



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně

Fakulta aplikované informatiky

Ing. Jiří Marholt

NESTABILNÍ SYSTÉMY: robustní řízení s omezenou akční veličinou

**UNSTABLE SYSTEMS:
robust control with saturated control input**

Disertační práce

Studijní program:	Inženýrská informatika
Studijní obor:	Automatické řízení a informatika
Školitel:	doc. Ing. František Gazdoš, Ph.D.

Zlín, září 2014

ABSTRAKT

Tato práce se zabývá metodikou návrhu regulátoru pro nestabilní soustavy. Pro syntézu regulátoru je použito polynomiálního přístupu s ohledem na robustní řízení a omezení akční veličiny. Nejprve je ukázán přehled výskytu nestabilních systémů a poté jsou představeny metody návrhu řízení pro nestabilní systémy. Následuje odvození jednotlivých konfigurací řízení 1DOF, 2DOF a TFC polynomiálního přístupu řešící problém umístění pólů. Navržené řízení je dále vylepšeno pomocí robustního řízení s využitím omezení akční veličiny. Průběh akční veličiny navrženého řízení splňuje, že se nachází v zadaném intervalu horního a dolního omezení. Tento úkol se řeší numericky pomocí standardních funkcí MATLABu a jeho nastavby pro optimalizaci s cílem splnit omezení na řídicí vstup a robustnost výsledné regulační smyčky. Pomocí vytvořeného programu lze jednoduše navrhnout regulátor pro vybraný typ nestabilní soustavy. Navržená metodika je představena na vybraných typech nestabilních regulovaných soustav a na reálném modelu magnetické levitace pro jeden a více ladících parametrů.

ABSTRACT

This paper deals with the methodology of controller design for unstable systems. Polynomial approach is used for the synthesis of controller considering robust control and control input limitation. Firstly the survey of unstable systems is illustrated and after that the methods of controller design for unstable systems are demonstrated. Derivation of individual control configurations 1DOF 2DOF and TFC using the polynomial approach resulting the pole-placement problem follows. Proposed control is improved with the help of robust control techniques with the consideration of control input limitation. Control input response of proposed control fulfils the requirement that it's located in the specified interval of upper and lower limitations. This task is addressed numerically by means of standard MATLAB functions for nonlinear optimization with the aid to fulfil control input limitation and robustness of the resultant loop. Controller for a specified type of unstable systems can be easily proposed by means of the created programme environment. The proposed methodology is demonstrated on selected types of unstable transfer function and also on the real model of magnetic levitation for one and more optimized parameters.

OBSAH

1. ÚVOD	6
2. SOUČASNÝ STAV ŘEŠENÉ PROBLEMATIKY.....	7
3. CÍLE DISERTAČNÍ PRÁCE	10
4. TEORETICKÝ RÁMEC.....	11
4.1 STABILITA SYSTÉMU.....	11
4.1.1 Základní definice stability.....	12
4.1.2 Způsoby testování stability.....	14
4.2 POUŽITÉ KONFIGURACE ŘÍZENÍ	22
4.2.1 Systém řízení se zpětnovazebním regulátorem (1DOF konfigurace).....	22
4.2.2 Systém řízení se zpětnovazebním a přímovazebním regulátorem (2DOF konfigurace).....	24
4.2.3 Systém řízení se dvěma zpětnovazebními regulátory (TFC konfigurace).....	27
4.3 NÁVRH ROBUSTNÍHO ŘÍZENÍ	29
4.3.1 Normy signálů a systémů.....	29
4.3.2 Základy robustní stability.....	31
4.3.3 Citlivostní funkce regulačního obvodu.....	33
4.4 OMEZENÍ AKČNÍHO ZÁSAHU	34
4.5 ZÁKLADNÍ OMEZENÍ PŘI ŘÍZENÍ NESTABILNÍCH SYSTÉMŮ	37
4.6 PŘÍKLADY NESTABILNÍCH SYSTÉMŮ	39
5. ZVOLENÉ METODY ZPRACOVÁNÍ	44
5.1 POUŽITÁ KRITÉRIA.....	44
5.2 OPTIMALIZAČNÍ PROCES.....	45
6. EXPERIMENTÁLNÍ ČÁST	47
6.1 PROGRAM „OPTIMALIZACE PÓLŮ URO“.....	47
6.1.1 Obecný popis možností programu.....	48
6.1.2 Požadavky na spuštění programu.....	48
6.1.3 Popis jednotlivých částí programu.....	48
6.1.4 Ilustrační příklad.....	51
6.2 VYBRANÉ EXPERIMENTY NUMERICKÉ OPTIMALIZACE PÓLŮ ..	54
6.3 ŘÍZENÍ NESTABILNÍCH MODELŮ	68
7. VÝSLEDKY	74
8. PŘÍNOS PRÁCE PRO VĚDU A PRAXI.....	75

9. ZÁVĚR.....	76
LITERATURA	78
SEZNAM OBRÁZKŮ	82
SEZNAM TABULEK.....	84
SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK.....	85
PŘÍLOHY	90
PUBLIKAČNÍ AKTIVITY AUTORA	91
ODBORNÝ ŽIVOTOPIS AUTORA.....	92

1. ÚVOD

Technologické procesy můžeme rozdělit podle chování na systémy stabilní a systémy nestabilní. Zástupci nestabilních systémů jsou různé typy reaktorů, destilační kolony, dále se vyskytují v letectví, v automobilovém průmyslu, v železniční dopravě a podobně. Metody návrhu řízení pro nestabilní systémy bývají mnohem propracovanější a složitější než pro systémy stabilní.

Tato práce se zabývá problematikou návrhu regulátorů pro nestabilní systémy pomocí polynomiálního přístupu, kde vede řešení k výpočtu polynomiálních a diofantických rovnic. Tvar rovnic vychází ze zvolené struktury systému řízení, jejíž volbou lze zajistit požadovaný průběh řízení a ovlivnit také velikost akčního zásahu. Je zde ukázán návrh regulátoru pomocí 1DOF konfigurace, 2DOF konfigurace, speciální konfigurace se dvěma zpětnovazebními regulátory (dále TFC konfigurace). Další cíl této práce je kladen na to, aby byl navržený systém řízení robustní. Robustní systémy zajišťují, aby požadavky kladené na regulační obvod byly splněné nejen pro definovaný nominální systém, ale také pro nějaké jeho okolí, resp. pro celou pracovní oblast. Pro nalezení těchto vlastností regulátoru je při návrhu použito citlivostní funkce uzavřeného regulačního obvodu. Dále práce řeší také omezení akčního zásahu tak, aby byla snížena pravděpodobnost jeho možné saturace v reálných podmínkách. To je provedeno numerickou optimalizací pólů charakteristického polynomu URO s využitím standardních funkcí programového systému MATLAB z jeho nadstavby pro optimalizaci.

Tato práce je rozdělena do osmi hlavních částí. Po úvodu následuje první část, kde jsou chronologicky představeny metody pro řízení nestabilních systémů. Dále ukazuje metody robustního řízení, omezení akční veličiny a závěr se zabývá vlastním obsahem této práce. Po této části navazují „Cíle disertační práce“, kde jsou popsány v bodech vytyčené cíle disertační práce. Dále následuje „Teoretický rámec“ zde je vysvětleno co je stabilita systému a jak se určuje. Poté představuje polynomiální návrh řízení pro nestabilní systémy s využitím robustního řízení a minimalizaci akčního zásahu při řízení. V další části „Zvolené metody zpracování“ ukazuje zvolené matematické metody optimalizace s využitím programu MATLAB a představuje kritérium využití pro omezení akčního zásahu. V další části „Experimentální část“ je představen vytvořený program v MATLABu pro optimalizaci pólů URO a návrh regulátoru pomocí polynomiální metody. Pro vybrané nestabilní systémy jsou pomocí vytvořeného programu navrženy regulátory a také simulovány. Navržené řízení je dále aplikováno na vybraném nestabilním reálném laboratorním modelu. V další části „Výsledky“ je zhodnoceno využití funkce *fmincon* a dále popsány dosažené výsledky navržené přístupem optimalizace ladících parametrů. V další části „Přínos práce pro vědu a praxi“ je ukázáno využití použitých metod v teoretické a praktické oblasti. V poslední části „Závěr“ jsou uvedena zhodnocení dosažených výsledků.

2. SOUČASNÝ STAV ŘEŠENÉ PROBLEMATIKY

Velká většina průmyslových procesů, se kterými se můžeme setkat, mají stochastický charakter a vykazují nelineární chování. Dále se vyskytuje velká řada nestabilních systémů, ty můžeme nalézt v letectví, železniční dopravě, ve vojenství, destilační kolony, reaktory a podobně. Experimenty s těmito systémy bez patřičného spolehlivého řízení mohou být skutečným hazardem, viz např. práce [55]. Pro lepší pochopení problematiky nestabilních systémů se vyrábí řada modelů pro výzkumné a školní potřeby od firem TecEquipment Ltd, Humusoft, Amira a jiných. Mezi nejznámější patří například model magnetické levitace, jehož vlastnosti lze například uplatnit při transportu lidí, výrobků nebo surovin v železniční dopravě, kde mezi hlavní výrobce magnetických vlaků patří Japonsko a Čína [21], [41], [68]. Další známý model je kulička na tyči, přibližující problém, s jakým se musejí potýkat designéři letadel, aby stabilizovali a optimalizovali chování letadla. Není bez zajímavosti, že některá moderní letadla (především vojenská) jsou navržena jako nestabilní z důvodu lepší manévrovatelnosti [55], [63], [64], [67]. Dalším příkladem nestabilních systémů, jejichž chování zjednodušeně aproximuje kulička na tyči je například střela (raketa), nebo start raketoplánu. Pro simulaci systémů z letectví byly zkonstruovány také např. modely vrtulníků, které mají více vstupů a více výstupů a lze tak simulovat vzájemné interakce [27], [66]. Mezi další známé modely nestabilních systémů patří například inverzní kyvadlo [40] a model kulička na ploše, který získává informaci o výstupním signálu pomocí CCD kamery [67], [70].

Počátek využití průmyslové automatizace spadá do období 18. a 19. století. Roku 1769 vynalezl J. Watt (Anglie) odstředivý regulátor otáček pro parní turbíny. Wattovy odstředivé regulátory použité u parních strojů, se ale dostávaly do nestabilních stavů. Proto J. Maxwell publikoval článek roku 1868, kde ukázal jak linearizovat diferenciální pohybové rovnice tohoto systému pro regulaci rychlosti při použití různých typů Wattova regulátoru a analyzovat jeho stabilitu z charakteristické rovnice. Automatické řízení se v průběhu 19. století dostává do oblasti matematické vědy. Vznikají nová kritéria pro určení stability, mezi které například patří: Routhovo, Hurwitzovo, Ljapunovo, Nyquistovo kritérium a další.

V roce 1942 představili J. G. Ziegler a N. B. Nichols úspěšný postup návrhu parametrů PID regulátoru, který je používán dodnes. Pro nestabilní systémy jej modifikovali [14].

Jednoduché vylepšení pro standartní PID regulátory používané v praxi u soustav s dopravním zpožděním poskytl Smith v roce 1957. V roce 1996 publikoval Hagglund zjednodušenou verzi Smithova prediktoru, který má horší kvalitu řízení, ale jeho nastavení je jednodušší. Pro řízení nestabilních soustav vznikly nové modifikace Smithova prediktoru, které jsou publikovány v následujících článcích [4], [14], [35], [38], [62].

V 50. letech minulého století vznikaly první typy adaptivních regulátorů, které byly schopné se přizpůsobovat a modifikovat své chování podle měnících se podmínek. Ty byly například používány při realizaci autopilotů, v letectví, vojenství a podobně. Drtivá většina regulátorů v průmyslu je tvořena poměrně spolehlivými PID regulátory s pevně nastavenými parametry, ale pro určité procesy se jeví nasazení adaptivních regulátorů jako vhodné, zejména když jsou kladeny vysoké požadavky na kvalitu výstupů [9]. Využití adaptivních regulátorů při řízení nestabilních soustav lze najít například v pracích: [17], [43], [56].

Roku 1965 publikoval profesor kalifornské univerzity L.A Zadech fuzzy logiku a teorii množin. Byla využita při regulaci parního stroje roku 1975. Velký rozvoj fuzzy logiky byl v 80. a 90. letech v Japonsku. V dnešní době je fuzzy řízení nasazováno v náročnějších aplikacích, teorii a řízení např. letadel, vrtulníků, bioreaktorů atd. a lze to nalézt např. v pracích [30], [37], [42], [60], [69].

Mezi další práce, které se zevrubně zabývají řízením nestabilních systémů uveďme např. monografii [45].

Metoda umístění pólů využívá polohy pólů URO, které jsou ladícím parametrem a přímo souvisí s požadovanou dynamikou regulačního pochodu. Pokud volíme vícenásobné reálné kořeny charakteristického polynomu, zjednoduší se nám sice výpočet regulátoru, ale získaný regulační pochod nemusí mít nejvhodnější průběh [32].

Mezi moderní metody návrhu regulátoru patří také polynomiální syntéza, která se značně liší od klasických metod syntézy (např. Metoda požadovaného modelu, Ziegler-Nicholsova metoda, Naslinova metoda, Cohen-Coonova metoda apod.). U klasických metod většinou nejprve volíme konkrétní typ regulátoru (P, PI, PID) a pak pomocí daných vztahů vypočítáme jeho parametry. Při návrhu regulátoru pomocí polynomiální metody vede řešení k výpočtu polynomiálních a diofantických rovnic. Tvar rovnic vychází ze zvolené struktury systému řízení, jejíž volbou lze zajistit požadovaný průběh řízení a ovlivnit také velikost akčního zásahu. Polynomiálním přístupem dostaneme jak vhodnou strukturu, tak i parametry regulátoru. Pomocí polynomiálního přístupu lze relativně snadno navrhnout regulátor i pro nestabilní systémy, systémy s neminimální fází, dopravním zpožděním, popř. pro vstupní signály (žádaná hodnota a porucha) jiné než skokové funkce (rampa, harmonický signál, apod.). Polynomiální přístup je dobře popsán např. v pracích [2], [23], [26], [31], [59].

Robustní systémy řízení zaznamenaly v posledních desetiletích velký rozvoj. Původně metody návrhu regulátorů vycházely z „daného“ matematického modelu regulované soustavy, ale dostatečně nezohledňovaly chyby modelování nebo neurčitost. Robustní systémy zajišťují, aby požadavky kladené na regulační obvod byly splněné i pro určité, předem definované okolí tzv. nominálního modelu. Existuje celá řada návrhů robustního řízení, například pravděpodobnostní modelování neurčitosti. Tento přístup zajistí pouze namodelovanou vlastnost jen s určitou pravděpodobností, což nemusí být vždy výhodné. Dále je možné použít adaptivní regulátor, jehož nastavení se neustále při řízení adaptuje. V praxi se nejčastěji používá jeden pevně robustně nastavený regulátor. Ten lze navrhnout například pomocí citlivostní funkce URO s využitím normy H_∞ , pomocí čehož lze optimalizovat vybrané parametry uzavřeného obvodu. Výsledné navržené řízení je robustnější vůči nepřesnostem v modelu řízeného systému a působícím poruchám, viz například práce [1], [5], [33].

Při řízení nestabilních systémů musí být také brán ohled na omezení maximální velikosti akčního zásahu. Akční zásah regulátoru musí být schopen fyzický akční člen realizovat. Ten lze omezit například pomocí metod: Set-point weighting [24], [25], [48], Back-calculation [24], [25]. Pomocí prediktivního řízení, které je ale výpočtově náročnější, lze vytvářet optimální posloupnost akčních zásahů odpovídající kritériu řešené úlohy. Prediktivní řízení vzniklo v období po druhé světové válce. Technologie MPC (angl. *Model Predictive Control*) se v praxi vyskytovala mnohem dříve, než vznikla první publikace, kterou pravděpodobně napsal roku 1963 Propoi [49] a o 15 let později Richalet a kol [51]. Cutler a Remarker

představili roku 1980 algoritmus DMC (angl. *Dynamic Matrix Control*), který používá při řešení metodu nejmenších čtverců a nezahrnuje omezení vstupních a výstupních veličin [13]. Roku 1986 je publikován algoritmus QDMC (angl. *Quadratic Dynamic Matrix Control*) [20]. Ten již řeší omezení veličin, ale není použitelný pro nestabilní systémy. Mezi další moderní algoritmy patří metoda GPC (angl. *Generalized Predictive Control*), která umožňuje řídit neminimálně fázové a nestabilní procesy a dále také i systémy s dopravním zpožděním [10], [11]. Tyto metody již nelze jednoduše realizovat použitím PLC, protože je potřeba optimalizovat úlohy on-line. Ty se řeší na PC s operačním systémem Windows nebo Linux [12], [39], [50].

Cílem předkládané disertační práce je navrhnout regulátor pomocí polynomiálního přístupu pro nestabilní systémy, jenž svými vlastnostmi splňuje robustní chování a respektuje omezení akční veličiny. Pomocí těchto vylepšení může regulátor plnit svoji úlohu v okolí pracovního bodu na velmi vysoké úrovni a díky tomu může být výsledný proces řízení bezpečnější. Pro výpočty a simulace takového návrhu řízení je využito programového prostředí MATLAB, jenž umožňuje jednoduše zkoumat a testovat řídicí algoritmy. Navržené řízení je ověřeno na vybraných nestabilních modelech, které se nacházejí v laboratořích FAI UTB ve Zlíně.

3. CÍLE DISERTAČNÍ PRÁCE

Cíle disertační práce je možno stručně shrnout v následujících bodech:

1. Analýza současného stavu v oblasti řízení nestabilních systémů s důrazem na robustní přístup se zohledněním omezení akčního zásahu při návrhu řízení.
2. Návrh řízení nestabilních SISO systémů pomocí polynomiálního přístupu v robustním smyslu se zohledněním omezení akčního zásahu.
3. Pro tyto účely ověřit možnost využití standardních numerických funkcí MATLABU pro optimalizaci pólů uzavřeného regulačního obvodu.
4. Realizace GUI umožňující navrhnout řízení dle bodu 2, 3 pro vybrané typy soustav a zvolené konfigurace řízení.
5. Ověření navrženého přístupu jak simulačními prostředky, tak řízením v reálném čase.

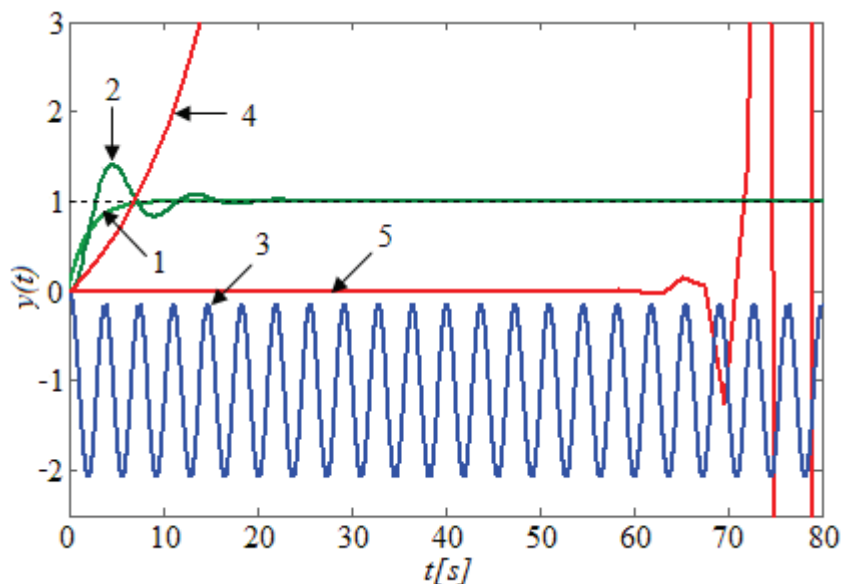
4. TEORETICKÝ RÁMEC

Cílem této kapitoly je vysvětlit co je stabilita systému a jak se určuje. Dále se věnuje návrhu řízení pomocí polynomiálního přístupu pro vybrané konfigurace systému řízení. Následují základy robustního řízení a řešení omezení akčního zásahu.

4.1 Stabilita systému

Základní podmínkou správné činnosti regulačního obvodu je jeho stabilita. Regulační obvod je stabilní, jestliže po svém vychýlení z rovnovážného stavu a odstranění vzruchu, který vychýlení způsobil, je schopen se ustálit v rovnovážném stavu. Nový rovnovážný stav nemusí být s původním rovnovážným stavem totožný. Podle průběhu regulované veličiny, který závisí na vlastnostech regulované soustavy a regulátoru rozdělujeme regulační pochody na typy uvedené níže a jejich průběhy jsou zobrazeny na Obr. 4.1.

- 1) stabilní aperiodický systém – regulovaná veličina dosáhne ustáleného stavu
- 2) stabilní kmitavý systém – regulovaná veličina dosáhne ustáleného stavu
- 3) systém na hranici stability – regulovaná veličina se mění periodicky kolem žádané hodnoty
- 4) nestabilní aperiodický systém – regulovaná veličina se neustálí, tento pochod regulace nelze použít
- 5) nestabilní kmitavý systém – regulovaná veličina se neustálí, tento pochod regulace nelze použít

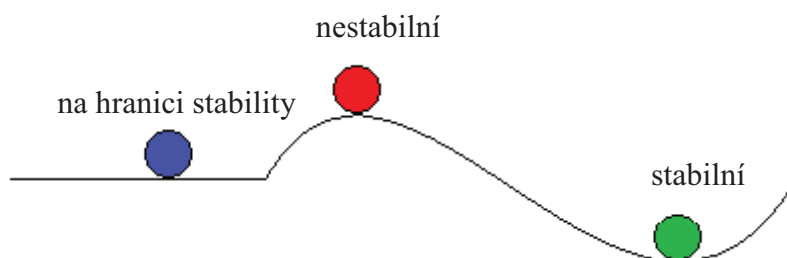


Obr. 4.1: Průběhy výstupní veličiny $y(t)$

Při návrhu regulátoru proto musí být prvně brán ohled na stabilitu regulačního obvodu. Parametry regulované soustavy jsou dány její konstrukcí a nemohou se většinou měnit. Mohou se měnit pouze parametry regulátoru, případně volit jiný vhodnější typ regulátoru tak, aby se dosáhlo stabilního regulačního obvodu [34].

4.1.1 Základní definice stability

Stabilita regulačního obvodu je definována jako schopnost systému vrátit se po vychýlení zpět do původního stavu viz. Obr 4.2. Toto vychýlení je vždy způsobeno nenulovými počátečními podmínkami.



Obr. 4.2: Grafické znázornění stability kuličky v gravitačním poli

U lineárních systémů je stabilita dána parametry systému tzn. polohou kořenů charakteristické rovnice uzavřeného regulačního obvodu. U nelineárního systému je stabilita dána nejen parametry systému, ale i počátečními podmínkami danými vnějšími signály.

Stabilitou nelineárních systémů se zabýval koncem 19. století ruský matematik A. Ljapunov [34], [47], [52]. Nejprve bude vysvětlena Ljapunovská stabilita v okolí rovnovážného bodu a poté na mezním cyklu [46].

Rovnovážný stav zobrazený na Obr. 4.3 je *stabilní*, když po vychýlení zůstane trajektorie zastupujícího bodu systému v definovaném okolí ε rovnovážného stavu. Trajektorie zastupujícího bodu v čase $t \rightarrow \infty$ nemusí tedy dosáhnout rovnovážného stavu \tilde{x} , ale musí být v předepsané blízkosti tohoto stavu. Potom tedy platí pro x_0

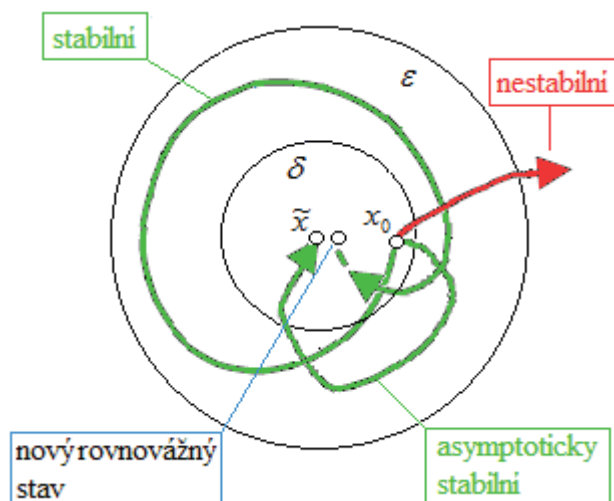
$$|x_0 - \tilde{x}| \leq \delta \quad (4.1)$$

a stabilita je dána podmínkou

$$|x(t) - \tilde{x}| \leq \varepsilon \quad (4.2)$$

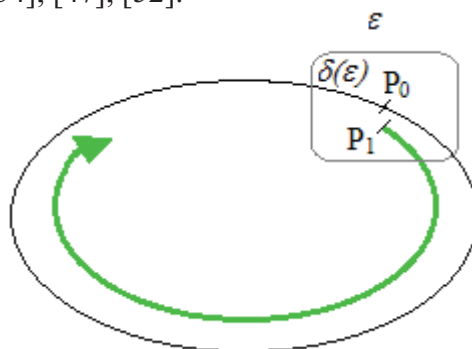
Rovnovážný stav je *asymptoticky stabilní*, pokud je stabilní pomocí Ljapunova a každý pohyb, vycházející ze stavu x_0 , dostatečně blízkého stavu \tilde{x} , se blíží v čase $t \rightarrow \infty$ stavu \tilde{x} .

Lokální stabilita znamená, že je oblast počátečních podmínek omezena na malé počáteční odchylky od rovnovážného stavu x_0 . *Globální stabilita* znamená případ, kdy je systém stabilní při libovolných počátečních podmínkách. Lineární stabilní systém je vždy stabilní globálně.



Obr. 4.3: Ljapunovská stabilita v okolí rovnovážného bodu

Na mezním cyklu uvedeném na Obr 4.4 dle Ljapunova je uvažován bod P_0 pro $t = t_0$ a bod P_1 v blízkosti bodu P_0 ležící na trajektorii blízké meznímu cyklu pro $t = t_0$. Body P_0 a P_1 jsou v oblasti počátečních podmínek $\delta(\varepsilon)$. Systém je stabilní, jestliže bod P_1 zůstane po libovolnou dobu $t > t_0$ stále v oblasti ε [34], [47], [52].



Obr. 4.4: Ljapunovská stabilita na mezním cyklu

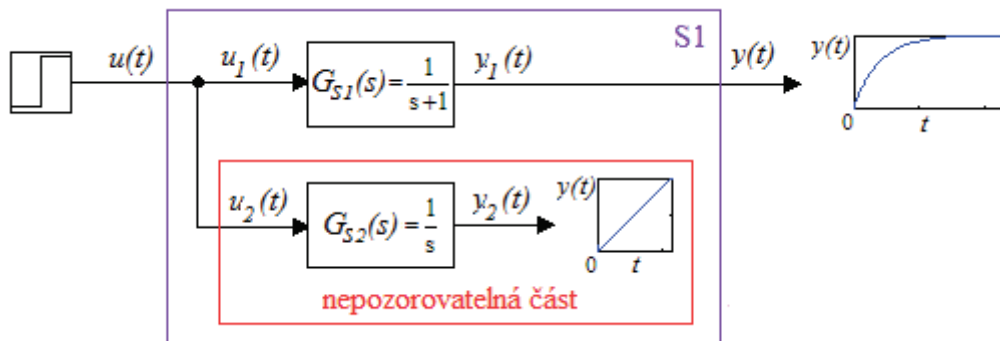
Dále je také rozšířená definice stability typu BIBO (angl. *Bounded Input – Bounded Output*), která říká: systém je *BIBO stabilní* právě když odezva na každý omezený vstupní signál jdoucí do systému je také omezená; pokud nějaký omezený vstupní signál vyvolá na výstupu neomezenou odezvu, pak systém BIBO stabilní není. Z uvedeného plyne, že BIBO stabilita je vlastností přenosu ze vstupu na výstup [34], [47].

BIBO stabilitu lze ověřit pomocí následujícího vztahu:

$$\int_0^{\infty} |g(t)| dt < \infty \quad (4.3)$$

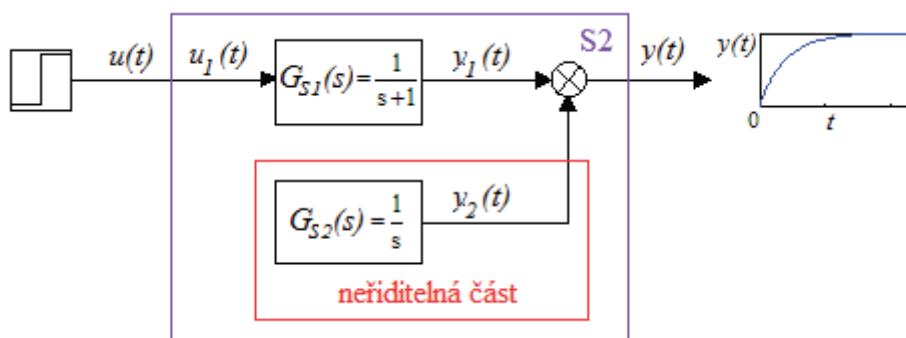
kde $g(t)$ je impulsní funkce zkoumaného systému. Ze vztahu vyplývá že systém je BIBO stabilní, pokud je hodnota uvedeného integrálu menší než nekonečno.

Jestliže je systém BIBO stabilní nemusí to znamenat, že je také *vnitřně stabilní*. Systém S1 na Obr. 4.5 je složený ze stabilního subsystému $G_{S1}(s)$ a z nestabilního subsystému $G_{S2}(s)$. Vstupní signál $u(t)$ je přiveden na vstupy obou subsystémů $G_{S1}(s)$ a $G_{S2}(s)$. Systém S1 je tedy vnitřně nestabilní, protože výstup $G_{S2}(s)$ je nestabilní. Ten ale není přiveden na výstup $y(t)$ systému S1 a jeho nestabilní chování se tam tedy neprojeví.



Obr. 4.5: Nestabilita v nepozorovatelné části

Systém S2 na Obr. 4.6 je složený ze stejných subsystémů jako systém S1 na předchozím obrázku. Vstupní signál $u(t)$ systému S2 je přiveden na vstup subsystému $G_{S1}(s)$. Výstupní signál $y(t)$ je tvořený z výstupu $y_1(t)$ stabilního subsystému $G_{S1}(s)$ a z výstupu $y_2(t)$ nestabilního subsystému $G_{S2}(s)$. Výstupní signál $y_2(t)$ je ale nulový, protože vstupní signál $u(t)$ není přiveden do subsystému $G_{S2}(s)$ a nestabilita se tedy na výstupu $y(t)$ neprojeví [34], [47].



Obr. 4.6: Nestabilita v neřiditelné části

4.1.2 Způsoby testování stability

Pro určení stability systémů existuje velké množství kritérií a jejich použití závisí na vlastnostech systému. Abychom mohli stabilitu systému testovat musíme znát vnitřní nebo vnější popis systému, nejprve tedy bude stručně vysvětlen popis systému a poté budou představena jednotlivá kritéria pro vybrané typy systémů.

Vlastnosti dynamického systému je možné popsat nejčastěji pomocí vnitřního nebo vnějšího popisu systému. Vnitřní popis systému vyjadřuje dynamické vlastnosti systému závislostí mezi jeho vstupem, stavem a výstupem, ten bude stručně popsán jako první.

Vnitřní stavový popis nelineárního spojitého dynamického systému

Lineární systémy jsou popsány lineárními diferenciálními rovnicemi. Tyto systémy lze poměrně jednoduše řešit, ale ve skutečnosti jsou jen určitou aproximací, neboť každý fyzikální systém je v podstatě nelineární. Nelineární systémy obsahují obvykle různé lineární členy a jednu nebo větší počet nelinearit. Stavový popis nelineárního dynamického systému je obecně složen ze stavové rovnice (4.4) a výstupní rovnice (4.5)

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}[t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)] \quad (4.4)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{g}[t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)] \quad (4.5)$$

kde uvedené symboly značí: \mathbf{u} - vstupní vektor (rozměr r); \mathbf{x} - stavový vektor (rozměr n); \mathbf{y} - výstupní vektor (rozměr m); \mathbf{f} , \mathbf{g} - nelineární vektorové funkce. Pokud uvažujeme časově neměnný systém (t-invariantní) bude popsán rovnicemi (4.6) a (4.7) ve tvaru [19].

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = [\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)] \quad (4.6)$$

$$\mathbf{y}(t) = [\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)] \quad (4.7)$$

Stabilitu nelineárního systému lze vyšetřit pomocí Ljapunova viz. kapitola 4.1.1, nebo jsou uvedené rovnice (4.6) a (4.7) linearizovány pomocí rovnic (4.8) a (4.9) v okolí zvoleného pracovního bodu a je určena stabilita náhradního lineárního systému. Takové určení stability je stručně naznačeno v následující kapitole o popisu lineárního spojitého dynamického systému.

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \mathbf{f}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0) + \left(\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right)_0 \cdot \Delta \mathbf{x} + \left(\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \right)_0 \cdot \Delta \mathbf{u} \quad (4.8)$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \mathbf{g}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0) + \left(\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}} \right)_0 \cdot \Delta \mathbf{x} + \left(\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{u}} \right)_0 \cdot \Delta \mathbf{u} \quad (4.9)$$

Vnitřní stavový popis lineárního spojitého dynamického systému

Lineární spojitý dynamický systém (LSDS) je popsán stavovou a výstupní rovnicí ve tvaru

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t) \quad (4.10)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}(t)\mathbf{u}(t) \quad (4.11)$$

kde symboly značí: \mathbf{A} - matice systému (dynamiky, rozměr $n \times n$); \mathbf{B} - váhová matice vstupu (rozměr $n \times m$); \mathbf{C} - váhová matice stavu (rozměr $r \times n$); \mathbf{D} - váhová matice vstupu (v rovnici výstupu, rozměr $r \times m$).

Systém je časově proměnný (t-variantní), jestliže prvky aspoň z jedné z matice jsou v čase proměnné. Počet prvků vektoru stavu n udává řád systému. Pokud je systém striktně ryzí váhová matice stavu $\mathbf{D} = 0$. Změny výstupů odpovídají pouze změnám stavových veličin,

v opačném případě výstupy odpovídají změnám stavových veličin a vstupních veličin. Stavový popis je nejednoznačný, protože jeden systém může mít více stavových popisů [19].

Převod stavového popisu LSDS na vnější popis

Vnější, přenosový popis systému je získán ze stavového popisu následujícím způsobem. Nejprve jsou upraveny rovnice (4.10) a (4.11) pomocí Laplaceovy transformace při nulových počátečních podmínkách a poté po provedení pár matematických úprav je získán následující převodní vztah:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A})} C \text{adj}(s\mathbf{I} - \mathbf{A}) \mathbf{B} + \mathbf{D} \quad (4.12)$$

kde $Y(s)$ značí Laplaceův obraz výstupní veličiny a $U(s)$ značí Laplaceův obraz akční veličiny.

Stabilita dynamického systému se potom určí z charakteristického polynomu matice \mathbf{A} , který je roven $\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A})$. Systém je stabilní, jestliže všechna vlastní čísla matice \mathbf{A} mají zápornou reálnou část (tedy leží v levé části komplexní roviny) [19].

Vnější popis lineárního spojitého dynamického systému

Regulační pochod v lineárních spojitých regulačních obvodech je v komplexní oblasti popsán přenosovou funkcí (4.12). V časové oblasti pak pomocí lineárních diferenciálních rovnic s konstantními koeficienty, které jsou ve tvaru:

$$a_n y^{(n)}(t) + a_{n-1} y^{(n-1)}(t) + \dots + a_0 y(t) = b_m u^{(m)}(t) + b_{m-1} u^{(m-1)}(t) + \dots + b_0 u(t) \quad (4.13)$$

kde

- a_n, b_n - jsou konstantní koeficienty
- $u(t)$ - je vstupní (akční) veličina
- $y(t)$ - je výstupní (regulovaná) veličina

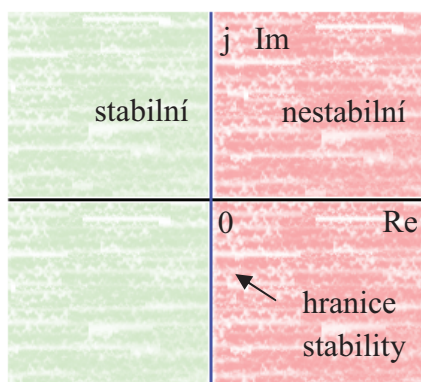
Pro posouzení stability uzavřeného regulačního obvodu je důležitá levá strana uvedené diferenciální rovnice (4.13). Položením pravé strany této rovnice nule lze dostat diferenciální rovnici, jejíž laplaceovou transformací je tzv. charakteristická rovnice ve tvaru

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0 = 0 \quad (4.14)$$

Kořeny této rovnice se nazývají póly a ty mohou být reálné (určují aperiodické složky řešení) nebo komplexně sdružené (určují kmitavé složky řešení).

Nutná a postačující podmínka stability

Nutnou a postačující podmínkou stability regulačního obvodu je, aby kořeny charakteristického polynomu (levá strana char. rovnice 4.14) ležely v záporné části komplexní roviny uvedené na Obr. 4.7.

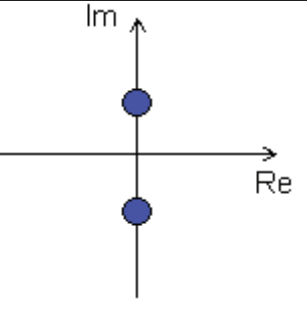
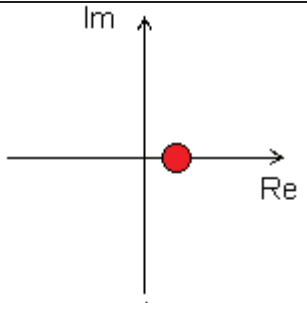
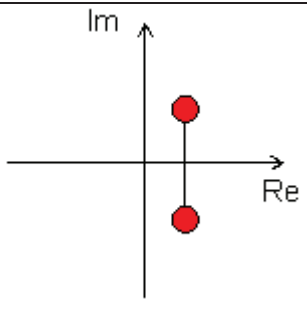


Obr. 4.7: Znárodnění komplexní roviny „s“

V případě, že některý z kořenů leží na imaginární ose a žádný neleží v pravé komplexní polorovině, je obvod na hranici stability. Jestliže leží v pravé části komplexní polorovině jeden nebo více kořenů je regulační obvod nestabilní. Umístění kořenů v komplexní rovině pro základní typy systémů jsou uvedeny v Tab. 4.1.

Tab. 4.1: Typy systémů dle umístění kořenů v komplexní rovině

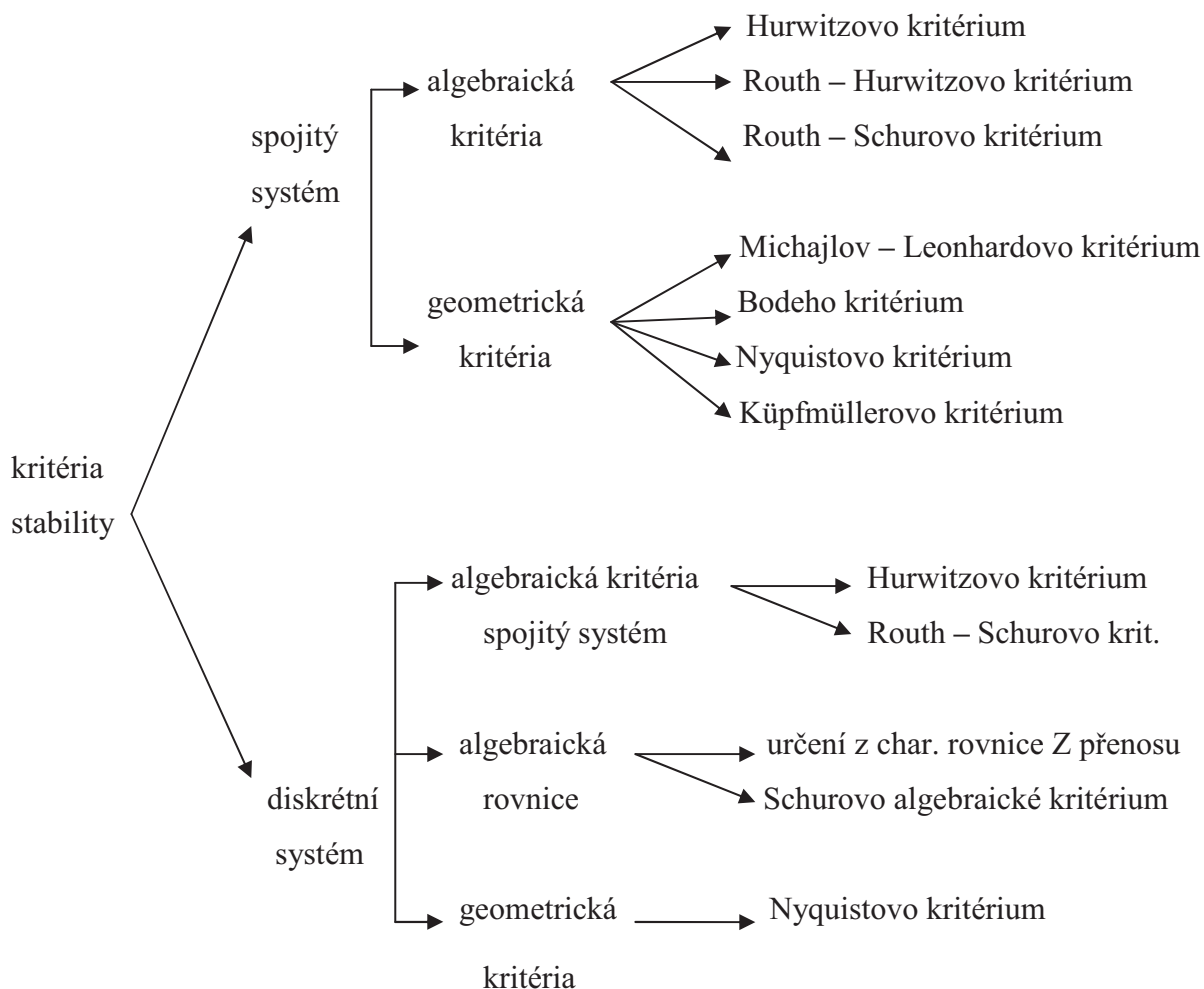
Typ systému	Umístění kořenů
stabilní aperiodický systém (jen záporné reálné kořeny)	
stabilní kmitavý systém (záporná reálná část komplexně sdružených kořenů)	

<p>system na hranici stability (dva ryze imaginární kořeny)</p>	
<p>nestabilní aperiodický systém (kladné reálné kořeny)</p>	
<p>nestabilní kmitavý systém (kladná reálná část komplexně sdružených kořenů)</p>	

Dále platí:

- 1) pokud má charakteristický polynom max. 2. řádu všechny koeficienty se shodným znaménkem a žádný nechybí je stabilní;
- 2) pokud koeficienty polynomu nemají shodné znaménko nebo chybí je nestabilní;
- 3) pokud charakteristický polynom je vyššího řádu než 2. řádu a má všechny koeficienty se shodným znaménkem nelze rozhodnout; pak je nutno spočítat kořeny nebo použít některé z kritérií stability.

Určit kořeny charakteristické rovnice vyššího než druhého stupně je obtížné, proto byla sestavena algebraická a geometrická kritéria. Ta umožňují určit stabilitu obvodu bez nutnosti počítat kořeny charakteristické rovnice [19]. Přehled vybraných algebraických a geometrických kritérií je zobrazen dále, kde lze také spatřit rozdělení těchto metod podle systémů a to pro systémy spojité a systémy nespojitě.



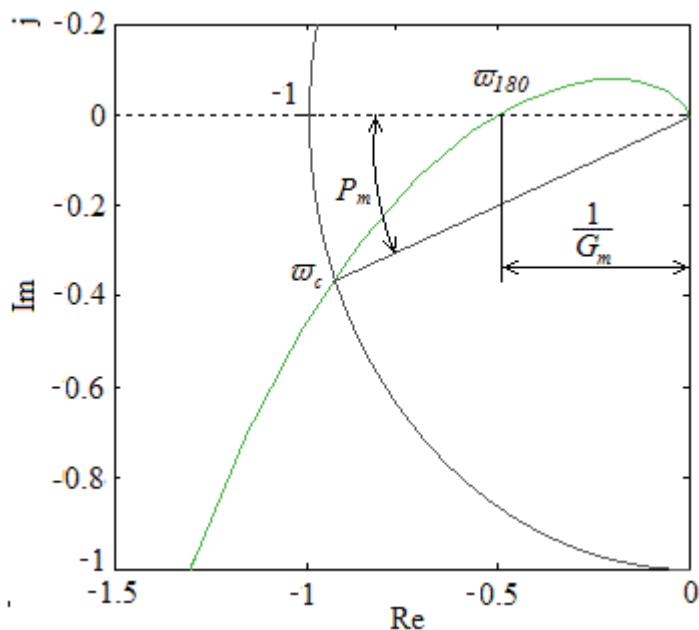
Relativní míra stability

Stabilitu systému lze posuzovat absolutně (ANO/NE) pomocí metod uvedených výše nebo také lze určit tzv. relativní míru stability. Ta se dá zjistit z Nyquistovy charakteristiky otevřeného regulačního obvodu nebo z Bodeho diagramu pomocí amplitudové a fázové bezpečnosti. Tato míra obecně uvádí jak je systém daleko od hranice stability.

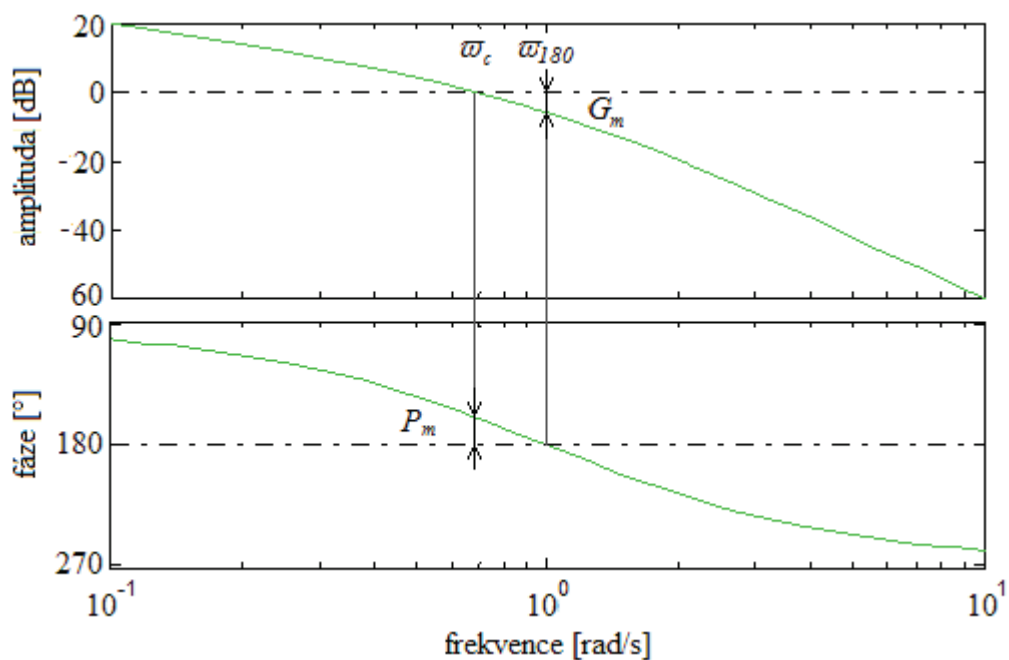
Amplitudová bezpečnost G_m (angl. *gain margin*), viz Obr. 4.8 udává, kolikrát lze zvětšit zesílení otevřeného regulačního obvodu, než se uzavřený regulační obvod dostane na mez stability. Násobek je definovaný vztahem (4.15), kde G_O je přenos otevřeného regulačního obvodu a ω_c je kritická frekvence otevřené smyčky.

$$G_m = \frac{1}{|G_O(j\omega_c)|} \quad (4.15)$$

Fázová bezpečnost P_m (angl. *phase margin*), viz Obr. 4.9 udává úhel, o kolik lze posunout fázové zesílení otevřeného regulačního obvodu tak, aby se uzavřený regulační obvod dostal na hranici stability.



Obr. 4.8: Nyquistova charakteristika - amplitudová a fázová bezpečnost



Obr. 4.9: Bodeho diagram - amplitudová a fázová bezpečnost

Doporučené hodnoty amplitudové a fázové bezpečnosti jsou v rozsahu: $G_m > 6\sim 9\text{dB}$ a $P_m > 30\sim 45^\circ$. Nevýhodou amplitudové a fázové bezpečnosti je, že stanovují míru bezpečnosti zvlášť pouze v amplitudě nebo pouze ve fázi. Proto je často výhodnější využít vzdálenost frekvenční charakteristiky od kritického bodu $[-1;0j]$, která dále zajistí také kvalitnější řízení. Kvalitnější řízení lze dosáhnout využitím vztahu 4.17, který je tvořen citlivostní funkcí 4.16 a váhou W_P . Váha $W_P(j\omega)$ představuje při návrhu indikátor kvality a může být zvolena např. pomocí metod uvedených v publikaci [5], [7], [16].

$$S(j\omega) = \frac{1}{1+G_0} \quad (4.16)$$

$$|S(j\omega)| < \frac{1}{|W_p(j\omega)|}, \forall \omega \Rightarrow |W_p(j\omega)S(j\omega)| < 1, \forall \omega \quad (4.17)$$

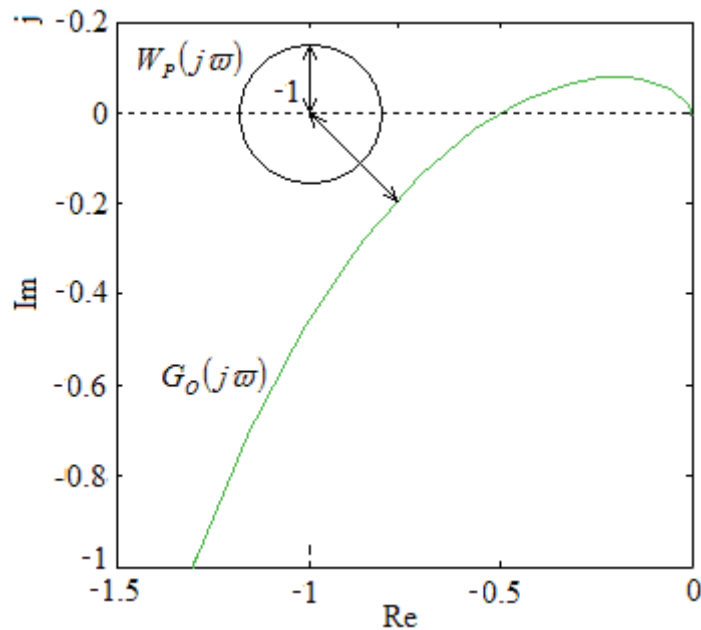
Konečný tvar s normou H_∞

$$\|W_p(j\omega)S(j\omega)\| < 1 \quad (4.18)$$

Z předešlého vztahu lze odvodit

$$|W_p(j\omega)| < |G_0(j\omega)+1|, \forall \omega \quad (4.19)$$

Výsledný regulační pochod bude tím kvalitnější, čím bude vzdálenost frekvenční charakteristiky G_0 od bodu $[-1, 0j]$ vyšší než absolutní hodnota váhové funkce $W_p(j\omega)$ pro všechny frekvence ω , viz Obr. 4.10[5], [7], [16].



Obr. 4.10: Znázornění podmínky kvality regulace

Robustní stabilita

V oblasti automatického řízení se také často používá pojem *robustní stabilita*, jenž říká: regulační obvod nazveme robustně stabilní, když je stabilní nejen pro nominální soustavu G_{SN} , ale také pro všechny soustavy z jejího okolí dané neurčitým modelem. Ten se nejčastěji vyskytuje jako multiplikatívni, aditivní a méně pak jako inverzní [5], [7], [16]. Tento pojem bude podrobněji popsán dále v kapitole 4.3 Návrh robustního řízení.

4.2 Použité konfigurace řízení

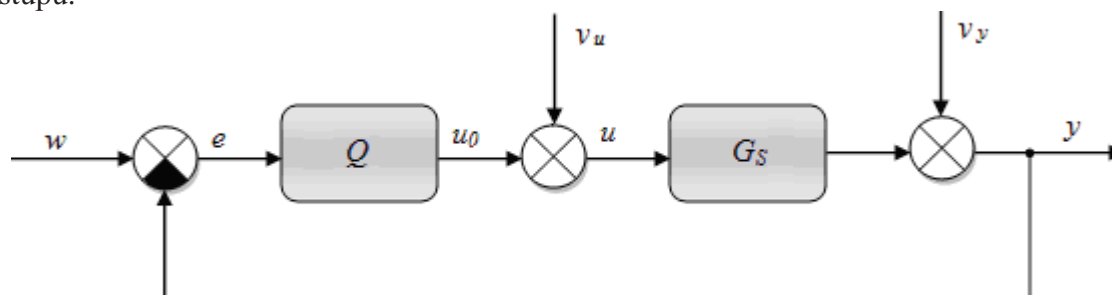
Návrh regulátoru pro nestabilní systémy bude proveden pomocí polynomiálního přístupu. Nejprve budou představeny jednotlivé konfigurace řízení 1DOF, 2DOF a TFC, které jsou pro tyto účely využity. Při návrhu řízení budou obecně kladeny tyto základní požadavky:

- stabilita systému řízení
- vnitřní ryzost systému řízení,
- asymptotické sledování referenčního signálu
- úplná kompenzace poruch vstupujících do systému řízení.

Mimo to je třeba zabezpečit, aby byl navržený systém řízení robustní a nedocházelo k saturaci akčního zásahu – tyto věci jsou diskutovány a řešeny dále. Využitý polynomiální přístup je dobře zmapován např. v pracích [2], [23], [26], [31], [59].

4.2.1 Systém řízení se zpětnovazebním regulátorem (1DOF konfigurace)

Nejprve budeme uvažovat 1DOF (angl. *One-Degree-Of-Freedom*) konfiguraci systému řízení z Obr. 4.11, tedy konfiguraci se zpětnovazebním regulátorem, kde Q - značí přenos regulátoru, G_S - přenos regulované soustavy, w - žádanou hodnotu (referenční signál), e - regulační odchylku, u_0 - akční zásah vystupující z regulátoru, u - akční zásah vstupující do regulované soustavy, y - regulovanou veličinu, v_u - poruchu na vstupu a v_y - poruchu na výstupu.



Obr. 4.11: 1DOF konfigurace systému řízení

Přenos regulované soustavy a regulátoru je uvažován ve tvaru:

$$G_S(s) = \frac{b(s)}{a(s)}; Q(s) = \frac{q(s)}{p(s)} \quad (4.20)$$

kde $b(s)$, $a(s)$ a $q(s)$, $p(s)$ jsou navzájem nesoudělné polynomy, u nichž je uvažováno $\deg b \leq \deg a$ a $\deg q \leq \deg p$. Obrazy referenčního signálu a poruch jsou pak ve tvaru

$$W(s) = \frac{h_w(s)}{f_w(s)}; V_u(s) = \frac{h_v(s)}{f_v(s)}; V_y(s) = \frac{h_n(s)}{f_n(s)} \quad (4.21)$$

V zájmu zkrácení zápisu bude v některých dalších vztazích u polynomů argument s vynechán a bude zachován pouze u obrazů signálů.

Rovnice popisující hlavní signály regulačního obvodu:

$$Y(s) = \frac{1}{d} [bqW(s) + bpV_u(s) + apV_y(s)] \quad (4.22)$$

$$E(s) = W(s) - Y(s) = \frac{P}{d} [aW(s) - bV_u(s) - aV_y(s)] \quad (4.23)$$

$$U_0(s) = \frac{q}{d} [aW(s) - bV_u(s) - aV_y(s)] \quad (4.24)$$

Obecné požadavky na vlastnosti systému řízení

- Stabilita systému řízení

Systém řízení bude stabilní, když polynomy q a p v přenosu zpětnovazebního regulátoru budou dány řešením polynomiální (diofantické) rovnice

$$ap + bq = d \quad (4.25)$$

se stabilním polynomem d na pravé straně.

- Podmínky ryzosti přenosů

Vnitřní ryzosti jsou splněny, jestliže platí následující nerovnosti

$$\deg b \leq \deg a, \quad \deg q \leq \deg p \quad (4.26)$$

- Asymptotické sledování referenčního signálu (žádané hodnoty) a kompenzace poruch působících v systému řízení

Pro splnění asymptotického sledování referenčního signálu a kompenzace poruch musí pro regulační odchylku platit

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [e(t)] = \lim_{s \rightarrow 0} [s \cdot E(s)] = 0 \quad (4.27)$$

Aby tato podmínka byla v každém případě splněna, musí být eliminovány jmenovatele obrazů referenčního signálu a poruch působících v systému řízení (viz. rovnice (4.23)). Jmenovatele těchto obrazů v rovnici (4.23) mohou být odstraněny tehdy, jestliže pro polynom $p(s)$ bude platit

$$p(s) = f(s)\tilde{p}(s) \quad (4.28)$$

kde polynom $f(s)$ je dělitelný současně všemi jmenovateli přenosů $W(s)$, $V_y(s)$ a $V_u(s)$ (resp. všemi polynomy f_w, f_v a f_n).

Diofantická rovnice (4.25) pak může být zapsána v tomto tvaru

$$a\tilde{p} + bq = d \quad (4.29)$$

Výsledný přenos regulátoru $Q(s)$ lze potom zapsat ve tvaru

$$Q(s) = \frac{q}{f \tilde{p}} \quad (4.30)$$

Polynom $f(s)$ je určen tak, aby byl dělitelný f_w , f_v a f_n tzn. je hledán nejmenší společný násobek těchto tří polynomů. Například pro referenční signál i poruchy ve tvaru skokových funkcí potom postačí, aby $f(s) = s$.

Určení stupňů jednotlivých polynomů

Stupně polynomů pro výpočet regulátoru lze odvodit v následujícím tvaru:

$$\deg \tilde{p} \geq \deg a - 1 \quad (4.31)$$

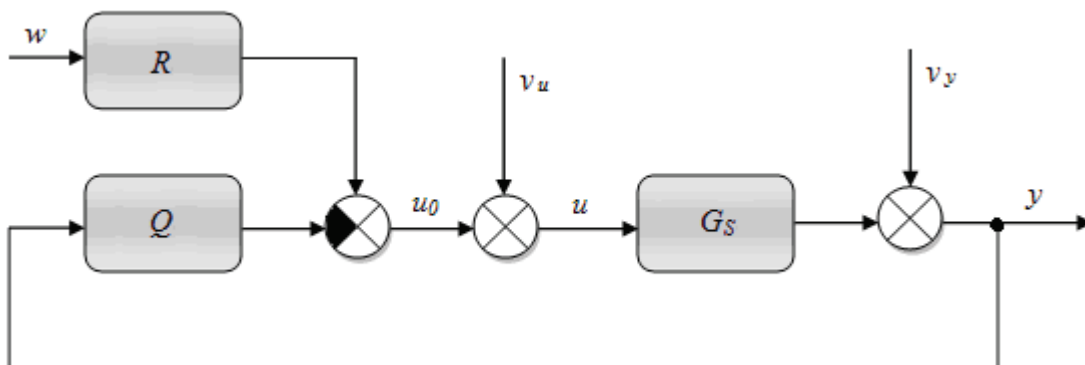
$$\deg d = \deg (af\tilde{p}) = \deg a + \deg f + \deg \tilde{p} \quad (4.32)$$

$$\deg q = \deg a + \deg f - 1 \quad (4.33)$$

Parametry regulátoru $Q(s)$, jehož struktura je dána vztahy (4.31) - (4.33) se pak vypočítají např. metodou neurčitých koeficientů z polynomiální diofantické rovnice (4.29). Koeficienty polynomu $d(s)$, který vystupuje na pravé straně rovnice lze určit např. požadovaným rozložením kořenů polynomu $d(s)$, resp. pólů přenosů daného uzavřeného obvodu [16], [23], [26]. Určení tohoto polynomu je diskutováno dále s ohledem na robustnost navrženého obvodu a omezení akčního zásahu.

4.2.2 Systém řízení se zpětnovazebním a přímovazebním regulátorem (2DOF konfigurace)

V další části uvažujeme 2DOF (angl. *Two-Degrees-Of-Freedom*) konfigurace systému řízení z Obr. 4.12, tedy konfigurace, ve které regulátor obsahuje zpětnovazební i přímovazební část, kde Q - zpětnovazební část regulátoru, R - přímovazební část regulátoru, označení ostatních veličin a přenosu regulované soustavy odpovídá předešlé konfiguraci.



Obr. 4.12: 2DOF konfigurace systému řízení

Přenos soustavy a obrazů poruch a obrazu referenčního signálu jsou ve stejném tvaru jako u předešlé konfigurace.

Přenos zpětnovazební a přímovazební části regulátoru má tvar

$$Q(s) = \frac{q(s)}{p(s)}; R(s) = \frac{r(s)}{p(s)} \quad (4.34)$$

kde $q(s)$, $p(s)$ a $r(s)$, $p(s)$ jsou navzájem nesoudělné polynomy.

V zájmu zkrácení zápisu bude v některých dalších vztazích u polynomů argument s vynechán a bude zachován pouze u obrazů signálů.

Rovnice popisující hlavní signály regulačního obvodu:

$$Y(s) = \frac{br}{d}W(s) + \frac{bp}{d}V_u(s) + \frac{ap}{d}V_y(s) \quad (4.35)$$

$$E(s) = W(s) - Y(s) = \frac{1}{d}[(d - br)W(s) - bpV_u(s) - apV_y(s)] \quad (4.36)$$

$$U_0(s) = \frac{1}{d}[arW(s) - bqV_u(s) - apV_y(s)] \quad (4.37)$$

Obecné požadavky na vlastnosti systému řízení

- Stabilita systému řízení

Stabilitu systému řízení zajišťuje zpětnovazební regulátor $Q(s)$ daný řešením diofantické rovnice se stabilním polynomem $d(s)$ na pravé straně.

$$ap + bq = d \quad (4.38)$$

- Podmínky ryzosti přenosů

Vnitřní ryzosti jsou splněny, jestliže platí následující nerovnosti

$$\deg b \leq \deg a; \deg q \leq \deg p; \deg r \leq \deg p \quad (4.39)$$

- Asymptotické sledování referenčního signálu (žádané hodnoty) a kompenzace poruch působících v systému řízení

Aby bylo zajištěno splnění asymptotického sledování referenčního signálu a kompenzace poruch musí pro regulační odchylku platit

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [e(t)] = \lim_{s \rightarrow 0} [s \cdot E(s)] = 0 \quad (4.40)$$

Z popisu regulační odchylky (4.36) a z rovnice (4.40) vyplývá: Vstupující poruchy budou kompenzovány, jestliže pro polynom ve jmenovateli regulátorů $p(s)$ bude platit

$$p(s) = f_1(s)\tilde{p}(s) \quad (4.41)$$

kde polynom $f_1(s)$ je dělitelný pouze jmenovateli přenosů poruch $V_u(s)$ a $V_y(s)$ (resp. polynomy f_v a f_n).

Asymptotické sledování referenčního signálu je pak zajištěno, jestliže platí

$$d - br = tf_w \quad (4.42)$$

kde polynom $f_w(s)$ je jmenovatel přenosu referenčního signálu a $t(s)$ je zatím neznámý polynom, který sice do přenosu regulátoru nevstupuje, je však nutný pro výpočet.

Dosazením (4.41) do (4.38) a po úpravě lze zjistit, že zpětnovazební a přímovazební část regulátoru, který zajišťuje výše uvedené požadavky na vlastnosti systému řízení, je dána řešením dvojice polynomiálních rovnic

$$af_1\tilde{p} + bq = d \quad (4.43)$$

$$tf_w + br = d \quad (4.44)$$

Výsledný přenos zpětnovazební a přímovazební části regulátoru je potom dán vztahy

$$Q(s) = \frac{q}{f_1\tilde{p}} \quad (4.45)$$

$$R(s) = \frac{r}{f_1\tilde{p}} \quad (4.46)$$

Obecně vede použití 2DOF konfigurace k jednodušším regulátorům ve zpětnovazební a přímovazební části regulátoru než u pouze zpětnovazebního regulátoru v 1DOF konfiguraci.

Určení stupňů jednotlivých polynomů

Stupně polynomů pro výpočet regulátorů lze pak odvodit v následujícím tvaru:

$$K \geq \deg f_w - \deg f_1 - \deg a \quad (4.47)$$

$$\deg q = \deg a + \deg f - 1 \quad (4.48)$$

$$\deg \tilde{p} \geq \deg a - 1 + K \quad (4.49)$$

$$\deg r = \deg f_w - 1 \quad (4.50)$$

$$\deg d \geq 2\deg a + \deg f_1 - 1 + K \quad (4.51)$$

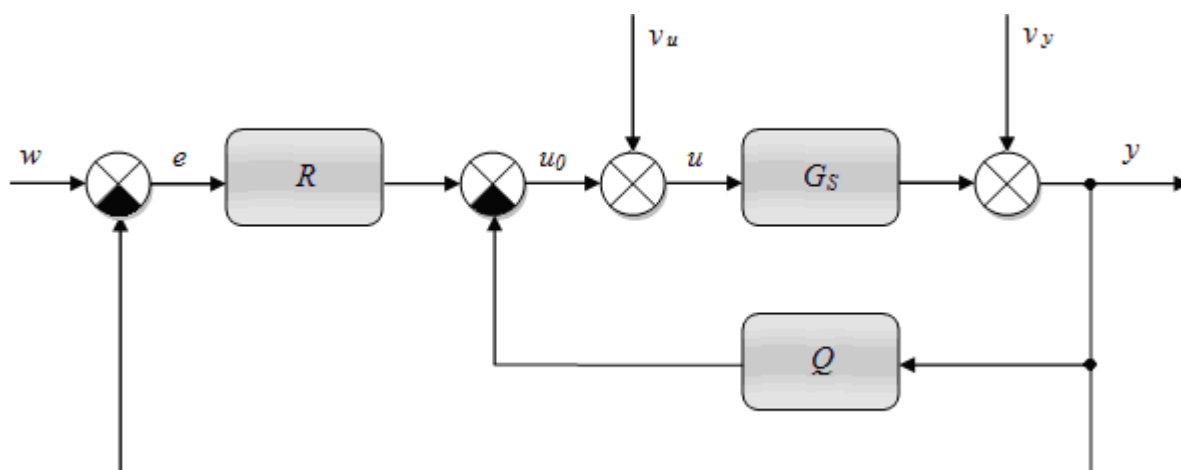
$$\deg t = \deg d - \deg f_w = 2\deg a + \deg f_1 - 1 - \deg f_w + K \quad (4.52)$$

Podmínka (4.47) se používá pouze tehdy, když je její pravá strana větší než nula. Parametry zpětnovazební a přímovazební části regulátoru, jehož struktura je dána vztahy (4.47) - (4.52) se vypočítají např. metodou neurčitých koeficientů z polynomiálních rovnic

(4.43) a (4.44) pro nějaký stabilní polynom $d(s)$ na pravých stranách těchto rovnic. Koeficienty tohoto polynomu se určují obdobně jako u konfigurace 1DOF [16], [23], [26].

4.2.3 Systém řízení se dvěma zpětnovazebními regulátory (TFC konfigurace)

V poslední části bude uvažována struktura systému řízení se dvěma zpětnovazebními regulátory (angl. *Two Feedback Controllers* – TFC) z Obr. 4.13 [44], kde R – první zpětnovazební regulátor (vnější smyčka), Q – druhý zpětnovazební regulátor (vnitřní smyčka), označení ostatních veličin a přenosu regulované soustavy odpovídá předešlým konfiguracím.



Obr. 4.13: Regulační obvod se dvěma zpětnovazebními regulátory (TFC)

Přenos soustavy a obrazů poruch a obrazu referenčního signálu jsou ve stejném tvaru jako u předešlé konfigurace.

Přenosy zpětnovazebních regulátorů mají tvar

$$Q(s) = \frac{\tilde{q}(s)}{\tilde{p}(s)} ; R(s) = \frac{r(s)}{\tilde{p}(s)} \quad (4.53)$$

kde $\tilde{q}(s)$, $\tilde{p}(s)$ a $r(s)$, $\tilde{p}(s)$ jsou navzájem nesoudělné polynomy.

Rovnice popisující hlavní signály regulačního obvodu:

$$Y(s) = \frac{1}{d} [brW(s) + b\tilde{p}V_u(s) + a\tilde{p}V_y(s)] \quad (4.54)$$

$$E(s) = W(s) - Y(s) = \frac{1}{d} [(a\tilde{p} + b\tilde{q})W(s) - b\tilde{p}V_u(s) - a\tilde{p}V_y(s)] \quad (4.55)$$

$$U(s) = \frac{1}{d} [arW(s) - b(r + \tilde{q})V_u(s) - a(r + \tilde{q})V_y(s)] \quad (4.56)$$

Obecné požadavky na vlastnosti systému řízení

- Stabilita systému řízení

Zpětnovazební konfigurace bude stabilní, když charakteristický polynom $d(s)$ bude stabilní:

$$d = a\tilde{p} + bt \quad (4.57)$$

kde v předešlém vztahu je zavedena substituce:

$$t = r + \tilde{q} \quad (4.58)$$

- Asymptotické sledování referenčního signálu (žádané hodnoty) a kompenzace poruch působících v systému řízení

Dosazením obrazů referenčního signálu a poruch do výrazu pro obraz regulační odchylky (4.55) lze vyjádřit následující vztah:

$$E(s) = \frac{1}{d} \left[(a\tilde{p} + b\tilde{q}) \frac{h_w(s)}{f_w(s)} - b\tilde{p} \frac{h_v(s)}{f_v(s)} - a\tilde{p} \frac{h_n(s)}{f_n(s)} \right] \quad (4.59)$$

Regulační odchylka se bude blížit asymptoticky nule, jestliže členy $a\tilde{p} + b\tilde{q}$, $b\tilde{p}$ a $a\tilde{p}$ budou dělitelné polynomem f (nejmenší společný dělitel f_w , f_v a f_n). Asymptotické sledování referenčního signálu a kompenzaci poruchy tedy dostaneme pro polynomy \tilde{p} a \tilde{q} ve tvaru:

$$\tilde{p} = fp(s), \quad \tilde{q} = fq(s) \quad (4.60)$$

Po dosazení přenosy regulátorů budou:

$$Q(s) = \frac{q(s)}{p(s)}, \quad R(s) = \frac{r(s)}{fp(s)} \quad (4.61)$$

- Podmínky ryzosti přenosů

Vnitřní ryzosti jsou splněny, jestliže platí následující nerovnosti

$$\deg b \leq \deg a; \quad \deg q \leq \deg p; \quad \deg r \leq \deg \tilde{p} \quad (4.62)$$

Polynom t (4.58) bude po dosazení (4.60) vypadat následovně:

$$t(s) = r(s) + fq(s) \quad (4.63)$$

Určení stupňů jednotlivých polynomů

Stupně polynomů pro výpočet regulátoru lze odvodit v následujícím tvaru:

$$\deg d \geq 2 \deg a \quad (4.64)$$

$$\deg t = \deg r = \deg a \quad (4.65)$$

$$\deg p \geq \deg a - 1 \quad (4.66)$$

$$\deg q = \deg a - 1 \quad (4.67)$$

Pokud jsou požadovány co nejjednodušší regulátory, zvolí se v uvedených vztazích rovnost. Pokud označíme $\deg a = n$, pak polynomy t, r a q lze psát ve tvaru

$$t(s) = \sum_{i=0}^n t_i s^i, \quad r(s) = \sum_{i=0}^n r_i s^i, \quad q(s) = \sum_{i=1}^n q_i s^{i-1} \quad (4.68)$$

kde mezi jejich koeficienty podle (4.63), budou platit vztahy:

$$r_0 = t_0, \quad r_i + q_i = t_i \text{ pro } i=1, \dots, n \quad (4.69)$$

Řešením polynomiální rovnice (4.57), např. metodou neurčitých koeficientů, lze získat koeficienty neznámých polynomů p a t . Pro určení regulátorů je potřeba také určit polynomy r a q , které tvoří zmíněný polynom t , viz (4.58), (4.63). Dále je zavedena volitelná váhová konstanta $\beta \in \langle 0;1 \rangle$ jako:

$$r_i = \beta t_i, \quad q_i = (1 - \beta)t_i \text{ pro } i=1, \dots, n \quad (4.70)$$

Tato konstanta bude pak rozdělovat váhu mezi jednotlivé čitatele přenosů regulátorů $Q(s)$ a $R(s)$. Jestliže parametr $\beta=1$, potom se TFC konfigurace redukuje na klasickou zpětnovazební konfiguraci s jedním regulátorem $R(s)$ a $Q(s)=0$, tedy 1DOF systém řízení. Naopak, pokud $\beta=0$ a referenční signál i poruchy jsou uvažovány ve tvaru skokových funkcí, bude daná TFC konfigurace odpovídat 2DOF systému řízení. Pomocí uvedené váhové konstanty lze pak jednoduše a spojitě měnit dynamiku chování uvedeného systému řízení [15], [18], [22], [44].

4.3 Návrh robustního řízení

Robustní řízení je odvětvím teorie řízení, které se zabývá možností zahrnout nejistoty do návrhu regulátoru a zlepšit tak vlastnosti teoreticky vypočítaného regulátoru na reálné soustavě.

4.3.1 Normy signálů a systémů

Pokud jsou k hodnocení chování systému kladeny otázky typu: “Jak velký bude výstup, když vstup bude...“, potom je potřeba znát normy signálů a systémů. Každá norma musí splňovat následující podmínky:

$$\|m\| \geq 0 \quad (4.71)$$

$$\|m\| = 0 \Leftrightarrow m(t) = 0 \quad \forall t \in R \quad (4.72)$$

$$\|om\| = |o|\|m\| \quad \forall o \in R \quad (4.73)$$

Trojúhelníková nerovnost

$$\|m + l\| \leq \|m\| + \|l\| \quad (4.74)$$

kde m, l jsou reálné, počástech spojité signály. Dále se budeme věnovat pouze normám signálů a systémů [16], [65].

Normy signálů

Norma L_1 (absolutní norma)

$$\|m\|_1 = \int_{-\infty}^{\infty} |m(t)| dt \quad (4.75)$$

Norma L_2 (kvadratická norma)

$$\|m\|_2 = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} |m(t)|^2 dt} \quad (4.76)$$

Norma L_∞

$$\|m\|_\infty = \sup_t |m(t)| \quad (4.77)$$

Kvadratická norma má význam energie. Je-li konečná, signál má konečnou energii. Pokud je konečná norma L_∞ , znamená to, že signál má omezenou amplitudu. Určení normy signálu může sloužit k vyhodnocení kvality regulace [16], [53], [65], [72], [73].

Normy systémů

Hlavní normy pro jednorozměrný lineární časově invariantní systém s přenosem $G(s)$ jsou:

Norma H_1 (absolutní norma)

$$\|G\|_1 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |G(j\omega)| d\omega \quad (4.78)$$

Norma H_2 (kvadratická norma)

$$\|G\|_2 = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |G(j\omega)|^2 d\omega} \quad (4.79)$$

Norma H_∞

$$\|G\|_\infty = \sup_{\omega} |G(j\omega)| \quad (4.80)$$

V oblasti teorie řízení jsou velmi důležité a používané normy H_2 a H_∞ . K jejich základním vlastnostem patří:

Norma $\|G\|_2$ je konečná tehdy a jen tehdy, když $G(s)$ je striktně ryzí a nemá žádný pól na imaginární ose (tedy $G(j\omega)$ je omezená). Pro stabilní přenosy $G(s)$ dále platí tzv. *Parsevalův teorém*:

$$\|G\|_2^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |G(j\omega)|^2 d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} |g(t)|^2 dt = \|g\|_2^2 \quad (4.81)$$

kde $g(t)$ je impulsní funkce odpovídající přenosu $G(s)$.

Norma $\|G\|_\infty$ je konečná tehdy a jen tehdy, když $G(s)$ je ryzí a nemá žádný pól na imaginární ose. Tato norma je submultiplikativní, tj.:

$$\|AB\|_\infty \leq \|A\|_\infty \|B\|_\infty \quad (4.82)$$

Normy lze vypočítat jak z vnějšího, tak také na základě stavového popisu. V této práci se soustředíme pouze na vstupně-výstupní popis pomocí přenosové funkce. Pro praktické vyčíslování norem je samozřejmě vhodné využít funkcí Matlabu a jeho toolboxů (např. příkazy *norm*, *h2norm*, *hinfnorm*) [16], [53], [65], [72], [73].

4.3.2 Základy robustní stability

Regulační obvod je nazván robustně stabilní, když je stabilní nejen pro nominální soustavu G_{SN} , ale také pro všechny soustavy z jejího okolí dané neurčitým modelem. Ten se nejčastěji vyskytuje jako multiplikativní, aditivní a méně pak jako inverzní.

Multiplikativní model:

$$G(S) = [1 + W_M(S)\Delta_M(S)]G_{ON}(S) \quad (4.83)$$

Aditivní model:

$$G(S) = G_{ON}(S) + W_A(S)\Delta_A(S) \quad (4.84)$$

Inverzní multiplikativní model:

$$G(S) = [1 - W_{IM}(S)\Delta_{IM}(S)]^{-1} G_{ON}(S) \quad (4.85)$$

Inverzivní aditivní model:

$$G(S) = G_{ON}(S)[1 - W_{IA}(S)\Delta_{IA}(S)G_{ON}(S)]^{-1} \quad (4.86)$$

kde $W(s)$ je váhová funkce neurčitosti a představuje dynamiku neurčitosti, $\Delta(S)$ je neurčitost, G_{ON} je přenos otevřené smyčky regulačního obvodu s nominální soustavou.

Robustní stabilita systémů s nestrukturovanou neurčitostí vychází z věty o malém zesílení (angl. *small gain theorem*): Pokud je stabilní přenos otevřeného regulačního obvodu $G_O(s)$, je pak uzavřený regulační obvod také stabilní jestliže platí:

$$\|G_O(j\omega)\| < 1, \forall \omega \quad (4.87)$$

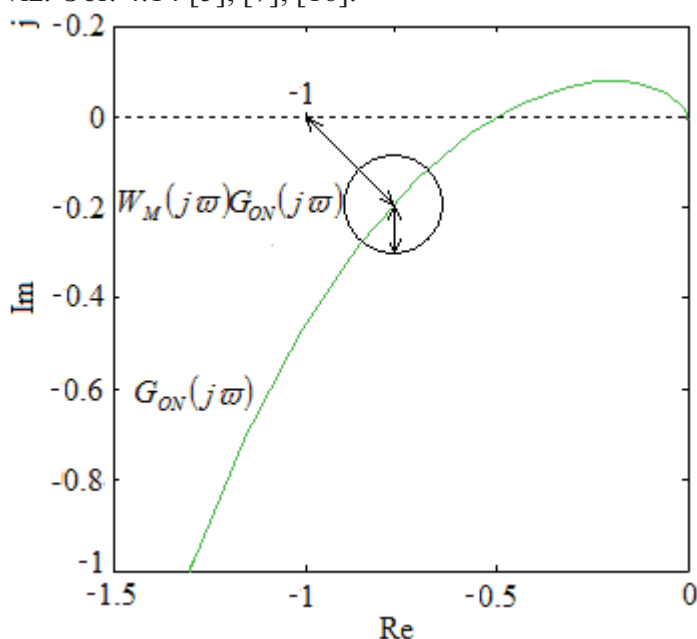
Zpětnovazební systém je robustně stabilní pro multiplikativní model (4.83), když platí:

$$\|W_M(s)T_N(s)\|_{\infty} < 1 \quad (4.88)$$

z předešlého vztahu lze odvodit

$$|W_M(j\omega)G_{ON}(j\omega)| < |G_{ON}(j\omega) + 1|, \forall \omega \quad (4.89)$$

Robustní stabilita je tedy splněna, pokud obálka Nyquistových diagramů neobsahuje kritický bod $[-1, 0j]$ viz. Obr. 4.14 [5], [7], [16].

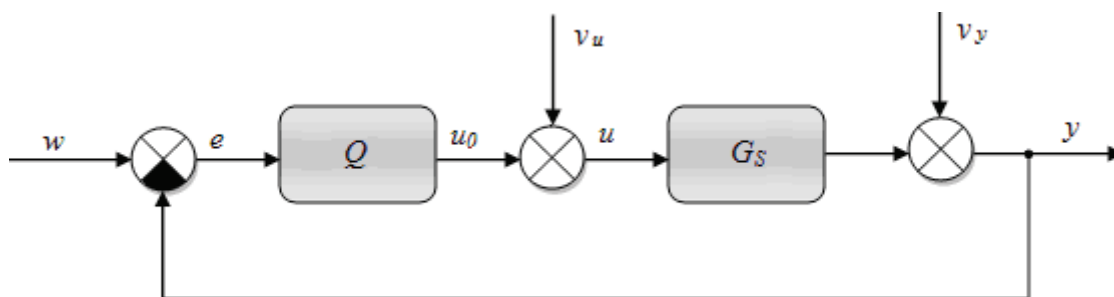


Obr. 4.14: Znázornění podmínky robustní stability pro multiplikativní model

4.3.3 Citlivostní funkce regulačního obvodu

Mezi hlavní cíle regulace patří navrhnout regulátor, který by minimalizoval vliv poruch na uzavřenou smyčku, způsobených vnějšími signály, ať už elektrickými nebo jinými. Na

následujícím obrázku Obr. 4.15 je zobrazeno základní zpětnovazební zapojení, kde působí porucha na akční a regulovanou veličinu.



Obr. 4.15: Základní regulační schéma

Pro potlačení vlivu poruch působících na systém řízení a také nepřesností v modelu je v této práci využito citlivostní funkce URO.

Citlivostní funkce S_y popisuje vliv výstupní poruchy V_y na regulovanou veličinu a je popsána pro 1DOF a 2DOF konfiguraci jako:

$$S_y(s) = \frac{Y(s)}{V_y(s)} = \frac{1}{1 + Q(s) \cdot G_S(s)} = \frac{a(s) \cdot p(s)}{a(s) \cdot p(s) + b(s) \cdot q(s)} = \frac{a(s) \cdot p(s)}{d(s)} \quad (4.90)$$

Pro systém řízení se dvěma zpětnovazebními regulátory – TFC představený v sekci 4.2.3 bude mít tvar:

$$\begin{aligned} S_y(s) &= \frac{Y(s)}{V_y(s)} = \frac{1}{1 + G_S(s) \cdot (R(s) + Q(s))} = \\ &= \frac{a(s) \cdot p(s)}{a(s) \cdot p(s) + b(s) \cdot (r(s) + q(s))} = \frac{a(s) \cdot p(s)}{d(s)} \end{aligned} \quad (4.91)$$

Tato funkce také popisuje citlivost regulačního obvodu (přenosu řízení) na změnu regulované soustavy.

Citlivostní funkce S_u popisuje vliv vstupní poruchy V_u na regulovanou veličinu a je popsána pro 1DOF a 2DOF jako:

$$S_u(s) = \frac{Y(s)}{V_u(s)} = \frac{G_S(s)}{1 + Q(s) \cdot G_S(s)} = \frac{b(s) \cdot p(s)}{a(s) \cdot p(s) + b(s) \cdot q(s)} = \frac{b(s) \cdot p(s)}{d(s)} \quad (4.92)$$

Pro systém řízení se dvěma zpětnovazebními regulátory – TFC představený v sekci 4.2.3 bude mít tvar:

$$\begin{aligned}
S_u(s) &= \frac{Y(s)}{V_u(s)} = \frac{G_s(s)}{1 + G_s(s) \cdot (R(s) + Q(s))} = \\
&= \frac{b(s) \cdot p(s)}{a(s) \cdot p(s) + b(s) \cdot (r(s) + q(s))} = \frac{b(s) \cdot p(s)}{d(s)}
\end{aligned}
\tag{4.93}$$

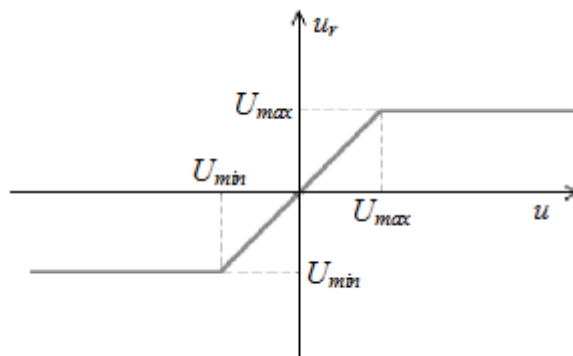
Tyto informace jsou dále využity pro optimalizaci vybraných ladících parametrů obvodu, tak aby byl navržený systém řízení robustní vůči poruchám a nepřesnostem v modelu řízeného systému [71]. Konkrétně se bude jednat o optimalizaci pólů charakteristického polynomu URO s využitím normy H_∞ .

Citlivostní funkce vypovídá o schopnosti regulačního obvodu potlačit poruchy, ale už nic neříká o chování regulačního obvodu při změně žádané hodnoty, k tomu slouží komplementární citlivostní funkce (tzv. přenos řízení), kterou lze získat tak, že od číslíce 1 odečteme citlivostní funkci.

4.4 Omezení akčního zásahu

V této části jsou popsány běžné způsoby omezení maximální velikosti akčního zásahu, což je velmi důležité při použití navržených regulátorů v praxi. Akční zásah regulátoru musí být schopen fyzický akční člen realizovat. Jednoduché řešení je zavést omezovací blok za regulátor v regulačním obvodu, který realizuje funkci $u_r = \text{sat}(u)$. Ten provede omezení akční veličiny v zadaném horním a dolním limitu (U_{max} , U_{min}) viz. Obr. 4.16.

$$\begin{array}{ll}
U_{max} & u > U_{max} \\
u_r = \text{sat}(u) = u & U_{min} \leq u \leq U_{max} \\
U_{min} & u < U_{min}
\end{array}$$



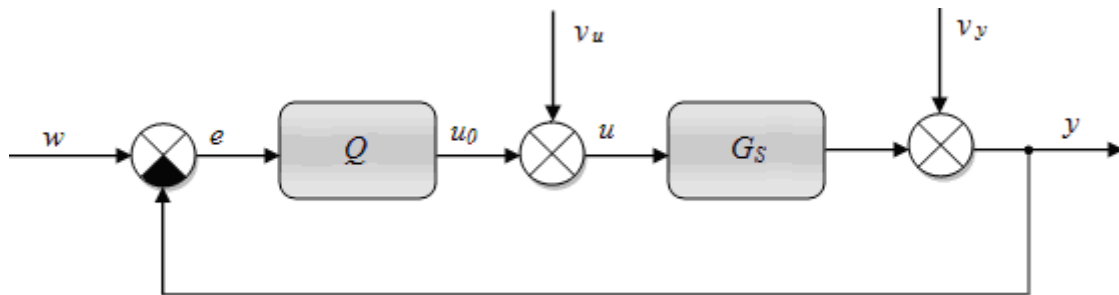
Obr. 4.16: Omezovač akční veličiny

Pomocí tohoto omezovače ale není problém zcela vyřešen. Je zřejmé, že akční zásah za omezovačem může být nyní různý od akčního zásahu vstupujícího do omezovače. To se může negativně projevat jako zpomalení regulačního pochodu. Jestliže se na vstupu regulátoru objeví větší regulační odchylka, integrační složka může přesáhnout hodnoty maximální možné realizovatelné akční veličiny. Dále dochází k narůstání integrační složky, aniž by se to

projevovalo na výstupu. Když konečně dojde ke změně znaménka regulační odchylky a integrační složka začne klesat dojde k velkému překmitu opačným směrem a regulační pochod má v důsledku dlouhé ustálení. Tento jev je nazýván *wind-up efekt* a lze ho eliminovat např. pomocí následujících metod [24], [25].

Set-point weighting

Metoda zabráňuje vzniku wind-up efektu, u které je regulační odchylka vypočítána z rozdílu mezi žádanou hodnotou w a výstupem soustavy y viz Obr. 4.17. Lepších výsledků je dosaženo strukturou s dvěma stupni volnosti.



Obr. 4.17: Schéma regulačního obvodu

$$u(t) = r_0 \left(e_p + \frac{1}{T_I} \int_0^t e(s) ds + T_D \frac{de_d}{dt} \right) \quad (4.94)$$

Odchylka v proporcionální složce je

$$e_p = bw - y, \quad (4.95)$$

odchylka v derivační složce je

$$e_d = cw - y \quad (4.96)$$

a odchylka v integrační složce je skutečná, aby nedocházelo k trvalé regulační odchylce

$$e = w - y. \quad (4.97)$$

Odezva systému na změnu žádané hodnoty závisí na parametrech c a b . Jsou – li konstanty nastaveny tak, že $c = 0$ a $b = 1$ regulátor je nazván PI-D. S parametry $c = 0$ a $b = 0$ se nazývá I-PD, ten je šetrný k akčním zásahům [3].

Back-calculation

Tato metoda [3], [61] zabráňuje vzniku wind-up efektu a pracuje na principu zpětného výpočtu. Zpětná vazba je tvořena měřením výstupu akčního členu a odchylkovým signálem es viz Obr 4.18. Pokud se vyskytuje saturace je tento signál es nenulový. Běžná zpětná vazba systému je přerušena a vstup integrátoru lze vyjádřit vztahem:

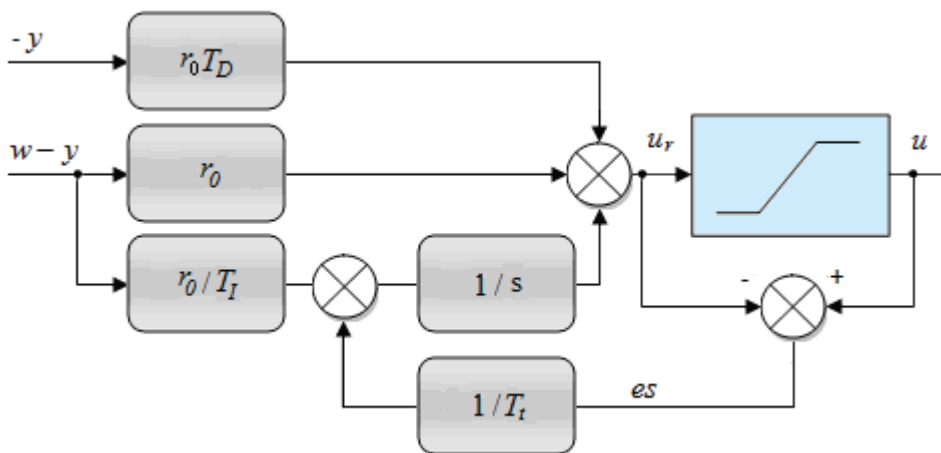
$$\frac{1}{T_i} e_s + \frac{r_0}{T_i} e \quad (4.98)$$

Dále platí $e_s = u - u_r$ a po dosazení

$$u_r = u + \frac{r_0 T_i}{T_i} e \quad (4.99)$$

Z toho vyplývá, že u_r je vždy větší než u a to zabraňuje vzniku wind-up efektu. Doporučené nastavení konstanty T_i , která ovlivňuje rychlost přednastavení integrátoru, lze vypočítat pomocí následujícího vztahu:

$$T_i = \sqrt{T_D T_I} \quad (4.100)$$



Obr. 4.18: Schéma PID regulátoru s Back-calculation

Dynamické omezení integrační složky

Integrační složka může být počítána rekurzivně pomocí rovnice (4.101). Jestliže je vypočtená hodnota akční veličiny mimo realizovatelný rozsah, je integrační složka rovna předchozí hodnotě.

$$I_{(k)} = I_{(k-1)} + \frac{r_0 T_i}{2 T_i} (e_k + e_{k-1}) \quad (4.101)$$

$$I_{(k)} = I_{(k-1)} \quad (4.102)$$

V případě použití přírůstkového algoritmu je dosaženo pouze zastavení růstu integrační složky. Pomocí použití polohového algoritmu lze dosáhnout, nejen zastavení růstu integrační složky, ale také provedení snížení dle rovnice (4.103).

$$I_{(k)} = I_{(k-1)} + u_{sat} - u(k) \quad (4.103)$$

kde $u_{(k)}$ představuje vypočtenou hodnotu akčního zásahu a u_{sat} maximální nebo minimální hodnotu akčního zásahu dle toho, kterým směrem se průběh akčního zásahu nachází. Návrat akčního členu do rozsahu je rychlejší, což může způsobovat větší počet oscilací a zpomalovat průběh regulačního pochodu [4].

Kromě omezení amplitudy akčního zásahu je potřeba v praxi i někdy omezit také jeho rychlost. Omezení lze vyjádřit nerovností [24], [25]:

$$\dot{U}_{\min} \leq \frac{du}{dt} \leq \dot{U}_{\max} \quad (4.104)$$

Podrobnější výčet metod řešení omezení akčního zásahu lze nalézt např. v pracích [24], [25], [28], [61].

V této práci se využívá numerické optimalizace pólů URO s cílem respektovat jak omezení kladená na akční zásah regulátoru tak požadovanou robustnost celého systému řízení. Metodika je dále vysvětlena v kapitole Zvolené metody zpracování.

4.5 Základní omezení při řízení nestabilních systémů

Nestabilní systémy jsou oproti systémům stabilním náročnější na řízení. Z tohoto důvodu je nutné mít hluboké znalosti o této problematice, jinak by mohlo mít řízení bez potřebných informací katastrofální důsledky. Příkladem takové havárie byla exploze v jaderné černobylské elektrárně v roce 1986 na Ukrajině. Tam se během riskantního pokusu přehřál a následně poškodil 4. blok jaderné elektrárny. Důsledky této tragédie nadále přetrvávají a dlouho ještě budou. Proto také u každé nestabilní soustavy je třeba mít na paměti následující základní skutečnosti [6], [55], [57]:

- měření a řízení nestabilních soustav je podstatně obtížnější než u soustav stabilních.
- regulátory pro nestabilní soustavy nesmí selhat, protože jsou kritické pro provoz.
- uzavřené smyčky s nestabilními prvky včetně regulátorů jsou jen lokálně stabilní

Regulátory musí pro tyto systémy fungovat spolehlivě, aby byla zajištěna bezpečnost provozu. Proto je úkolem designérů navrhnout spolehlivý systém, který bude tvořen z nespolehlivých komponent. Tento systém musí udržovat svoji funkci i při selhání těchto komponent. Tohoto principu se využívá při řízení složitějších systémů např. v letectví [55], [57].

Systémy s uzavřenou smyčkou obsahující nestabilní komponenty jsou pouze lokálně stabilní. Nestabilní systémy mohou být stabilizovány jen v určeném pracovním bodě. Při řízení je také nutné respektovat omezení na vstupní signály.

Na tyto skutečnosti se nesmí při návrhu regulátoru zapomínat. Dále musí být kladen důraz na návrh matematického modelu, aby byl co nejpřesnější. A je nutné zohlednit praktické a fyzikální důsledky řízení. Poruchy působící na regulační obvod mívají nízkou frekvenci a lze je popsat pomocí citlivostní funkce $S(j\omega)$ (angl. *sensitivity function*). Pro požadavek malé

regulační odchylky, musí být citlivostní funkce co nejmenší. Šumy senzorů mívají naopak vyšší frekvence a jsou popsány tzv. komplementární citlivostní funkcí $T(j\omega)$ (angl. *complementary sensitivity function*). Z toho plyne, že při vyšších frekvencích nelze přesně řídit. Šumy senzorů lze potlačit volbou nižší komplementární funkce. Vliv obou těchto negativních faktorů by byl malý při malé citlivostní i komplementární funkci, bohužel jejich součet musí být vždy roven jedné, tj. $S(j\omega) + T(j\omega) = 1$ a nemohou být tedy obě nulové. Je tedy vždy nutné volit priority pro jednotlivé frekvenční rozsahy. Ty lze dělit dle využitelnosti pásma na:

využitelné pásmo $\omega \in (0, \Omega)$

- zde lze řídit přesně
- Ω je navržena dle fyzikálních vlastností systému

nevyužitelné pásmo $\omega \in (\Omega, \infty)$

- zde nelze řídit přesně
- stabilita je zachována když $|S(j\omega)| \approx 1$ nebo $|T(j\omega)| \approx 0$ $|T(j\omega)| \approx 0$
- přenos otevřené smyčky musí mít relativní řád ≥ 2

Pro tato pásma se vypočítá Bodeho integrál, jenž uvádí míru citlivostní funkce zpětné vazby SISO systému integrované přes frekvenci ω .

Bodeho integrál pro $\omega \in (0, \infty)$

Pro stabilní přenos otevřeného regulačního obvodu je výsledkem integrál ve tvaru (4.105) kde je konstanta na pravé straně rovnice nulová; pro nestabilní přenos otevřeného regulačního obvodu viz rovnice (4.106) je konstanta kladná. Ta je vyšší pro systémy s vyšším počtem nestabilních pólů np nebo jestliže jsou nestabilní póly vzdálenější od komplexní poloroviny [55], [57].

$$\int_0^{\infty} \ln|S(j\omega)| d\omega = 0 \tag{4.105}$$

$$\int_0^{\infty} \ln|S(j\omega)| d\omega = \pi \sum_0^{np} \text{Re}(p_i) \tag{4.106}$$

kde p_i jsou nestabilní póly systému.

Bodeho integrál pro využitelné pásmo $\omega \in (0, \Omega)$

Mimo toto pásmo platí $|S(j\omega)| \approx 1$ $|S(j\omega)| \approx 1$, to znamená $\ln|S(j\omega)| \approx 0$ $\ln|S(j\omega)| = 0$ a příspěvek pro integrál je téměř nulový. Pro stabilní systémy je ve tvaru (4.107) a pro nestabilní viz. rovnice (4.108) [55], [57], kde epsilon je nenulová konstanta.

$$\int_0^{\Omega} \ln|S(j\omega)| d\omega = \varepsilon \quad (4.107)$$

$$\int_0^{\Omega} \ln|S(j\omega)| d\omega = \pi \sum_0^{np} \operatorname{Re} p_i + \varepsilon \quad (4.108)$$

4.6 Příklady nestabilních systémů

„Klasickým“ představitelem nestabilního systému může být balancování koštětem na prstu ruky. Tento systém má dva reálné póly a to jeden stabilní a jeden nestabilní. Míru nestability lze určit z linearizované pohybové rovnice, kde ten nestabilní pól je v hodnotě $\sqrt{\frac{g}{l}}$, přičemž g je gravitační zrychlení a l je délka tyče. Koště se stává více nestabilní, čím je jeho tyč kratší. Proto je daleko těžší balancovat na prstu ruky s tužkou, než s koštětem. Při řízení člověkem je využitelné pásmo do 2Hz to znamená $\omega \in (0, \Omega)$ a $\Omega \approx 10-15$ rad/s. U experimentu je uvažována minimální citlivost $S(j\omega)=1$ a poté platí:

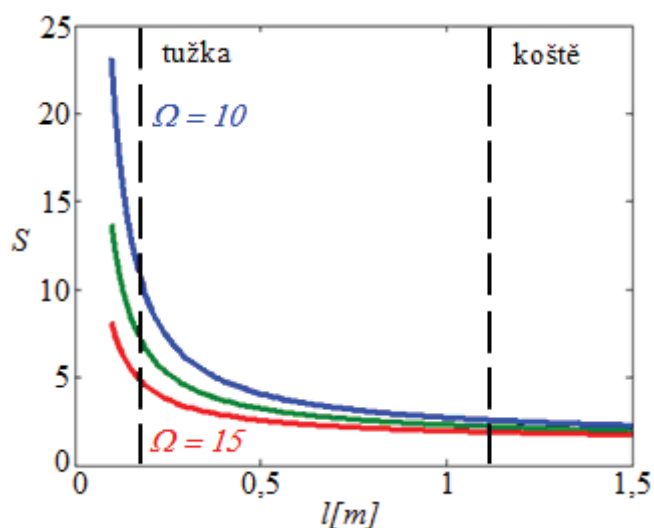
$$\int_0^{\Omega} \ln|S(j\omega)| d\omega + \int_{\Omega}^{\infty} \ln(1) d\omega = \pi \sqrt{\frac{g}{l}} \quad (4.109)$$

$$\Omega \ln S + 0 = \pi \sqrt{\frac{g}{l}} \quad (4.110)$$

$$\ln S = \frac{\pi}{\Omega} \sqrt{\frac{g}{l}} \quad (4.111)$$

$$S = e^{\frac{\pi}{\Omega} \sqrt{\frac{g}{l}}} \quad (4.112)$$

Minimální citlivost pro řízení polohy tužky a koštěte na prstu je znázorněna v následujícím obrázku Obr. 4.19.



Obr. 4.19: Průběh citlivostní funkce při řízení člověkem

Z obrázku je patrné, že řízení koštěte je snadnější než řízení tužky. Robustnějšího řízení bylo dosaženo s regulátorem, který má rychlejší reakce s parametrem $\Omega > 15$ [55], [57].

Regulační vlastnosti jako jsou překmit a doba ustálení jsou větší pro nestabilní systémy v porovnání se systémy stabilními. U některých systémů se mohou vyskytovat v přenosové funkci *nuly* (kořeny čitatele), ty mohou být pozitivní (tj. nestabilní) nebo negativní (stabilní). Přítomnost pozitivních (nestabilních) nul lze pozorovat u izotermických CSTR vykazujících Van de Vusseho reakce. Nestabilní nuly zvyšují překmit. Naopak přítomnost negativních (stabilních) nul lze pozorovat např. při modelování nelineárních systémů jako jsou krystalizace a exotermické reakce [45].

Další představitel nestabilního systému může být balistická raketa viz Obr. 4.20 - její vývoj byl zahájen v Rusku a USA v padesátých letech 20. století. Rakety jsou schopné doletět s vysokou přesností na vzdálenosti přesahující 10000 kilometrů. Vypuštění může být provedeno ze vzduchu, z moře nebo ze země. Střela je vynesena kolmo do určité výšky pomocí raketového motoru a poté je let řízen dálkově. Při letu rakety se nadmořská výška rakety (y) řídí pomocí vychýlení spalovací komory (u). Po dosažení stanoveného bodu letu, přestane pracovat raketový motor a střela se k cíli pohybuje po balistické křivce. Při letu nesmí selhat motor ani navigační systém, jinak by byly následky katastrofální [8].



Obr. 4.20: Balistická raketa

Přenosová funkce (4.113) odpovídá nadmořské výšce rakety vztažená k vychýlení spalovací komory

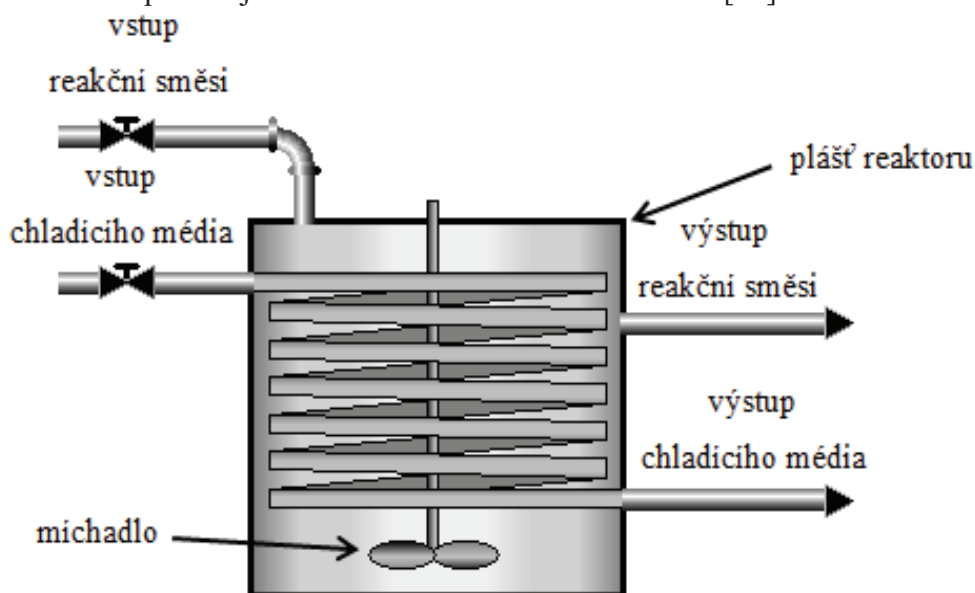
$$G_s = \frac{7,21(s + 0,0526)}{(s + 1,6)(s - 1,48)(s - 0,023)} \quad (4.113)$$

Vlastnosti přenosové funkce:

- proporcionální systém
- póly: $p_1 = -1,6$; $p_2 = 1,48$; $p_3 = 0,023$
- nula: $n_1 = -0,0073$

Tato soustava má dva nestabilní póly a jednu zápornou (stabilní) nulu.

V oblasti chemického průmyslu může být nestabilní systém reprezentován exotermním chemickým reaktorem v nestabilním pracovním bodě viz Obr 4.21. Pro stabilizaci reaktoru se například využívá průtoku chladicí vody k řízení teploty v reaktoru. Pro snížení teploty reaktoru se musí nejprve zvýšit chlazení reaktoru. Fyzikální podstatou je, že při nižší teplotě vzniká méně produktů a reaktor vytváří méně tepla. Řízení reaktoru bývá velmi náročné, protože uvnitř často probíhají silné exotermní a nelineární reakce [54].



Obr. 4.21: Schéma průtočného chemického reaktoru

Příklad zjednodušeného matematického modelu pro neideálně míchaný reaktor [36]:

$$G_s = \frac{-0,1727(1 - 4,473s)}{3,1s - 1} \quad (4.114)$$

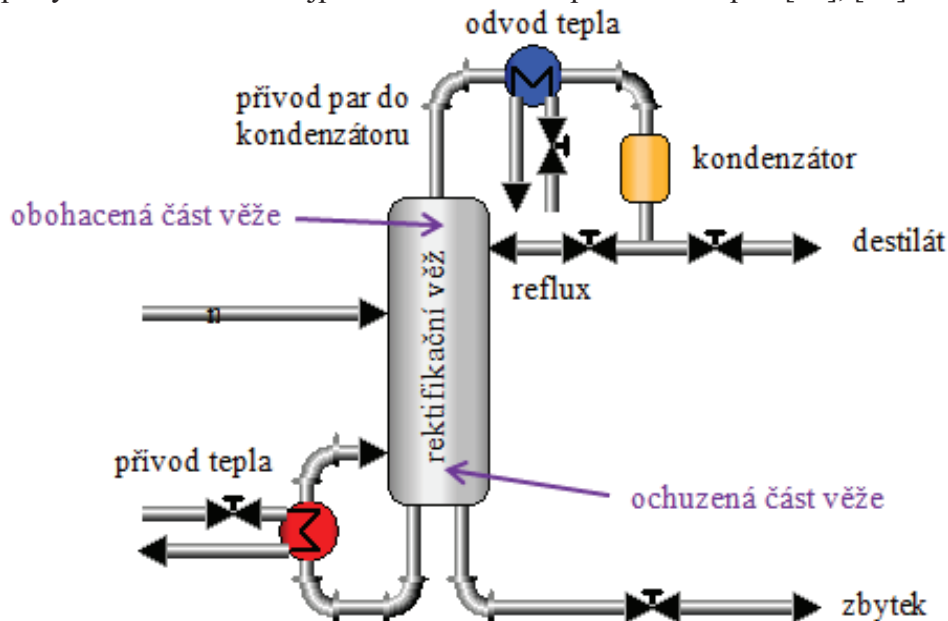
Vlastnosti přenosové funkce:

- proporcionální systém
- pól: $p_1 = 0,323$

- nula: $n_1 = -0,224$

Tato soustava má jeden nestabilní pól a jednu zápornou nulu.

Dalším příkladem může být řízení destilační kolony v nestabilním pracovním bodě viz Obr 4.22. Nástřík je přiveden přibližně doprostřed rektifikační věže a stoupá do vyšších pater. Páry jdoucí do kondenzátoru kondenzují a část se vrací zpět do věže jako reflux a zbytek odchází jako destilát. Teplota rektifikační věže je řízena pomocí refluxního průtoku. Pro zvýšení teploty ve věži se musí nejprve snížit refluxní průtok a naopak [29], [45].



Obr. 4.22: Schéma rektifikačního zařízení

Rovnice matematického modelu pro rektifikační kolonu může být ve tvaru [45]:

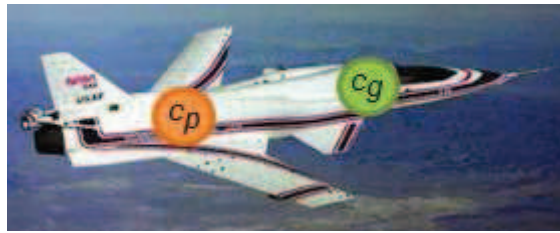
$$G_s = \frac{0,003551(s - 0,00492)}{(s - 0,00276)(s + 0,0114)} \quad (4.115)$$

Vlastnosti přenosové funkce:

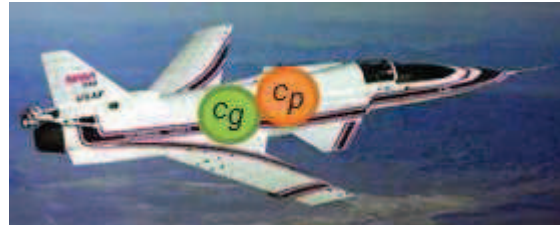
- proporcionální systém
- póly: $p_1 = 0,00276$; $p_2 = -0,0114$
- nula: $n_1 = 0,00492$

Tato soustava má jeden nestabilní pól a jednu kladnou (nestabilní) nulu.

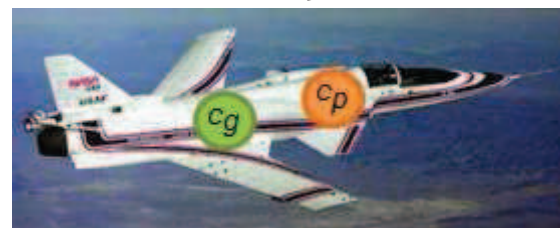
Představitelem nestabilního systému v letectví je například letadlo X-29 viz Obr 4.23-4.25. Bylo úmyslně navrženo mírně nestabilní, protože tato vlastnost má za následek lepší manévrovatelnost a rychlejší reakce. Nestabilita letounu nastane, když centrum vztlaku c_p leží před těžištěm c_g . Při velkých rychlostech je X-29 mírně nestabilní, naproti tomu se stává při podzvukových rychlostech dramaticky nestabilní [55], [57].



Obr. 4.23: Stabilní stav letounu X-29



Obr. 4.24: Mírně nestabilní stav letounu X-29



Obr. 4.25: Dramaticky nestabilní stav letounu X-29

Řídicí systém u tohoto letadla je typu „*fly-by-wire*“, který byl využit např. u raketoplánů. Na palubě tvoří tento systém tři digitální řídicí počítače s analogovou zálohou pro každý kanál. Dále byl navržen tak, aby byl bezpečný a provozuschopný při výpadku jednoho nebo dvou počítačů. Pomocí toho mohl nestabilní letoun X-29 létat jako běžná letadla a navíc dosahoval ještě lepších manévrovacích schopností [55], [57].

Přenosová funkce systému za určitých letových podmínek je:

$$G_s = \frac{s-26}{s-6} \quad (4.116)$$

Vlastnosti přenosové funkce:

- proporcionální systém
- pól: $p_1 = 6$
- nula: $n_1 = 26$

Tato soustava má jeden nestabilní pól a jednu kladnou (nestabilní) nulu.

Další příklady nestabilních systémů z praxe včetně metod návrhu řízení lze nalézt např. v pracích [45], [54], [56].

5. ZVOLENÉ METODY ZPRACOVÁNÍ

V této kapitole jsou představeny použité matematické metody optimalizace pólů URO za účelem splnění definovaných cílů, tj. respektování omezení na akční zásah, maximální robustnosti navrženého obvodu a stabilní nekmitavý regulační pochod. Při návrhu regulátoru jsou v této práci použity tvary charakteristického polynomu $d(s)$ uvedené v Tab. 5.1 níže. Navržené metody používají kritéria pro hodnocení robustnosti a respektování omezení akčního zásahu popsané dále v této kapitole. Vlastní optimalizace je provedena pomocí standardní funkce programového prostředí MATLAB a jeho nástavby pro optimalizaci – funkce *fmincon*.

5.1 Použitá kritéria

Pro návrh regulátoru v této práci je využito kritéria robustnosti J_{rob} a kritéria omezení akčního zásahu J_U . Tato kritéria pomáhají při nalezení nejvíce robustního regulátoru respektujícího daná omezení na jeho akční zásah. Řešený optimalizační problém lze potom matematicky definovat ve tvaru:

$$\min_{\alpha} J_{rob}(\alpha) \text{ za podmínek } \alpha_i > 0 \text{ a } J_u(\alpha) = 0, \quad (5.1)$$

kde J_{rob} je určené za pomoci normy H_{∞} citlivostní funkce a udává míru robustnosti navrhovaného regulačního obvodu a J_U je kritérium hodnotící omezenost akční veličiny. Účelem optimalizace je tedy nalézt minimum kritéria $J_{rob}(\alpha)$ splňující podmínky: $J_U(\alpha) = 0$ a současně $\alpha_i > 0$ kde α je vektor optimalizovaných parametrů α_i (záporně vzatých pólů char. polynomu URO)

Pro konfigurace řízení 1DOF nebo 2 DOF se určí citlivostní funkce pomocí vztahu:

$$S = \frac{1}{1 + Q \cdot G_S} = \frac{a \cdot p}{a \cdot p + b \cdot q} = \frac{a \cdot p}{d} \quad (5.2)$$

Pro konfiguraci řízení TFC se určí citlivostní funkce pomocí vztahu:

$$S = \frac{1}{1 + G_S \cdot (R + Q)} = \frac{a \cdot p}{a \cdot p + b \cdot (r + q)} = \frac{a \cdot p}{d} \quad (5.3)$$

První kritérium J_{rob} hodnotící robustnost se potom vypočítá jako:

$$J_{rob} = \|S\|_{\infty} = \sup_{\omega} |S(j\omega)| \quad (5.4)$$

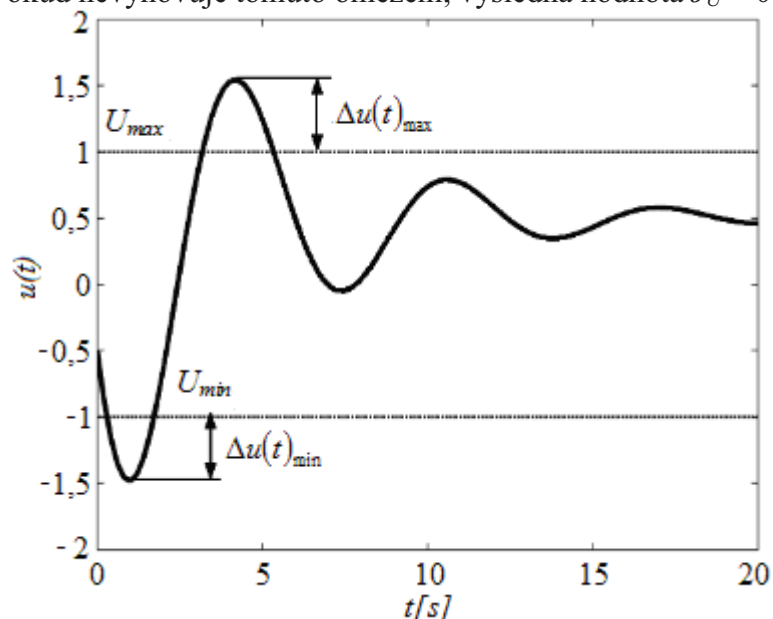
kde ω je frekvence. Druhé kritérium J_U popisuje požadavky na akční veličinu $u(t)$ a je formulováno pomocí předem definovaných omezení na akční veličinu U_{min} (minimální povolená hodnota) a U_{max} (maximální povolená hodnota). Tuto podmínku lze potom zapsat pomocí následující rovnice:

$$u(t) \in \langle U_{min}; U_{max} \rangle \forall t \quad (5.5)$$

Dále označme $\Delta u(t)_{max}$ jako maximální překmit akční veličiny nad povolenou hodnotou U_{max} a $\Delta u(t)_{min}$ jako maximální (největší) podkmit akční veličiny pod povolenou hodnotou U_{min} . Potom se kritérium J_U počítá jednoduše jako:

$$J_U = \Delta u(t)_{\max} + \Delta u(t)_{\min} \quad (5.6)$$

Z toho je zřejmé, že $J_U = 0$ pokud průběh akční veličiny vyhovuje vstupnímu omezení na akční veličinu. Pokud nevyhovuje tomuto omezení, výsledná hodnota $J_U > 0$.



Obr. 5.1: Objasnění kritéria J_U

Na obrázku Obr. 5.1 je znázorněn průběh akčního zásahu, jenž má podkmit a překmit vůči zadanému omezení na akční zásah. Výsledná hodnota kritéria J_U dána vztahem (5.6) je pro tento případ tedy větší než 0, což znamená že akční zásah nevyhovuje definovaným vstupním omezením.

5.2 Optimalizační proces

Při optimalizaci pólů URO je uvažována regulovaná veličina $y(t)$ a žádaná hodnota $w(t)$ normována do rozsahu od nuly do jedné, tedy:

$$y(t), w(t) \in \langle 0; 1 \rangle \quad (5.7)$$

Optimalizace pólů je ve vytvořeném programu potom řešena za pomoci simulace odezvy řízení pro *nejhorší* případ - při skokové změně žádané hodnoty z nuly na jedna. Dosažená odezva řízení pro tento případ je potom analyzována pomocí podmínek a kritérií kvality řízení popsanych výše, viz. rovnice (5.1) pro různé hodnoty ladících parametrů $\alpha_i > 0$. Toho je dosaženo pomocí simulačních prostředků programu MATLAB. Tento proces může být zjednodušeně popsán následovně:

- Výběr počtu optimalizovaných parametrů α_i (1, 2 nebo VŠE) viz. Tab. 5. 1

Tab. 5.1: Výběr počtu optimalizovaných parametrů

řád char. polynomu URO	počet optimalizovaných parametrů	char. polynom URO
2	1	$(s + \alpha_1)^2$
	2 nebo VŠE	$(s + \alpha_1)(s + \alpha_2)$
4	1	$(s + \alpha_1)^4$
	2	$(s + \alpha_1)^2(s + \alpha_2)^2$
	VŠE	$(s + \alpha_1)(s + \alpha_2)(s + \alpha_3)(s + \alpha_4)$

- Pro každé α_i je třeba zvolit interval pro optimalizaci
- Výběr konfigurace řízení 1DOF, 2DOF nebo TFC
- Hledání řešení problému definovaného vztahy (5.1), tedy nalezení minima kritéria J_{rob} za podmínky $J_U = 0$ pro danou oblast z předchozího bodu.
- Výsledné informace numerické optimalizace dány výstupním parametrem „*exitflag*“ funkce *fmincon*, jsou po hledání řešení zobrazeny.
- Nalezené výsledné parametry α_i jsou dále ověřeny, zda splňují dané požadavky. Pokud splňují požadavky provede se simulace řízení. Jestliže nesplňují zobrazí se varovné hlášení a poté je uživateli nabídnuto několik základních možností: změnit počet optimalizovaných parametrů, změnit konfiguraci řízení, interval hledání nebo rozšířit definované omezení na akční zásah.

Vlastní optimalizační proces – numerické hledání minima za daných omezujících podmínek je realizovaný pomocí standardní funkce programového systému MATLAB - *fmincon*, jež je více popsána v následující kapitole.

Funkce *fmincon*

Funkce *fmincon* je optimalizační nástroj MATLABU, který slouží k nalezení minima skalární funkce jedné nebo více proměnných za daných omezujících podmínek iteračním přístupem. Okruh problémů, které řeší může být formulován následovně:

$$\min_x f(x) \tag{5.8}$$

za podmíněk:

$$\begin{aligned}c(x) &\leq 0 \\ceq(x) &= 0 \\A \cdot x &\leq b \\Aeq \cdot x &= beq \\lb &\leq x \leq ub\end{aligned}\tag{5.9}$$

kde x , b , beq , lb , ub jsou vektory, A , Aeq jsou matice a $c(x)$, $ceq(x)$, $f(x)$ jsou skalární funkce.

Obecný tvar zápisu funkce:

```
[x,fval,exitflag,output] = fmincon (fce, x0, A_fmincon,b_fmincon, Aeq, beq, lb, ub, nonlcon, options)
```

kde x je vypočtené minimum funkce, $fval$ - vrací hodnotu cílové funkce vypočítané v řešení x , $exitflag$ – je návratové hlášení funkce *fmincon* a $output$ – nese informace o optimalizaci, fce je funkce podrobovaná optimalizaci, $x0$ – je zvolený počáteční odhad minima, $A_fmincon$, $b_fmincon$ – definice lineární nerovnosti na řešení $A * x \leq b$, Aeq,beq – definice lineární rovnosti vazby $Aeq * x = BEQ$ na řešení, lb,ub - omezení kde hledám (spodní a horní hranice), $nonlcon$ – nastavení funkce, jenž počítá nelineární omezení $c(x) \leq 0$ a $ceq(x) = 0$ a $options$ – je nastavení algoritmu.

K nalezení minima používá jeden ze čtyř algoritmů:

- *Interior-point algorithmus* je vhodný pro řešení optimalizačních problémů libovolného rozsahu. Vlastností této metody je nízká spotřeba paměti, rychlé řešení optimalizačních problémů a menší přesnost v porovnání s ostatními algoritmy.
- *Trust-region-reflective* používá se pro řešení optimalizačních problémů libovolného rozsahu. Algoritmus vyžaduje zadání gradientů účelové funkce a zadání jednoho z typů omezení (minima a maxima nebo lineárně závislého omezení).
- *Sqp algorithmus* je vhodný na optimalizační problémy malého nebo středního rozsahu. Algoritmus řeší omezení v každé iteraci.
- *Active-set algorithmus* je vhodný na optimalizační úlohy malého i velkého rozsahu. Výhodou algoritmu je, že dokáže dělat velké skoky mezi iteracemi, což zrychlí řešení úlohy.

Nastavení algoritmu lze provést pomocí příkazového řádku.

```
options=optimoptions('fmincon','Algorithm','active-set')
```

Vytvořený program používá při hledání řešení Sqp algoritmus. [58]

6. EXPERIMENTÁLNÍ ČÁST

V této části kapitoly je nejprve popsán vytvořený program pro návrh robustního regulátoru respektujícího omezení akčního zásahu založený na numerické optimalizaci pólů URO a poté jsou ukázány výsledky na vybraných přenosových soustavách. V poslední části je ukázán

návrh řízení pro nestabilní model magnetické levitace a dále provedeno řízení na reálném modelu.

6.1 Program „OPTIMALIZACE PÓLŮ URO“

Tento program využívá pro nalezení robustního regulátoru respektujícího definované omezení na akční zásah optimalizaci pólů URO pomocí funkce *fmincon*. Vše je implementováno v programu MATLAB/SIMULINK pomocí několika *m-file* s hypertextovou nápovědou.

6.1.1 Obecný popis možností programu

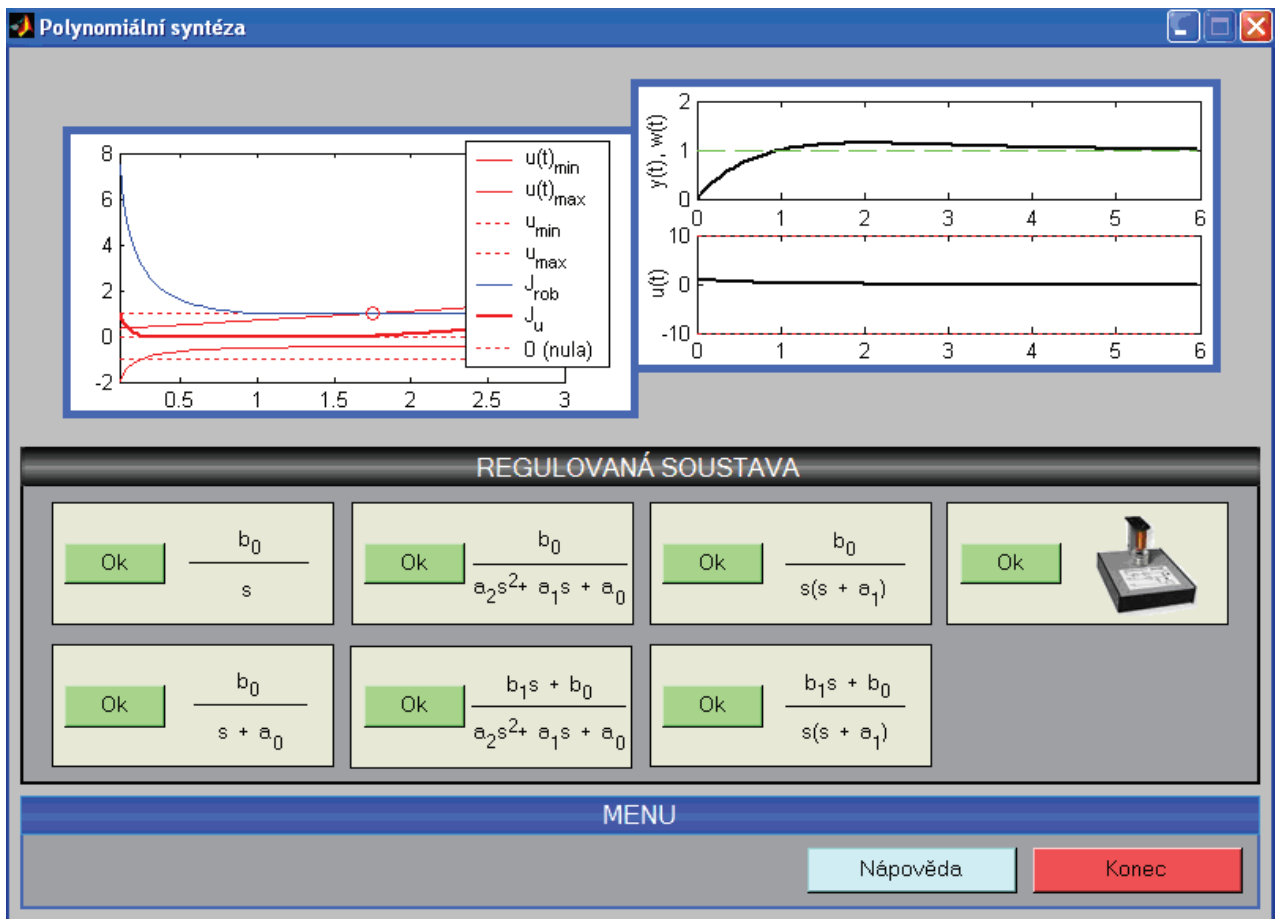
Program slouží především pro návrh robustního polynomiálního SISO regulátoru s optimalizací pólů URO pro konfigurace řízení 1DOF (angl. *one degree of freedom*), 2DOF (angl. *two degrees of freedom*) a TFC (angl. *two feedback controllers*). Hlavní vstupní parametry pro návrh regulátoru jsou: omezení akčního zásahu, počet optimalizovaných ladících parametrů, interval pro optimalizaci a parametr β u metody TFC, viz sekce 4.2.3.

6.1.2 Požadavky na spuštění programu

- program byl vytvořen v programu MATLAB verze 6.5.
- po zkopírování adresářů a souborů v jednotlivých podadresářích na pevný disk se program spustí napsáním `start` v prostředí MATLABu z adresáře, ve kterém se soubor „start.m“ nachází.

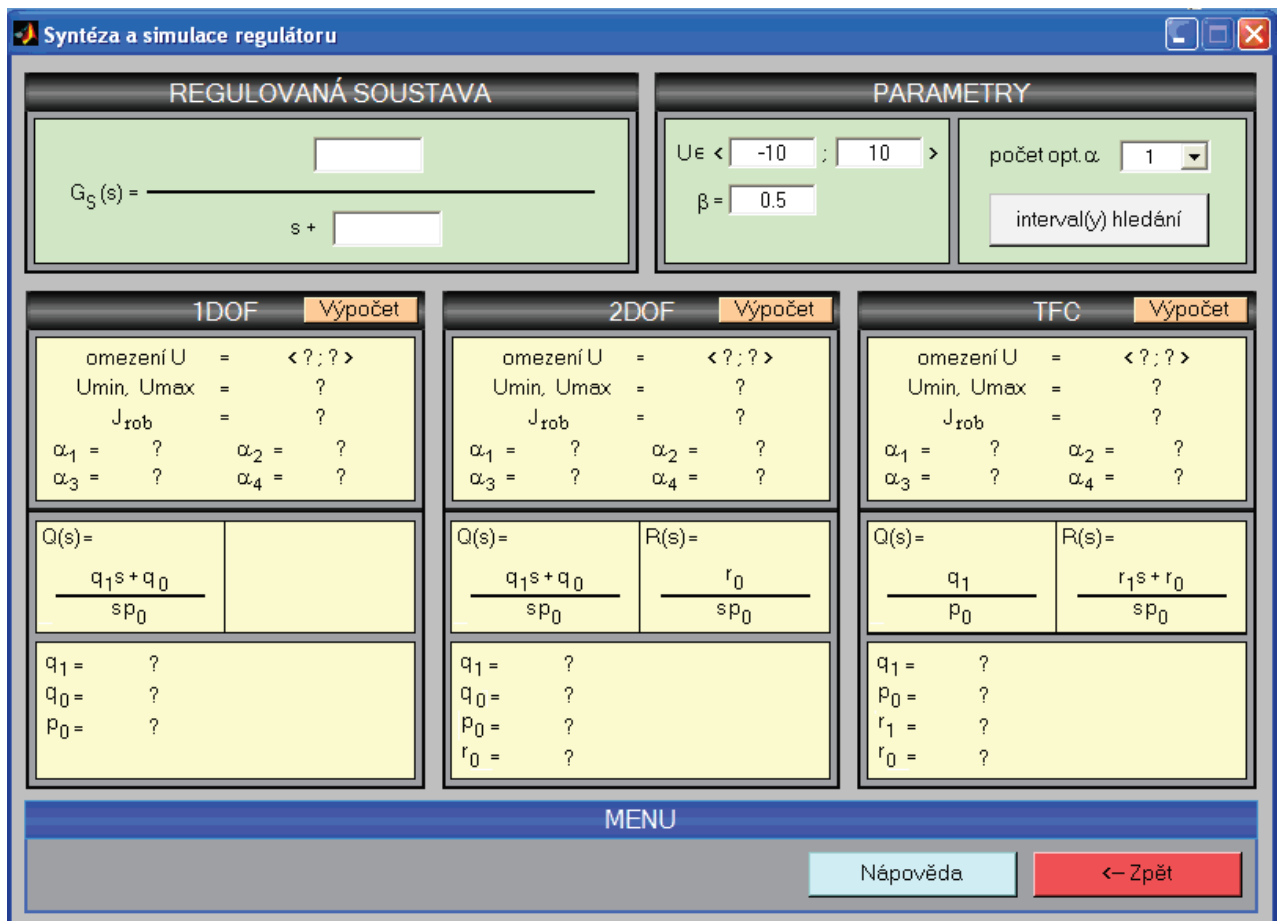
6.1.3 Popis jednotlivých částí programu

Po spuštění programu se zobrazí hlavní okno Obr. 6.1. Zde se nachází menu s tlačítky, dále výběr šesti vybraných typů regulovaných soustav a model magnetické levitace a model inverzního kyvadla.



Obr. 6.1: Hlavní okno programu

V dolní části hlavního okna je menu, jenž obsahuje tlačítko „Nápověda“ - otevře nápovědu a tlačítko „Konec“ - zobrazí okno pro ukončení aplikace. Výběr regulované soustavy nebo modelu se potvrdí tlačítkem „Ok“, po stisknutí se zobrazí okno pro návrh regulátoru Obr. 6.2.

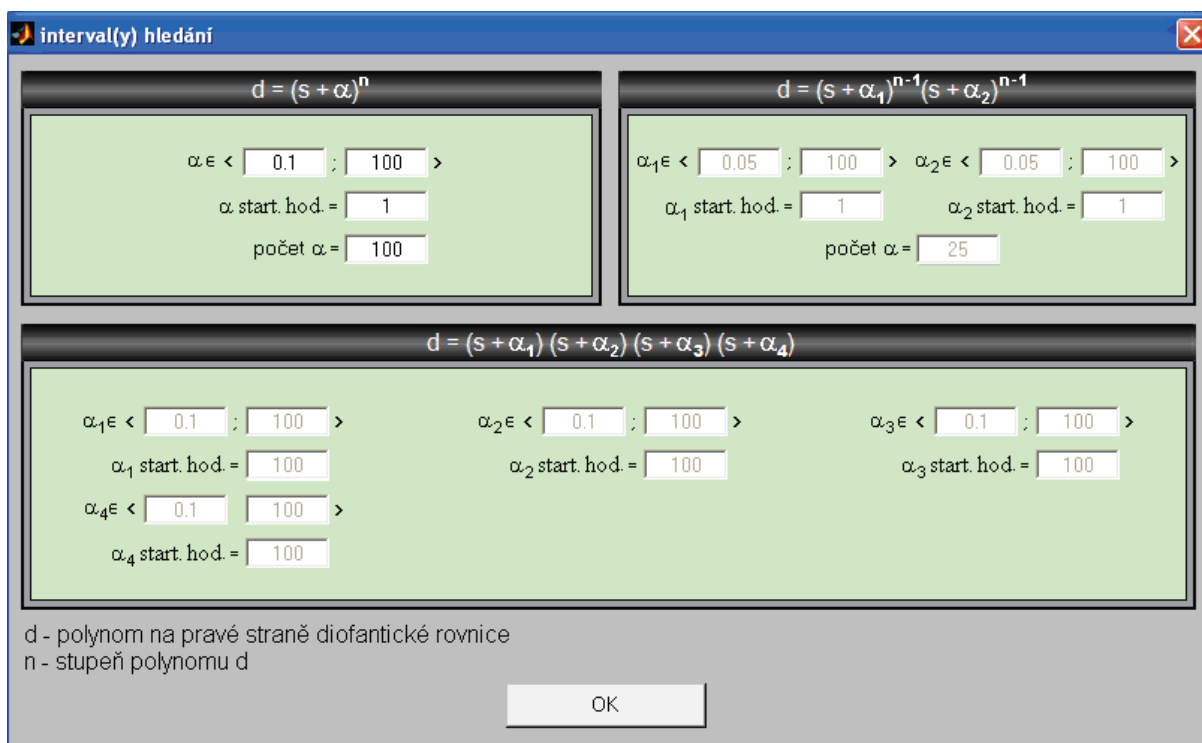


Obr. 6.2: Okno syntéza a simulace regulátoru

V levé horní části okna se zadávají parametry regulované soustavy a v pravé horní části okna se zadávají parametry simulace:

- $U \in \langle U_{min} ; U_{max} \rangle$, kde U_{min} - min. povolený akční zásah, U_{max} - max. povolený akční zásah
- β - parametr TFC regulátoru $\langle 0 ; 1 \rangle$, viz sekce 4.2.3
- počet optimalizovaných parametrů alfa - 1, 2 nebo VŠE
- interval(y) hledání pro jednotlivé α_i

Po stisku tlačítka „interval(y) hledání“ se zobrazí nové okno Obr. 6.3 s nastavením pro zadaný počet optimalizovaných α . Zde lze zadat délky intervalu hledání a počet α v intervalu.



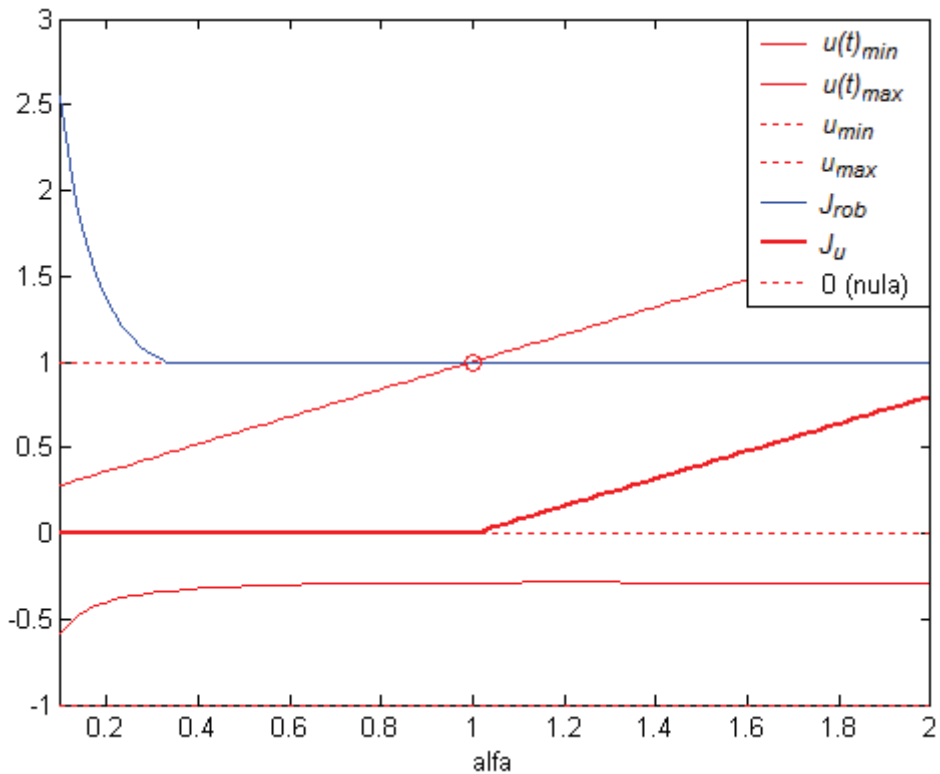
Obr. 6.3: Okno syntéza a simulace regulátoru

Po zadání vstupních parametrů pro návrh regulátoru se zvolí typ regulátoru 1DOF, 2DOF nebo TFC a stiskne se tlačítko „Výpočet“. Po té je proveden výpočet optimálních parametrů α_i a následná simulace řízení.

6.1.4 Ilustrační příklad

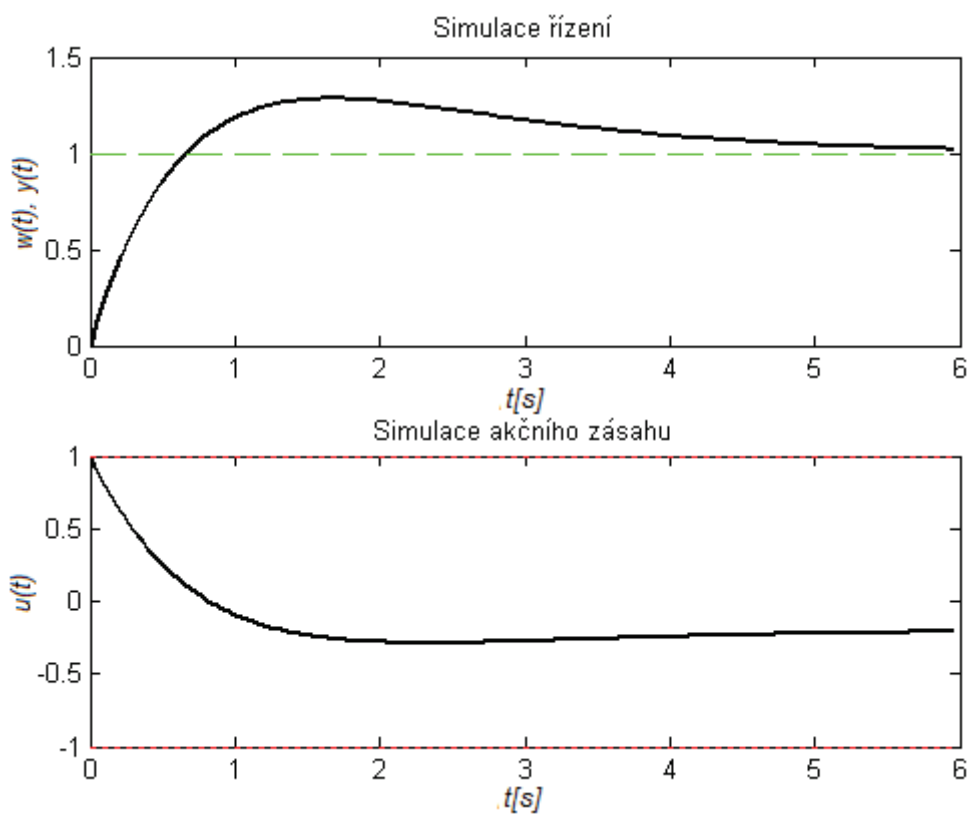
Pro regulovanou soustavu $G(s) = \frac{2,5}{s - 0,5}$ byl navržen regulátor s konfigurací 1DOF.

Vstupní parametry pro návrh regulátoru byly zvoleny: omezení akčního zásahu v rozsahu $\langle -1 ; 1 \rangle$, počet optimalizovaných parametrů $\alpha = 1$, interval hledání $\langle 0.1 ; 2 \rangle$ a rozdělení intervalu = 100. Po stisku tlačítka „Výpočet“ se provedla optimalizace ladícího parametru α a zobrazily se následující okna Obr. 6.4 a Obr. 6.5



Obr. 6.4: Graf kritérií s optimální volbou parametru α .

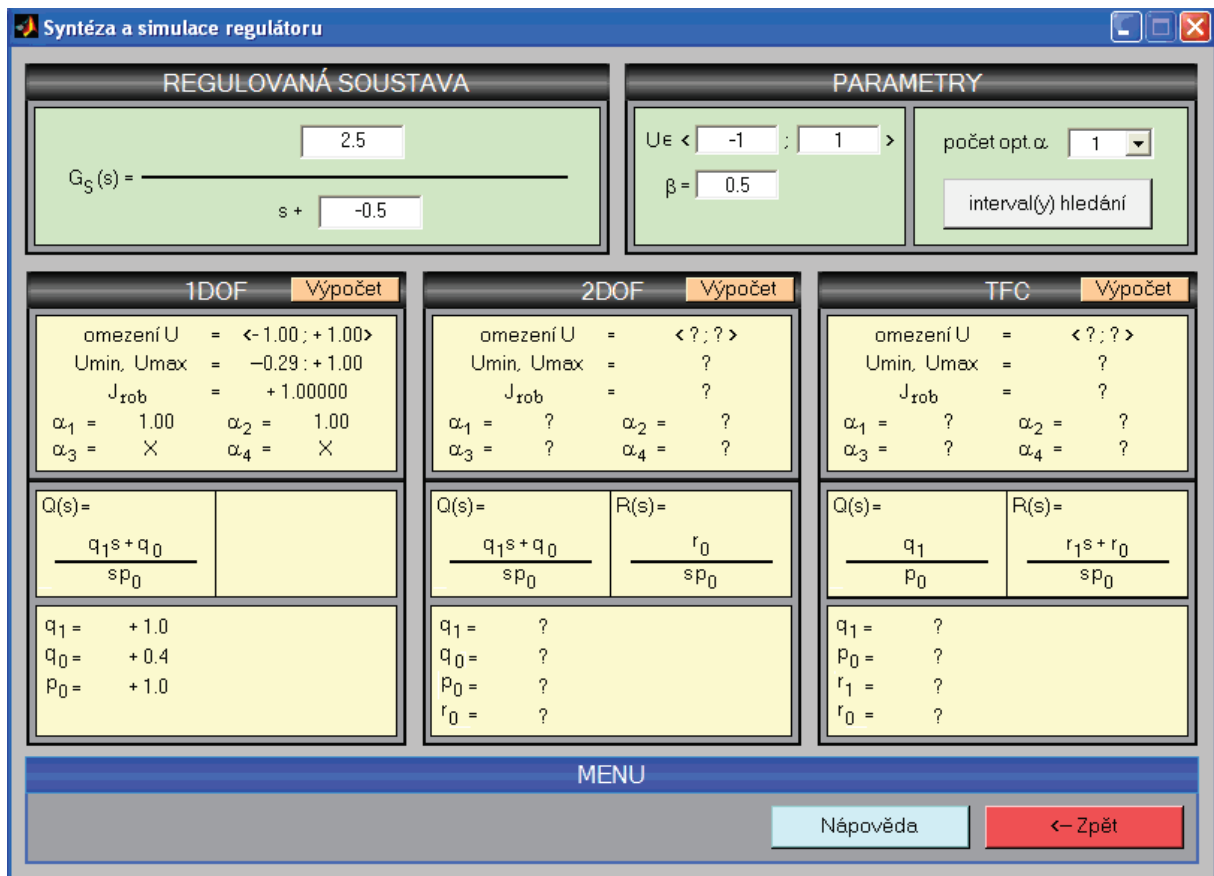
Na obrázku Obr. 6.4 je zobrazen průběh kritéria J_{rob} (modrou čarou), průběh podkritéria J_U (tlustou červenou čarou), omezení akční veličiny jsou u_{min} a u_{max} (červená čárkovaná čára) a průběhy $u(t)_{min}$ a $u(t)_{max}$ (tenkou červenou čarou). Vytvořený program našel optimální ladící parametr, jenž je vyznačen červeným kruhem $\alpha = 1$. Tento parametr leží ještě v oblasti, kde podkritérium $J_U = 0$ a kritérium J_{rob} dosahuje svého minima. Dále platí podmínka, že nalezený ladící parametr $\alpha > 0$. V grafu lze dále vidět, že podkritérium $J_U > 0$, jakmile překročí $u(t)_{min}$ nebo $u(t)_{max}$ zadané omezení akční veličiny U_{min} a $U_{max} < -1 ; 1 >$. Pro nalezený ladící parametr α byla provedena simulace řízení viz Obr. 6.5.



Obr. 6.5: Průběh řízení s nalezeným ladícím parametrem α .

Simulace řízení pro nalezený ladící parametr byla provedena pro jednotkový skok referenčního signálu jenž představuje nejhorší případ odezvy při řízení. Na průběhu regulované veličiny lze vidět počáteční překmit, jenž je typický pro 1DOF konfigurace a v čase 6 sekund se blíží regulovaná veličina žádané hodnotě. Akční zásah splňuje zadanou omezující podmínku a leží v intervalu $\langle -1 ; 1 \rangle$.

V okně „Syntéza a simulace regulátoru“ se u vybraného regulátoru zobrazí vlastnosti nalezeného řízení: maximální akční zásah, minimální akční zásah, dosažené kritérium J_{rob} , nalezený ladící parametr α a výsledný přenos regulátoru viz. Obr. 6.6.



Obr. 6.6: Výsledky pro nalezený ladící parametr α .

6.2 Vybrané experimenty numerické optimalizace pólů

Pro ilustraci navrhované metodiky byly vybrány následující typy regulačních soustav viz Tab. 6.1, u nichž jsou při návrhu řízení pro konfigurace 1DOF, 2DOF a TFC nalezeny optimální póly URO (odpovídající záporně vzatým ladícím parametrům α_i).

Tab. 6.1: Typy regulovaných soustav

č.	typ
1	$G(s) = \frac{5}{s - 1,5}$
2	$G(s) = \frac{1}{s}$

Při optimalizaci pólů je uvažováno omezení akční veličiny u daných regulovaných soustav v intervalu $\langle -1 ; 1 \rangle$. Průběh řízení je porovnán pomocí následujících kritérií:

- integrál kvadrátu regulační plochy (regulační odchylky)

$$J_1 = \int_0^{\infty} [w(t) - y(t)] dt = \int_0^{\infty} e^2 dt$$

- integrál kvadrátu akční veličiny

$$J_2 = \int_0^{\infty} u^2(t) dt$$

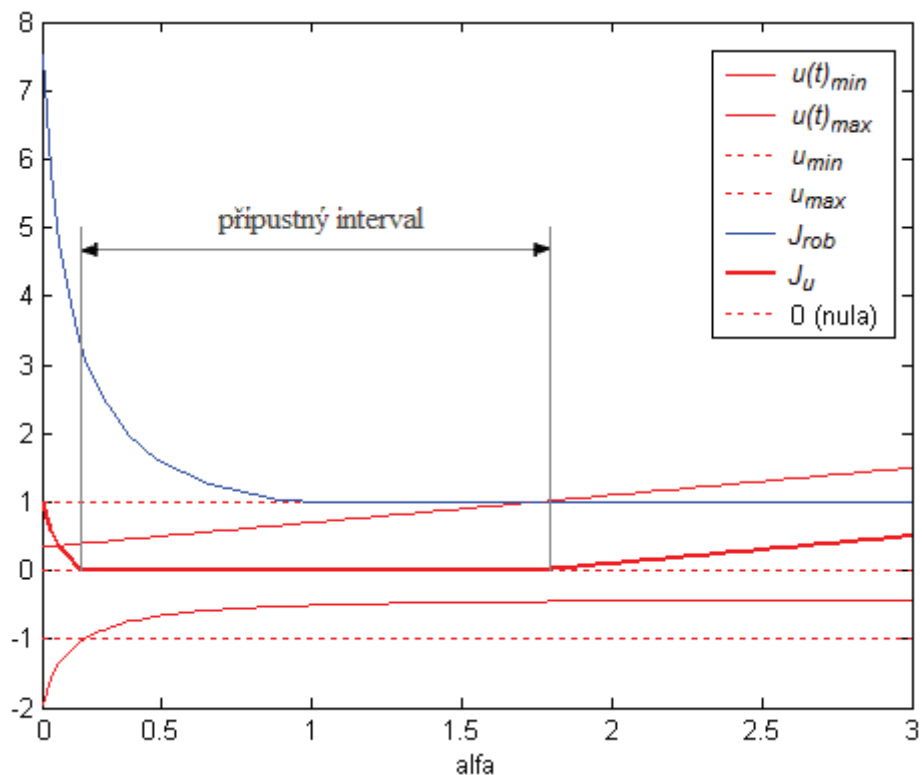
- max. překmit na začátku regulace
- t_r [s] - doba regulace (čas kdy se regulovaná veličina dostane do pásma \pm delta [%] kolem žádané hodnoty, delta = 1%)

$\max(u)$ – maximální akční zásah, $\min(u)$ – minimální akční zásah

Regulovaná soustava č.1: $G(s) = \frac{5}{s - 1,5}$

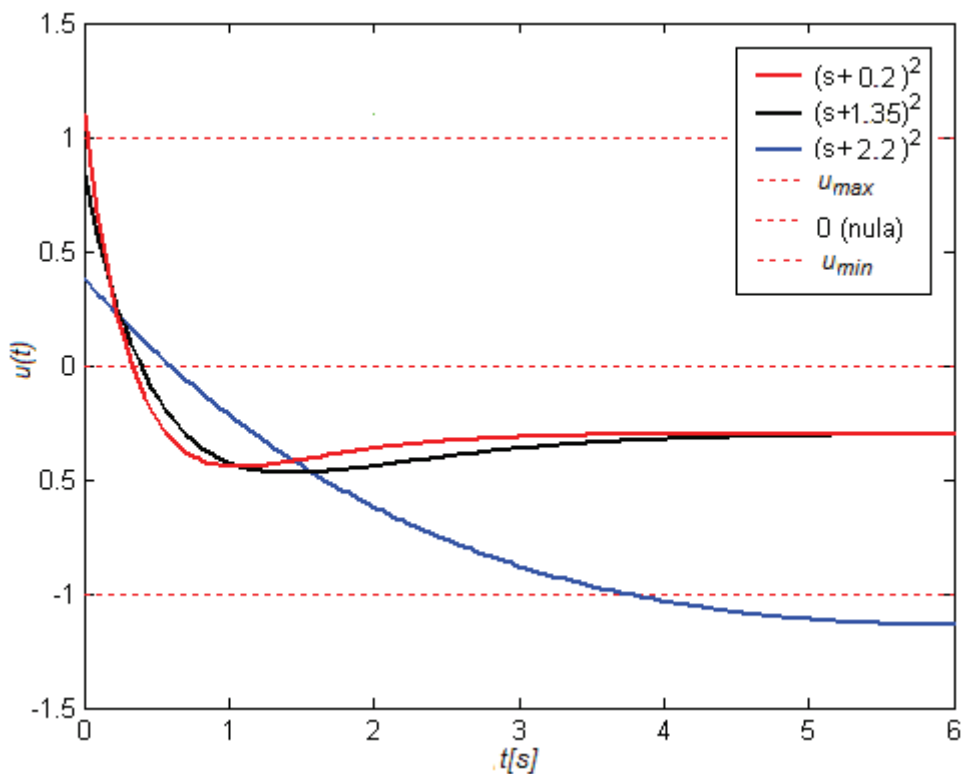
Nejprve bude ukázán princip optimalizace pólů pro jeden ladící parametr, se strukturou charakteristického polynomu $d(s)$ ve tvaru $(s + \alpha)^2$ a poté bude optimalizace pólů provedena pro dva ladící parametry se strukturou charakteristického polynomu $d(s)$ ve tvaru $(s + \alpha_1)(s + \alpha_2)$ - to vše s využitím přímého numerického výpočtu definovaných kritérií v závislosti na ladících parametrech. Poté budou prezentovány výsledky dosažené vytvořeným programem s pomocí optimalizačních funkcí programového systému MATLAB (*fmincon*) a porovnány výsledky pomocí výše uvedených metod.

Ze zadaných požadovaných vstupních parametrů na přenosovou soustavu byl přímým numerickým výpočtem získán následující graf Obr. 6.7, který zobrazuje hodnotu kritéria robustnosti J_{rob} (modrá čára), kritérium akčního zásahu J_u (tlustá červená čára), maximální $u(t)_{max}$ a minimální akční zásah $u(t)_{min}$ (tenkou červenou čarou), omezení akční veličiny $\langle -1 ; 1 \rangle$ tedy $\langle U_{min} ; U_{max} \rangle$, dále nulu (vše je znázorněno červenou čárkovanou čarou) pro daný ladící parametr α na ose x. Z grafu je patrné, že leží-li maximální a minimální akční zásah pro dané alfa v intervalu $\langle -1 ; 1 \rangle$ potom $J_u = 0$. Tato oblast je nazvaná jako přípustný interval a pro tento konkrétní případ je vymezena oblastí přibližně $\langle 0,245 ; 1,77 \rangle$. Prvnímu ladícímu parametru $\alpha = 0,245$ odpovídá $J_{rob} = 3,22$ a druhému ladícímu parametru $\alpha = 1,77$ odpovídá $J_{rob} = 1$.



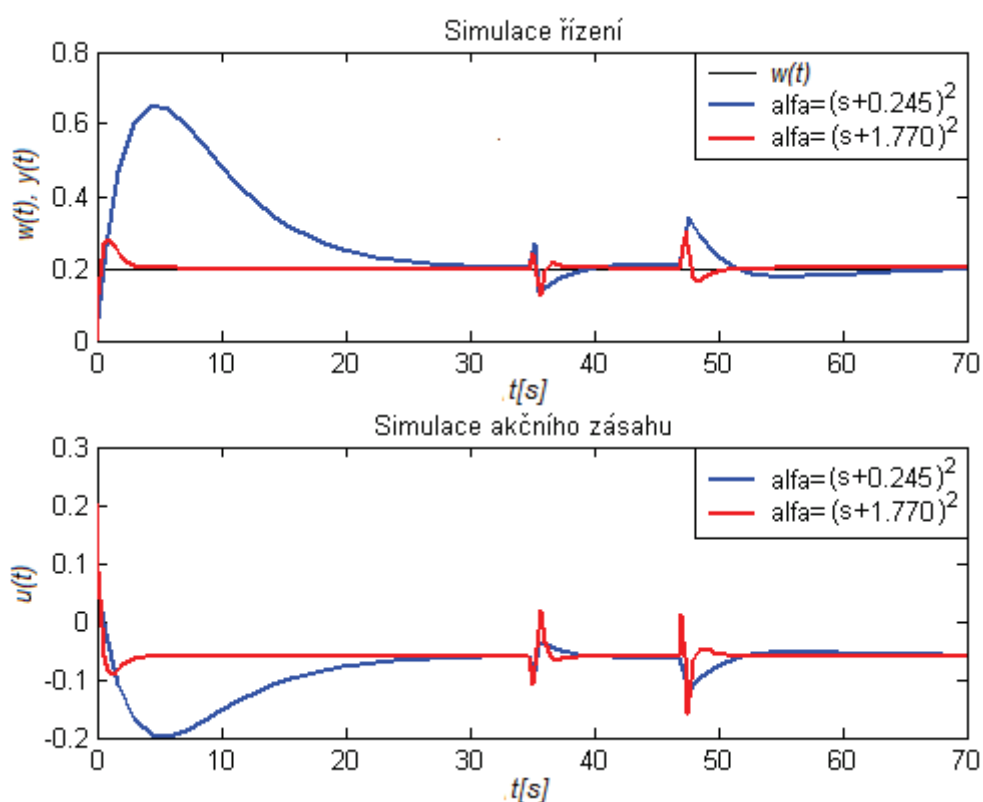
Obr. 6.7: Vypočtený přípustný interval pro 1 ladící parametr alfa

Pro ověření přípustného intervalu byly vykresleny průběhy akčních zásahů pro ladící parametry 0,2; 1,35 a 2 viz. Obr. 6.8.



Obr. 6.8: Průběh akčního zásahu v závislosti na α_i

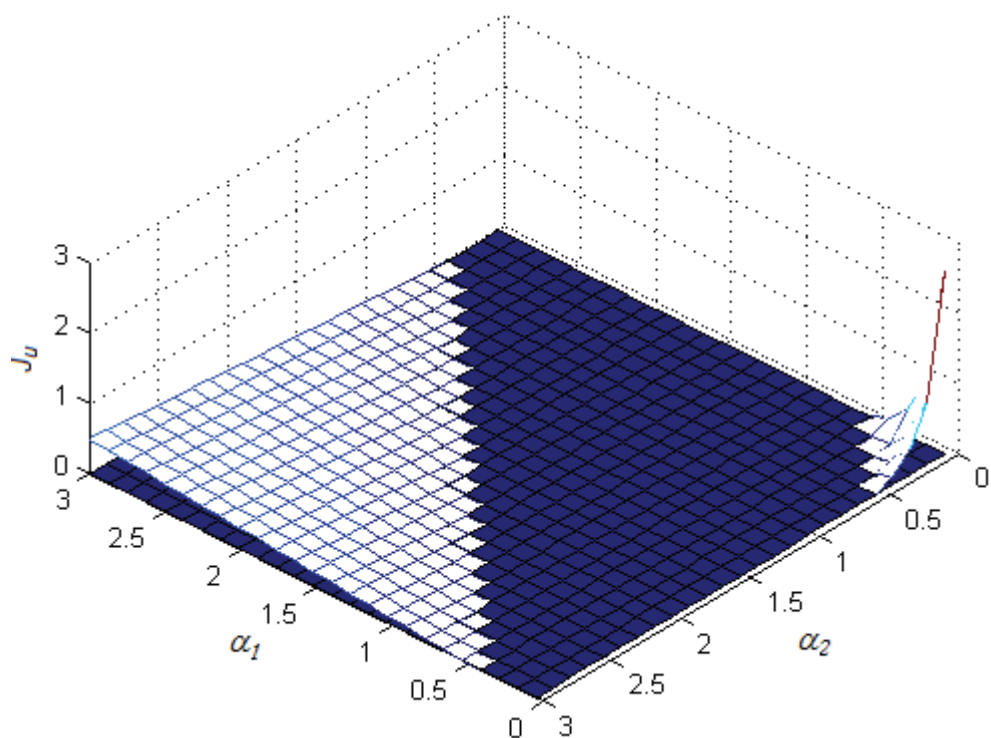
Graf na obrázku Obr. 6.9 potvrzuje, že ladící parametry 0,2 a 2 ležící mimo přípustný interval $\langle 0,245 ; 1,77 \rangle$ nesplňují požadavky na akční zásah $\langle -1 ; 1 \rangle$. Dále bylo vykresleno porovnání řízení pro 1DOF konfiguraci s hraničními ladícími parametry 0,245 a 1,77.



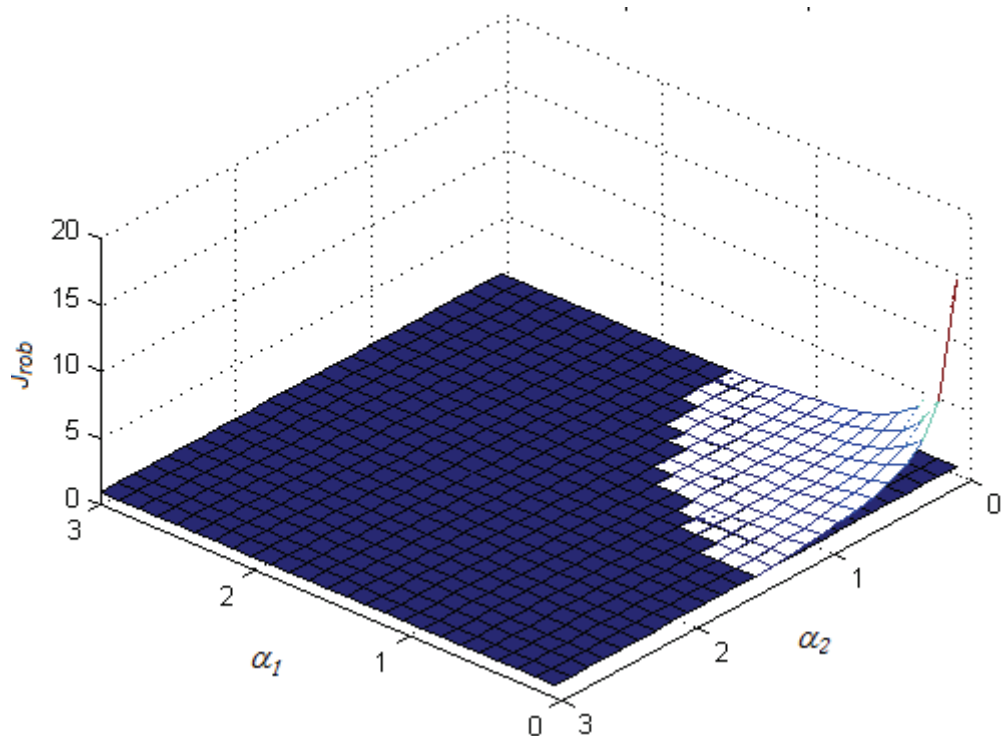
Obr. 6.9: Porovnání řízení pro hraniční parametry jednoho ladícího parametru konfigurace 1DOF

Při simulaci působila porucha na akční veličinu v čase 35-36s a výstupní veličinu v čase 47-48s s amplitudou 0,1. Vyšší volba parametru α s menší hodnotou kritéria J_{rob} znamená robustnější systém řízení a dále způsobuje agresivnější řízení s vyššími nároky na akční zásah generovaný regulátorem.

Dále byl pro požadované vstupní parametry na přenosovou soustavu přímým numerickým výpočtem získán následující graf Obr. 6.10, který zobrazuje průběh kritéria omezení akčního zásahu J_u pro dva ladící parametry. Ladící parametry lze potom volit v přípustné tmavě modré oblasti, kde $J_u = 0$. Následující graf Obr. 6.11 zobrazuje kritérium J_{rob} .



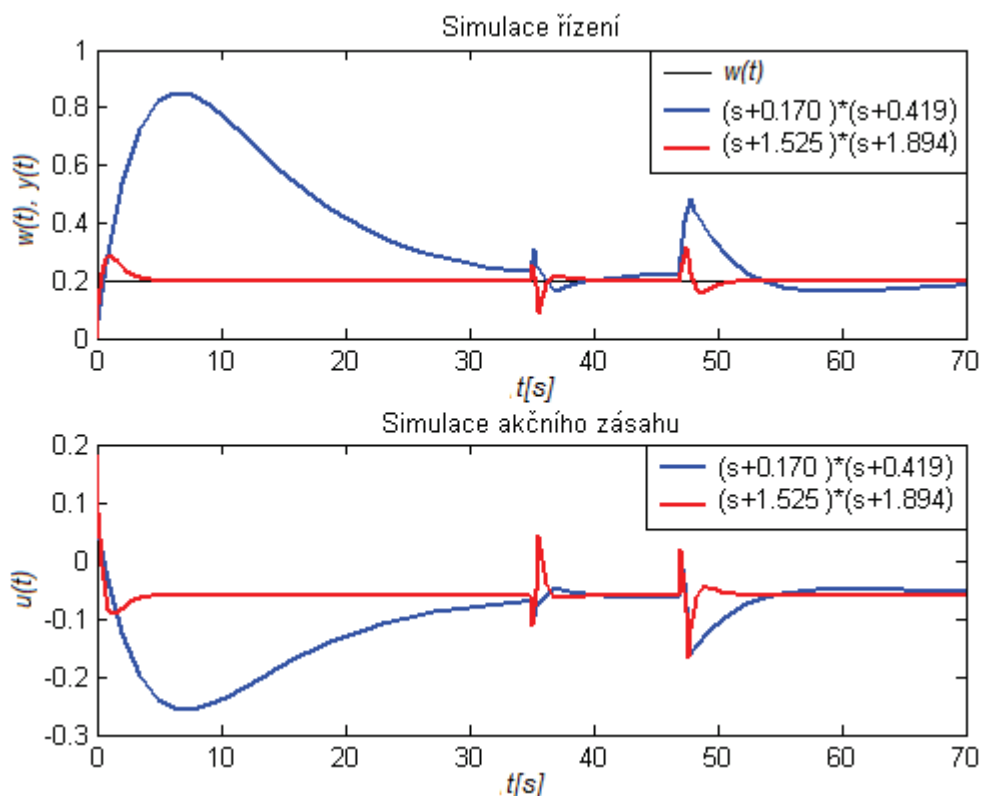
Obr. 6.10: Průběh kritéria omezení akčního zásahu J_u pro 2 ladící parametry



Obr. 6.11: Průběh kritéria robustnosti J_{rob} pro dva ladící parametry

Pro porovnání řízení byly vybrány hraniční ladící parametry pro první regulátor $\alpha_1 = 0,170$ a $\alpha_2 = 0,419$ a pro druhý regulátor $\alpha_1 = 1,525$ a $\alpha_2 = 1,894$. Oba navržené regulátory splňují podmínku $J_u = 0$. První regulátor je méně robustní, protože ladící parametry neleží v hodnotě kritéria $J_{rob} = 2,58$ kritérium u druhého regulátoru $J_{rob} = 1$. Při simulaci působila porucha na

akční veličinu v čase 35-36s a výstupní veličinu v čase 47-48s s amplitudou 0,1 viz. Obr. 6.12.



Obr. 6.12: Porovnání řízení pro hraniční parametry dvou ladících parametrů konfigurace 1DOF

Z dosažených výsledků řízení pomocí dvou ladících parametrů jsou zřejmé obdobné vlastnosti řízení jako volby jednoho ladícího parametru. Ladící parametr(y) s vyšší volbou parametru(ů) α s nižší hodnotou kritéria J_{rob} dosahují robustnější řízení, jenž způsobuje agresivnější řízení s vyššími nároky na akční zásah generovaný regulátorem.

Výše uvedené výsledky byly získány přímým výpočtem daných kritérií na zvoleném intervalu hledání ladících parametrů. Dále bylo testováno, jestli srovnatelných výsledků bude dosaženo pomocí vytvořeného programu využívajícího optimalizační funkce *fmincon* pro jeden a dva ladící parametry.

Pomocí vytvořeného programu pro vybranou soustavu $G(s) = \frac{5}{s-1,5}$ byl pomocí funkce

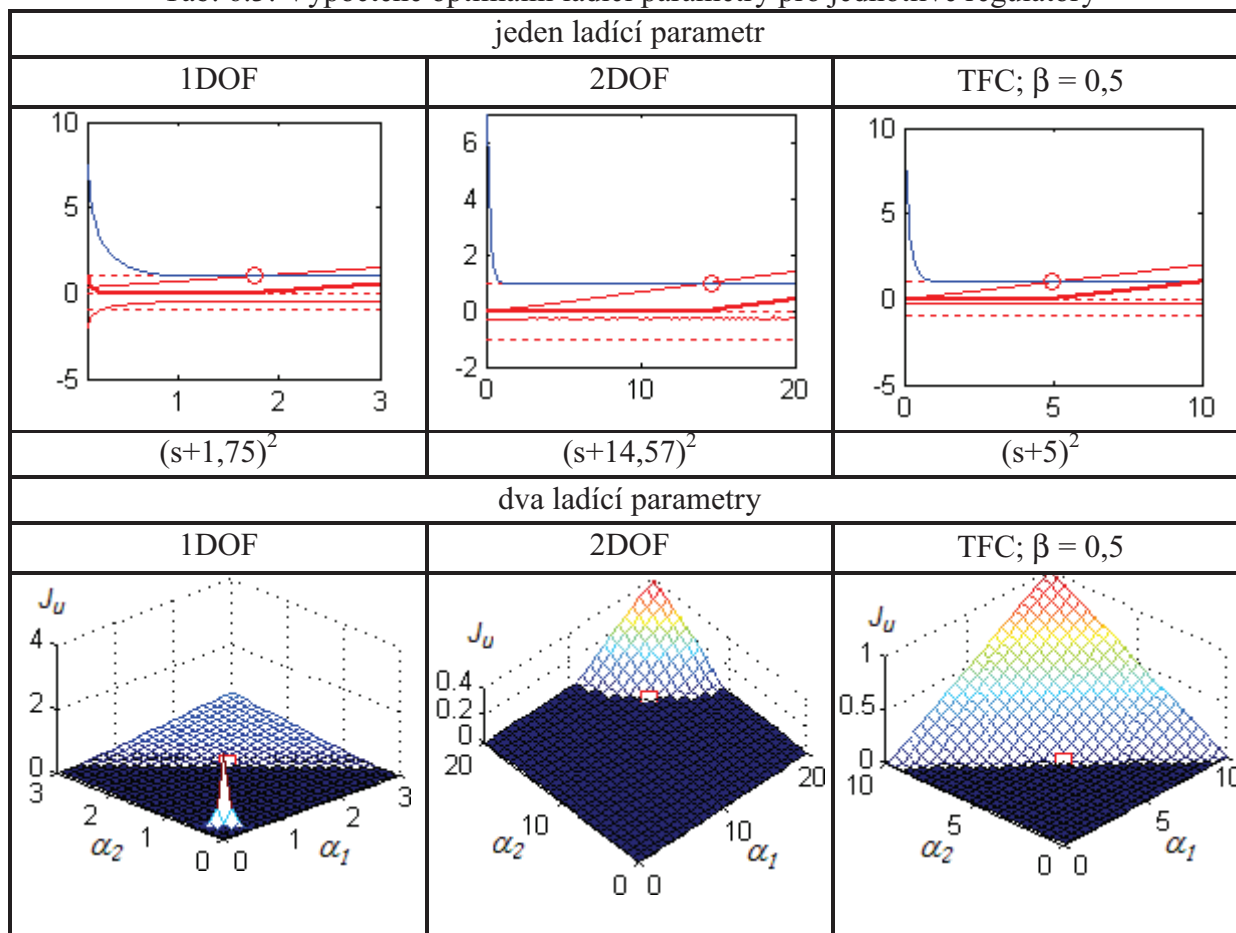
fmincon vypočítán nejprve jeden optimální ladící parametr a poté dva optimální ladící parametry. Vstupní požadavky pro nalezení ladících parametrů jsou uvedeny v Tab. 6.2 a omezení akčního zásahu bylo v rozmezí $<-1 ; 1>$. Nalezené optimální parametry jsou zobrazeny v následující tabulce Tab. 6.3, kde v levé části jsou dosažené výsledky pro konfiguraci regulátoru 1DOF, uprostřed pro konfiguraci regulátoru 2DOF a vpravo pro

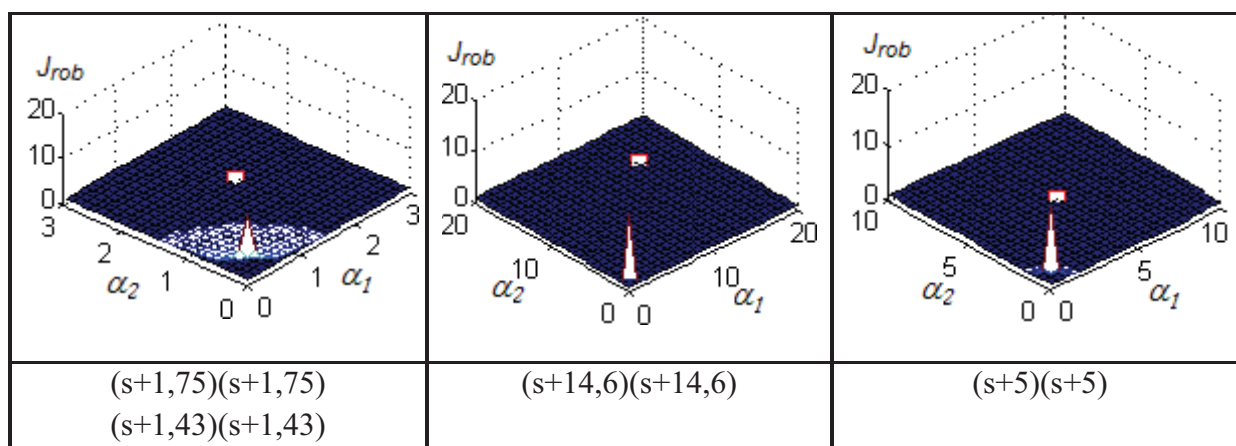
konfiguraci regulátoru TFC. Výsledné hodnoty kritéria J_{rob} jsou uvedeny v Tab. 6.4. Všechny hledané parametry byly nalezeny bez návratové chyby funkce *fmincon*.

Tab. 6.2: Požadavky pro nalezení ladících parametrů soustavy č.1

konfigurace	1 ladící parametr		2 ladící parametry	
	interval hledání	počáteční odhad	intervaly hledání	počáteční odhad
1DOF	$\alpha_1 \in \langle 0.1 ; 3 \rangle$	$\alpha_1 = 3$	$\alpha_1 \in \langle 0.1 ; 3 \rangle$ $\alpha_2 \in \langle 0.1 ; 3 \rangle$	$\alpha_1 = 3$ $\alpha_2 = 3$
2DOF	$\alpha_1 \in \langle 0.1 ; 20 \rangle$	$\alpha_1 = 20$	$\alpha_1 \in \langle 0.1 ; 20 \rangle$ $\alpha_2 \in \langle 0.1 ; 20 \rangle$	$\alpha_1 = 20$ $\alpha_2 = 20$
TFC; $\beta = 0,5$	$\alpha_1 \in \langle 0.1 ; 10 \rangle$	$\alpha_1 = 10$	$\alpha_1 \in \langle 0.1 ; 10 \rangle$ $\alpha_2 \in \langle 0.1 ; 10 \rangle$	$\alpha_1 = 10$ $\alpha_2 = 10$

Tab. 6.3: Vypočtené optimální ladící parametry pro jednotlivé regulátory



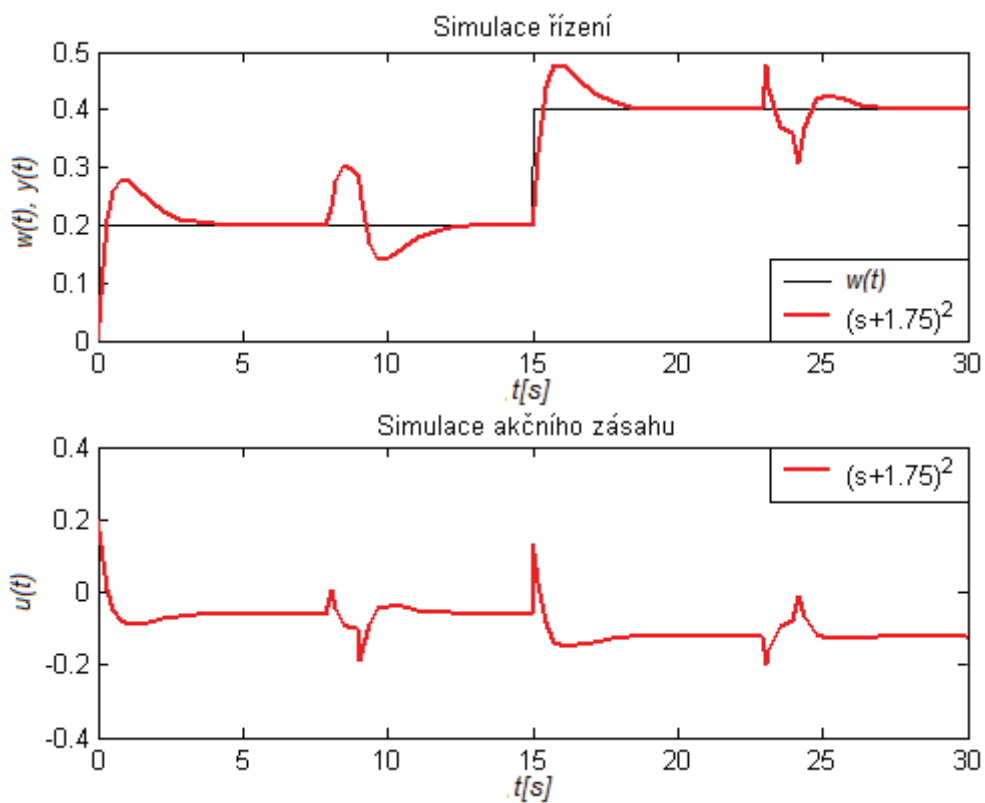


Tab. 6.4: Výsledné hodnoty kritérií

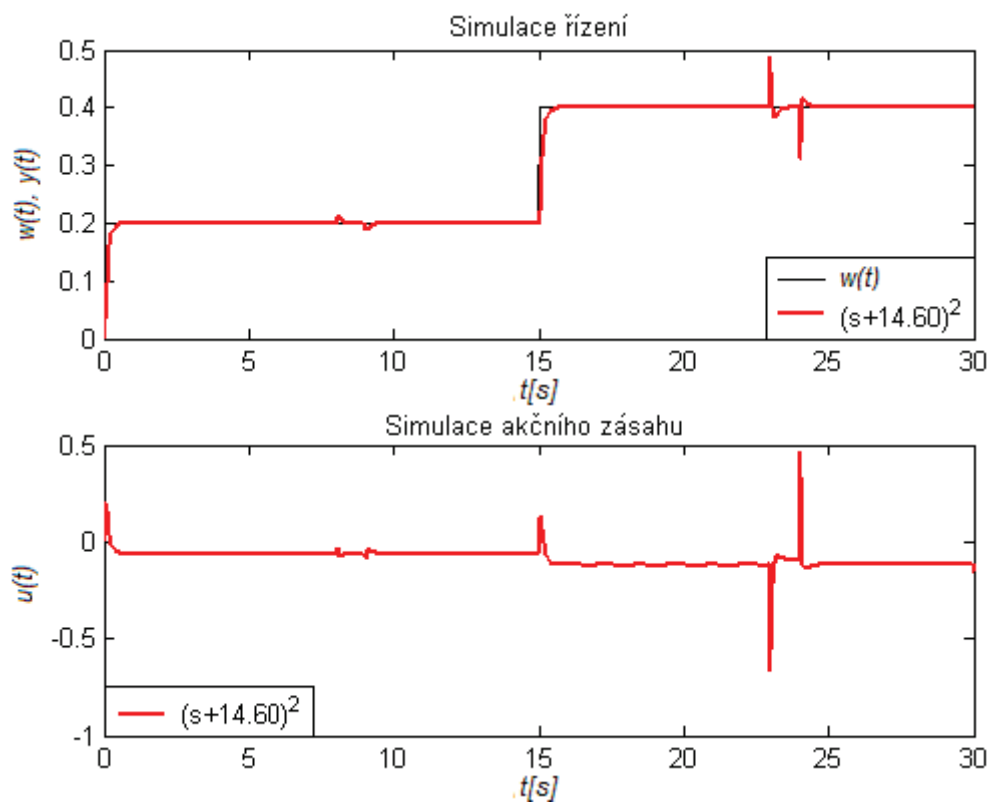
ladící parametr	výsledky	1DOF	2DOF	TFC; $\beta = 0,5$
1	J_{rob}	1	1	1
	$\min(u)$	-0,45	-0,24	-0,30
	$\max(u)$	1	1	1
2	J_{rob}	1	1	1
	$\min(u)$	-0,45	-0,24	-0,30
	$\max(u)$	1	1	1

V grafech uvedených v Tab.6.3, které jsou získány numerickým výpočtem je vykreslen červeným kruhem nalezený optimální ladící parametr získaný funkcí *fmincon*. U dvou ladících parametrů je znázorněn optimální ladící parametr červeným čtverečkem určený funkcí *fmincon*. Je tedy zřejmé, že nalezené parametry pomocí funkce *fmincon* odpovídají podmínce $J_u = 0$ a leží za daných podmínek v minimu kritéria J_{rob} , které jsou pro jednotlivé konfigurace zapsány v Tab.6.4. Nalezené optimální parametry leží na hranici splňující podmínky $J_u = 0$, proto dosahují obě hledání obdobných výsledků.

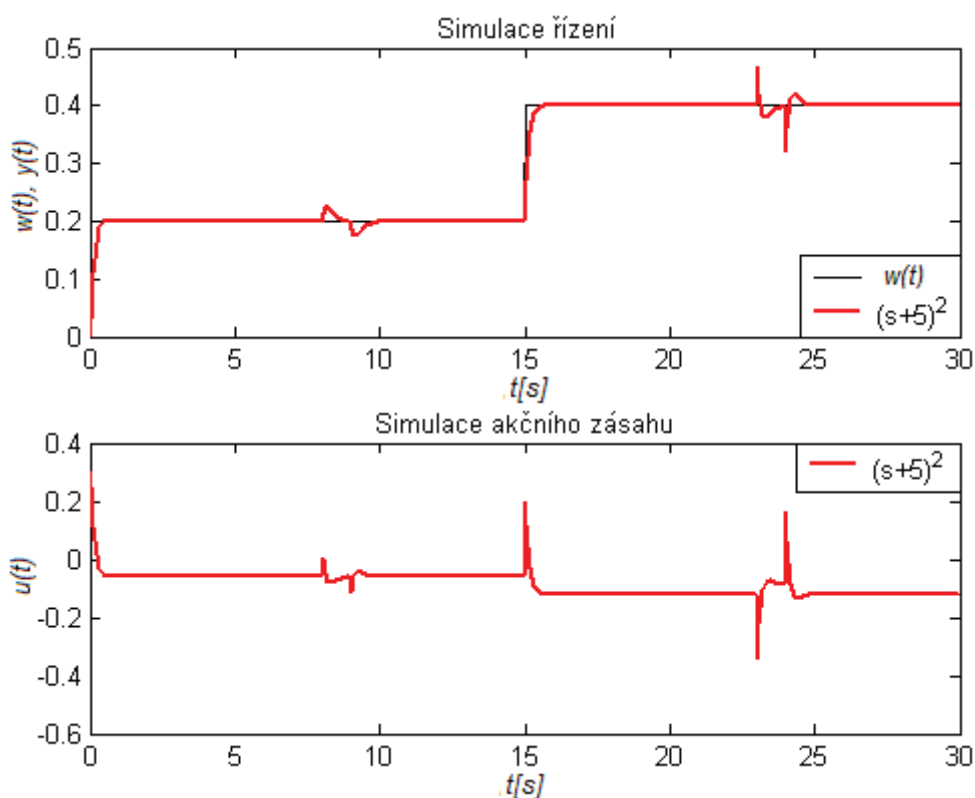
Pro nalezené ladící parametry byly provedeny simulace řízení nejprve 1DOF konfigurací řízení Obr. 6.13, poté pro 2DOF konfiguraci řízení Obr. 6.14 a nakonec pro TFC konfiguraci řízení Obr. 6.15. Při řízení působila porucha na akční veličinu v čase 7-8s a v čase 23-24s působila porucha na výstupní veličinu s amplitudou 0,1. Na závěr jsou porovnány jednotlivé konfigurace řízení v jednom grafu Obr. 6.16.



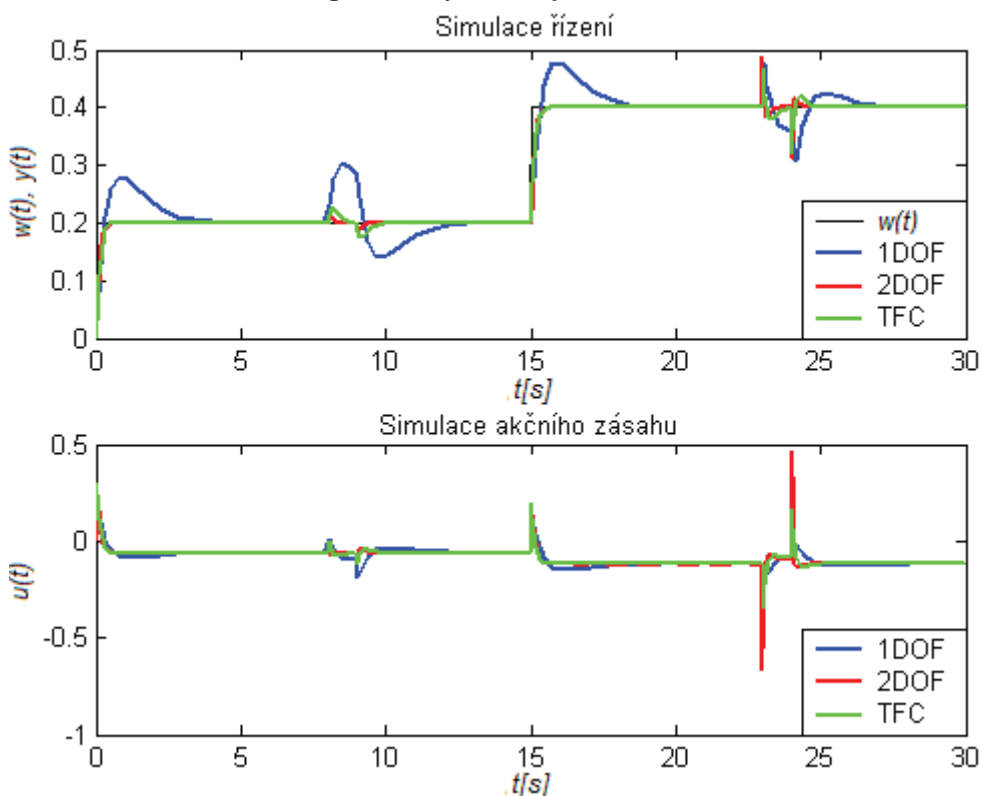
Obr. 6.13: Průběh řízení konfigurace 1DOF pro určené ladící parametry funkcí *fmincon*



Obr. 6.14: Průběh řízení konfigurace 2DOF pro určené ladící parametry funkcí *fmincon*



Obr. 6.15: Průběh řízení konfigurace TFC; $\beta=0,5$ pro určené ladící parametry funkcí *fmincon*



Obr. 6.16: Porovnání řízení 1DOF, 2DOF a TFC konfigurace

Z průběhů řízení lze vidět, že metoda 1DOF dosahuje vyšších počátečních překmitů při skokové změně žádané hodnoty a hůře reaguje na působící poruchy. V tabulce Tab. 6.5 je

porovnání počátečního překmitu, kde metoda 1DOF má překmit 0,08 vůči žádané hodnotě. Ostatní metody tento překmit nemají. Doba ustálení na žádanou hodnotu u metody 1DOF je díky předešlé vlastnosti delší. Průběh řízení TFC konfigurace pro parametr $\beta = 0,5$ je svými vlastnostmi mezi metodou 1DOF a 2DOF. Metoda 2DOF má nejvyšší akční zásahy při působení poruchy na úkor rychlejšího ustálení regulované veličiny na žádané hodnotě. To lze také pozorovat v Tab. 6.5 ve sloupci $\min(u)$ a $\max(u)$. Celé porovnání průběhů pomocí vybraných kritérií jsou uvedeny v tabulce Tab. 6.5.

Tab. 6.5: Vypočtené hodnoty kritérií pro porovnání regulátorů

konfigurace	char. polynom URO	J_1	J_2	max překmit	t_r [s]	min (u)	max (u)
1DOF	$(s + 1,75)(s + 1,75)$	0,0366	0,2871	0,08	5	-0,2	0
2DOF	$(s + 14,47)^2$	0,0155	1,1282	0	0,9	-0,44	0,17
2DOF	$(s + 14,6)(s + 14,6)$	0,0155	1,1282	0	0,75	-0,44	0,17
TFC	$(s + 5)(s + 5)$	0,006158	0,7232	0	1,1	-0,34	0,3

Výsledky optimalizace jednoho a dvou ladících parametrů alfa dosáhly v podstatě stejných výsledků, protože nalezené optimální ladící parametry leží na hranici splňující podmínky $J_u = 0$. Navržená optimalizace pomocí funkce `fmincon` dosáhla srovnatelných výsledků jako numerická optimalizace. Toto porovnání optimalizací je uvedeno v Tab. 6.3 pro jeden a dva ladící parametry alfa.

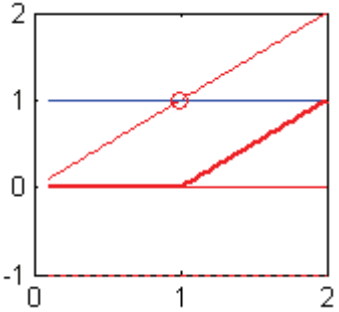
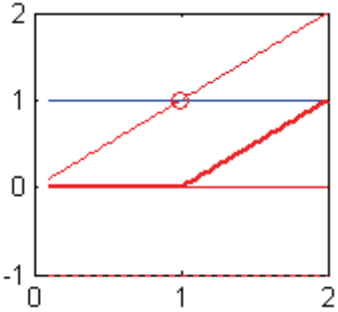
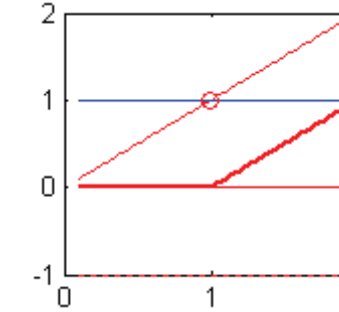
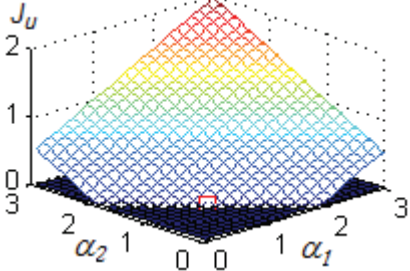
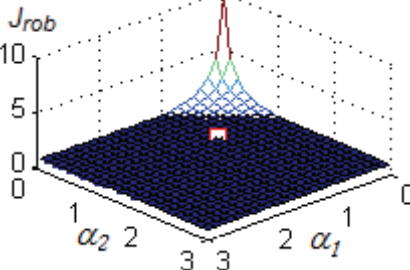
Regulovaná soustava č.2: $G(s) = \frac{1}{s}$

Pomocí vytvořeného programu pro vybranou soustavu $G(s) = \frac{1}{s}$ byl pomocí funkce `fmincon` vypočítán jeden optimální ladící parametr pro všechny 3 typy konfigurací regulátorů. Vstupní požadavky pro nalezení ladících parametrů jsou uvedeny v Tab. 6.6 a omezení akčního zásahu bylo v rozmezí $\langle -1 ; 1 \rangle$. Nalezené optimální parametry jsou zobrazeny v následující tabulce Tab. 6.7. Výsledné hodnoty kritéria J_{rob} jsou uvedeny v Tab. 6.8. Všechny hledané parametry byly nalezeny bez návratové chyby funkce `fmincon`.

Tab. 6.6: Požadavky pro nalezení ladících parametrů soustavy č.2

konfigurace	1 ladící parametr		2 ladící parametry	
	interval hledání	počáteční odhad	intervaly hledání	počáteční odhad
1DOF	$\alpha_1 \in \langle 0.1 ; 3 \rangle$	$\alpha_1 = 3$	x	x
2DOF	$\alpha_1 \in \langle 0.1 ; 3 \rangle$	$\alpha_1 = 3$	x	x
TFC; $\beta = 0,5$	$\alpha_1 \in \langle 0.1 ; 3 \rangle$	$\alpha_1 = 3$	$\alpha_1 \in \langle 0.1 ; 3 \rangle$ $\alpha_2 \in \langle 0.1 ; 3 \rangle$	$\alpha_1 = 3$ $\alpha_2 = 3$

Tab. 6.7: Vypočtené optimální ladící parametry pro jednotlivé regulátory

jeden ladící parametr		
1DOF	2DOF	TFC; $\beta = 0,5$
		
$(s+1)$	$(s+1)$	$(s+1)^2$
dva ladící parametry		
1DOF	2DOF	TFC; $\beta = 0,5$
x	x	
x	x	
x	x	$(s+1)^2$

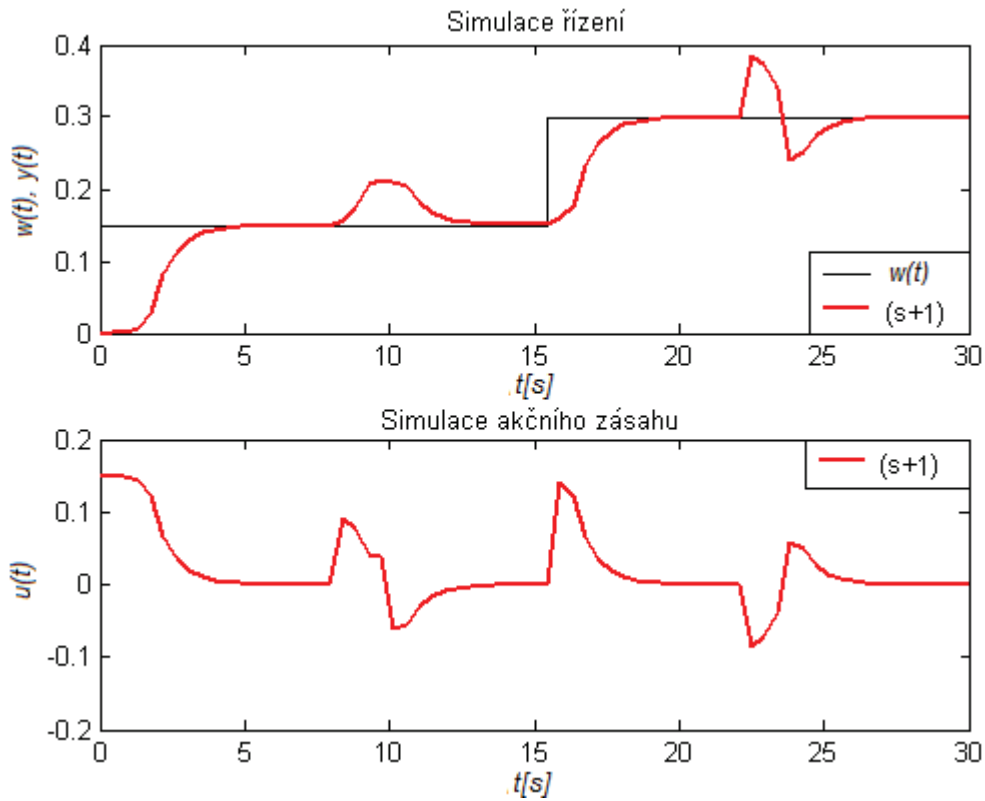
Optimalizace jednoho a dvou ladících parametrů alfa u konfigurace TFC dosáhla stejných výsledků, proto v následující tabulce Tab. 6.8 jsou uvedeny pouze hodnoty pro jeden ladící parametr alfa.

Tab. 6.8: Výsledné hodnoty kritérií

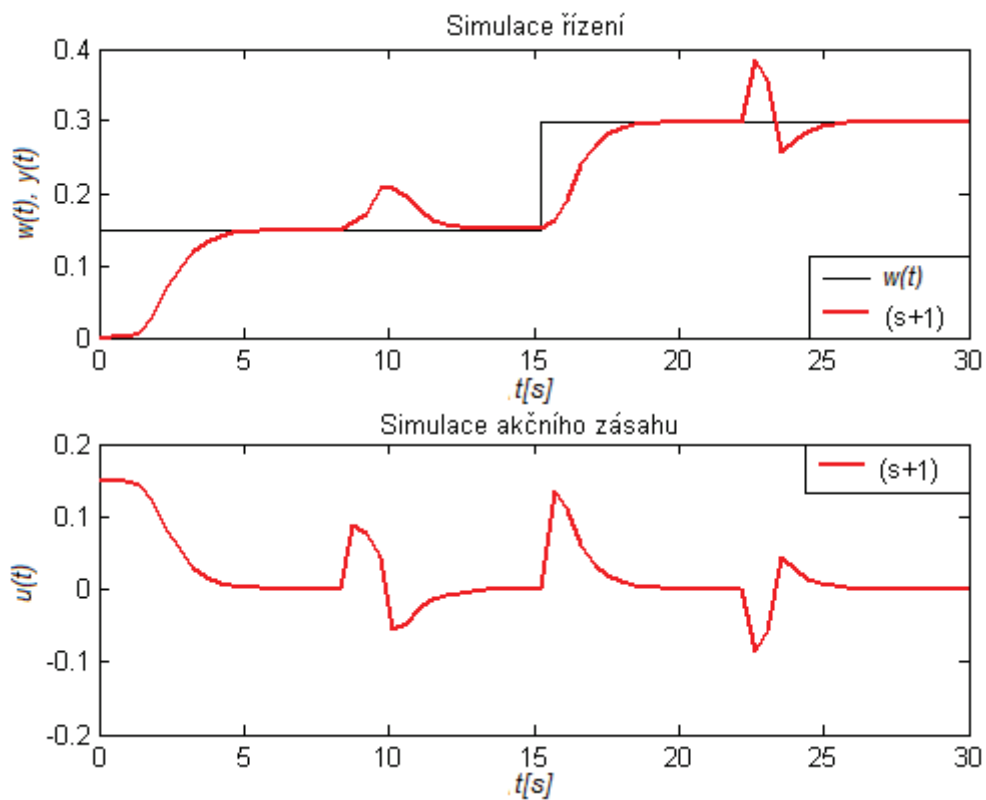
ladící parametr	výsledky	1DOF	2DOF	TFC; $\beta = 0,5$
1	J_{rob}	1	1	1
	$\min(u)$	0	0	0
	$\max(u)$	1	1	1

V grafech uvedených v Tab.6.7, které jsou získány numerickým výpočtem je vykreslen červeným kruhem nalezený optimální ladící parametr získaný funkcí *fmincon*. Je tedy zřejmé, že nalezené parametry pomocí funkce *fmincon* odpovídají podmínce $J_u = 0$ a leží v minimu kritéria J_{rob} , které jsou pro jednotlivé konfigurace zapsány v Tab.6.8.

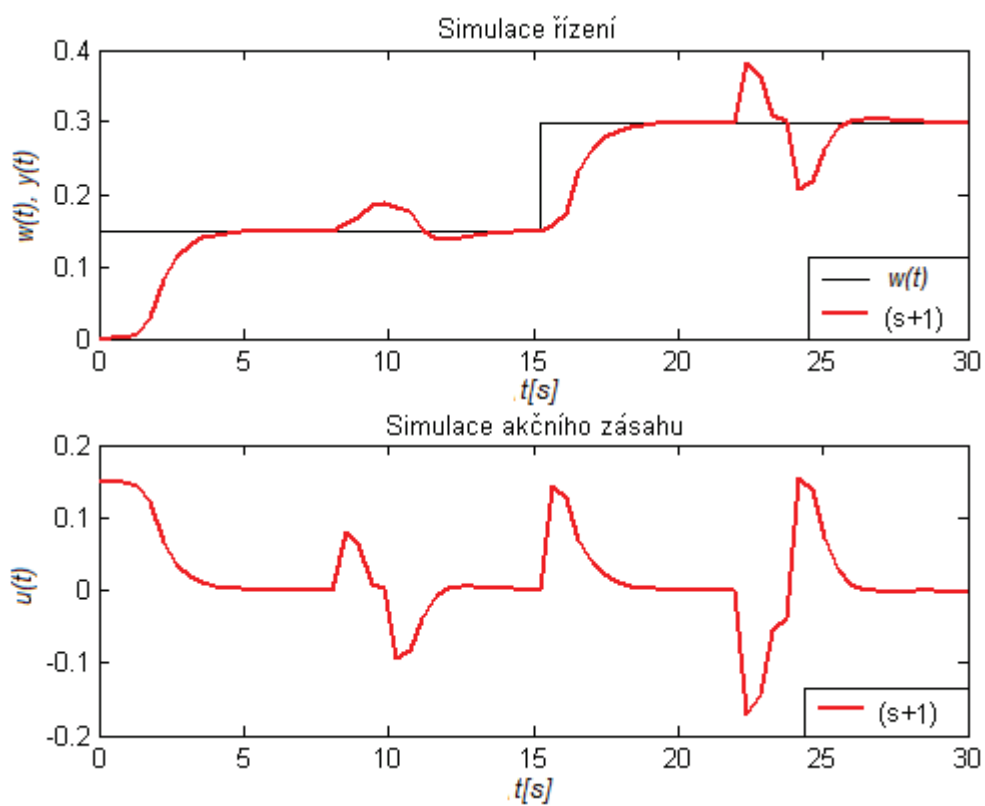
Pro nalezené ladící parametry byly provedeny simulace řízení nejprve 1DOF konfigurací řízení Obr. 6.17, poté pro 2DOF konfiguraci řízení Obr. 6.18 a nakonec pro TFC konfiguraci řízení Obr. 6.19. Při řízení působila porucha na akční veličinu v čase 7-8s a v čase 23-24s působila porucha na výstupní veličinu s amplitudou 0,1. Na závěr jsou porovnány jednotlivé konfigurace řízení v jednom grafu Obr. 6.20.



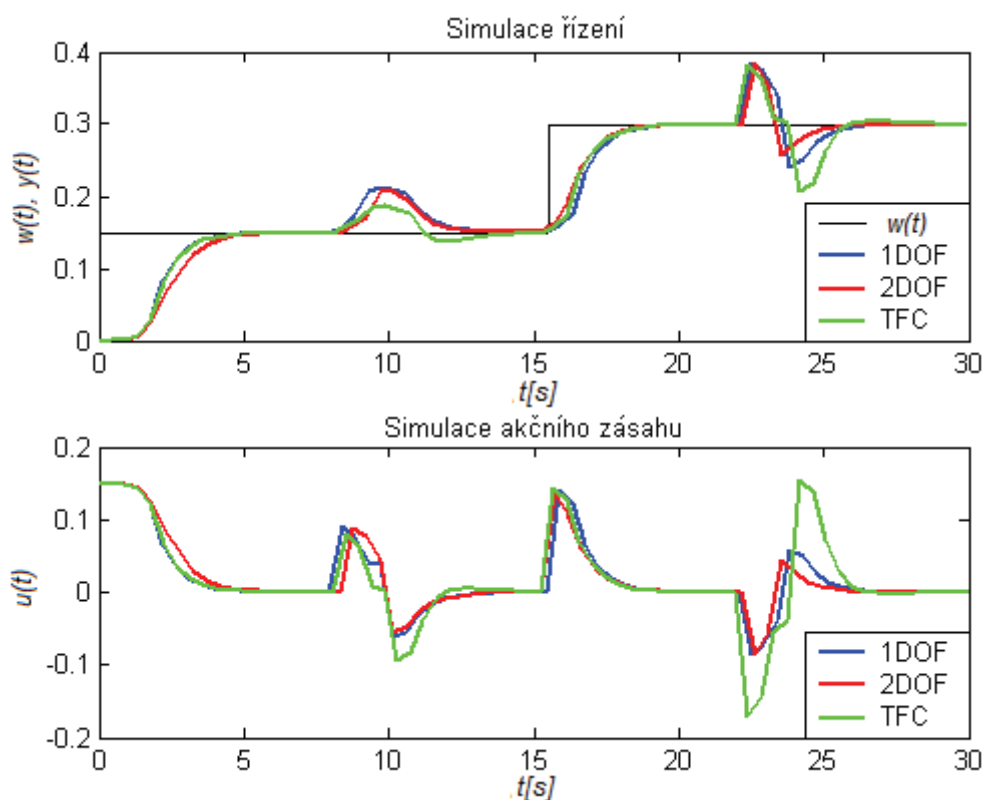
Obr. 6.17: Průběh řízení konfigurace 1DOF pro určené ladící parametry funkcí *fmincon*



Obr. 6.18: Průběh řízení konfigurace 2DOF pro určené ladící parametry funkcí *fmincon*



Obr. 6.19: Průběh řízení konfigurace TFC; $\beta=0,5$ pro určené ladící parametry funkce *fmincon*



Obr. 6.20: Porovnání řízení 1DOF, 2DOF a TFC konfigurace

Z průběhů řízení lze vidět, že jednotlivé konfigurace splňují požadavky na akční zásah a jejich průběh je v intervalu $\langle -1 ; 1 \rangle$. To lze podrobně pozorovat v Tab. 6.9 ve sloupci $\min(u)$ a $\max(u)$, kde jsou také uvedena jednotlivá porovnání konfigurací.

Tab. 6.9: Vypočtené hodnoty kritérií pro porovnání regulátorů

konfigurace	char. polynom URO	J_1	J_2	max překmit	t_r [s]	$\min(u)$	$\max(u)$
1DOF	$(s+1)$	0,0326	0,0352	0	3,9	-0,086	0,15
2DOF	$(s+1)$	0,0344	0,0378	0	3,5	-0,084	0,15
TFC	$(s+1)^2$	0,0289	0,0488	0	3,7	-0,17	0,15

Z grafů uvedených v Tab. 6.7 je zřejmé, že nalezené optimální ladící parametry pomocí funkce *fmincon* odpovídají numerické optimalizaci ladících parametrů.

6.3 Řízení nestabilních modelů

Návrh robustního regulátoru respektujícího omezení na akční zásah uvedeným přístupem je dále ukázán na nestabilním modelu magnetické levitace.

Magnetická levitace

Model magnetické levitace je složen ze solenoidové cívky s jádrem umožňující levitaci ocelové kuličky a z indukčnostního snímače polohy viz. Obr.6.21. Průchodem proudem cívkou vzniká magnetické pole, které působí na kuličku a vyvolá v ní magnetické pole opačného směru. Na základě toho jev je kulička přitahována k jádru cívky. Tento systém je nestabilní a nelineární s jedním vstupem a jedním výstupem. Vstupní veličinou je řídicí napětí solenoidové cívky, pomocí něj měníme výstupní veličinu - pozici kuličky.



Obr. 6.21: Magnetická levitace CE152

Přenosová funkce pro polohu kuličky levitující uprostřed prostoru může být odvozena ve tvaru [21]:

$$G(s) = \frac{18400}{s^2 - 2,418s - 3998}$$

Vlastnosti přenosu:

- nestabilní proporcionalní systém
- póly: $p_1 = 64,45$; $p_2 = -62,03$

Optimální parametr α dle definovaných kritérií pro návrh regulátoru je určen pomocí vytvořeného programu a porovnán s přímým numerickým výpočtem. Nejprve je určen charakteristický polynom $d(s)$ pro jeden optimalizovaný parametr ve tvaru $(s+\alpha_1)^4$, po té pro 2 optimalizované parametry ve tvaru $(s+\alpha_1)^2(s+\alpha_2)^2$ a nakonec pro 4 optimalizované parametry $(s+\alpha_1)(s+\alpha_2)(s+\alpha_3)(s+\alpha_4)$. Vstupní požadavky pro nalezení ladících parametrů jsou uvedeny v Tab. 6.10 a v Tab. 6.11 s omezením akčního zásahu v rozmezí $\langle -1 ; 1 \rangle$. Nalezené optimální parametry jsou zobrazeny v následující tabulce Tab. 6.12, kde v levé části jsou dosažené výsledky pro konfiguraci regulátoru 1DOF, uprostřed pro konfiguraci regulátoru 2DOF a vpravo pro konfiguraci regulátoru TFC. Výsledné hodnoty kritéria J_{rob} a maximální a minimální hodnoty akčního zásahu pro konfigurace regulátorů jsou zapsány v Tab. 6.13. Všechny hledané parametry byly nalezeny pomocí vytvořeného programu bez návratové chyby funkce $fmincon$. To znamená, že se podařilo úspěšně nalézt řešení po určitém počtu iterací.

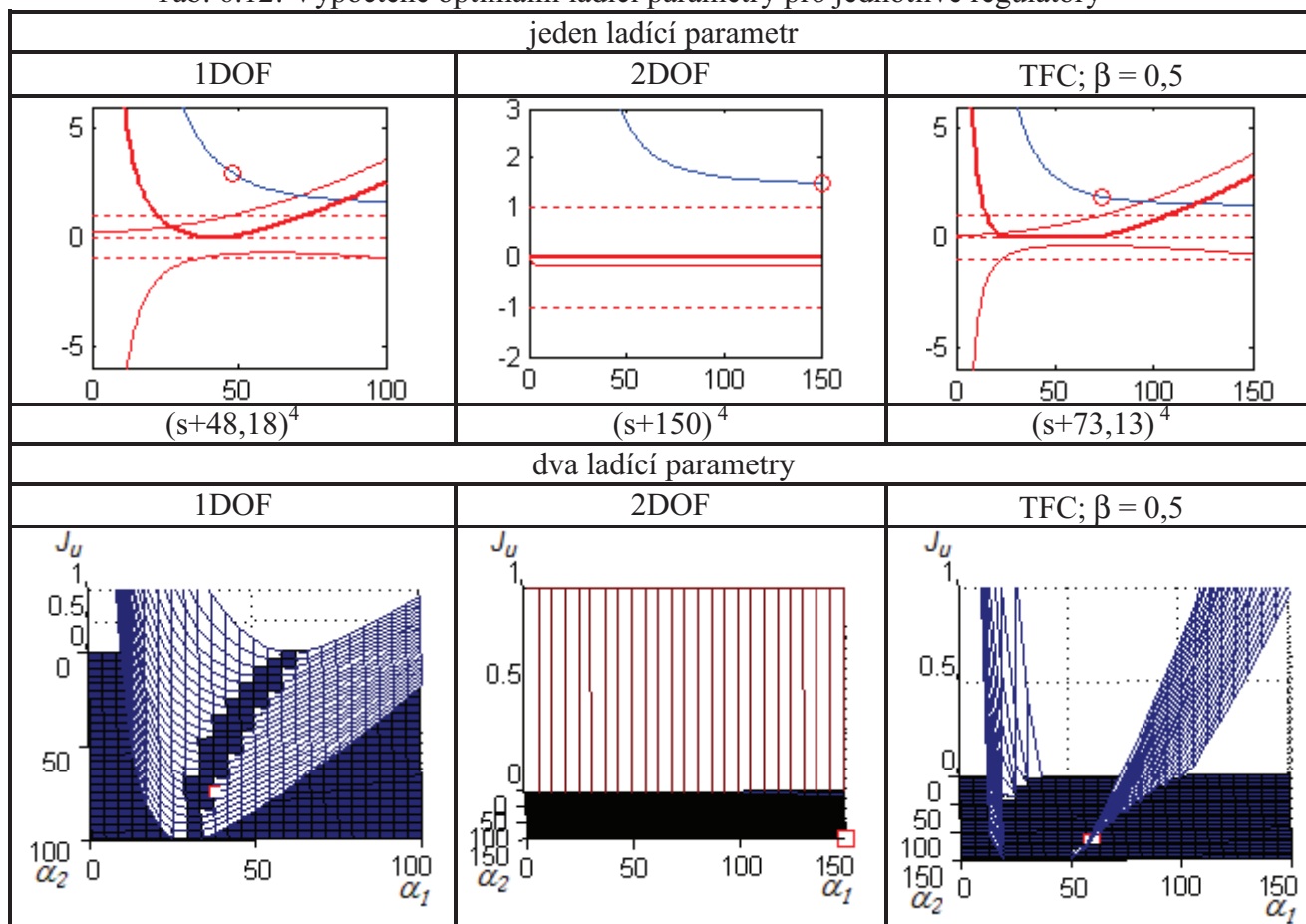
Tab. 6.10: Požadavky pro nalezení ladících parametrů mag. levitace

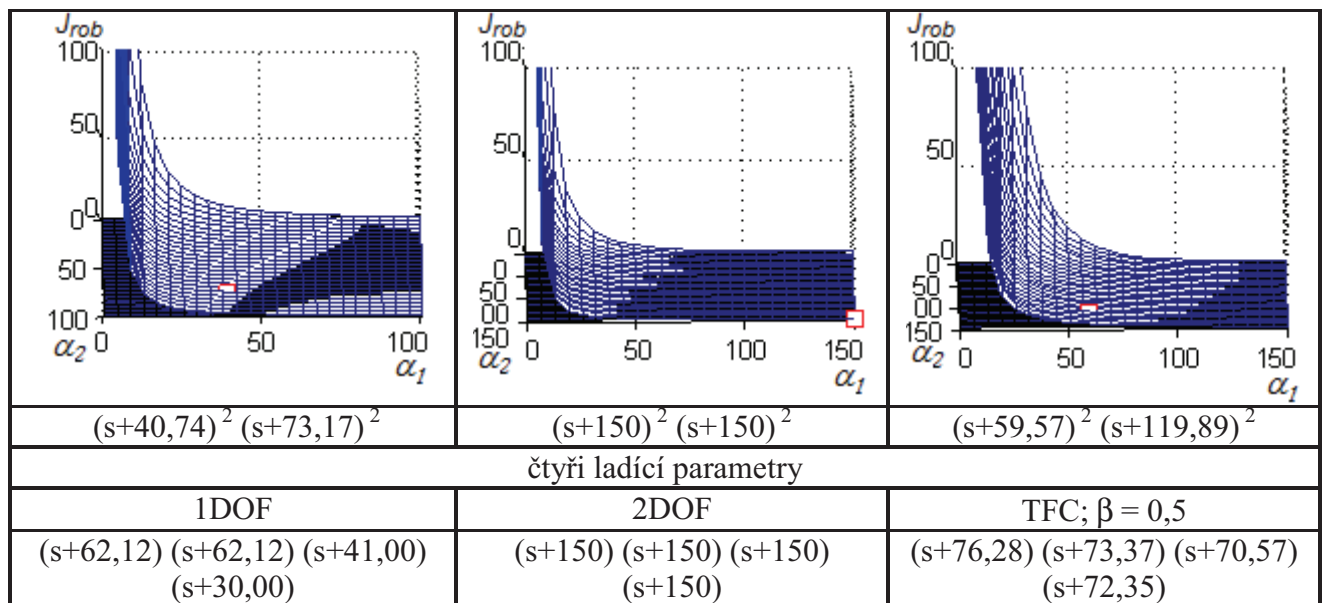
konfigurace	1 ladící parametr		2 ladící parametry	
	interval hledání	počáteční odhad	intervaly hledání	počáteční odhad
1DOF	$\alpha_1 \in \langle 0.1 ; 100 \rangle$	$\alpha_1 = 100$	$\alpha_1 \in \langle 0.1 ; 100 \rangle$ $\alpha_2 \in \langle 0.1 ; 100 \rangle$	$\alpha_1 = 100$ $\alpha_2 = 100$
2DOF, TFC; $\beta = 0,5$	$\alpha_1 \in \langle 0.1 ; 100 \rangle$	$\alpha_1 = 150$	$\alpha_1 \in \langle 0.1 ; 150 \rangle$ $\alpha_2 \in \langle 0.1 ; 150 \rangle$	$\alpha_1 = 150$ $\alpha_2 = 150$

Tab. 6.11: Požadavky pro nalezení ladících parametrů mag. levitace

konfigurace	4 ladící parametry	
	intervaly hledání	počáteční odhad
1DOF, 2DOF, TFC; $\beta = 0,5$	$\alpha_1 \in \langle 30 ; 150 \rangle$ $\alpha_2 \in \langle 30 ; 150 \rangle$ $\alpha_3 \in \langle 30 ; 150 \rangle$ $\alpha_4 \in \langle 30 ; 150 \rangle$	$\alpha_1 = 150$ $\alpha_2 = 150$ $\alpha_3 = 150$ $\alpha_4 = 150$

Tab. 6.12: Vypočtené optimální ladící parametry pro jednotlivé regulátory



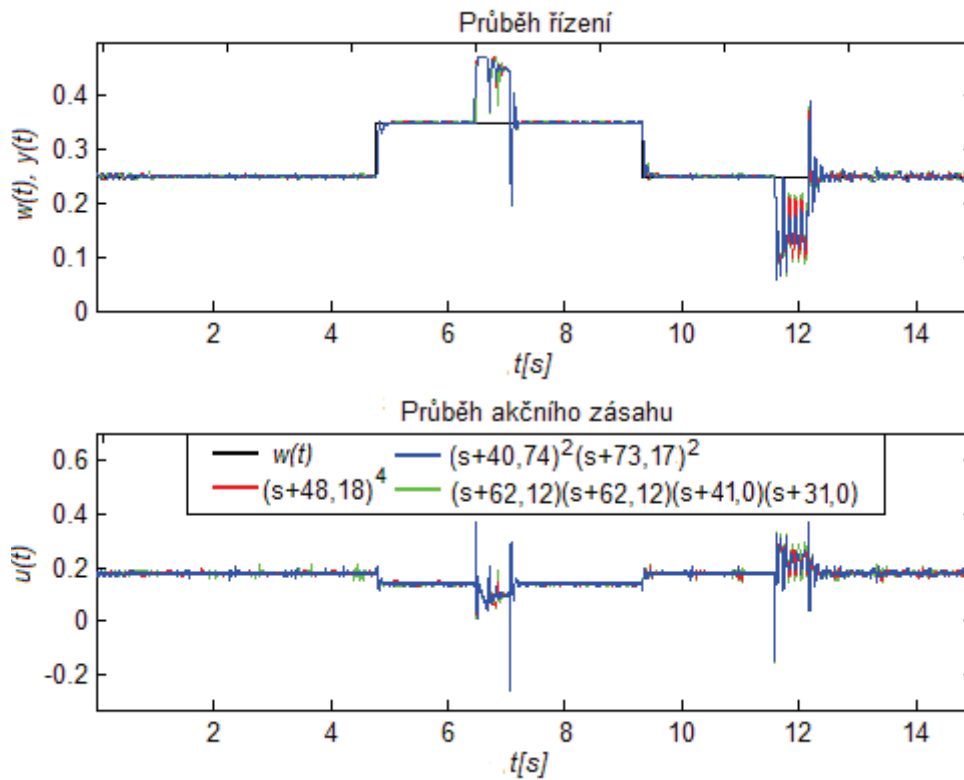


Tab. 6.13: Výsledné hodnoty kritérií

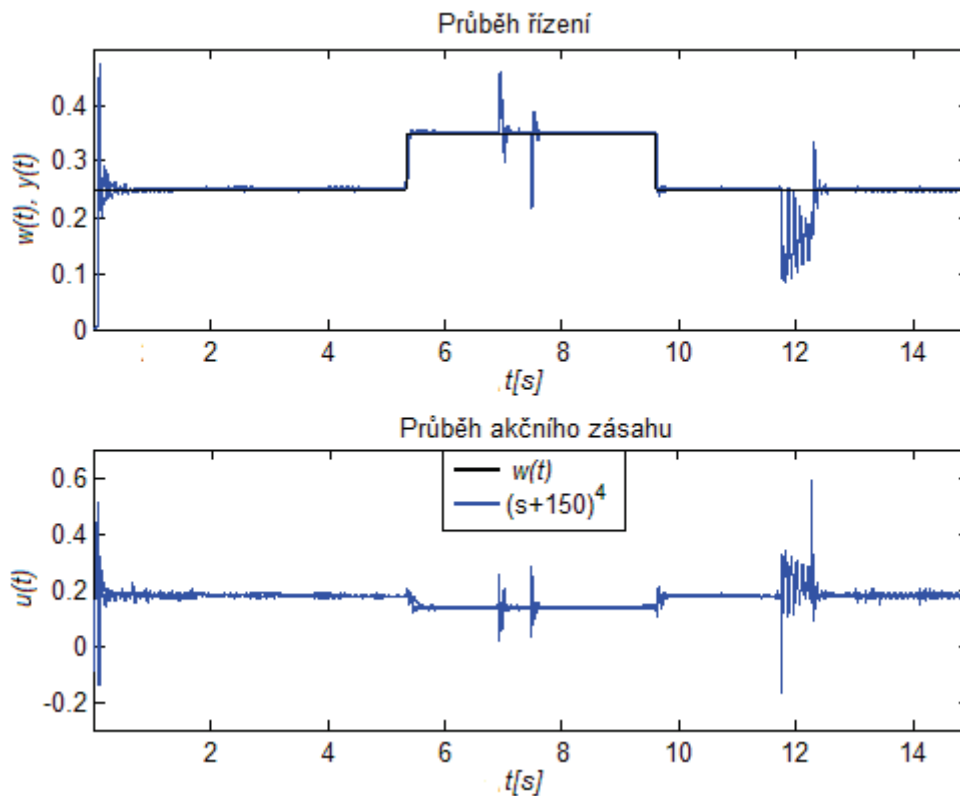
ladící parametr	výsledky	1DOF	2DOF	TFC; $\beta = 0,5$
1	J_{rob}	2,90	1,49	1,84
	$\min(u)$	-0,78	-0,24	-0,37
	$\max(u)$	1	0,15	1
2	J_{rob}	2,92	1,49	1,82
	$\min(u)$	-0,78	-0,24	-0,36
	$\max(u)$	1	0,15	1
4	J_{rob}	2,88	1,49	1,85
	$\min(u)$	-0,77	-0,24	-0,37
	$\max(u)$	1	0,15	1

V grafech uvedených v Tab.6.12, které jsou získány přímým numerickým výpočtem jsou vykresleny nalezené optimální ladící parametry, které byly získány funkcí *fmincon*. Je tedy zřejmé, že nalezené parametry pomocí funkce *fmincon* odpovídají podmínce $J_u = 0$ a leží za daných podmínek v minimu kritéria J_{rob} . Jednotlivé výsledky kritérií pro konfigurace regulátorů jsou zapsány v Tab.6.13. Nalezené ladící parametry pro metodu 1DOF a TFC vychází pro jeden a dva parametry rozdílně. U metody 2DOF s rostoucím ladícím parametrem pro jeden ladící parametr a s rostoucími ladícími parametry pro dva ladící parametry klesá hodnota J_{rob} a $J_u = 0$ do hraniční hodnoty 150. Proto dosahují obě hledání stejných výsledků ladících parametrů 150. Dále byly nalezeny čtyři ladící parametry, jež nejsou graficky porovnány. U těchto parametrů byla pro minimální hodnotu ladícího parametru nastavena hodnota 30. Při hodnotě 0 program řešení našel, ale výsledný průběh řízení dosahoval velkých časů při ustálení na žádanou hodnotu. Pro nalezené ladící parametry byly provedeny simulace řízení nejprve 1DOF konfigurací řízení Obr. 6.22, poté pro 2DOF konfiguraci řízení Obr. 6.23 a nakonec pro TFC konfiguraci řízení Obr. 6.24. Při řízení působila porucha na akční veličinu v čase 7-7,5s a v čase 12-12,5s působila porucha na výstupní veličinu

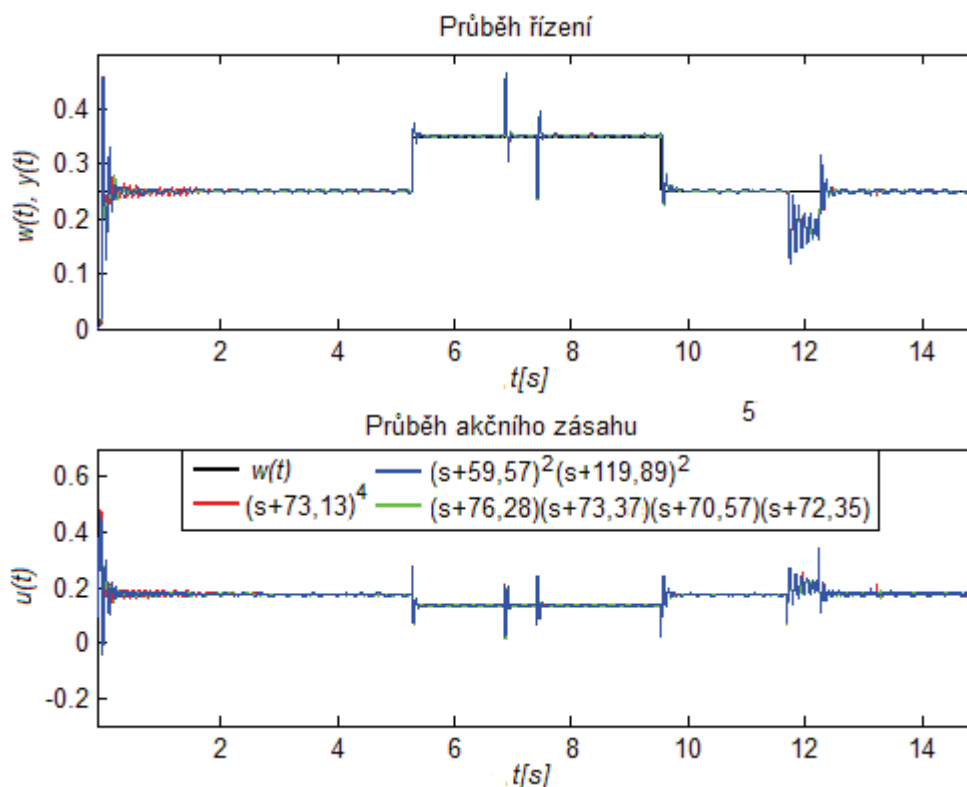
s amplitudou 0,1. Na závěr jsou porovnány jednotlivé konfigurace řízení pomocí výše uvedených metod v kapitole 6.2.



Obr. 6.22: Průběh řízení magnetické levitace 1DOF regulátorem



Obr. 6.23: Průběh řízení magnetické levitace 2DOF regulátorem



Obr. 6.24: Průběh řízení magnetické levitace TFC regulátorem

Z průběhů řízení na reálném modelu magnetické levitace lze vidět, že nalezené parametry splňují požadavky kladené na akční zásah a jsou v oblasti $\langle -1;1 \rangle$. Dále je patrné, že porovnané průběhy pro jednotlivé konfigurace řízení dosahují podobných průběhů při reakci na žádanou hodnotu tak i při působení poruchy a liší se minimálně viz Tab. 6.14.

Tab. 6.14: Vypočtené hodnoty kritérií pro porovnání regulátorů

konfigurace	char. polynom URO	J_1	J_2	max překmit	t_r [s]	min (u)	max (u)
1DOF	$(s+48,18)^4$	0,083	0,081	0,48	1,8	-0,19	0,49
1DOF	$(s+40,74)^2(s+73,17)^2$	0,083	0,081	0,48	1,8	-0,19	0,49
1DOF	$(s+62,12)(s+62,12)$ $(s+41,0)(s+30,0)$	0,085	0,085	0,48	1,7	-0,18	0,49
2DOF	$(s+150)^4$	0,185	0,079	0,47	0,8	-0,19	0,56
TFC	$(s+73,13)^4$	0,078	0,069	0,47	1,9	-0,13	0,48
TFC	$(s+59,57)^2(s+119,89)^2$	0,082	0,061	0,47	1,7	-0,12	0,47
TFC	$(s+76,28)(s+73,37)$ $(s+70,57)(s+72,35)$	0,079	0,069	0,47	1,3	-0,10	0,47

7. VÝSLEDKY

Pro hledání robustního řízení s omezenou akční veličinou nejen pro nestabilní systémy byl vytvořen program v programovém prostředí MATLAB. Při vytváření programu byly testovány funkce pro hledání minima definovaného kritéria za uvedených omezujících podmínek. Pro účely vytvoření výpočetního algoritmu pro navrhované řízení se jako nejvhodnější jeví funkce *fmincon* z knihovny *Optimization Toolbox*. Ta slouží pro nalezení minima funkce jedné nebo více proměnných a umožňuje řešit lineární a nelineární podmínky pro různá omezení zadané funkce. Nelineární omezení je využito u omezující podmínky pro průběh akčního zásahu, kdy musí být výsledný průběh akčního zásahu v zadaném intervalu, tedy kritériem J_U nulové. Pomocí funkce *fmincon* se podařilo nalézt řešení při hledání optimálních ladících parametrů po určitém počtu iterací funkce, kdy funkce našla minimum kritéria J_{rob} za podmínky $J_U = 0$. Pokud se hledání nezdaří, funkce vrátí návratovou hodnotu s kódem chyby. Nalezené ladící parametry byly porovnány s přímým numerickým výpočtem grafickou podobou. Tím bylo ověřeno, že tyto parametry leží v minimu funkce J_{rob} a odpovídají hledaným podmínkám. Byl ukázán vliv kritéria J_{rob} na výslednou robustnost systému. Výsledná vyšší volba parametrů α s menší hodnotou kritéria J_{rob} znamená robustnější systém řízení s agresivnějším řízením s vyššími nároky na akční zásah generovaný regulátorem. Dále byl opakovaně ověřen přípustný interval hledání ladících parametrů, kdy byly odsimulovány hraniční parametry. Tyto parametry odpovídaly zadaným požadavkům na řízení a průběh akčního zásahu ležel v zadaných mezích. Dále byly ověřeny ladící parametry ležící blízko za hranicí přípustného intervalu. Ze simulačního průběhu se potvrdilo, že tyto parametry nevyhovují požadované podmínce na akční zásah. Nalezené ladící parametry byly otestovány na vybraných nestabilních regulovaných soustavách a na nestabilním reálném modelu magnetické levitace. Z průběhů řízení bylo zjištěno, že nalezené ladící parametry splnily zadané vstupní požadavky na řízení. Z porovnání různých počtu ladících parametrů bylo zjištěno, že odsimulované ladící parametry dosahují obdobných průběhů regulace. Z dosažených výsledků je patrné, že vytvořený program umožňuje optimalizovat zvolené ladící parametry regulačního obvodu, jenž odpovídají robustnímu řízení s podmínkou na omezení akčního zásahu. Pomocí programu lze jednoduše navrhnout regulátor pro vybraný typ (nejen) nestabilní soustavy nebo modelu magnetické levitace, zobrazit grafy s kritériem J_U a J_{rob} a dále provést simulaci pro nejvyšší změnu referenční veličiny z hodnoty 0 na 1.

8. PŘÍNOS PRÁCE PRO VĚDU A PRAXI

Tato předložená práce ukazuje možné postupy jak identifikovat stabilitu systémů, dále zobrazuje vlastnosti nestabilních systémů, použitelné metody pro řízení nestabilních systémů a podrobně se zabývá polynomiální metodou se strukturou 1DOF, 2DOF a TFC využívající robustního řízení a omezení akčního zásahu pro lepší výsledky řízení a větší bezpečnost.

Přínosem robustního polynomiálního návrhu regulátoru s omezením akční veličiny je detailní popis této metody. Polynomiální návrh řízení splňuje následující vlastnosti: stabilitu systému, vnitřní ryzost, asymptotické sledování referenčního signálu a kompenzaci poruch vstupujících do systému. Pomocí této metody lze jednoduše navrhnout regulátor a uživatelsky ovlivnit požadovaný průběh řízení volbou ladících parametrů. S využitím robustního řízení a omezení akční veličiny dosahuje regulátor lepších výsledků při řízení v okolí pracovního bodu a je také z praktického hlediska bezpečnější.

Z autorova uvedených zkoumání vznikl program pro návrh robustního regulátoru s optimalizací pólů URO vytvořený v programovém prostředí MATLAB/SIMULINK. Ten umožňuje návrh regulátoru pro šest vybraných typů regulovaných soustav a simulaci řízení. Při návrhu řízení je využito numerické optimalizace pólů URO pomocí funkce *fmincon*, pomocí ní lze určit nejlepší návrh pro zadané požadavky na řízení.

Dosažené výsledky návrhu řízení pomocí vytvořeného programu jsou prezentovány v kapitole 6.2. Praktická implementace a ověření vlastností navrženého optimalizačního algoritmu bylo použito při řízení reálného nestabilního modelu magnetické levitace uvedeno v kapitole 6.3.

9. ZÁVĚR

Obsah dizertační práce je zaměřen na hledání robustního řízení s omezenou akční veličinou pro nestabilní SISO systémy pomocí numerických metod v programovém prostředí MATLAB s cílem vytvořit programovou aplikaci, která umožní návrh regulátorů struktury 1DOF, 2DOF a TFC pro vybrané typy regulovaných soustav.

V praktické části jsem provedl analýzu současného stavu v oblasti řízení nestabilních systémů s důrazem na robustní přístup se zohledněním omezení akčního zásahu při návrhu řízení. V současnosti lze nestabilní systémy spatřit v letectví, železniční dopravě, ve vojenství, v chemickém průmyslu - reaktory a podobně. Existuje řada metod jak řídit tyto systémy mezi moderní přístupy patří zejména: fuzzy řízení, adaptivní řízení, robustní řízení, prediktivní řízení. Vlastnosti řízení v případě přítomnosti neurčitostí lze vylepšit použitím robustního řízení, které lze jednoduše realizovat např. s využitím citlivostní funkce regulačního obvodu. Regulátor poté může plnit svoji úlohu v okolí pracovního bodu na velmi vysoké úrovni i za přítomnosti poruch a nepřesností v modelu řízeného systému. Další „vylepšení“ systému řízení lze provést za pomoci metod, které řeší omezení akční veličiny - např.: *Set-point weighting*, *Back-calculation* nebo prediktivního řízení. V této práci je pro řešení omezení akčního zásahu navrženo vcelku jednoduché kritérium a metodika, jenž umožní navrhnout robustní regulátor s průběhem akčního zásahu v zadaném intervalu, když je to fyzicky možné.

Dále byl proveden návrh řízení nestabilních SISO systémů pomocí polynomiálního přístupu s vybranými konfiguracemi 1DOF, 2DOF a TFC v robustním smyslu se zohledněním omezení akčního zásahu. To je prakticky provedeno hledáním minima kritéria robustnosti, které se určí pomocí minima normy H_∞ citlivostní funkce za daných omezujících podmínek. Pro toto kritérium musí být splněna podmínka s požadavkem na minimální a maximální možný akční zásah. Výsledkem hledání jsou optimalizované ladící parametry obvodu pro návrh regulátoru.

V praktické části jsem nejprve ověřil možnosti využití standardních numerických funkcí MATLABU pro optimalizaci pólů uzavřeného regulačního obvodu. Pro zvolený návrh řízení byla vybrána funkce *fmincon*, jenž umožňuje nalézt minimum skalární funkce jedné a více proměnné se zadanými omezeními na hledanou funkci. Tato funkce mimo jiné vrací také návratovou hodnotu, zda se podařilo úspěšně nalézt minimum nebo ne.

Dalším úkolem v této práci poté bylo vytvořit výpočtový program pro návrh robustního řízení s omezenou akční veličinou na základě navržené metodiky. Ten umožňuje pro vybrané typy soustav provést návrh ladících parametrů pomocí funkce *fmincon* pro zvolené konfigurace řízení. Nalezené ladící parametry jsou vykresleny v grafech a lze provést simulaci navrženého řízení.

Posledním cílem bylo ověřit navržený přístup jak simulačními prostředky, tak řízením v reálném čase. To bylo v práci provedeno na dvou vybraných typech nestabilních soustav,

kde byly podrobně popsány a porovnány nalezené ladící parametry s přímým numerickým výpočtem. Dále bylo ověření provedeno na reálném modelu magnetické levitace. Byly vypočteny 1, 2 a 4 ladící parametry a vzájemně porovnány průběhy řízení pro stejné konfigurace řízení.

Závěrem lze konstatovat, že se vcelku podařilo splnit vytyčené cíle této disertační práce a její výstupy včetně vytvořeného programového GUI a lze je využít při praktickém návrhu vhodného řízení nejen pro nestabilní systémy, ale také pro stabilní systémy.

LITERATURA

- [1] ACKERMANN, J., *et al.*: *Robust control – systems with uncertain physical parameters*. Springer-Verlag London, Great Britain, 1993.
- [2] ANDERSON, B. D. O. From Youla-Kučera to identification, adaptive and nonlinear control. *Automatica*, 1998, s. 1485–1506.
- [3] ÄSTRÖM, K.J., HÄGGLUND, T. : *PID controllers*. ICMC N.Carolina, 1995.
- [4] ÄSTRÖM, K.J., HÄGGLUND, T. : *Advanced PID Control*. NC 27709, 2005.
- [5] BARMISH, B. R.: *New Tools for Robustness of Linear Systems*. Macmillan, New York, USA, 1994.
- [6] BERNSTEIN, D. S. A Student's Guide to Classical Control. *IEEE Control Syst. Mag.* 1997, vol. 17, p. 96-100.
- [7] BHATTACHARYYA, S.P., CHAPPELLAT, H., KEEL, L.H. *Robust Control - The Parametric Approach*. Prentice-Hall, 1995.
- [8] BLAKELOCK, John H. *Automatic Control of Aircraft and Missiles*. 2 ed. New York: John Wiley, 1991, 676 s. ISBN 04-715-0651-6.
- [9] BOBÁL, V., BÖHM, J., PROKOP, R., FESSL, J. *Praktické aspekty samočinně se nastavujících regulátorů: algoritmy a implementace*. Nakladatelství VUTIUM, Vysoké učení technické v Brně, 1999. ISBN 80-214-1299-2.
- [10] CLARKE, C., MOHTADI, P. S. Tuffs Generalized predictive control—I. The basic algorithm. *Automatica*, vol. 23, pp. 137–148, 1987.
- [11] CLARKE, C., MOHTADI, P. S. Generalized predictive control—II. Extensions and interpretations. *Automatica*, vol. 23, pp. 149–160, 1987.
- [12] CAMACHO, E. F., BORDONS, C.: *Model Predictive Control*. London: Springer-Verlag, 2004.
- [13] CUTLER, C. R., RAMAKER, B. L.: Dynamic matrix control — a computer control algorithm. *Proceedings Joint Automatic Control Conference*, San Francisco, CA, 1980.
- [14] DE PAOR, A.M., O'MALLEZ, M.: Controllers of Ziegler Nichols type for unstable processes. *Int. J. Control*, vol.49, s. 1273-1284, 1989.
- [15] DOSTÁL, P., GAZDOŠ, F., BOBÁL, V. Adaptive Control of MIMO Process by Two Feedback Controllers. In *CD-ROM Proceedings of 6th IEEE/IFAC Asian Control Conference ASCC 2006*. Bandung: Institut Teknologi Bandung, 2006, s. 540-546. Bali, Indonesia. ISBN 979-15017-0.
- [16] DOSTÁL, P., MATUŠŮ, R. *Stavová a algebraická teorie řízení*. Učební texty vysokých škol. FAI UTB ve Zlíně, 2010, s. 89, ISBN 978-80-7318-991-4.
- [17] DOSTÁL, P., BAKOŠOVÁ, M., BOBÁL, V. An approach to adaptive control of a CSTR. *Chemical Papers*, 58, 2004, s. 184-190.
- [18] DOSTÁL, P., GAZDOŠ, F., BOBÁL, V. Design of Controllers for Time Delay Systems Part II: Integrating and Unstable Systems. *Journal of Electrical Engineering*. 2008, vol. 59, no. 1, p. 3-8. ISSN 1335-3632.
- [19] DOYLE J., FRANCIS B., TANNENBAUM A. *Feedback Control Theory*. New York: Dover Publications, 2009, p.214

- [20] GARCÍA, C. E., MORSHEDI, A. M. Quadratic programming solution of dynamic matrix control (QDMC). *Chemical Engineering Communications*, vol. 46, pp. 73–87, 1986.
- [21] GAZDOŠ, F., DOSTÁL, P., PELIKÁN, R. Polynomial Approach to Control System Design for a Magnetic Levitation System. *Cybernetic Letters*. 2009, p. 1-19. ISSN 1802-3525.
- [22] GAZDOŠ, F. *Od nepřímého k přímému návrhu a ladění regulátorů*. Habilitační práce. UTB ve Zlíně, Fakulta aplikované informatiky, Zlín, 2011.
- [23] GRIMBLE, M. J. *Robust industrial control: optimal design approach for polynomial systems*. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1993.
- [24] HUBA, M., *Syntéza systémov s obmedzeniami 1*. STU Bratislava, 2003.
- [25] HUBA, M., *Syntéza systémov s obmedzeniami 2*. STU Bratislava, 2003.
- [26] HUNT, K. J. *Polynomial methods in optimal control and filtering*. London: Peter Peregrinus Ltd, 1993.
- [27] HUSPEKA, J. Návrh řízení modelu vrtulníku . *MATEO - The European Network of Mechatronics Centres and Industrial Controllers 2006*, s. 97-105.
- [28] CHOI, J. W., LEE, S. C., *Antiwindup strategy for PI-type speed controller*, IEEE Trans. Ind. Electron. 2009, vol. 56, no. 6, p. 2039-2046.
- [29] JACOBSEN, E. W., SKOGESTAD S. Instability of distillation columns. *AIChE Journal*. 1994, vol. 40, no. 9, p. 1466-1478.
- [30] JURA, P. *Základy fuzzy logiky pro řízení a modelování. 1. vyd.* Brno: VUTIUM, 2003. 132 s. ISBN 80-214-2261-0
- [31] KUČERA, V. Diophantine equations in control – a survey. *Automatica*, 1993, s. 1361–1375.
- [32] KUČERA, V. Návrh robustních regulátorů metodou umístění pólů. *In Zborník strentnutia katedier a ustavov kybernetiky*. Stara Lesna : 1997. s. 173-185.
- [33] KUČERA, V.: Robustní regulátory. *Automa*, roč. 7, č. 6, 2001, p. 43-45.
- [34] KUO C. B, GOLNARAGHI, F. *Automatic Control Systems, 8th ed.* New York: John Wiley, 2002.
- [35] LIU, T., CAI, Y.Z., GU, D.Y., ZHANG, W.D.: New modified Smith predictor scheme for integrating and unstable processes with time delay. *IEE Proceedings Control Theory & Applications*, 152, No.2, 2005, p. 238-246.
- [36] LIOU, CHING TIEN; CHIEN, YU SHU. *The effect of nonideal mixing on multiplicity in a nonadiabatic CSTR*. Chem. Eng. Sci., 1991.
- [37] LO VERSO G., TRAPANESE M., A Fuzzy Control Technique for a Magnetically Levitated System, *Proc. Maglev '95*, Bremen, 1995.
- [38] MAJHI, S., ATHERTON, D.P.: Modified Smith predictor and controller for processes with time delay. *IEE Proceedings Control Theory & Applications*, 146, 1999, p. 359-366.
- [39] MAGNI, L., NICOLAO DE G., MAGNANI L., SCAT-TOLINI R. A stabilizing model-based predic-tive control for nonlinear systems. *Automatica* 37, 2001, s. 1351–1362.
- [40] MARHOLT, J. *Modelování, identifikace a simulace inverzního kyvadla PS600*. Diplomová práce. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2008, p. 75.

- [41]MAYER, D.: Magnetická levitace a její využití. *Elektro*, 2003, č. 1.
- [42]MOSE, G., CIRINO, C.: Sliding Mode Fuzzy Logic Control of an Unstable Bioreactor. *Chemical engineering*, 2013.
- [43]MUŠKINJA, N., TOVORNIK, B.: Adaptive state controller for inverted pendulum. *9th Mediterranean conference on control and automation*, Dubrovnik, Croatia , 2001.
- [44]ORTEGA, R., & KELLY, R. PID self-tuners: some theoretical and practical aspects. *IEEE Trans. Industrial Electronics*, IE-31, 1984, 332–338.
- [45]PADMA SREE R., CHIDAMBARAM M., *Control Of Unstable Systems*. Narosa Book Distributors Pvt Limited, 2006. 297 p. Alpha Science International Limited. ISBN 8173197008, 9788173197000
- [46]P. C. PARKS, A. M. Lyapunov's stability theory—100 years on. *IMA Journal of Mathematical Control and Information*, vol. 9, no. 4, pp. 275-303, 1992.
- [47]POZNYAK, A. S., *Advanced Mathematical Tools for Automatic Control Engineers*. Vol. I. Deterministic Systems. Elsevier, Amsterdam, 2008. s. 775
- [48]PRASHANTI, G., CHIDAMBARAM M., *Set-point weighted PID controllers for unstable systems*, Journal of the Franklin Institute, vol. 337, no. 2-3, pp. 201–215, 2000.
- [49]PROPOI, A. I., *Use of linear programming methods for synthesizing sampled-data automatic systems*, Automation and Remote Control, vol. 24, pp. 837–844, 1963.
- [50]RAWLINGS, J., MAYNE, D.Q. *Model Predictive Control: Theory and Design*. Nob Hill Publishing, 2009.
- [51]RICHALET, J. A., RAULT, A., TESTUD, J. L., PAPON, J., *Model predictive heuristic control: applications to an industrial process*, Automatica, vol. 14, pp. 413–428, 1978.
- [52]SASTRY, S., *Nonlinear systems: analysis, stability, and control*. Springer-Verlag, New York, NY, 1999, s. 667, ISBN 0-387-98513-1.
- [53]SKOGESTAD, S., POSTLETHWAITE, I. *Multivariable Feedback Control: Analysis and Design*. John Wiley & Sons, Chichester, England, 1996.
- [54]SKOGESTAD, S., HAVRE, K., and LARSSON, T. Control limitations for unstable plants. in: *15th Triennial World Congress*, Barcelona, 2002, p. 485-490
- [55]STEIN, G. Respect the unstable. *IEEE Control system magazine*, 2003, s. 12-25. ISSN 0272-1708.
- [56]SUNDARI, S., NACHIAPPAN, A. Adaptive Control Design For A MIMO Chemical Reactor. *International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT)*, 2013, s. 2502-2507. ISSN 2278-0181.
- [57]ŠEBEK, M. Unstable = Unsafe. What is the cost of stabilisation of an unstable plant?. In: *Process Control 2005, 15th Int. Conference Process Control, Jun 7-10 2005, Štrbské Pleso, Slovakia*.
- [58]THE MATHWORKS Inc. *Optimization Toolbox: User's Guide*. 2012. MATLAB.
- [59]VIDYASAGAR, M. Control system synthesis: factorization approach. Cambridge: MIT Press, 1985.
- [60]VISHNU, G. N., DILEEP, M. V., GEORGE, V. I. Aircraft Yaw Control System using LQR and Fuzzy Logic Controller. *International Journal of Computer Applications* 45, Published by Foundation of Computer Science, New York, USA, 2012, s.25-30,.

- [61] VISIOLI, A., Modified anti-windup schemes for pid controllers, IEE Control Theory and Application, 150(1): 49 - 54, January 2003
- [62] ASTROM, K., HAGGLUND, T.: *PID Controllers> Theory, Design and Tuning* [online]. ©2010 [cit. 2012-07-01]. Dostupné z:
<http://aiecp.files.wordpress.com/2012/07/1-0-1-k-j-astrom-pid-controllers-theory-design-and-tuning-2ed.pdf>
- [63] ČVUT: Model: *Kulička na tyči K1* [online]. ©2009 [cit. 2012-09-05]. Dostupné z:
http://support.dce.felk.cvut.cz/mediawiki/index.php/Kulička_na_tyči_K1
- [64] ČVUT: *Kulička na tyči TQ* [online]. ©2009 [cit. 2012-09-05]. Dostupné z:
http://support.dce.felk.cvut.cz/lab26/index.php?page=BB_TQ
- [65] ČVUT: *Normy signálů a systémů* [online]. ©2009 [cit. 2012-12-05]. Dostupné z:
http://support.dce.felk.cvut.cz/pub/roubalj/teaching/MTR/seminars/MTR_cv1_n.pdf
- [66] HUMOSOFT: Model: *CE 150 helikoptéra* [online]. ©1991 [cit. 2012-09-05]. Dostupné z:
<http://www.humusoft.cz/produkty/models/ce150/>
- [67] HUMOSOFT: Model: *CE 151 kulička na ploše* [online]. ©1991 [cit. 2012-09-05]. Dostupné z:
<http://www.humusoft.cz/produkty/models/ce151/>
- [68] HUMOSOFT: *CE 152 Magnetická levitace* [online]. 1991 [cit. 2012-09-05]. Dostupné z:
<http://www.humusoft.cz/produkty/models/ce152/>
- [69] MODRLÁK, O. *Fuzzy řízení a regulace*. Technická univerzita v Liberci. ©2004 [cit. 2012-11-15]. Dostupné z:
http://www.fm.vslib.cz/~krtsub/fm/tr2/tar2_fuz.pdf
- [70] MORAVSKÉ PŘÍSTROJE a.s.: *Průmyslové kamery DataCam* [online]. ©2011 [cit. 2012-07-07]. Dostupné z:
<http://www.avonet.cz/mii/DataCamCZ.pdf>
- [71] PIDLAB: *Citlivostní funkce* [online]. ©2009 [cit. 2012-11-05]. Dostupné z:
<http://www.pidlab.com/en/pid-design-and-tuning/design-specifications>
- [72] POLYX: *Robustní řízení: Nestrukturované neurčitosti* [online]. ©2010 [cit. 2012-11-15]. Dostupné z:
www.polyx.com/robust/slides/ROR11-norma+citlivost.pdf
- [73] ROUBAL, J., PEKAŘ, J.: *Moderní teorie řízení – Příklady ze cvičení* [online]. ©2010 [cit. 2012-11-15]. Dostupné z:
<http://support.dce.felk.cvut.cz/pub/roubalj/teaching/MTR/index.php>

SEZNAM OBRÁZKŮ

<i>Obr. 4.1: Průběhy výstupní veličiny $y(t)$</i>	11
<i>Obr. 4.2: Grafické znázornění stability kuličky v gravitačním poli</i>	12
<i>Obr. 4.3: Ljapunovská stabilita v okolí rovnovážného bodu</i>	13
<i>Obr. 4.4: Ljapunovská stabilita na mezním cyklu</i>	13
<i>Obr. 4.5: Nestabilita v nepozorovatelné části</i>	14
<i>Obr. 4.6: Nestabilita v neřiditelné části</i>	14
<i>Obr. 4.7: Znázornění komplexní roviny „s“</i>	17
<i>Obr. 4.8: Nyquistova charakteristika - amplitudová</i>	20
<i>Obr. 4.9: Bodeho diagram - amplitudová a fázová bezpečnost</i>	20
<i>Obr. 4.10: Znázornění podmínky kvality regulace</i>	21
<i>Obr. 4.11: 1DOF konfigurace systému řízení</i>	22
<i>Obr. 4.12: 2DOF konfigurace systému řízení</i>	24
<i>Obr. 4.13: Regulační obvod se dvěma zpětnovazebními regulátory (TFC)</i>	27
<i>Obr. 4.14: Znázornění podmínky robustní stability</i>	32
<i>Obr. 4.15: Základní regulační schéma</i>	33
<i>Obr. 4.16: Omezovač akční veličiny</i>	34
<i>Obr. 4.17: Schéma regulačního obvodu</i>	35
<i>Obr. 4.18: Schéma PID regulátoru s Back-calculation</i>	36
<i>Obr. 4.19: Průběh citlivostní funkce při řízení člověkem</i>	40
<i>Obr. 4.20: Balistická raketa</i>	40
<i>Obr. 4.21: Schéma průtočného chemického reaktoru</i>	41
<i>Obr. 4.22: Schéma rektifikačního zařízení</i>	42
<i>Obr. 4.23: Stabilní stav letounu X-29</i>	43
<i>Obr. 4.24: Mírně nestabilní stav letounu</i>	43
<i>Obr. 4.25: Dramaticky nestabilní stav</i>	43
<i>Obr. 5.1: Objasnění kritéria J_U</i>	45
<i>Obr. 6.1: Hlavní okno programu</i>	49
<i>Obr. 6.2: Okno syntéza a simulace regulátoru</i>	50
<i>Obr. 6.3: Okno syntéza a simulace regulátoru</i>	51
<i>Obr. 6.4: Graf kritérií s optimální volbou parametru α.</i>	52
<i>Obr. 6.5: Průběh řízení s nalezeným ladícím parametrem α.</i>	53
<i>Obr. 6.6: Výsledky pro nalezený ladící parametr α.</i>	54
<i>Obr. 6.7: Vypočtený přípustný interval pro 1 ladící parametr α.</i>	56
<i>Obr. 6.8: Průběh akčního zásahu v závislosti na α_i</i>	56
<i>Obr. 6.9: Porovnání řízení pro hraniční parametry jednoho ladícího</i>	57

<i>Obr. 6.10: Průběh kritéria omezenosti akčního zásahu J_u pro 2 ladící parametry</i>	58
<i>Obr. 6.11: Průběh kritéria robustnosti J_{rob} pro dva ladící parametry</i>	58
<i>Obr. 6.12: Porovnání řízení pro hraniční parametry dvou ladících</i>	59
<i>Obr. 6.13: Průběh řízení konfigurace 1DOF pro určené ladící parametry</i>	62
<i>Obr. 6.14: Průběh řízení konfigurace 2DOF pro určené ladící parametry</i>	62
<i>Obr. 6.15: Průběh řízení konfigurace TFC; $\beta=0,5$ pro určené ladící</i>	63
<i>Obr. 6.16: Porovnání řízení 1DOF, 2DOF a TFC konfigurace</i>	63
<i>Obr. 6.17: Průběh řízení konfigurace 1DOF pro určené ladící parametry</i>	66
<i>Obr. 6.18: Průběh řízení konfigurace 2DOF pro určené ladící parametry</i>	67
<i>Obr. 6.19: Průběh řízení konfigurace TFC; $\beta=0,5$ pro určené ladící</i>	67
<i>Obr. 6.20: Porovnání řízení 1DOF, 2DOF a TFC konfigurace</i>	68
<i>Obr. 6.21: Magnetická levitace CE152</i>	69
<i>Obr. 6.22: Průběh řízení magnetické levitace 1DOF regulátorem</i>	72
<i>Obr. 6.23: Průběh řízení magnetické levitace 2DOF regulátorem</i>	72
<i>Obr. 6.24: Průběh řízení magnetické levitace TFC regulátorem</i>	73

SEZNAM TABULEK

<i>Tab. 4.1: Typy systémů dle umístění kořenů v komplexní rovině</i>	17
<i>Tab. 5.1: Výběr počtu optimalizovaných parametrů</i>	46
<i>Tab. 6.1: Typy regulovaných soustav</i>	54
<i>Tab. 6.2: Požadavky pro nalezení ladících parametrů soustavy č.1</i>	60
<i>Tab. 6.3: Vypočtené optimální ladící parametry pro jednotlivé regulátory</i>	60
<i>Tab. 6.4: Výsledné hodnoty kritérií</i>	61
<i>Tab. 6.5: Vypočtené hodnoty kritérií pro porovnání regulátorů</i>	64
<i>Tab. 6.6: Požadavky pro nalezení ladících parametrů soustavy č.2</i>	64
<i>Tab. 6.7: Vypočtené optimální ladící parametry pro jednotlivé regulátory</i>	65
<i>Tab. 6.8: Výsledné hodnoty kritérií</i>	65
<i>Tab. 6.9: Vypočtené hodnoty kritérií pro porovnání regulátorů</i>	68
<i>Tab. 6.10: Požadavky pro nalezení ladících parametrů mag. levitace</i>	70
<i>Tab. 6.11: Požadavky pro nalezení ladících parametrů</i>	70
<i>Tab. 6.12: Vypočtené optimální ladící parametry pro jednotlivé regulátory</i>	70
<i>Tab. 6.13: Výsledné hodnoty kritérií</i>	71
<i>Tab. 6.14: Vypočtené hodnoty kritérií pro porovnání regulátorů</i>	73

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

Seznam symbolů

α	ladicí parametr obvodu (záporně vzatý pól URO)
β	konstanta rozdělovací váhu mezi regulátory $Q(s)$ a $R(s)$
δ	předepsaná blízkost rovnovážného stavu \tilde{x}
Δ_A, Δ_{IA}	aditivní neurčitost, inverzivní aditivní neurčitost
Δ_M, Δ_{IM}	multiplikativní neurčitost, inverzivní multiplikativní neurčitost
ε	okolí rovnovážného stavu
ϖ, ϖ_c	úhlový kmitočet, kritický úhlový kmitočet
Ω	hraniční hodnota pro využitelné pásmo systému
(a, b)	popis řízeného systému v polynomech
A	matice systému (dynamiky)
B	váhová matice vstupu
C	váhová matice stavu
d	charakteristický polynom URO
D	váhová matice stavu (v rovnici výstupu)
$e, E(s)$	regulační odchylka a její Laplaceův obraz
e_d, e_p	regulační odchylka v derivační a proporcionální složce
f_1, f	pomocné polynomy
f	nelineární vektorová funkce
$g(t)$	impulsní funkce
g	konstanta gravitačního zrychlení

\mathbf{g}	nelineární vektorová funkce
G	přenosová funkce
G_m	amplitová bezpečnost
G_O	přenos otevřeného regulačního obvodu
G_{ON}	přenos otevřeného regulačního obvodu s nominální soustavou
G_S	přenos regulované soustavy
$G_{W/U}(s)$	přenos mezi akčním zásahem a žádanou hodnotou
H_1	systemová norma H_1 (absolutní norma)
H_2	systemová norma H_2 (kvadratická norma)
H_∞	systemová norma H_∞
(h_n, f_n)	popis výstupní poruchy v polynomech
(h_v, f_v)	popis vstupní poruchy v polynomech
(h_w, f_w)	popis žádané hodnoty v polynomech
I	jednotková matice
j	imaginární jednotka
J_{rob}	kritérium robustnosti
J_U	podkritérium omezení akčního zásahu
J_1	integrál kvadrátu regulační plochy
J_2	integrál kvadrátu akční veličiny
K	pomocná konstanta
L_1	signálová norma L_1 (absolutní norma)

L_2	signálová norma L_2 (kvadratická norma)
L_∞	signálová norma L_∞
l	reálný po částech spojitý signál
m	reálný po částech spojitý signál
\mathbf{m}	dimenze vektoru vstupních proměnných
\mathbf{n}	dimenze vektoru stavových proměnných \mathbf{x}
Q	popis regulátoru
$(\tilde{q}, \tilde{p}), (r, \tilde{p})$	popis regulátoru v polynomech
$(q, p), (r, p)$	popis regulátoru v polynomech
r_0	proporcionální konstanta analogového regulátoru
P_m	fázová bezpečnost
$P0, P1$	bod ve stavovém prostoru
\mathbf{r}	dimenze vektoru řídicích proměnných \mathbf{u}
R	popis regulátoru
\mathbf{R}	obor reálných čísel
s	komplexní proměnná Laplaceovy transformace
S	citlivostní funkce
$S_u, S_u(s)$	citlivostní funkce popisující vliv vstupní poruchy V_u a její přenos
$S_y, S_y(s)$	citlivostní funkce popisující vliv výstupní poruchy V_y a její přenos
$u, U(s)$	akční zásah a jeho Laplaceův obraz
u_r	reálná hodnota akční veličiny na vstupu regulované soustavy

t	čas
t_r	doba regulace
T	komplementární funkce
T_I	integrační časová konstanta
T_D	derivační časová konstanta
T_N	komplementární funkce nominální soustavy
T_t	časová konstanta sledování
T_v	perioda vzorkování
$u, U(s)$	akční veličina a jeho Laplaceův obraz
\mathbf{u}	vektor vstupních veličin (vektor vstupu)
$u_0, U_0(s)$	akční zásah vystupující z regulátoru a jeho Laplaceův obraz
u_r	reálná hodnota akční veličiny na regulované vstupu soustavy
U_{\min}	minimální povolený akční zásah
U_{\max}	maximální povolený akční zásah
$v_u, V_u(s)$	porucha na vstupu a její Laplaceův obraz
$v_y, V_y(s)$	porucha na výstupu a její Laplaceův obraz
$w, W(s)$	žádaná hodnota a její Laplaceův obraz
W_A, W_{IA}	aditivní váhová funkce neurčitosti, inverzivní aditivní váhová funkce neurčitosti
W_M, W_{IM}	multiplikativní váhová funkce neurčitosti, inverzivní multiplikativní váhová funkce neurčitosti
W_P	váhová funkce volena uživatelem

$x(t)$	stav v čase t
x_0	počáteční stav
\tilde{x}	rovnovážný stav
\mathbf{x}	stavový vektor
$y, Y(s)$	regulovaná veličina její Laplaceův obraz
\mathbf{y}	vektor výstupních veličin (vektor výstupu)

Seznam zkratk

<i>1DOF</i>	system řízení se zpětnovazebním regulátorem (<i>One-Degree-Of-Freedom</i>)
<i>2DOF</i>	system řízení se zpětnovazebním a přímovazebním regulátorem (<i>Two-Degrees-Of-Freedom</i>)
<i>BIBO</i>	stabilita systému (Bounded-Input-Bounded-Output)
<i>deg</i>	stupeň polynomu
<i>LSDS</i>	lineární spojité dynamický systém
<i>PID</i>	proporcionálně integračně derivační analogový regulátor
<i>PN, PNI, PN2</i>	počet neznámých
<i>PR, PR1, PR2</i>	počet rovnic
<i>SISO</i>	system s jedním vstupem a jedním výstupem (<i>Single-Input Single-Output</i>)
<i>TFC</i>	system řízení se dvěma zpětnovazebními regulátory (<i>Two Feedback Controllers</i>)
<i>URO</i>	uzavřený regulační obvod

PŘÍLOHY

Na zadní straně desek je vložen 1 CD-ROM, který obsahuje dva adresáře s níže uvedeným obsahem:

- adresář „Disertační práce“
 - obsahuje disertační práci ve formátu pdf
- adresář „Program“
 - obsahuje vytvořený program, který byl naprogramovaný v prostředí MATLAB/Simulink ver. 6.5.
(startovací soubor: *start.m*)

PUBLIKAČNÍ AKTIVITY AUTORA

Časopisy:

Marholt, J. [60%], Gazdoš, F. [40%] (2010). Modelling, Identification and simulation of the inverted pendulum PS600. *Acta Montanistica Slovaca*, IF 0.134, Vol. 15, Issue 1, pp 14-18. ISSN 1335-1788. Berg Fac Technical Univ Kosice. (**impakt. časopis**)

Marholt, J. [40%], Gazdoš, F. [40%], Dostál, P. [20%] Control of the Unstable System of the Inverted Pendulum Using the Polynomial Approach. *Cybernetic Letters*. 2011, p. 1-5. ISSN 1802-3525. (**časopis se seznamu recenz. periodik ČR**)

Gazdoš, F. [70%], Dostál, P. [15%], **Marholt, J.** [15%] Robust control of unstable systems: algebraic approach using sensitivity functions. *International Journal of Mathematical Models and Methods in Applied sciences*. 2011, vol. 5, no. 7, p. 1189-1196. ISSN 1998-0140. (**časopis z databáze SCOPUS**)

Mezinárodní konference:

Marholt, J. [60%] and Gazdoš, F. [40%] 2009. Modelling, identification and simulation of the inverted pendulum PS600. In 10th Int. Carpathian Control Conference 2009. Zakopane, Poland: AGH, 2009, pp. 375-378. ISBN8389772-51-5.

Marholt, J. [50%], Gazdoš, F. [50%] Robust control of the inverted pendulum. In KATALINIC, B. *Annals of DAAAM for 2010 & Proceedings of the 21st International DAAAM Symposium "Intelligent Manufacturing & Automation: Focus on Interdisciplinary Solutions*. Vienna: DAAAM International Vienna, 2010, p. 0241-0242. Vienna. ISBN 978-3-901509-73-5.

Gazdoš, F. [75%], **Marholt, J.** [20%], Kolařík, J. [5%] Unstable Systems Database: A New Tool for Students, Teachers and Scientists. In ZELINKA, I. et al. (Eds.) *Nostradamus 2013: Prediction, Modeling & Analysis of Complex Systems*. Springer International Publishing Switzerland, 2013, p. 275-284. Advances in Intelligent Systems and Computing, 210. Ostrava, Czech Republic, June, 3rd-5th. ISBN 978-3-319-00541-6. DOI: 10.1007/978-3-319-00542-3_28.

Gazdoš, F. [90%], **Marholt, J.** [10%] Robust Process Control with Saturated Control Input. In SQUAZZONI, F., BARONIO, F., ARCHETTI, C., CASTELLANI, M. *Proceedings 28th European Conference on Modelling and Simulation (ECMS '2014)*. Nottingham: European Council for Modelling and Simulation, 2014, p. 285-291. Brescia, Italy. ISBN 978-0-9564944-8-1.(May, 27th-30th, IEEE co-society)

ODBORNÝ ŽIVOTOPIS AUTORA

Osobní údaje:

Jméno: Ing. Jiří Marholt

Datum a místo narození: 23. 7. 1983, Zlín

Národnost: česká

Adresa: SNP 1172, 76502 Otrokovice

Rodinný stav: ženatý

Telefon: +420777931405

E-mail: jiri-83@seznam.cz

Vzdělání:

2008 – dosud: UTB ve Zlíně, Fakulta aplikované informatiky, doktorské studium, obor Technická kybernetika.

2003 – 2008: UTB ve Zlíně, Fakulta aplikované informatiky, magisterské studium, obor Automatické řízení a informatika.

1999 – 2003: SOŠ v Otrokovících, obor Mechanik elektronik.

Zaměstnání:

07/2012 – dosud EDTS spol. s r. o. Zlín – samostatný vývojový pracovník - aplikační programátor

09/2008 - 06/2012 Moravské přístroje a.s., Malenovice- aplikační programátor

- Vývoj aplikací v prostředí Control Web pro vizualizaci technologických procesů, real-time řízení, integraci technologických a informačních systémů apod.
- Vývoj technologických aplikací a klientských rozhraní založených na WWW.
- Integrace technologických systémů s databázovými systémy.

Jazykové znalosti:

Angličtina

Němčina – pasivně

Zájmy:

Zájem o nové metody v automatizaci a informatice, plavání, cyklistika, turistika, angličtina.