

# Numerická analýza dílu pro železniční soupravu

Oldřich Havrlant

---

Bakalářská práce  
2012



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně  
Fakulta technologická

---

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně  
Fakulta technologická  
Ústav výrobního inženýrství  
akademický rok: 2011/2012

## **ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE**

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Oldřich HAVRLANT**  
Osobní číslo: **T090006**  
Studijní program: **B 3909 Procesní inženýrství**  
Studijní obor: **Technologická zařízení**

Téma práce: **Numerická analýza dílu pro železniční soupravu.**

Zásady pro vypracování:

**Vypracovat literární rešerši**  
**Popsat současný stav problému**  
**Provést numerickou analýzu daného prvku**  
**Vyhodnotit výsledky**

Rozsah bakalářské práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

**Dle zadání vedoucího bakalářské práce**

Vedoucí bakalářské práce: **Ing. Jakub Javořík, Ph.D.**  
Ústav výrobního inženýrství

Datum zadání bakalářské práce: **13. února 2012**

Termín odevzdání bakalářské práce: **25. května 2012**

Ve Zlíně dne 8. února 2012

  
doc. Ing. Roman Čermák, Ph.D.  
*děkan*



  
prof. Ing. Berenika Hausnerová, Ph.D.  
*ředitel ústavu*

Příjmení a jméno: HAVELANT OLDOŘICH

Obor: TECHNOLOGICKÁ  
ZABĚZENÍ

## PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že

- beru na vědomí, že odevzdáním diplomové/bakalářské práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, bez ohledu na výsledek obhajoby <sup>1)</sup>;
- beru na vědomí, že diplomová/bakalářská práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému dostupná k nahlédnutí, že jeden výtisk diplomové/bakalářské práce bude uložen na příslušném ústavu Fakulty technologické UTB ve Zlíně a jeden výtisk bude uložen u vedoucího práce;
- byl/a jsem seznámen/a s tím, že na moji diplomovou/bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3 <sup>2)</sup>;
- beru na vědomí, že podle § 60 <sup>3)</sup> odst. 1 autorského zákona má UTB ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- beru na vědomí, že podle § 60 <sup>3)</sup> odst. 2 a 3 mohu užít své dílo – diplomovou/bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen s předchozím písemným souhlasem Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše);
- beru na vědomí, že pokud bylo k vypracování diplomové/bakalářské práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tedy pouze k nekomerčnímu využití), nelze výsledky diplomové/bakalářské práce využít ke komerčním účelům;
- beru na vědomí, že pokud je výstupem diplomové/bakalářské práce jakýkoliv softwarový produkt, považují se za součást práce rovněž i zdrojové kódy, popř. soubory, ze kterých se projekt skládá. Neodevzdání této součásti může být důvodem k neobhájení práce.

Ve Zlíně 25. 5. 2012

Havelant Oldřich

---

<sup>1)</sup> zákon č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, § 47 Zveřejňování závěrečných prací:

(1) Vysoká škola nevydělečně zveřejňuje disertační, diplomové, bakalářské a rigorózní práce, u kterých proběhla obhajoba, včetně posudků oponentů a výsledku obhajoby prostřednictvím databáze kvalifikačních prací, kterou spravuje. Způsob zveřejnění stanoví vnitřní předpis vysoké školy.

(2) Disertační, diplomové, bakalářské a rigorózní práce odevzdané uchazečem k obhajobě musí být též nejméně pět pracovních dnů před konáním obhajoby zveřejněny k nahlížení veřejnosti v místě určeném vnitřním předpisem vysoké školy nebo není-li tak určeno, v místě pracoviště vysoké školy, kde se má konat obhajoba práce. Každý si může ze zveřejněné práce pořizovat na své náklady výpisy, opisy nebo rozmnoženiny.

(3) Platí, že odevzdáním práce autor souhlasí se zveřejněním své práce podle tohoto zákona, bez ohledu na výsledek obhajoby.

<sup>2)</sup> zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, § 35 odst. 3:

(3) Do práva autorského také nezasahuje škola nebo školské či vzdělávací zařízení, užije-li nikoli za účelem přímého nebo nepřímého hospodářského nebo obchodního prospěchu k výuce nebo k vlastní potřebě dílo vytvořené žákem nebo studentem ke splnění školních nebo studijních povinností vyplývajících z jeho právního vztahu ke škole nebo školskému či vzdělávacímu zařízení (školní dílo).

<sup>3)</sup> zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, § 60 Školní dílo:

(1) Škola nebo školské či vzdělávací zařízení mají za obvyklých podmínek právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla (§ 35 odst. 3). Odpírá-li autor takového díla udělit svolení bez vážného důvodu, mohou se tyto osoby domáhat nahrazení chybějícího projevu jeho vůle u soudu. Ustanovení § 35 odst. 3 zůstává nedotčeno.

(2) Není-li sjednáno jinak, může autor školního díla své dílo užít či poskytnout jinému licenci, není-li to v rozporu s oprávněnými zájmy školy nebo školského či vzdělávacího zařízení.

(3) Škola nebo školské či vzdělávací zařízení jsou oprávněny požadovat, aby jim autor školního díla z výdělku jím dosaženého v souvislosti s užitím díla či poskytnutím licence podle odstavce 2 přiměřeně přispěl na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložily, a to podle okolností až do jejich skutečné výše; přitom se přihlédne k výši výdělku dosaženého školou nebo školským či vzdělávacím zařízením z užití školního díla podle odstavce 1.

## **ABSTRAKT**

Cílem této bakalářské práce je simulovat a předpovědět chování čelního modulu tramvaje při zatížení.

Teoretická část rozebírá princip oboru pružnosti a pevnosti, který se zabývá výpočtem a zkoumáním průběhu napětí a deformace těles a je užit pro stanovení hodnot pro FEM analýzu. Dále je zde stručně rozebrán princ metody FEM, neboli metody konečných prvků a rozdělení kompozitních materiálů a jejich chování.

V praktické části je stanoven FEM model a je zde vyhodnoceno působení sil a zdali odpovídá zadaným bezpečnostním požadavkům.

Klíčová slova: Hookeův zákon, matematický model, výpočet napětí a deformace, tahová křivka, FEM, kompozitní materiál

## **ABSTRACT**

The aim of this thesis is to simulate and predict behavior of frontal tram unit during applied load.

The theoretical part deals with field of Strength of Material, it's principles study processes of stress and strain within solids, which are then used in establishing of values for FEM analysis. Thesis also briefly describes its principles and the composite materials.

The practical part deals with FEM model and results of effect of the simulated loading and if it's able to endure this loading for safety precautions.

Keywords: Hooke's law, mathematical model, computation of stress and strain, stress-strain curve, FEM, composite material

Chtěl bych poděkovat Ing. Jakobovi Javoříkovi, Ph.D. za odborné vedení, ochotu a cenné připomínky při řešení této práce.

Prohlašuji, že odevzdaná verze bakalářské práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

# OBSAH

<b>ÚVOD</b> .....	<b>10</b>
<b>I TEORETICKÁ ČÁST</b> .....	<b>11</b>
<b>1 MECHANICKÉ VLASTNOSTI MATERIÁLU</b> .....	<b>12</b>
1.1 PRUŽNOST A PEVNOST .....	13
1.1.1 Vnější síly.....	14
1.1.2 Vnitřní síly - napětí .....	14
1.2 SOUVISLOST NAPIJATOSTI A DEFORMACE .....	15
1.3 MECHANICKÉ CHARAKTERISTIKY MATERIÁLU .....	17
1.3.1 Deformační energie .....	18
1.3.2 Nezávislé koeficienty Hookeova zákona v konkrétních případech .....	21
<b>2 ANALÝZA POMOCÍ FEM</b> .....	<b>24</b>
2.1 ROZDĚLENÍ FEM MODELU .....	25
<b>3 KOMPOZITNÍ MATERIÁLY</b> .....	<b>27</b>
3.1 ÚVOD KOMPOZITNÍM MATERIÁLŮM.....	27
3.2 DĚLENÍ KOMPOZITNÍCH MATERIÁLŮ.....	28
3.2.1 Dělení podle pojiva .....	28
3.2.2 Dělení podle výztuže .....	28
3.2.3 Dělení podle geometrického tvaru výztuže.....	28
<b>4 MECHANICKÉ VLASTNOSTI KOMPOZITŮ</b> .....	<b>29</b>
4.1 MECHANIKA KOMPOZITŮ .....	29
4.1.1 Mikromechanika kompozitních materiálů .....	29
4.1.2 Makromechanika.....	34
4.1.2.1 Napěťové-deformační vztahy laminátu .....	35
4.1.2.2 Teorie laminátu .....	36
<b>II PRAKTICKÁ ČÁST</b> .....	<b>37</b>
<b>5 STANOVENÍ CÍLŮ</b> .....	<b>38</b>
<b>6 GEOMETRICKÝ MODEL ČELNÍHO MODULU</b> .....	<b>39</b>
6.1 STAVBA FUNKČNÍHO MODELU .....	39
<b>7 TVORBA KONEČNĚ PRVKOVÉHO MODELU</b> .....	<b>41</b>
7.1 MATERIÁLOVÉ VLASTNOSTI.....	41
7.2 SÍŤ MODELU .....	42
7.3 ZATÍŽENÍ A UPEVNĚNÍ MODELU .....	43
<b>8 VÝPOČET A VYHODNOCENÍ VÝSLEDKŮ</b> .....	<b>44</b>
8.1 VON MISESOVO NAPĚTÍ.....	44
8.1.1 Porovnání .....	44
8.2 DEFORMACE.....	48
8.2.1 Porovnání .....	48
8.3 VYHODNOCENÍ.....	51
<b>ZÁVĚR</b> .....	<b>52</b>
<b>SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY</b> .....	<b>53</b>
<b>SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK</b> .....	<b>54</b>



<b>SEZNAM OBRÁZKŮ .....</b>	<b>55</b>
<b>SEZNAM TABULEK.....</b>	<b>56</b>

## ÚVOD

Teoretická část této bakalářské práce pojednává o mechanických vlastnostech materiálu. Seznamuje se základem oboru pevnosti a pružnosti, který rozebírá princip rovnováhy vnějších a vnitřních sil a sám o sobě řeší průběh napětí a deformací namáhaného tělesa. Dále probírá zásadní teorie výpočtu modulu pružnosti, jako Hookeův zákon, který má různou podobu pro izotropní či anizotropní materiály.

V další část zmiňuje o novodobých metodách analýzy, možných díky počítačovým technologiím, jako je metoda konečných prvků (FEM) a počítačová podpora konstrukce (CAD). Tedy matematické modely, které umožňují předvídat chování těles pomocí simulace skutečných dějů. Rozdělení FEM modelů a k čemu se používají.

Nadále se okrajově zabývá kompozitními materiály, jejich rozdělením, funkcí a jakožto konstrukčním materiálem, také analýzou průběhu napětí a deformací.

V praktické části je užit software CATIA, který pomocí metody konečných prvků dovoluje simulovat průběh napětí, deformací na vytvořeném geometrickém modelu. Dále se zabývá simulací účinků zadaných sil na tento model, zdali odpovídá bezpečnostním požadavkům a je schopen vydržet zmíněné zatížení či nikoliv.

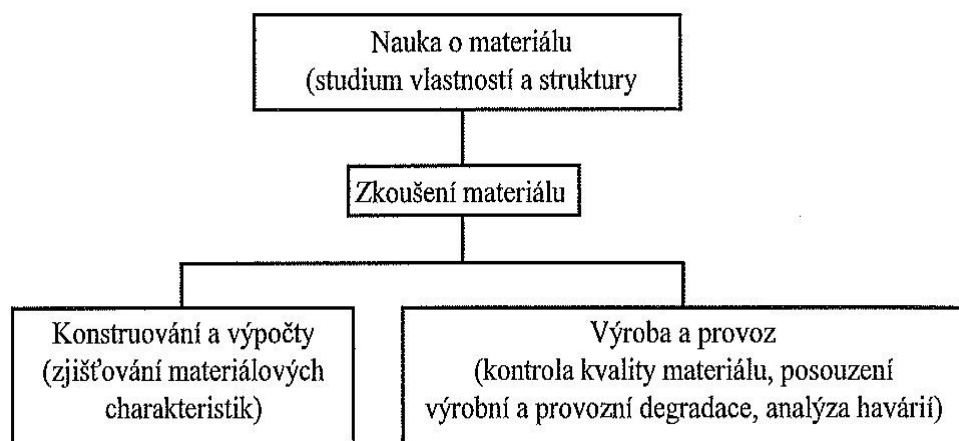
## **I. TEORETICKÁ ČÁST**

## 1 MECHANICKÉ VLASTNOSTI MATERIÁLU

Výběr materiálu pro výrobu rozličných součástí i stavbu konstrukcí a zařízení je založen na znalosti mechanických, technologických, fyzikálních i chemických vlastností materiálu. První krok při výběru materiálu je právě v rozboru těchto vlastností, které jsou pro daný účel nejdůležitější. Např. jakou má mít materiál pevnost, tvárnost, při jakých teplotách se bude používat, cena a podobně.[1]

Pro vlastní výběr materiálu ale potřebujeme vyjádřit tyto vlastnosti číselně. Vyjádření vlastností materiálu číselnými hodnotami, neboli materiálovými charakteristikami, je úkolem oboru, který se nazývá „zkoušení materiálu“. A materiál se zkouší právě pro určení materiálových charakteristik, které tedy kvantifikují určitou vlastnost daných materiálů. [1]

Mechanické vlastnosti materiálů jsou v zásadě čtyři a to „pružnost, plasticita, pevnost a houževnatost“, kdežto mechanických charakteristik je podstatně více. Třeba pružnost je za jistých zobecňujících předpokladů popsána těmito charakteristikami: „modulem pružnosti v tahu E, modulem pružnosti ve smyku G. Objemovým modulem K a koeficientem příčného stlačení (Poissonovo číslo) „ $\nu$ “. Důvodem, proč tomu tak je, spočívá v experimentální povaze mechanických charakteristik. Pro potřeby zkoušení se musí vyrobit z daného materiálu zkušební tělísko a zkoušet vliv vnějších sil na toto tělísko. Mechanické charakteristiky jsou závislé na podmínkách při zkoušení a proto je nemůže brát jako materiálové konstanty, ale jako veličiny. [1]



Obr 1 Klasifikace metod zkoušení materiálu[1]

## 1.1 Pružnost a pevnost

Základní otázka, která se klade, je celkový kvalitativní a kvantitativní výklad všech dějů, probíhajících při deformování tělesa, vychází ze současných názorů na složení hmoty. Deformování těles je běžným jevem praxe a jeho zkoumání má značný význam v rozličných technických a vědních oborech.[2]

Prakticky jde o to, že jakékoliv těleso, které chceme testovat je namáháno vnějšími silami, jejichž působením vznikají v tělese vnitřní, které působí proti snaze vnějších sil porušit nebo změnit tvar tělesa. Poměr vnitřních sil působících na element plochy k velikosti k velikosti elementu plochy se nazývá jako napětí  $\sigma$ , potom vše spočívá v určení napětí a deformací v tělese (*ang. Stress - strain*), abychom tak mohli určit závěry o možnosti porušení tělesa a zjistit největší možné zatížení, nebo nejvhodnější tvar tělesa při daných podmínkách. Skoro ve všech případech analýzy chování tělesa při působení vnějších sil vycházíme z analýzy napětí a deformace.[2]

Řešení případů tohoto druhu přímo z mikrofyzikálního pojetí by bylo značně obtížné. Vlastnosti hmoty, které mají vliv na makroskopické chování se dají popsat za pomoci určitých konstant a funkčních veličin. Při jejich určování můžeme postupovat dvojí cestou a to měřením na makrofyzikálním modelu nebo odvozením z mikrofyzikálních vlastností hmoty. Dnes se používá většinou první možnost.[2]

Z makrofyzikálního hlediska se na hmotu díváme tak, že vyplňuje prostor tělesa spojitě a souvisle. Tzn., že z tohoto hlediska můžeme hmotu dělit na libovolně malé částčky.[2]

Řešení problému při deformaci tělesa bývá dvojího druhu:

- a) Experimentální
- b) Teoretické

Teoretické řešení je prakticky to samé, jako když řekneme řešení matematické. Při něm je možné rozlišovat dvě cesty. Je to jednak „technická metoda řešení“, kdyke každému problému jsou zvláště tvořeny určité hypotézy, které vystihují víceméně skutečnost v jednotlivých případech. Z těchto hypotéz jsou pak sestavovány základní rovnice, přičemž hypotézy jsou voleny tak, aby bylo dosaženo co největšího zjednodušení problému, který řešíme. Druhou cestou je „matematická teorie pružnosti“, která se sestavuje na pevných předpokladech, kdy každý problém je dán zvláštními mezními podmínkami.[2]

Na tvar základních rovnic, které matematicky vyjadřují chování tělesa, má vliv předpoklad o chování materiálu. Tedy jestli bude mít těleso předpoklad pružného chování nebo plastického.[2]

### 1.1.1 Vnější síly

Při rozmachu techniky v posledních letech už nestačí klasická teorie pevnosti a pružnosti, podle níž se předpokládá, že vnější síly jsou stálé. Proto bylo a je potřeba zavádět stále další, nové a přesnější výpočty, které berou ohledy i na časovou změnu sil a kromě toho také tyto výpočty kontrolovat měřeními na hotových modelech či přímo částech.[2]

Vnější síly jsou všechny silové účinky na body vyšetřovaného tělesa, můžeme je rozdělovat podle rozličných kritérií. Např.: [2]

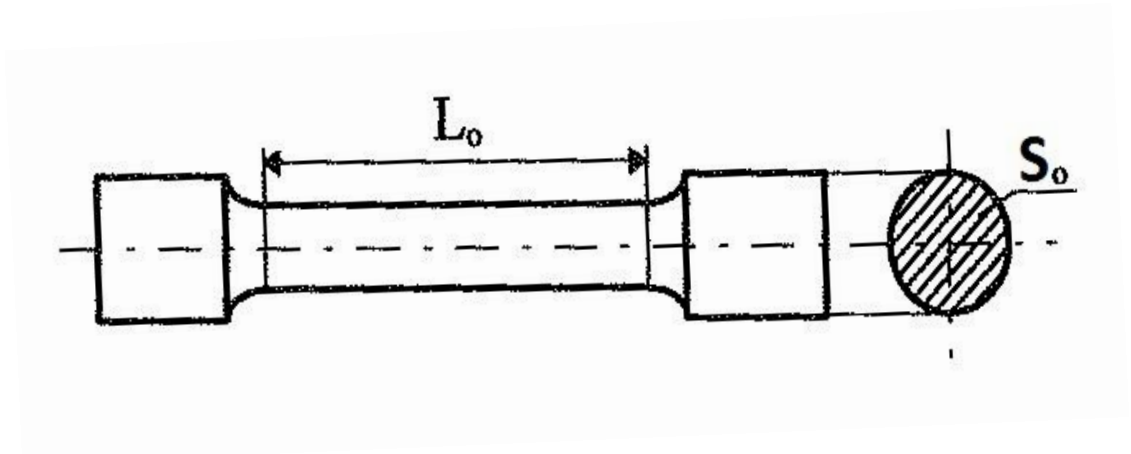
- a) *Síly objemové* (např. síly setrvačné, magnetické, elektrické atd., síly působící na objem částic tělesa.)  
*Síly povrchové* (působí na povrch tělesa. Síly akce-reakce.)
- b) *Síly osamělé* (tlaky přenášené na těleso plochou, která jsou v poměru k celkové ploše tělesa velmi malá – bod)  
*Spojité zatížení* (síly, které působí spojitě na určité délce či ploše)
- c) *Zatížení statické* (síly, které narůstají pomalu od nuly na vlastní hodnotu)  
*Zatížení dynamické* (zrychlení bodů elementů konstrukce jsou nezanedbatelná. Např. ráz)

### 1.1.2 Vnitřní síly - napětí

Všechny prvky konstrukcí mění působením vnějších sil svoje tvary a rozměry. Této změně říkáme *deformace*. Velikost a charakter deformace souvisí se strukturou použitého materiálu. Atomy jsou zde udržovány v rovnováze navzájem působícími silami - vnitřními silami a to i když je těleso v klidu, tedy není zatížené. Působením vnějších sil se vzdálenost sousedních atomů mění (těleso je deformováno), čímž dochází ke změně vzájemně působících sil mezi atomy. Tedy vznikají v tělese „doplňkové vnitřní síly“, které působí proti snaze vnějších sil poškodit nebo změnit tvar tělesa.[2]

## 1.2 Souvislost napjatosti a deformace

Při aplikaci tahové zkoušky na vzorek materiálu jsme schopni získat tahovou křivku (*ang. Stress-strain curve*). Na zkušební tělísko působí statické zatížení  $F$  a měří se změna délky ku délce původní  $L_0$  v každém okamžiku zkoušky do té doby než praskne. Známe původní průřez vzorku  $S_0$  a původní délku  $L_0$  a můžeme tak odvodit napětí  $\sigma$  a deformaci (tzv. poměrné prodloužení)  $\epsilon$ . [3]



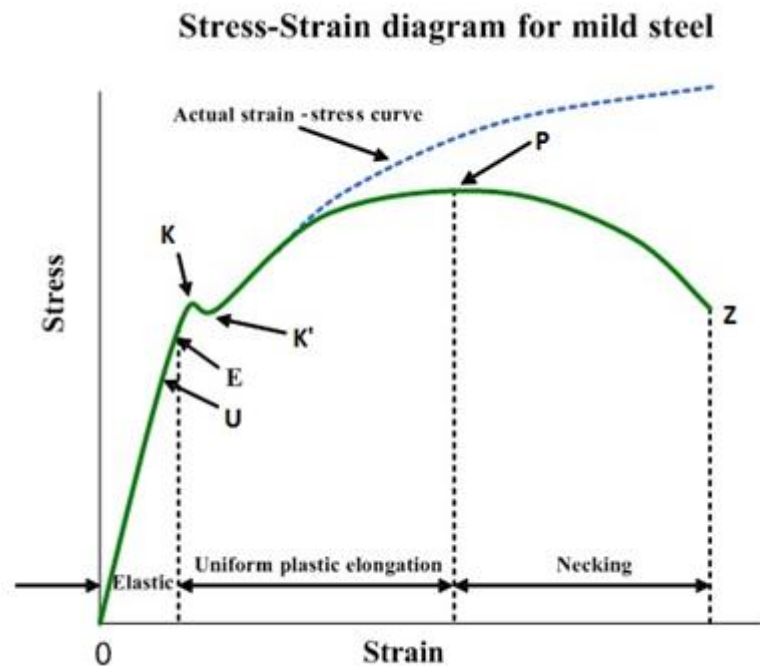
Obr 2 Zkušební tělísko [3]

— (1)

— (2)

Je zřejmé, že souvislost napjatosti a deformace je závislá na vlastnostech materiálu a dále také, že na ní závisí komplexnost celé teorie po matematické stránce. [2]

Při zkoumání rozličných souvislostí se ukázalo, že nejjednodušší popis dává *lineární závislost*, která se skutečně pokusem dá také dokázat u celé řady důležitých materiálů při menších napětích. Na obr 3 je nakreslena tahová křivka, neboli diagram napětí (*stress*) a deformace (*strain*), měkké konstrukční ocele. [2]



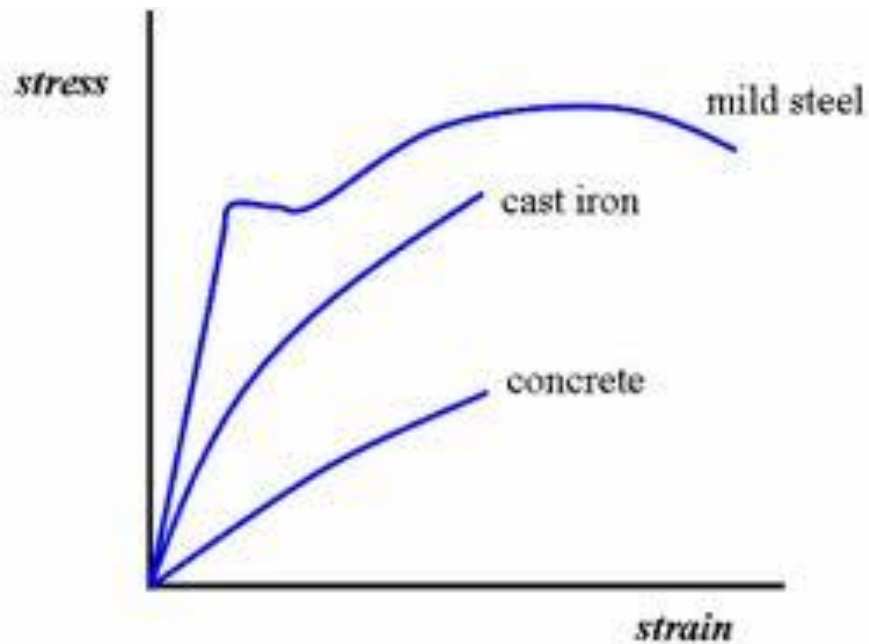
Obr 3 Tahový diagram[4]

Je zde vidět, že část křivky až po bod U je přímková, tedy že napětí je přímo úměrné deformaci – poměrnému prodloužení. Napětí určené bodem U nazýváme *mezi úměrnosti*  $\sigma_u$ . Při zkoušení můžeme také nalezt hodnotu takového napětí, do kterého bude mít zkušební tělísko stále jen pružné deformace, tedy takové, z kterých se vrátí do původního tvaru. Toto napětí nazýváme *mezi pružnosti*  $\sigma_e$ . Bod E leží většinou na tahové křivce výše, ale blízko bodu U. Při dalším zvyšování síly se začne zkušební tělísko prodlužovat bez toho, že by se napětí zvedalo. Napětí, odpovídající tomuto bodu K a K' nazýváme *horní a spodní mezi kluzu*, označujeme je  $\sigma_k$  a  $\sigma_{k'}$ . [2]

Největší hodnotu při zkoušce tahem, danou napětím  $\sigma_p$  nazýváme *mezi pevnosti*. Konečné přetržení ale nastává až při napětí, které je dáno bodem Z. [2]

Pro srovnání jsou zde ještě uvedeny v nepoměru křivky pro měkkou ocel, litinu a beton. Jde vidět, že různé materiály mohou mít rozdílné průběhy napětí a deformace.





Obr 4 Hrubé srovnání tahových diagramů  
pro ocel, litinu a beton[5]

Podobně jako u oceli, tak i u mnoha dalších materiálů, je průběh diagramu napětí a deformace u malých deformací přímkový. Platí zde tedy vztah:

$$\sigma = E \cdot \epsilon \quad (3)$$

ted

$$(4)$$

Kde:

$\alpha$  – úhel který svírá úsečka 0U tahové křivky s osou deformace [°]

E – Youngův modul pružnosti (modul pružnosti v tahu) [MPa]

Tento základní zákon pružnosti se nazývá Hookův zákon. [2]

### 1.3 Mechanické charakteristiky materiálu

Pokusy potvrzují, že Hookův zákon, při jednoosé napjatosti a rovinné napjatosti čistého smyku u dostatečně malých deformací, koresponduje s pokusem. Ale u obecné

napjatosti, nedává Hookův zákon ve tvaru rovnice (4) úplnou představu a souvislosti napětí a deformace tělesa. Je to tím, že každý ze stavů je charakterizován šesti nezávislými napětími  $\sigma_i$  a šesti  $\varepsilon_i$ , navíc se tyto veličiny mění od bodu k bodu.[2]

Dále zde také figuruje fakt, že tělesa mají rozdílné mechanické vlastnosti pro různé směry. Příkladem jsou krystaly, dřevo, všechny polymery s orientovanou strukturou a kompozitní materiály. Tyto materiály nazýváme anizotropní na rozdíl od izotropních, které mají ve všech směrech stejné vlastnosti. Pokusy nám ukazují, že v anizotropní látce mohou účinkem jednoho napětí, např.  $\sigma_1$ , vzniknout všechny složky deformace  $\varepsilon_i$ . Tato skutečnost nám říká nejpřirozenější zobecnění Hookova zákona pro anizotropní materiál:[2]

„Poměrná prodloužení a úkosy  $\varepsilon_i$  v daném bodě tělesa jsou lineárními a homogenními funkcemi napětí  $\sigma_j$  v tomtéž bodě a naopak.“[2]

Matematicky můžeme vyjádřit tento zákon rovnicemi

$$\text{-----} \quad (5)$$

Z rovnic je hned vidět, že v šesti rovnicích vystupuje 36 materiálových konstant. Ale jak si dokážeme níže, nejsou všechny tyto konstanty i u obecně anizotropních těles navzájem různé.

### 1.3.1 Deformační energie

Nebo také deformační práci rozumíme energii, která se nahromadí v tělese při jeho zatížení a deformování. Pro její stanovení vytkneme z tělesa elementární buňku. Pro řešení nejprve uveďme, že na element působí jen vnitřní síla  $\sigma_1 dx_2 dx_3$ . Dále předpokládejme, že změnou vnitřní síly se mění prodloužení elementu  $\Delta dx_1 = \varepsilon_1 dx_1$ . A tedy vnitřní síly vykonávají práci:[2]

(6)

Definujeme-li dále poměrnou deformační práci  $A_1$  jako práci nahromaděnou v jednoce objemu, tedy

$$\text{—} \quad (7)$$

Potom můžeme předchozí rovnici přepsat na tvar

$$(8)$$

Stejným způsobem odvodíme vztahy pro výpočet základní poměrné deformační práce pro případy zatížení jen vnitřní silou  $\sigma_2 dx_1 dx_3$  a následně i při zatížení vnitřní silou  $\sigma_3 dx_1 dx_3$ . Dostaneme tak rovnice[2]

$$(9)$$

$$(10)$$

Vypočítejme teď také poměrnou deformační práci  $A_1$  smykových napětí. Řekněme opět, že na elementární buňku působí vnitřní síla  $\tau_x dy dz = \sigma_4 dx_1 dx_2$ . A dále, že vnitřní síly způsobí malou změnu natočení o  $d\gamma_4$ . Vnitřní síly pak vykonávají práci:[2]

$$(11)$$

Analogicky tak můžeme odvodit pro vnitřní síly  $\sigma_4 dx_1 dx_2$ ,  $\sigma_5 dx_2 dx_3$  a  $\sigma_6 dx_3 dx_1$ , že [2]

$$(12)$$

(13)

(14)

Působí-li na elementární buňku všechna normálová a smyková napětí současně, potom při jejich současné malé změně, kterou způsobí elementární poměrná prodloužení a elementární úkosy, bude elementární energie napjatosti rovna:[2]

(15)

(16)

K výpočtu tohoto integrálu necht' platí Hookův zákon a zatížení elementární buňky probíhá tak, že

$$\text{---} \tag{17}$$

Potom tedy také

$$\text{---} \tag{18}$$

Po dosazení rovnic (17) a (18) do rovnice (8) získáme

$$\text{---} \tag{19}$$

A platí, že

(20)

A následně

$$\text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad (21)$$

$$\text{---} \quad (22)$$

Při odvozování této rovnice jsme předpokládali, že zatížení elementární buňky probíhá při — . Rovnice ale také platí i pro jakýkoliv zatěžovací průběh.

V jiném případě bychom totiž našli takový zatěžovací průběh, ve kterém by minimální energií bylo možné dosáhnout zadaného stavu napjatosti a při jiném zatěžovacím průběhu by došlo k uvolnění větší množství energie. Což by ovšem vedlo k porušení zákona o zachování energie.[2]

### 1.3.2 Nezávislé koeficienty Hookeova zákona v konkrétních případech

Uvedme bez důkazu některé důležité případy anizotropie:

#### 1.) Těleso s rovinou pružné symetrie

O takovém tělese hovoříme, jestliže lze každým jeho bodem proložit rovinu disponující touto vlastností, že jakékoliv dva směry, symetrické k této rovině, jsou rovnocenné vzhledem k pružným vlastnostem tělesa. Tyto roviny mohou být u všech bodů navzájem rovnoběžné, nebo se od bodu k bodu měnit.[2]

Zvolíme-li souřadnicový systém  $Ox_1x_2x_3$  tak, že jeho dvě osy např.  $x_1$  a  $x_2$  leží v rovině pružné symetrie, potom lze pro tento případ anizotropie psát Hookeův zákon takto:[2]

$$(23)$$

Je vidět, že je zde jen 13 nezávislých materiálových konstant

2.) Ortotropní těleso

Každým bodem takového tělesa lze vést tři pravouhlé roviny pružné symetrie. Hookeův zákon pak vypadá takto:

(24)

Z matice je patrné, že zde zůstalo už jen 9 materiálových konstant. Příkladem takového tělesa může být sklolaminát s kolmo položenými vrstvami skelných vláken.[2]

V různých literaturách se místo konstant  $a_{ij}$  uvádí tzv. „standartní“ značení, které pro představu vypadá takto, ale význam je stejný.

$$\begin{matrix}
 \text{---} & \text{---} & \text{---} \\
 \text{---} & \text{---} & \text{---} \\
 \text{---} & \text{---} & \text{---} \\
 & & \text{---} \\
 & & \text{---} \\
 & & \text{---}
 \end{matrix}$$

(25)

Kde:  $E_1, E_2, E_3$  znamená modul pružnosti v tahu

$G_{12}, G_{23}, G_{13}$  znamená modul pružnosti ve smyku

$\nu_{21}, \nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{31}, \nu_{23}, \nu_{32}$  jsou Poissonova čísla

3.) Monotropní těleso

O takovém tělese hovoříme tehdy, jestliže v každém bodě tělesa existuje osa pružné symetrie. Příkladem takového tělesa je jednosměrný sklolaminát. Hookeův zákon vypadá takto:[2]

(26)

4.) Izotropní těleso

V každém body takového tělesa jsou všechny směry rovnocenné ve vztahu k pružným vlastnostem tělesa. Pro libovolný souřadnicový systém platí:[2]

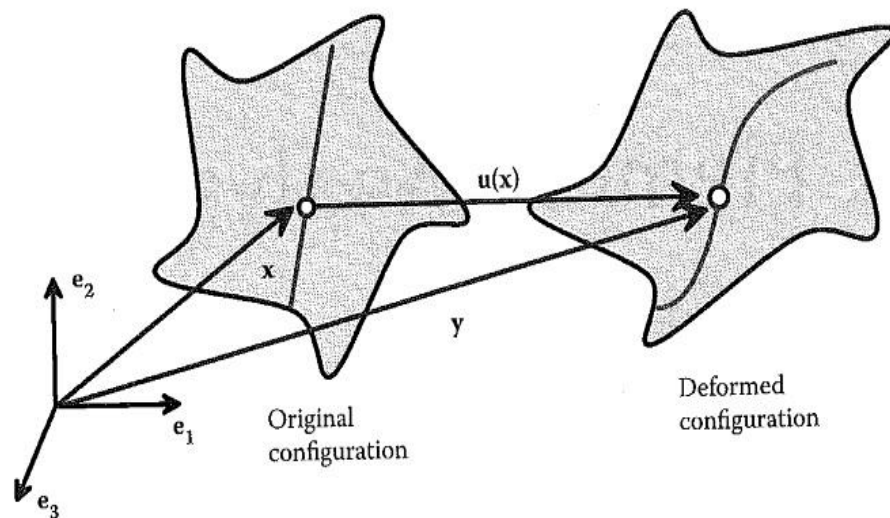
(27)

Už zde vystupují pouze 2 nezávislé materiálové konstanty

## 2 ANALÝZA POMOCÍ FEM

FEM, neboli Finite Element Method – česky metoda konečných prvků určená pro řešení parciálních derivačních rovnic. Jedno použití je k předvídání deformačních a napěťových polí uvnitř materiálu při vystavení vnějšímu zatížení. Dále se FEM softwary užívají také v řešení problému zahrnujících tok tekutiny, přenos tepla, elektromagnetická pole, difúzi a mnoho dalších.[6]

V mechanice pevných těles je FEM využívána především k popisu a řešení "pole posunutí" v tělese zatíženém vnějšími silami. Pokud známe vektory posunutí  $u(x)$  bodů tělesa, můžeme určit deformační a napěťové pole. [7]



Obr 5 Vektor posunutí charakterizující deformaci pevného tělesa[6]

Pro znázornění, pevná látka, která se deformuje pod zatížením vnějšími silami, tak jak je ukázáno v obrázku 5- Každý bod tohoto tělesa se pohne při zatížení a vektor  $u(x)$  popisuje tento pohyb bodu  $x$  v nedeformovaném tělese. Naším úkolem je zjistit tento vektor  $u(x)$ . Potom, co je znám tento vektor se dají pole napětí a deformace odvodit.[6]

Máme dva základní typy konečně-prvkové analýzy pevných těles. Ve většině případech nás zajímá jak zjistit chování takových těles která jsou staticky v rovnováze. To znamená, že součet vnějších i vnitřních sil se rovná nule. Nicméně, v některých případech, se můžeme ptát i na dynamické chování pevných těles. Příkladem může být modelování vibrací v konstrukci, problémy zahrnující šíření vln, výbuchy a nebo analýzu rázu.[6]

- statický – nezávislý na čase
- dynamický – závislý na čase



Pro nastavení konečně-prvkového výpočtu je potřeba upřesnit následující:[6,7]

- 1.) Geometrii pevného tělesa;
- 2.) Vlastnosti materiálu
- 3.) Způsob zatížení užitých na těleso
- 4.) Jestliže analýza zahrnuje dotyk dvou těles, je nutné určit místa, které budou v kontaktu a jejich vlastnosti
- 5.) Určení vztahů (teorie) popisující chování materiálu

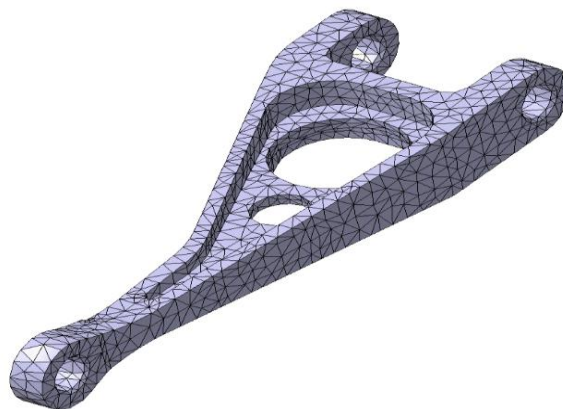
## 2.1 Rozdělení FEM modelu

Podle struktury:[7]

- 1.) Izotropní
- 2.) Anizotropní
  - příčně izotropní
  - ortotropní
  - obecně anizotropní

Podle dimenze:[7]

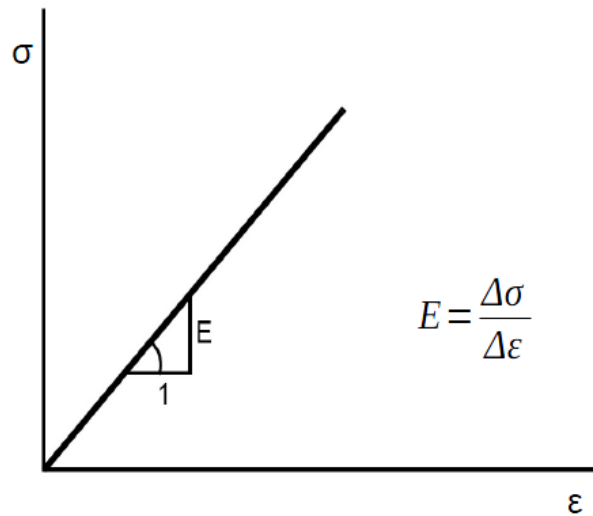
- 1.) 2D (rovinné napětí, rovinná deformace, osová souměrnost)
- 2.) 3D



*Obr 6 3D FEM model se síťováním[7]*

Materiálové modely:[7]

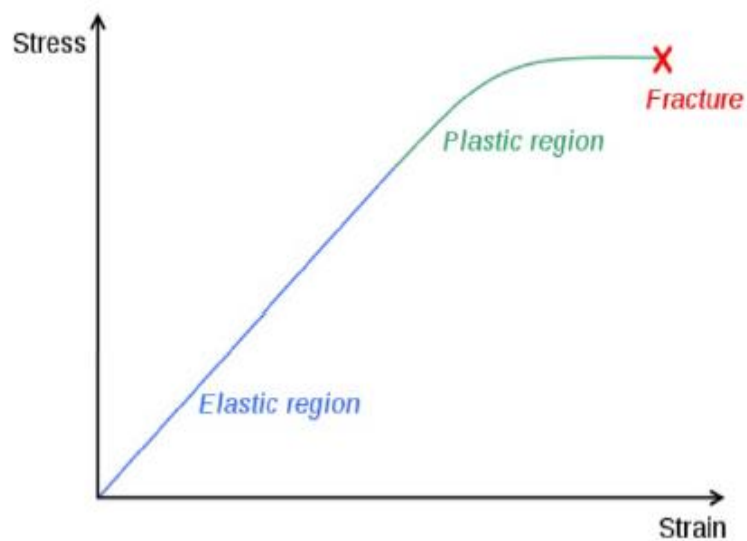
1.) Lineární modely



Obr 7 Průběh lineárního modelu[7]

- Izotropní materiál (2 konstanty – E,  $\nu$ )
- Anizotropní materiál – ortotropní 9 konst.
  - obecně anizot. 21 konst.

2.) Nelineární modely



Obr 8 Průběh nelineárního modelu[7]

### 3 KOMPOZITNÍ MATERIÁLY

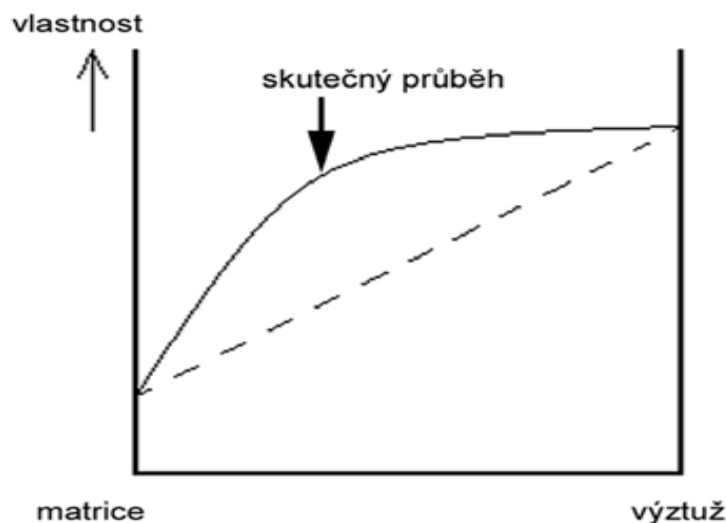
V této části je stručný úvod ke kompozitním materiálům, popsáno jejich dělení, základní vlastnosti a chování.

#### 3.1 Úvod kompozitním materiálům

Kompozit je makroskopická kombinace dvou nebo více odlišných materiálů s jasně zřetelnou styčnou plochou, odlišných chemických a fyzikálních vlastností. Kompozity se nepoužívají jen kvůli strukturním či konstrukčním vlastnostem, ale dají se použít i v řadě dalších odvětvích, zejména pro elektrické a tepelné aplikace.[8]

Moderní kompozitní materiál je obvykle optimalizován tak, aby se dosáhlo určité rovnováhy vlastností pro dané účely použití. Vzhledem k tomu, že je celá skupina materiálů, které by se mohly nazývat kompozitem a široká škála použití, pro kterou by mohl a je kompozit designovaný, není úplně jednoduché vytvořit jedinou jednoduchou definici, co to vlastně ten kompozit je.[8]

Nicméně obecně se dá říct, že kompozit obsahuje spojitou, obvykle poddajnější složku, která celý systém spojuje a drží tvar celku – matrici, neboli pojivo a nespojitou, tvrdší a pevnější výztuž obvykle tvořenou vlákny nebo částicemi. Pro kompozitní materiály je typický tzv. Synergismus, což znamená, že výsledný materiál dosahuje takových vlastností, kterou jsou v řádu lepší než pouhý součet vlastností jednotlivých materiálů, z kterých se kompozit skládá. Jsou to materiály, které neustále nabývají na významu ve všech oblastech lidské činnosti.[8]



Obr 9 Synergické chování složek kompozitu[8]

## 3.2 Dělení kompozitních materiálů

Tak jako samotná definice kompozitních materiálů může mít mnoho interpretací, i dělení může mít vícero podob. V zásadě se uvažuje hlavně nad tím, jaké má kompozit pojivo, jakou výztuž, jaký tvar má výztuž.

### 3.2.1 Dělení podle pojiva

- a) Organická pojiva
- b) Kovová
- c) Keramická
- d) Uhlíková (grafitová, diamantová)
- e) A další

### 3.2.2 Dělení podle výztuže

- a) Skelná vlákna
- b) Uhlíková vlákna
- c) Aramidová vlákna
- d) Keramická vlákna
- e) Kovové výztuže a další

### 3.2.3 Dělení podle geometrického tvaru výztuže

- a) Částicové
- b) Vláknové
  - S krátkými vlákny
  - S dlouhými vlákny



Obr 10 Geometrický tvar výztuže kompozitních materiálů[8]

## 4 MECHANICKÉ VLASTNOSTI KOMPOZITŮ

Kompozitní materiály nabízí úžasné možnosti pro výrobu nejrůznější konstrukčních prvků optimalizovaných takovým způsobem, aby splňovaly veškeré požadavky, které jsou na ně kladeny. Schopnost „ušít na míru“ pro každou aplikaci bohužel také znamená, že design a analýza je složitější než u tradičních materiálů.

V této kapitole rozvedeme mechaniku kompozitních materiálů a možnosti analýzy.

### 4.1 Mechanika kompozitů

Oblast mechaniky je rozdělena u kompozitů na dvě úrovně, a to mikromechaniku a makromechaniku. Oddíl 4.1.1. **Mikromechanika** se zabývá chováním vlákna a pojivé složky a jak jejich kombinace ovlivňuje chování kompozitu. Mikromechanika hrála důležitou roli hlavně v počátcích vývoje kompozitních materiálů, nicméně má jisté limity v předvídání vlastností vrstvených materiálů (laminátů) a tak se přistupuje ke studiu makromechanických vlastností (oddíl 4.1.2.)

#### 4.1.1 Mikromechanika kompozitních materiálů

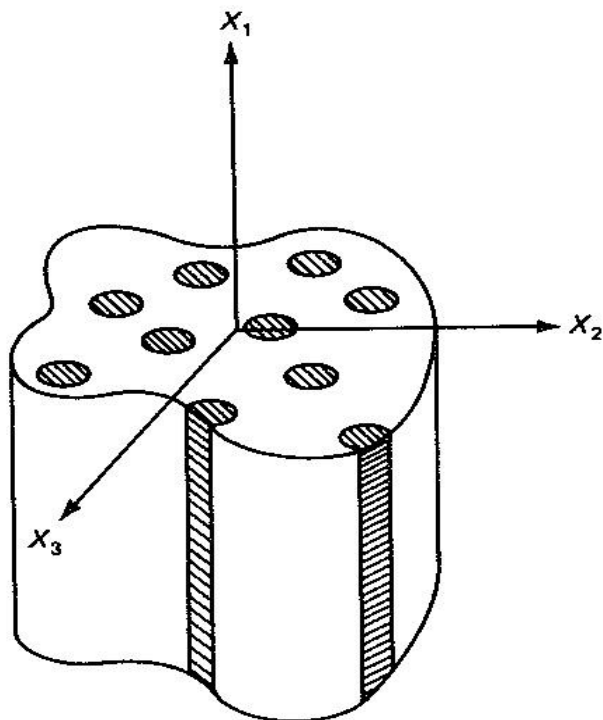
Elastické vlastnosti materiálu jsou dány jeho tuhostí a určují jaké budou deformace při zatížení. U jednosměrných vláknových kompozitů (UDC – z angl. *Unidirectional fiber composite*) jsou houževnatou složkou vlákna, přičemž matrice (pojivo) zabraňuje tomu, aby se vlákna vychýlila ze svých pozic. [9]

Pro znázornění máme svazek vláken a druhý stejný svazek vláken zalitých v polymerní matrici (UDC). V případě, že zanedbáme vlastnosti matrice, tak vykazují oba vzorky stejné vlastnosti v tahu, svazky fungují jako lano. Ale pokud je zatížíme tlakem ve směru vláken, tak tuhost prvního svazku je nulová, vlákna se vychýlí. V porovnání právě UDC má v tahu i tlaku vlastností stejné, protože vlákna jsou držena matricí.[9]

Ale - pevnost ve směru vláken je mnohonásobně vyšší než v příčném směru, při zatížení ve směru vláken je celá tíha nesená hlavně vlákny, deformace těchto vláken jsou velmi malé a tím se matrice takřka nevystavuje zatížení a případným deformacím.[9]

Na druhou stranu v opačném případě, v zatížení kolmém na vlákna, je spojitá matrice složka nesoucí zatížení a vlákna se tak pohybují spolu s matricí. Znamená to tedy, že

pevnost příčná na směr vláken je mnohem menší. Kompozity se tak jeví jako vysoce anizotropní materiály.[9]



Obr 11 Kompozitní materiál s jednosměrnými vlákny[9]

Pro konstruktérské účely je nezbytné určit *modul pružnosti* ve směru vláken (tzv. „velký“) a modul pružnosti příčný na vlákna (tzv. „malý“), modul pružnosti ve smyku podél vláken a v rovině příčné na vlákna, včetně Poissonových čísel. [9]

Elementární vlastnost vláknových kompozitů v příčném směru na vlákna a vlastně i všech dalších je statistická stejnorodost, to znamená, že vlastnosti dostatečně velkého počtu vzorků jsou stejné jako celé struktury. Důvodem je většinou náhodná pozice vláken a tím není potřeba vybírat příčné roviny ( $x_2$ ,  $x_3$ ), což nám vlastně říká, že UDC jsou statisticky příčně izotropní. [9]

Experimentální vyjádření vlastností stejnorodého materiálu je zaleženo na stavu napětí vhodných vzorků. Matematická interpretace je použití mezních podmínek při hledání příčin napětí, tak zvaných „homogenních mezních podmínek“ – jednoduchý tah a tlak, čistý smyk a ohyb. Přirozeně to speje k tomu, že takové podmínky bychom použili i pro kompozitní materiály. V tomto případě, nicméně, stavy napětí nejsou už záležitostí stejnorodých podmínek, nýbrž vysoce složitých. Hodnoty napětí na jakékoliv rovině kompozit-

ního materiálu jsou náhodné, nic nerozlišuje jednu rovinu od druhé. Takováto pole napětí jsou ale statisticky zvaná homogenní. Tudíž elastické vlastnosti jsou určeny vztahem mezi průměrným napětím  $\sigma$  a průměrnou deformací  $\varepsilon$ . [9]

Efektivní elastické napěťové-deformační vztahy vypadají takto: [9]

(28)

Obráceně:

$$\begin{matrix} \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ & \text{---} & \text{---} & \text{---} \end{matrix}$$

(29)

Kde \* označuje efektivní hodnoty vlastností,  $n^*$  je , je

je modul pružnosti ve směru vláken (podélný) [MPa],

souvisí s podélným Poissonovým číslem,

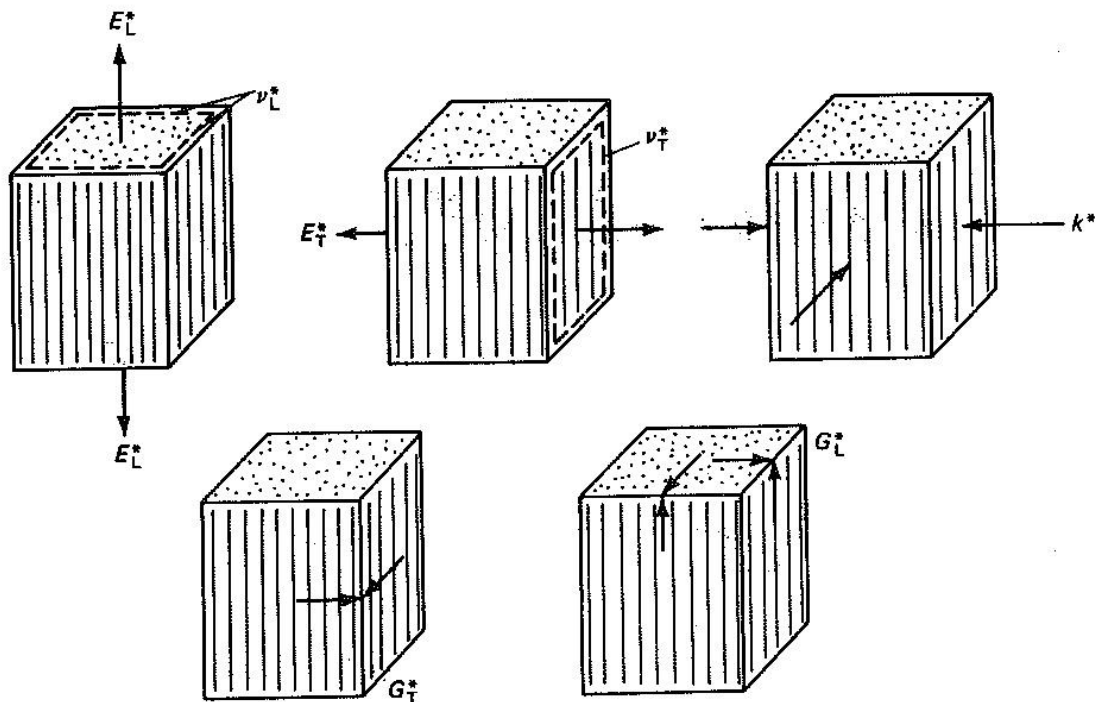
je Youngův modul pružnosti v příčném směru [MPa],

příčné Poissonové číslo

modul pružnosti ve smyku – podélný [MPa]

modul pružnosti ve smyku – příčný [MPa]

Obrázek 12 zobrazuje zatížení související s těmito vlastnostmi



Obr 12 Základní zatížení spojena s efektivními elastickými vlastnostmi[9]

Poissonovo číslo,  $\nu_L^*$ , je zkrácený zápis pro  $\nu_{12}$ , které definuje příčnou deformaci vůči napětí odpovídajícímu  $E_L^*$  ve směru vlákna (L nebo  $x_1$ ). Podobně  $\nu_T^*$ , Poissonovo číslo, které je zkrácený zápis pro  $\nu_{23}$  jež definuje deformaci v příčném směru  $x_3$  vůči napětí  $E_T^*$  příčného směru  $x_2$ , nebo obráceně.[9]

Podélný modul pružnosti ve smyku

Efektivní modul  $k^*$  získáme ze vzorku vystaveného stavu průměrné deformace

$$(30)$$

Ostatní členy se vykrátí a zůstane:

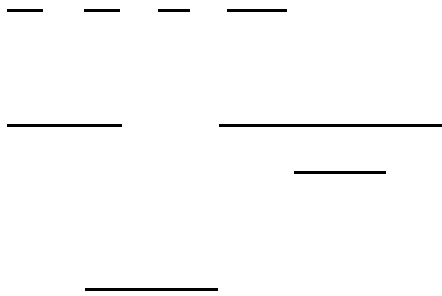
$$(31)$$

Narozdíl od ostatních uvedených vlastností,  $k^*$  má malý konstruktorský význam, ale za to je naopak veledůležitá při analýze.[9]

Pouze pět z vlasnotí v rovnicích(32) jsou nezávislé, nejdůležitější vztahy vlastností jsou:[9]

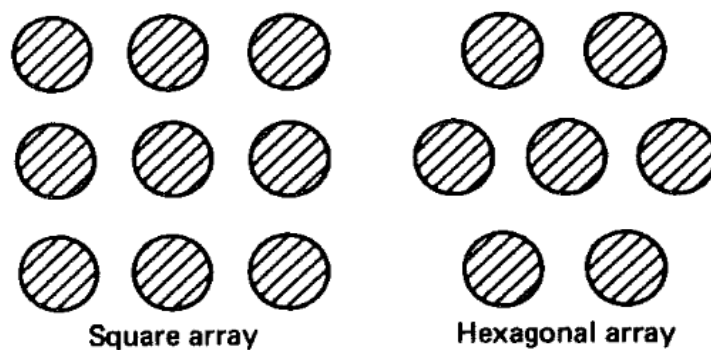
$$(32)$$





Výpočet efektivního modulu pružnosti je celkem složitý problém. Nejprve za předpokladu, že máme vyhovující uspořádání vláken a tudíž geometrický model kompozitu s jednosměrným uspořádáním vláken. Nicméně k nalezení přidruženého průměrného napětí je nezbytné detailně určit pole pružných posunutí ve výztuži a pojivu. Tyto posunutí musí splňovat diferenciální rovnice teorie pružnosti vlákna a pojiva. Potom co jsou tyto posunutí zjištěny se vypočítají deformační pole diferencí a pole napětí se zjistí pomocí lokálního Hookeova zákona.[9]

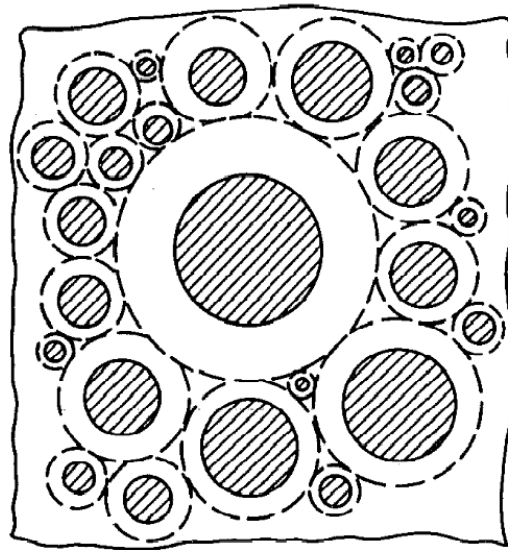
Z pohledu obtížnosti problematiky, pouze pár jednoduchých modelů dovoluje přesnou analýzu. Jeden takový je pravidelná řada stejných kruhových vláken, příkladem může být čtvercová soustava nebo šestiúhelníková. (obr 13)



Obr 13 modely analýzy[9]

Tyto modely se analyzují pomocí číselných konečně-prvkových procedur. Musí se, ale identifikovat vhodný opakující se člen vláknového kompozitu a vyjádřit mezní podmínky na základě požadavku symetrie vnějších mezních podmínek. [9]

Jediný existující model, kterým se dá provést přesné analytické určení efektivního modulu pružnosti je válcová sestava (obr 14). [9]



Obr 14 model – válcová sestava[9]

#### 4.1.2 Makromechanika

Vlastnosti UDC materiálů jsou značně odlišné od těch konvenčních, jako třeba kovových materiálů. Hlavní rozdíl, z analytického hlediska, plyne z materiálové anizotropie. UDC materiály mají, jak bylo už zmíněno v předchozí podkapitole, všeobecně vyjímečné vlastnosti ve směru výztužových vláken. Nicméně v příčném směru na vlákna jsou tyto vlastnosti zanedbatelné. Tedy pokud nebudeme zatěžovat takovýto kompozitní materiál pouze v jednodimenzním zatížení (tlak, tah), v porovnání s těmi konvenčními materiály se nedá použít. Problémem je tedy, jak získat maximální výhody z vyjímečných vlastností ve směru vláken a minimalizování efektu chabých příčných vlastností. Jedno řešení je v přístupu výroby překližky. [9]

Překližka se skládá z vrstev dřeva spojeného k sobě tak, že jedna vrstva dřevěných třísek je orientovaná příčně k vrstvě sousední. Tím získává tento složený materiál lepší vlastnosti i v jiných směrech. [9]

Spojení jednotlivých UDC vrstvením se užívá k tvorbě laminátu. Jehož vrstvy se skládají (orientují) tak, aby efektivní vlastnosti odpovídaly zatěžujícímu prostředí. Tím se zabývá „teorie laminování“, která se dá pojmout i jako strukturní analýza, či použít při návrhu struktury materiálu. Pro účely strukturní analýzy je potřeba uvést tuhost, tak jako u homogenního plátu je definována tuhost v tahu a ohybu. [9]

4.1.2.1 *Napět'ové-deformační vztahy laminátu*

Laminát je sestaven z řady vrstev rozdílných směrů, pro vyjádření vztahů a vlastností je užito rozdílného zapisu –  $x_1$  ve směru vláken,  $x_2$  příčný směr na vlákna ve vrstvě a  $x_3$  normála k rovině laminátového plátu. Platí tedy: [9]

$$(33)$$

Kde:

E – Youngův modul pružnosti (modul pružnosti v tahu) [MPa]

G – modul pružnosti ve smyku [MPa]

$\nu$  – Poissonovo číslo

Mimoto se laminové vrstvy v tomto případě berou jako homogenní, příčné isotropní materiály a tudíž při zápise poměrného prodloužení ( $\epsilon$ , deformace) není užito průměrných hodnot. Tedy: [9]

$$\begin{matrix} \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ & & \text{---} \\ & & \text{---} \\ & & \text{---} \end{matrix}$$

$$(34)$$

Kde  $\epsilon$  je poměrné prodloužení a  $\sigma$  napětí. A při zohlednění symetrie platí:

$$\text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---}$$

$$(35)$$

Nejdůležitější stav napětí v rovině laminového plátu je:

(36)

A protože dochází k zatížení uvnitř roviny a také k jejímu ohybu v dostatečné vzdálenosti od krajů laminátu, tak rovnice (34) zkrátí na:

$$\begin{array}{c} \text{---} \quad \text{---} \\ \text{---} \quad \text{---} \\ \text{---} \end{array} \quad (37)$$

#### 4.1.2.2 Teorie laminátu

Vývoj metod pro stanovení napětí a deformace laminátu je zásadně závislá na tom, že tloušťka jedné vrstvy je o mnoho menší než rozměry roviny. Obecně nabývá hodnot od 0,15 do 0,25mm. V důsledku tedy třeba kompozity pro letecký průmysl, které čítají 8 až 50 vrstev, jsou pořád považovány za tenkostěnné. Tím se dají analyzovat na základě běžného zjednodušení u teorie tenkostěnné desky.[9]

Analýza izotropní tenkostěnné desky je staré stanovení, ve kterém se výpočet rovinného zatížení a ohybu většinou provádí zvlášť. Zatěžování je popsáno teorií elastického napětí v rovině a ohyb klasickou teorií ohybu desky. Toto rozdělení je možné, protože oba dva případy nejsou propojené. Když se takový případ vyskytne, výsledky jsou dány superpozicí. Nicméně v případě anizotropních materiálů tomu tak není, zatížení a ohyb jsou spolu provázány a tudíž se musí řešit společně.[9]

Základní předpoklady pro teorii tenkostěnných desek jsou:

- tloušťka desky je mnohem menší než rozměry roviny
- deformace v poškozené desce jsou malé v porovnání k celku
- normály k povrchu nedeformované desky zůstávají normálami i k povrchu deformovanému
- Svislá odchylka se neliší skrz tloušťku.
- Napětí normálové k povrchu desky je zanedbatelné

## **II. PRAKTICKÁ ČÁST**

## 5 STANOVENÍ CÍLŮ

Cílem této bakalářské práce je simulovat a předpovědět chování čelního modulu tramvaje při zatížení silami, vyhodnotit místa s největším napětím a zjistit velikost případných deformací.

Geometrický model bude podrobený analýze za pomoci FEM softwaru, konkrétně CATIA V5 pro studentské účely Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně.

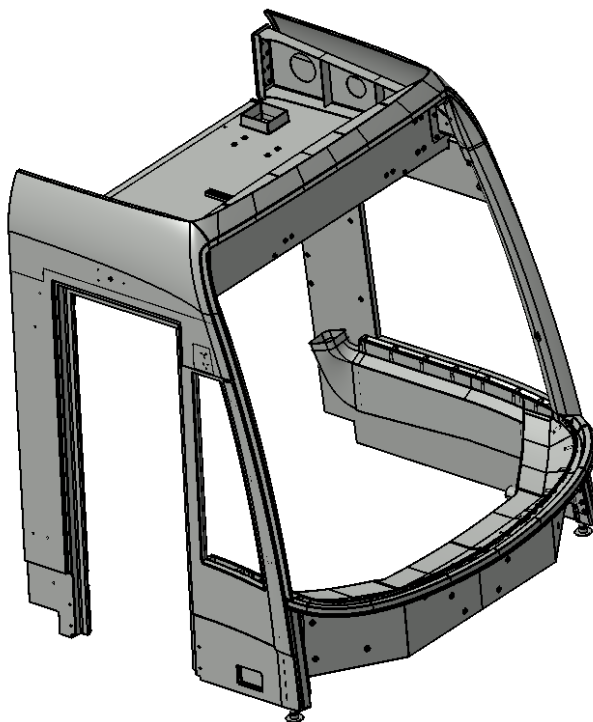
## 6 GEOMETRICKÝ MODEL ČELNÍHO MODULU

Původní model byl vytvořen v neznámém programu, ale bylo možné ho importovat do programu CATIA. Až na menší potíže s pozměněnou pozicí některých součástí se celá sestava uložila jako jeden part, což je pro budoucí analýzu zcela nevhodné. Důvodem je to, že každá součást má v sestavě své místo a chová se jako jednotlivec, i když je součástí celku.

Bylo tedy nutné tento model „rozebrat“ na jednotlivé díly a posléze opět složit do fungující sestavy.

### 6.1 Stavba funkčního modelu

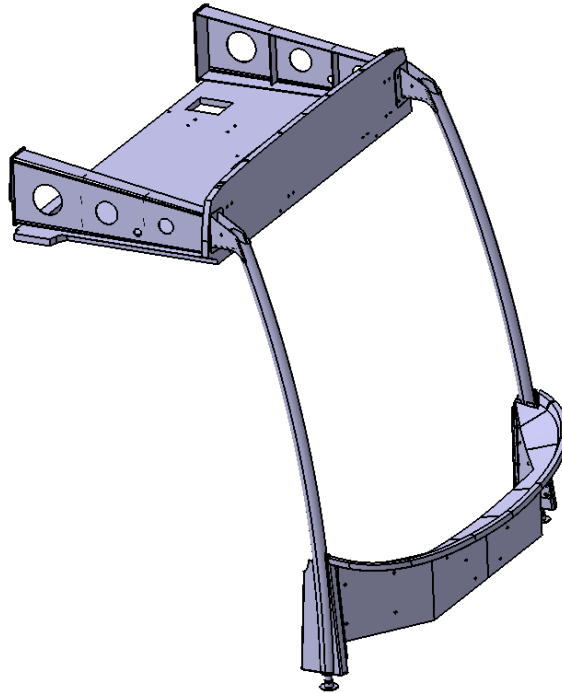
Původní model na obrázku 15 byl tedy pro analýzu nepoužitelný a při sestavování fungující modelu jsme se rozhodli, že vynecháme díly, které s hlavní konstrukcí nemají nic společného a jsou jakýmsi pláštěm celého komplexu.



*Obr 15 originální model*

Jednalo se hlavně o rozvody vzduchu, kabeláže, opláštění ocelového rámu a různé funkční prvky, jako dveře nebo okno, které na pevnost celého systému mají zanedbatelný vliv.

Na dalším obrázku 16 už jsou vidět zbylé díly ocelové konstrukce, tedy střešní díl, včetně trámů, rámu a nárazníku. Každý z těchto dílů se už chová samostatně a teď je zase nutné propojit je mezi sebou tak, aby se jejich vzájemná interakce při zatížení blížila tomu, co by mohlo nastat ve skutečnosti.



*Obr 16 model na analýzu*



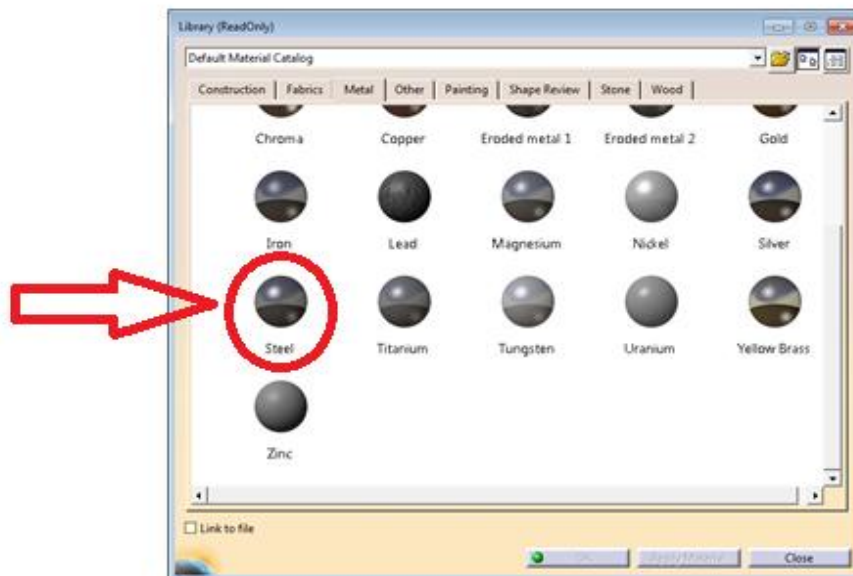
## 7 TVORBA KONEČNĚ PRVKOVÉHO MODELU

Vzhledem k tomu, že ocel jako konstrukční materiál není něco zvláštního a naopak vystupuje skoro všude, nebylo pro výpočet napětí a výsledných deformací potřeba počítat materiálové vlastnosti, jelikož už jsou předdefinované v programu, který používáme.

### 7.1 Materiálové vlastnosti

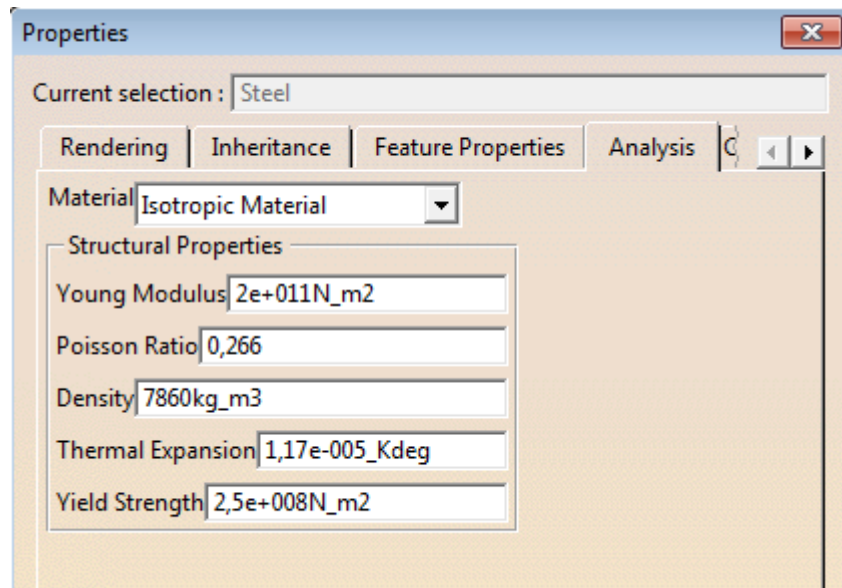
Ocel jako izotropní materiál má vcelku snadno předvídatelné chování, jak bylo řečeno v teoretické části. Má jen dvě nezávislé materiálové konstanty a těmi jsou modul pružnosti  $E$  a Poissonovo číslo  $\nu$ , které se určují materiálovými zkouškami.

Knihovna softwaru CATIA nabízí celou řadu materiálů, nás zajímají kovy a konkrétně ocel.



Obr 17 materiálová knihovna softwaru CATIA

V literatuře lze nalézt, že modul pružnosti ocele je zhruba 210 000MPa a Poissonovo číslo kolem 0,27, samozřejmě vše závisí na druhu oceli. Vlastnosti oceli, které jsem si pro vybral a definoval do systému pro průběh analýzy jsou viz obrázek 18.

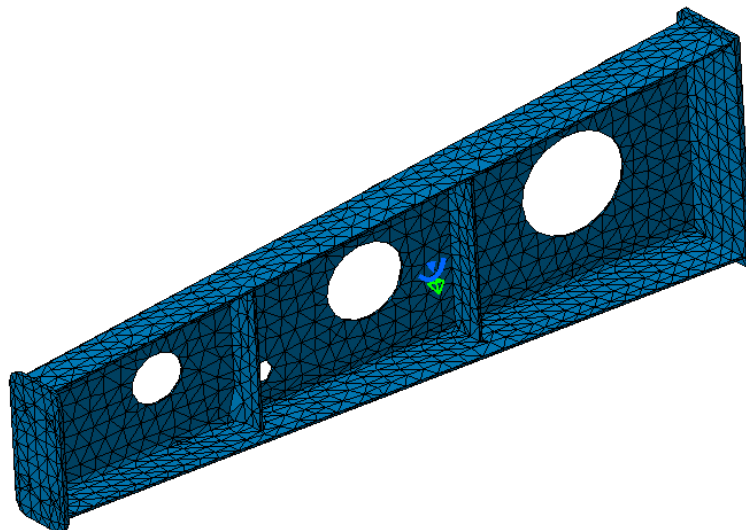


Obr 18 materiálové vlastnosti ocele

## 7.2 Síť modelu

Síť modelu se skládá z tzv. nodů neboli uzlů, které mají definované číslo, souřadnice a stupeň volnosti, dále elementy neboli prvky, které mají definované číslo, připojené uzly, interpolaci, integrační body a materiálové vlastnosti.

Síťování 3D modelu vzniklo pomocí čtyřstěnných elementů s trojúhelníkovými plochami stěn. Software CATIA vypočetl, že celkový počet uzlů je 71552 a prvků 267129.

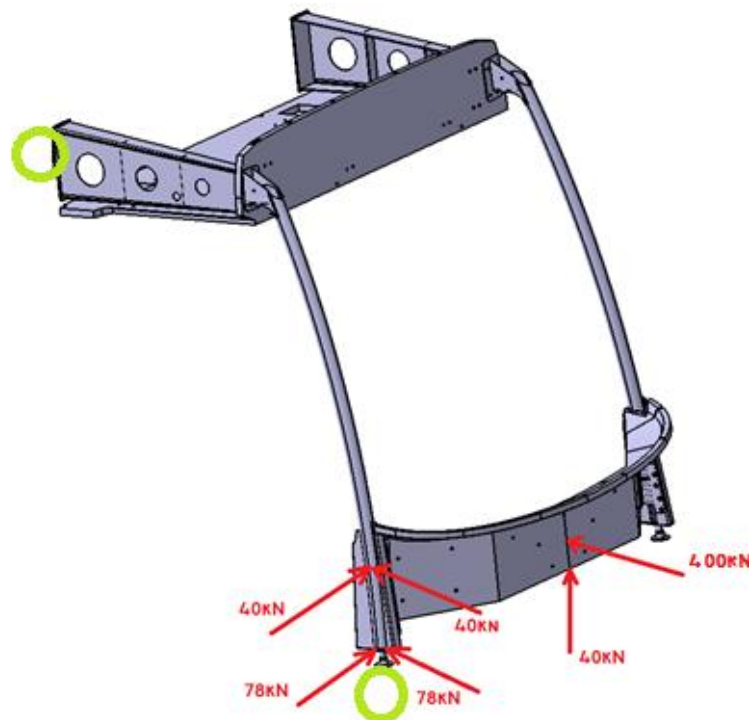


Obr 19 síťování pravého trámu

### 7.3 Zatížení a upevnění modelu

S předpokladem, že trámy budou upevněny ke zbytku konstrukce tramvaje, zvolil jsem tedy pevné uchycení v místech označenými zelenými kruhy symetricky pro levou i pravou stranu čela, jak je vyznačeno na obrázku.

Rám pak bude zatížen, dle požadavků výrobce, podle nákresu každou silou zvlášť a bude se zjišťovat jaké deformace způsobí zatížení silou o velikosti 40 kN působící podélně nebo příčně a zatížení silou o velikosti 78 kN, působící podélně nebo příčně v horní rovině spodku skříně. Dále čelní modul zatížíme silou, která vznikne jako důsledek zvedání vozu za čelní partii spodku - předpokládá se působení síly 40 kN ve středu čelní podokenní části a její přenesení do místa spojů čelního modulu s vaznicemi skříně vozidla (obr. 20). A nakonec zatížení 400 kN působícím ze předu do středu čelní podokenní části vniklé při nárazu vyšší rychlostí.



Obr 20 zatížení aplikovaná na model

## 8 VÝPOČET A VYHODNOCENÍ VÝSLEDKŮ

Z FEM analýzy byly vybrány tyto výpočetní data:

- Posunutí (displacement)
- Von Misesovo napětí

Výsledky von Misesova napětí nám poskytly přehled o místech, která byla nejvíce namáhána působícím zatížením, ve většině případech šlo o šroubové spoje a sváry. Posunutím jsme získaly vektory deformačního pole a velikost jejich posunu.

Srovnáním výsledků pro jednotlivé působení sil jsme získaly přehled o místech modelu, které budou vystaveny největšímu namáhání a deformacím. Takovýmto místům by měla být věnována větší pozornost.

### 8.1 Von Misesovo napětí

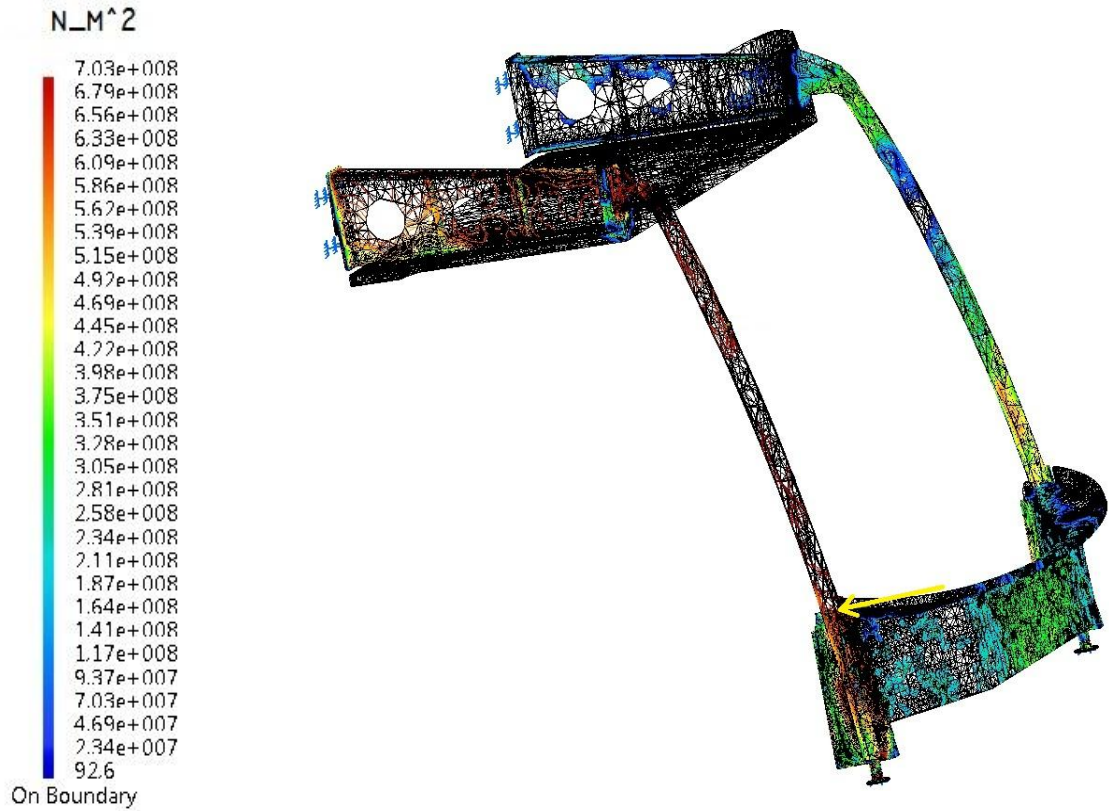
Jde o skalár, kterým lze spočítat z tenzoru napětí. V případě, že materiál začíná selhávat, dosahuje von Misesovo napětí kritických hodnot zvaných jako mez kluzu. Užívá se k předvídání míst, ve kterých dojde k selhání pod jakýmkoliv zatížením z výsledků jednoduché tahového zatížení. Říká, že dva stavy napětí se stejnou distorzní energií mají stejné von Misesovo napětí.

–

(38)

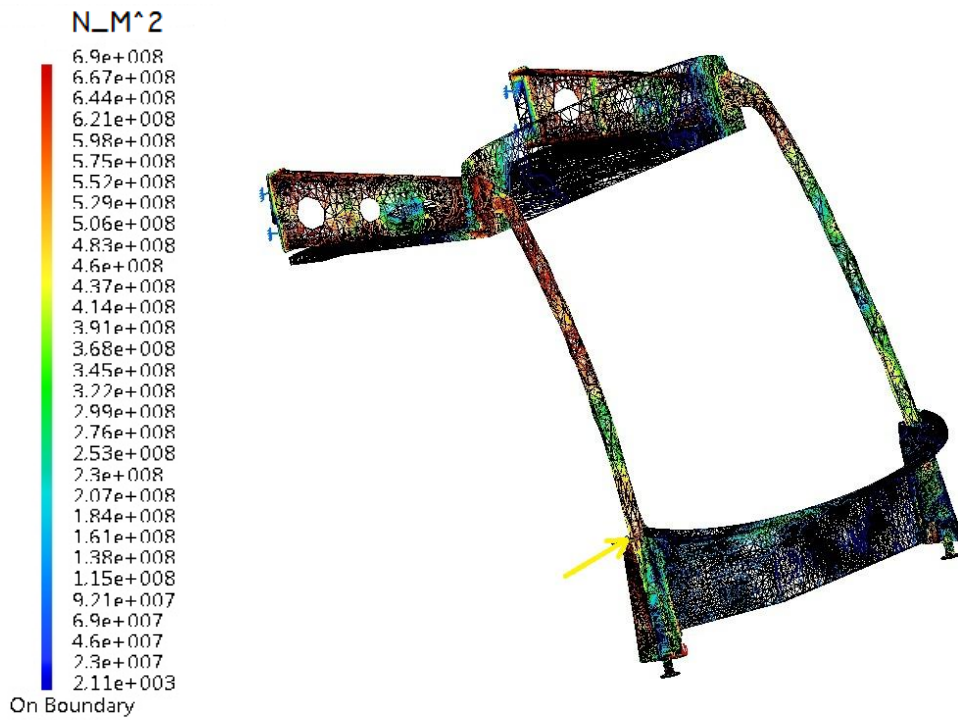
#### 8.1.1 Porovnání

- 1) 40kN působících na rám
  - a. Ze předu:



Obr 21 napětí způsobené 40kN ze předu na rám

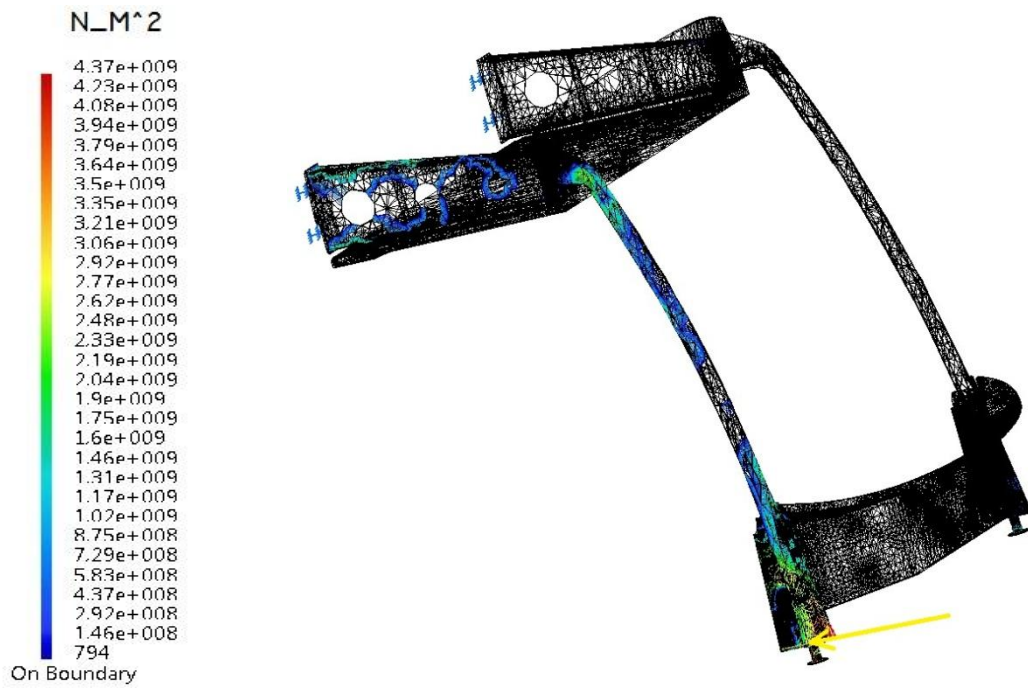
b. Z boku:



Obr 22 napětí způsobené 40kN z boku na rám

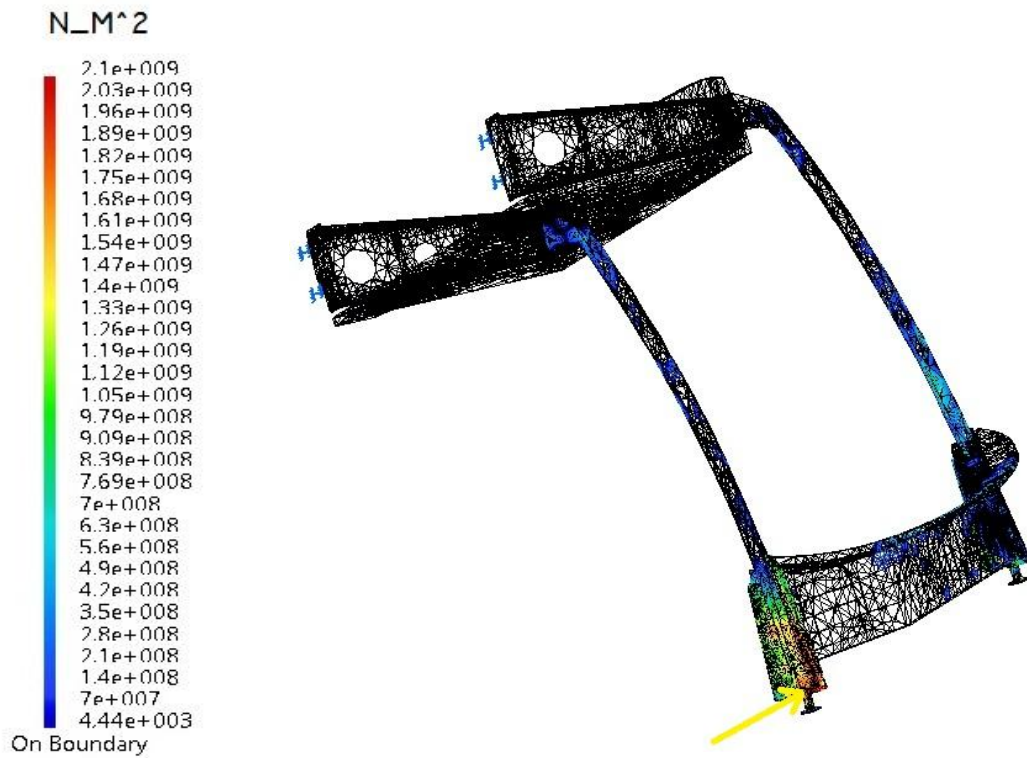
2) 78kN působících spodek rámu

a. Ze předu:



Obr 23 napětí způsobené 78kN ze předu

b. Z boku:



Obr 24 napětí způsobené 78kN z boku

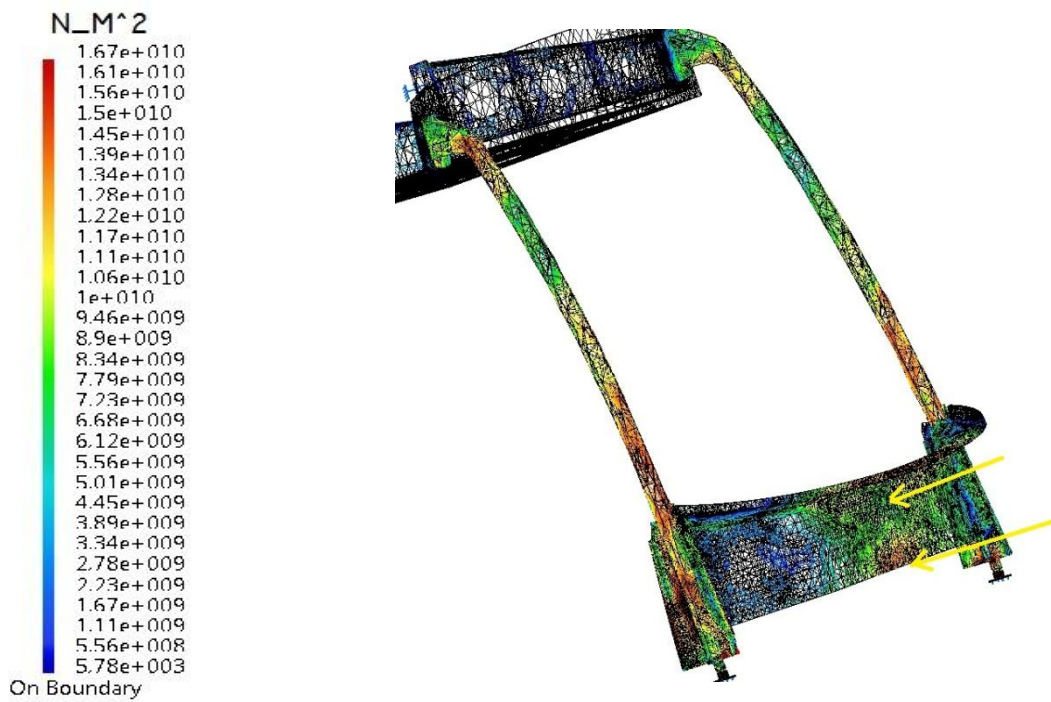
3) 40kN ze spodu na podokenní část





Obr 25 napětí způsobené 40kN na podokenní část

4) 400kN ze předu na podokenní část



Obr 26 napětí při 400kN

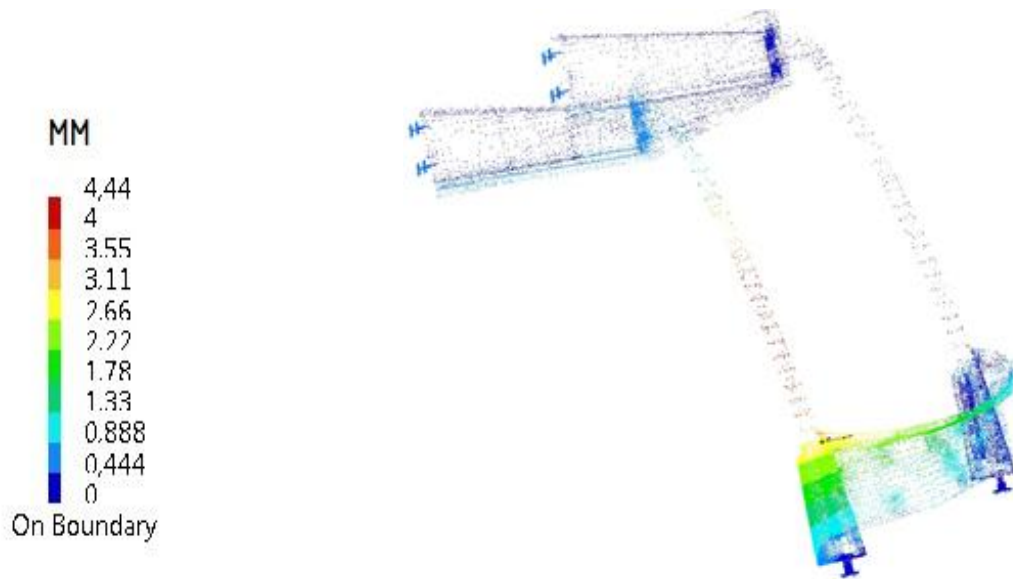
## 8.2 Deformace

Při zatížení silami vznikly deformace, ty si ukážeme následovně:

### 8.2.1 Porovnání

1) 40kN působících na rám

a. Ze předu:



Obr 27 posunutí při 40kN ze předu na rám

b. Z boku:



Obr 28 posunutí při 40kN z boku na rám



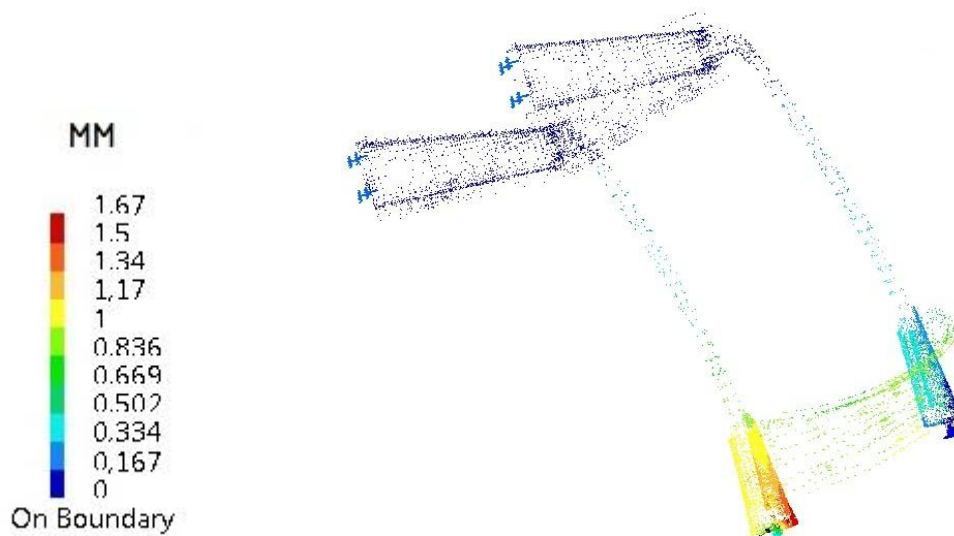
2) 78kN působících spodek rámu

a. Ze předu:



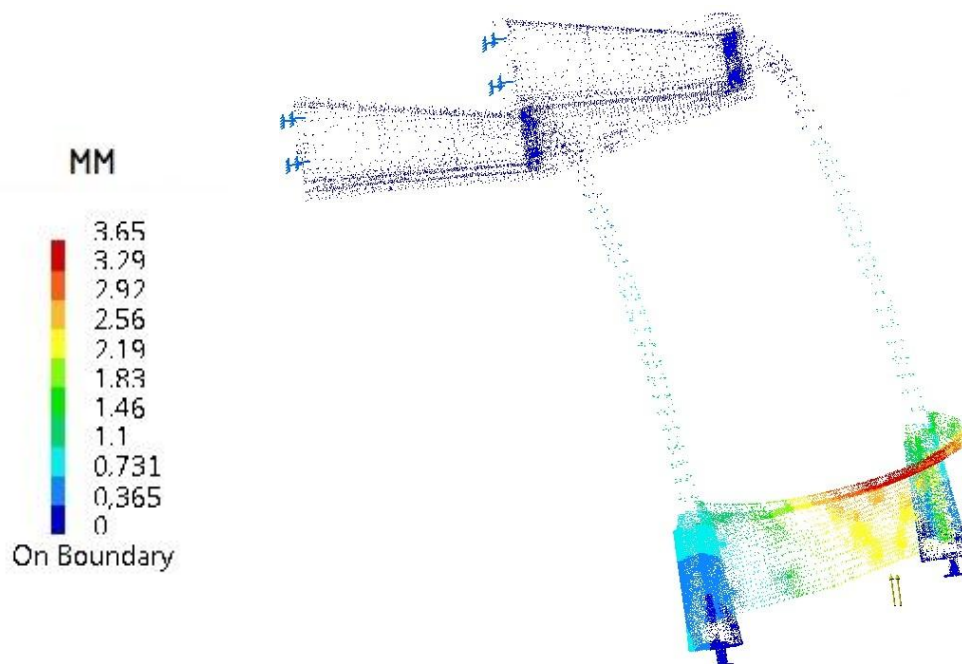
*Obr 29 posunutí při 78kN ze předu*

b. Z boku:



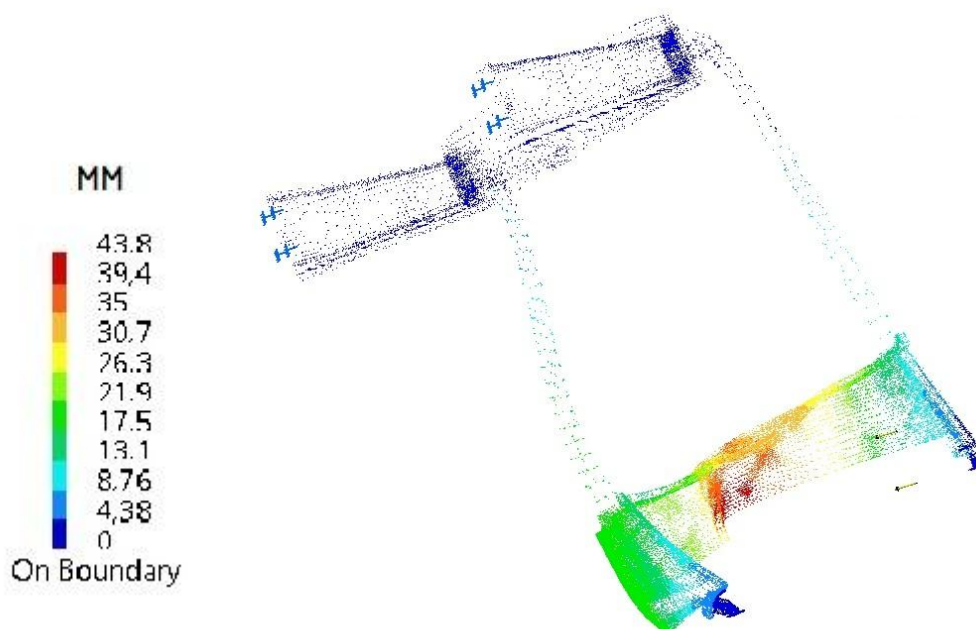
*Obr 30 posunutí při 78kN z boku*

3) 40kN ze spodu na podokenní část



*Obr 31 posunutí při 40kN na podokenní část*

4) 400kN ze předu na podokenní část



*Obr 32 posunutí při 400kN*

### 8.3 Vyhodnocení

*Tab 1 výčet maximálních hodnot*

zatížení	max von Misses [MPa]	max deformace [mm]
1a)	703	4,44
1b)	690	4,44
2a)	4370	1,66
2b)	2100	1,67
3	1200	3,65
4	16700	43,8

Tabulka 1 ukazuje nejvyšší hodnoty napětí a největší posun pro jednotlivá zatížení, označeno v pořadí, v jakém jsou za sebou při grafickém výčtu uvedeném výše.

Tyto hodnoty jsou však jen orientační, pro kvalitnější údaje je nutné analyzovat každý spoj s vyšší přesností a dbát na správný případ vazeb a uchycení.

## ZÁVĚR

V této bakalářské práci bylo zkoumáno jaké napětí a deformace vzniknou v module tramvajového čela po zatížení určitými silami.

K tomuto jsem použil software CATIA, vlastnosti oceli vybrané pro účely analýzy pak byly následně definovány z hodnot, které se běžně užívají v dopravním průmyslu. Model, který byl k dispozici pro účely bakalářské práce, bylo potřeba převést do užívaného programu a upravit do stavu vhodného pro analýzu. Model obsahoval řadu dílců z kompozitních materiálů, které nesouviseli přímo z konstrukcí ocelových trámů, rámu a podokenní části, takže byly ve finále z analýzy vypuštěny. Zůstala už jen kostra, celé konstrukce, na které byla analýza provedena.

Hodnoty, které analýza poskytla nám dali přehled o namáhaných místech a k jakým deformacím dochází v celé sestavě. Ve většině případech největší napětí vykazovaly místa styku dvou či více součástí. Zejména sváry v dolním upevnění rámu k podokenní části, ve kterých bylo naměřeno přímo největší napětí ve všech případech namáhání, viz tabulka 1. Tyto hodnoty jsou ale orientační, pro přesnější výsledky bude nutné spoje analyzovat zvlášť.

Co se týče deformací, krom analýzy při nárazu nedošlo k zásadním posunům. Největší posun byl v místě působení sil.

Z výsledků usuzuji, že by měla být při konstrukci věnována vyšší pozornost místům styku součástí, svárům, jak bylo zmíněno výše, pak také lepeným a šroubovým spojům, neboť na nich závisí funkčnost celé konstrukce.

**SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY**

- [1] PTÁČEK, Luděk. *Nauka o materiálu I*. Brno: CERM, c2001, 505 s. ISBN.
- [2] OLIVA, Josef. *Pružnost a pevnost*, Praha: SNTL, 1980
- [3] SOCHOR, Miroslav. *Strength of materials I*. Vyd. 2. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2004, 153 s. ISBN 80-01-02995-6.
- [4] Ebook and PDF Search Engine [online]. [2012-05-20]. Dostupný z WWW: <<http://www.articlesfind.info/pdf/stress-strain-curves.html>>
- [5] Stress-Strain Diagram [online]. [2012-05-20]. Dostupný z WWW: <<http://www.diracdelta.co.uk/>>
- [6] BOWER, Allan F. *Applied mechanics of solids*. Boca Raton: CRC Press, 2010, xxv, 794 s. ISBN 978-1-4398-0247-2.
- [7] JAVOŘÍK, Jakub. *Aplikace výpočetních metod, učební text*
- [8] Mikromechanika kompozity [online]. [2012-03-10]. Dostupný z WWW: <<http://delta.fme.vutbr.cz/>>
- [9] *ASM handbook*. Materials Park, Ohio: ASM International, c2001, xx, 1201 s. ISBN 0871707039.

**SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK**

E	Modul pružnosti v tahu	[MPa]
G	Modul pružnosti ve smyku	[MPa]
$\nu$	Poissonovo číslo	[-]
$\varepsilon$	Poměrné prodloužení	[-]
F	Zatěžující síla	[N]
$L_0$	Původní délka zkušební tělesa	[mm]
$S_0$	Původní průřez zkušební tělesa	[mm <sup>2</sup> ]
$\Delta L$	Změna délky zkušební tělesa	[mm]
$\sigma_u$	Mez úměrnosti	[MPa]
$\sigma_e$	Mez pružnosti	[MPa]
$\sigma_k$	Mez kluzu	[MPa]
$\sigma_p$	Mez pevnosti	[MPa]
$a_{ij}$	Materiálová konstanta	
$x_1, x_2, x_3$	Index globálního lokálního systému	
A	Deformační energie	[J]
V	Objem	
$u(x)$	Vektor posunutí	
CAD	Computer-aided design – podpora počítačové konstrukce	
FEM	Finite element method – metoda konečných prvků	
2D	Dvou rozměrný systém	
3D	Tří rozměrný systém	
UDC	Unidirectional fibre composite – kompozit s jednosměrně orientovanými vlákny	

**SEZNAM OBRÁZKŮ**

<i>Obr 1 Klasifikace metod zkoušení materiálu[1]</i> .....	12
<i>Obr 2 Zkušební tělísko[3]</i> .....	15
<i>Obr 3 Tahový diagram[4]</i> .....	16
<i>Obr 4 Hrubé srovnání tahových diagramů</i> .....	17
<i>Obr 5 Vektor posunutí charakterizující deformaci pevného tělesa[6]</i> .....	24
<i>Obr 6 3D FEM model se síťováním[7]</i> .....	25
<i>Obr 7 Průběh lineárního modelu[7]</i> .....	26
<i>Obr 8 Průběh nelineárního modelu[7]</i> .....	26
<i>Obr 9 Synergické chování složek kompozitu[8]</i> .....	27
<i>Obr 10 Geometrický tvar výztuže kompozitních materiálů[8]</i> .....	28
<i>Obr 11 Kompozitní materiál s jednosměrnými vlákny[9]</i> .....	30
<i>Obr 12 Základní zatížení spojena s efektivními elastickými vlastnostmi[9]</i> .....	32
<i>Obr 13 modely analýzy[9]</i> .....	33
<i>Obr 14 model – válcová sestava[9]</i> .....	34
<i>Obr 15 originální model</i> .....	39
<i>Obr 16 model na analýzu</i> .....	40
<i>Obr 17 materiálová knihovna softwaru CATIA</i> .....	41
<i>Obr 18 materiálové vlastnosti ocele</i> .....	42
<i>Obr 19 síťování pravého trámu</i> .....	42
<i>Obr 20 zatížení aplikovaná na model</i> .....	43
<i>Obr 21 napětí způsobené 40kN ze předu na rám</i> .....	45
<i>Obr 22 napětí způsobené 40kN z boku na rám</i> .....	45
<i>Obr 23 napětí způsobené 78kN ze předu</i> .....	46
<i>Obr 24 napětí způsobené 78kN z boku</i> .....	46
<i>Obr 25 napětí způsobené 40kN na podokenní část</i> .....	47
<i>Obr 26 napětí při 400kN</i> .....	47
<i>Obr 27 posunutí při 40kN ze předu na rám</i> .....	48
<i>Obr 28 posunutí při 40kN z boku na rám</i> .....	48
<i>Obr 29 posunutí při 78kN ze předu</i> .....	49
<i>Obr 30 posunutí při 78kN z boku</i> .....	49
<i>Obr 31 posunutí při 40kN na podokenní část</i> .....	50
<i>Obr 32 posunutí při 400kN</i> .....	50

## SEZNAM TABULEK

<i>Tab 1 výčet maximálních hodnot .....</i>	<i>51</i>
---	-----------