍLOHA P XI:

### KOMPLEXNÍ VYHODNOCENÍ NA SŠ A VŠ – POLOŽKY 12, 13

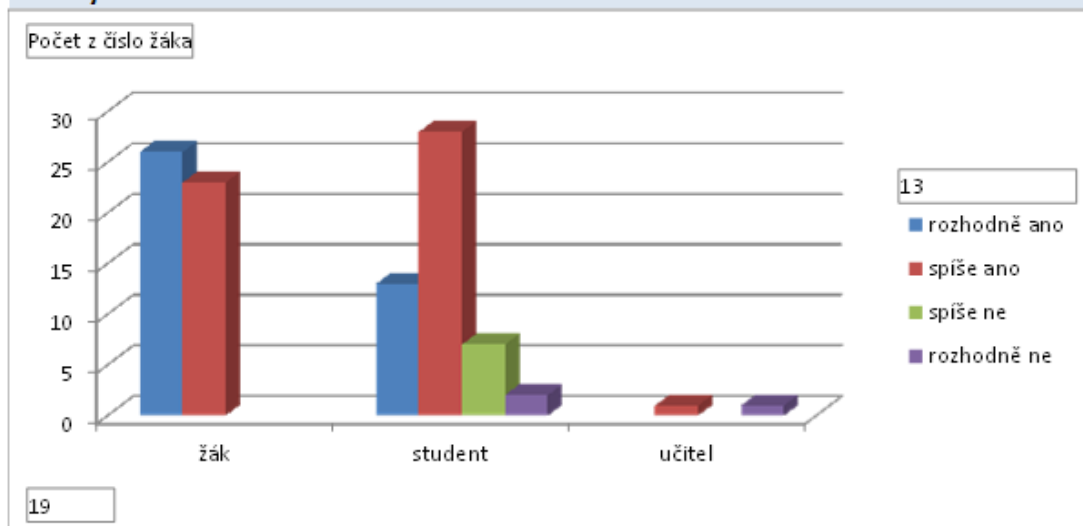
#### 12. MKP mě nutí více přemýšlet o řešení problému

Počet z číslo žáka Popisky řádků	Popisky sloupců				Celkový součet
	rozhodně ano	spíše ano	spíše ne	rozhodně ne	
žák	8	22	19		49
student	10	26	12	2	50
učitel	1	1			2
<b>Celkový součet</b>	<b>19</b>	<b>49</b>	<b>31</b>	<b>2</b>	<b>101</b>



#### 13. Pomocí MKP získám věrohodnější výsledky než analytickým výpočtem

Počet z číslo žáka Popisky řádků	Popisky sloupců				Celkový součet
	rozhodně ano	spíše ano	spíše ne	rozhodně ne	
žák	26	23			49
student	13	28	7	2	50
učitel		1		1	2
<b>Celkový součet</b>	<b>39</b>	<b>52</b>	<b>7</b>	<b>3</b>	<b>101</b>

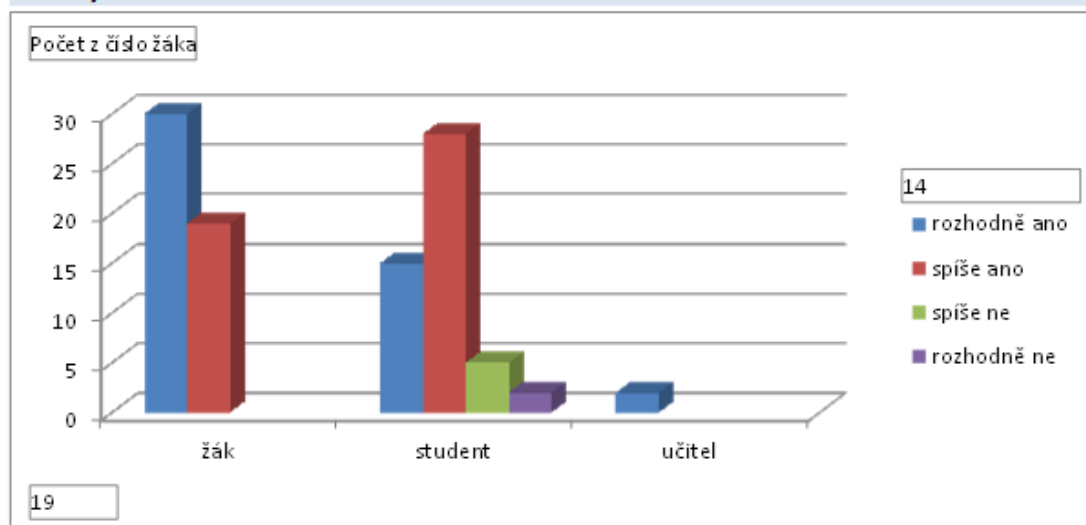


## PŘÍLOHA P XII:

### KOMPLEXNÍ VYHODNOCENÍ NA SŠ A VŠ – POLOŽKY 14, 15

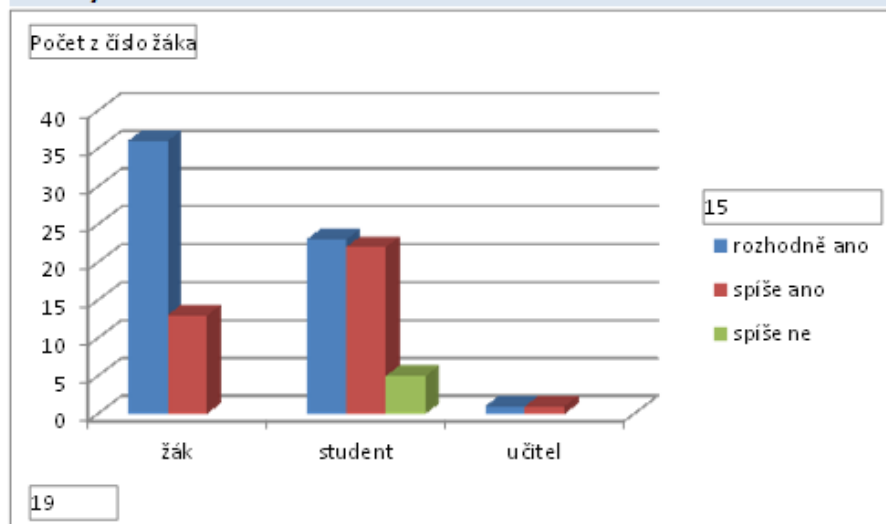
#### 14. S MKP mohou řešit složitější příklady samostatně

Počet z čísla žáka Popisky řádků	Popisky sloupců				Celkový součet
	rozhodně ano	spíše ano	spíše ne	rozhodně ne	
žák	30	19			49
student	15	28	5	2	50
učitel	2				2
<b>Celkový součet</b>	<b>47</b>	<b>47</b>	<b>5</b>	<b>2</b>	<b>101</b>



#### 15. S MKP mohou snadněji počítat více variant řešení

Počet z čísla žáka Popisky řádků	Popisky sloupců			Celkový součet
	rozhodně ano	spíše ano	spíše ne	
žák	36	13		49
student	23	22	5	50
učitel	1	1		2
<b>Celkový součet</b>	<b>60</b>	<b>36</b>	<b>5</b>	<b>101</b>



## PŘÍLOHA P XIII:

### KOMPLEXNÍ VYHODNOCENÍ NA SŠ A VŠ – POLOŽKA 4

#### 4. Pomocí MKP jsem již provedl(a) výpočet

Počet z číslo žáka Popisky řádků	Popisky sloupců		Celkový součet
	ano	ne	
žák 3		49	49
student 1	1	1	2
student 3	14	7	21
student 4	22	3	25
student 5	2		2
učitel	2		2
<b>Celkový součet</b>	<b>41</b>	<b>60</b>	<b>101</b>

