

Využití statistických metod při modelování vývoje akciových indexů

Martin Sokol

Bakalářská práce
2015



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta managementu a ekonomiky

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta managementu a ekonomiky
Ústav statistiky a kvantitativních metod
akademický rok: 2014/2015

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Martin Sokol**
Osobní číslo: **M12365**
Studijní program: **B6208 Ekonomika a management**
Studijní obor: **Management a ekonomika**
Forma studia: **prezenční**

Téma práce: **Využití statistických metod při modelování vývoje
akciových indexů**

Zásady pro vypracování:

Úvod

Definujte cíle práce a použité metody zpracování práce.

I. Teoretická část

- Zpracujte teoretické poznatky potřebné k statistickému modelování akciových indexů.

II. Praktická část

- Vytvořte statistický model, který by co nejlépe popsal vývoj akciových indexů FTSE 100 a DAX na základě zvolených časových veličin.
- Zhodnoťte výpovědnou hodnotu vypracovaného statistického modelu.

Závěr

Rozsah bakalářské práce: 40 stran
Rozsah příloh:
Forma zpracování bakalářské práce: tištěná/elektronická

Seznam odborné literatury:

HANČLOVÁ, Jana. *Ekonometrické modelování: klasické přístupy s aplikacemi*. 1. vyd. Praha: Professional Publishing, 2012, 214 s. ISBN 978-80-7431-088-1.
HUŠEK, Roman. *Aplikovaná ekonometrie: teorie a praxe*. Vyd. 1. Praha: Oeconomica, 2009, 344 s. ISBN 978-80-245-1623-3.
BROOKS, Chris. *Introductory econometrics for finance*. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, c2008, 648 s. ISBN 978-052-1873-062.

Vedoucí bakalářské práce: Ing. Martin Kovářík, Ph.D.
Ústav statistiky a kvantitativních metod
Datum zadání bakalářské práce: 16. února 2015
Termín odevzdání bakalářské práce: 15. května 2015

Ve Zlíně dne 16. února 2015


prof. Dr. Ing. Drahomíra Pavelková
děkanka




Ing. Radek Benda, Ph.D.
ředitel ústavu

PROHLÁŠENÍ AUTORA BAKALÁŘSKÉ/DIPLOMOVÉ PRÁCE

Prohlašuji, že

- beru na vědomí, že odevzdáním diplomové/bakalářské práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, bez ohledu na výsledek obhajoby;
- beru na vědomí, že diplomová/bakalářská práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému dostupná k prezenčnímu nahlédnutí, že jeden výtisk diplomové/bakalářské práce bude uložen na elektronickém nosiči v příruční knihovně Fakulty managementu a ekonomiky Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně;
- byl/a jsem seznámen/a s tím, že na moji diplomovou/bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 1 autorského zákona má UTB ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 2 a 3 autorského zákona mohu užít své dílo – diplomovou/bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen s přípoštěním-li tak licenční smlouva uzavřená mezi mnou a Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně s tím, že vyrovnání případného přiměřeného příspěvku na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše) bude rovněž předmětem této licenční smlouvy;
- beru na vědomí, že pokud bylo k vypracování diplomové/bakalářské práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tedy pouze k nekomerčnímu využití), nelze výsledky diplomové/bakalářské práce využít ke komerčním účelům;
- beru na vědomí, že pokud je výstupem diplomové/bakalářské práce jakýkoliv softwarový produkt, považují se za součást práce rovněž i zdrojové kódy, popř. soubory, ze kterých se projekt skládá. Neodevzdání této součásti může být důvodem k neobhájení práce.

Prohlašuji,

- že jsem na diplomové/bakalářské práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval. V případě publikace výsledků budu uveden jako spoluautor.
- že odevzdaná verze diplomové/bakalářské práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

Ve Zlíně 15.5.2015


.....
podpis diplomanta

ABSTRAKT

Cílem této práce je vytvoření modelu akciových indexu DAX a FTSE 100 pomocí základních statistických metod. K tvorbě modelu bude použita metoda nejmenších čtverců. Teoretická část práce je věnována charakteristice našich vysvětlujících a vysvětlovaných proměnných, charakteristice základních předpokladů pro použití metody nejmenších čtverců a popisu teoretických východisek statistických metod, které byli použité při našem modelování. V praktické části je provedeno modelování vývoje akciových indexu DAX a FTSE 100 se zvláštním ohledem na problémy multikolinearity a autokorelace kterých účinky jsou zmírněny anebo rovno eliminovány použitím vhodných statistických metod. V závěru dochází k zhodnocení úspěšnosti našeho statistického modelování.

Klíčová slova: statistické modelování, metoda nejmenších čtverců, autokorelace, multikolinearita

ABSTRACT

The goal of this work is creation of statistical models of stock indexes DAX and FTSE 100 by using elementary statistical methods. To produce our model the least squares method will be used. Theoretical part is dedicated to characteristics of our explanatory and explained variables, characteristics of assumptions for using the least squares method and a theoretical description of tools that we used during our statistical modelling. In practical part the statistical modelling of stock indexes DAX and FTSE is done with special attention to multicollinearity and autocorrelation. We try to minimize or eliminate these problems by using the right statistical methods. In the end of practical part we evaluate the reliability of statistical models that we produced.

Keywords: statistical modelling, The Least Squares Method, autocorrelation, multicollinearity

Pod'akovanie:

Rád by som pod'akoval Ing. Martinovi Kováříkovi, Ph.D. ktorý mi umožnil spracovať túto prácu pod jeho vedením.

Prohlašuji, že odevzdaná verze bakalářské práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné

OBSAH

ÚVOD.....	9
I TEORETICKÁ ČÁST.....	10
1 PARAMETRE POUŽITÉ PRI MODELOVANÍ.....	11
1.1 HDP.....	11
1.1.1 Výdajová metóda	11
1.1.2 Dôchodková metóda.....	11
1.1.3 Metóda súčtov pridaných hodnôt	12
1.1.4 Niektoré ďalšie charakteristiky HDP	12
1.2 INDEX EURO STOXX 50	12
1.3 DLHODOBÁ ÚROKOVÁ SADZBA	13
1.4 AKCIOVÝ INDEX DAX.....	14
1.5 AKCIOVÝ INDEX FTSE 1000	15
2 TEORETICKÉ ZÁKLADY ŠTATISTICKÉHO MODELOVANIA	16
2.1 REGRESNÁ ANALÝZA.....	16
2.1.1 Parameter R^2	17
2.1.2 Testovanie celkovej významnosti regresie.....	17
3 ČASOVÉ POSTUPNOSTI.....	18
3.1 CHARAKTERISTIKY ČASOVÝCH POSTUPNOSTÍ	18
3.2 TREND.....	18
3.2.1 Sezónna zložka.....	18
3.2.2 Cyklická zložka.....	19
3.3 TRENDOVÉ ZLOŽKY	19
3.4 RMSE.....	19
4 PROBLÉMY PRI EKONOMETRICKOM MODELOVANÍ	20
4.1 AUTOKORELÁCIA REZIDUÁLNEJ ZLOŽKY.....	20
4.1.1 Príčiny autokorelácie.....	20
4.1.2 Dôsledky autokorelácie.....	20
4.1.3 Detekcia autokorelácie	21
4.1.3.1 Durbin-Watsonov test.....	21
4.1.3.2 Box – pierce test	21
4.1.4 Odstránenie autokorelácie.....	22
4.2 HETEROSKEDASTICITA	22
4.2.1 Príčiny heteroskedasticity	23
4.3 MULTIKOLINEARITA.....	23
4.3.1 Detekcia multikolinearity, jej príčiny a dôsledky	23
4.3.2 Ako riešiť problém vysokého stupňa multikolinearity?.....	24
4.3.3 VIF – Variance Inflation Factor	25
4.4 METÓDA KLZAVÝCH PRIEMEROV.....	25
4.4.1 Jednoduchý klzavý priemer.....	25

4.5	REGRESIA A KAUZALITA.....	26
4.5.1	Regresia verzus Kauzalita.....	26
4.5.2	Regresia verzus Korelácia.....	26
II	PRAKTICKÁ ČÁST	27
5	MODELOVANIE AKCIOVÉHO INDEXU FTSE 100.....	28
5.1	MODEL VÝVOJA AKCIOVÉHO INDEXU FTSE100.....	28
5.2	PROBLÉM MULTIKOLINEARITY V TRENDOVEJ FUNKCII FTSE100	29
5.3	PROBLÉM AUTOKORELÁCIE	31
5.4	OVERENIE ZÁKLADNÝCH PREDPOKLADOV PRE POUŽITIE MNČ.....	33
5.5	VÝSLEDNÁ PODOBA MODELU FTSE 100	34
6	MODELOVANIE AKCIOVÉHO INDEXU DAX	36
6.1	PROBLÉM MULTIKOLINEARITY V MODELI DAX	37
6.2	PROBLÉM AUTOKORELÁCIE REZIDUÁLNEJ ZLOŽKY	37
6.3	OVERENIE ZÁKLADNÝCH PREDPOKLADOV PRE POUŽITIE MNČ.....	40
6.4	VÝSLEDNÁ PODOBA NÁŠHO LINEÁRNEHO MODELU	41
7	ZHODNOTENIE A ODPORÚČANIA	43
7.1	VHODNOSŤ VÝBERU VYSVETLUJÚCICH PREMENNÝCH.....	43
7.2	ZHODNOTENIE VÝPOVEDNEJ HODNOTY NAŠICH MODELOV	43
8	ZÁVER.....	45
	SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY.....	46
	SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK.....	47
	SEZNAM OBRÁZKŮ	48
	SEZNAM TABULEK.....	50
	SEZNAM PRÍLOH.....	51

ÚVOD

Hlavným zámerom ekonometrie je analýza a predikcia ekonomických veličín. K tejto analýze a predikcií sa snažíme vytvárať rôzne modely, ktoré nám po zostavení z vhodných parametrov čo najlepšie popíšu súčasný stav a prípadne predpovedajú vývoj do budúcnosti. Jedným z hlavných úskalí pri tejto analýze a predikcií je výber správnych premenných, ktoré majú vplyv na ekonomickú veličinu alebo jav, ktorý sa snažíme analyzovať.

Pri našom modelovaní vývoja akciových indexov DAX a FTSE 100 sme si ako tieto parametre zvolili dlhodobú úrokovú mieru vyjadrenú úrokovým výnosom 10 ročných vládnych dlhopisov krajiny, ktorej akciový trh index reprezentuje, hodnotu hrubého domáceho produktu krajiny a akciový index, ktorý reprezentuje najväčšie verejne obchodovateľné európske spoločnosti. Ale až samotné štatistické modelovanie ukáže, že výber parametrov pred jeho počiatkom je zriedka ideálny a model je potrebné upravovať až do jeho finálnej podoby, pri ktorej sú splnené všetky predpoklady štatistickej metódy použitej pri modelovaní a model hodnoverne popisuje súčasný stav a prípadný vývoj ekonomickej veličiny do budúcnosti. Toto sa potvrdí aj v tejto práci, keďže finálna podoba nášho modelu nebude odpovedať jej formulácií pred odstránením nežiaducich javov v modeli, ktorými budú najmä autokorelácia a multikolinearita. Taktiež môže nastať problém, kedy krokmi, ktorými sme sa snažili zmierniť alebo odstrániť jeden negatívny jav v modeli naopak znova povedú k výskytu ďalších negatívnych javov.

Teoretická časť práce má za úlohu teoreticky vymedziť štatistické metódy a pojmy, s ktorými budeme pri štatistickom modelovaní akciových indexov DAX a FTSE 100 pracovať. Taktiež sú v nej uvedené hlavné predpoklady pre použitie nami aplikovanej metódy najmenších štvorcov a tiež javy, ktoré sa v modeli vyskytujú pri porušení niektorého z týchto predpokladov. Ďalej sa teoretická časť zaoberá aj metódami identifikácie týchto javov, popisuje ich negatívne dôsledky a uvádza konkrétne kroky, ktoré je možné podniknúť na ich zmiernenie alebo úplnú elimináciu. V praktickej časti budú namiesto výpočtov pomocou vzorcov z teoretickej časti použité výstupy z programu R. V závere bude nasledovať zhodnotenie výpovednej hodnoty modelov vytvorených v praktickej časti.

I. TEORETICKÁ ČÁST

1 PARAMETRE POUŽITÉ PRI MODELOVANÍ

1.1 HDP

Hrubý domáci produkt krajiny je celosvetovo jednou z najsledovanejších ekonomických veličín. Najčastejšie je k výpočtu HDP použitá jedna z týchto troch metód:

- 1) Výdajová metóda
- 2) Dôchodková metóda
- 3) Metóda založená na sumarizácii hodnôt pridaných spracovaním

1.1.1 Výdajová metóda

$$\text{Hrubý domáci produkt} = C + I + G + NX \quad (1.1.)$$

C (Consumption) je spotreba domácností

I (Investment) sú hrubé súkromné investície

G (Government) sú vládne výdaje na nákup tovarov a služieb

NX je čistý export, teda rozdiel medzi hodnotami exportov a importov v domácej mene krajiny.

1.1.2 Dôchodková metóda

Podľa Jurečku (2013, s. 32) je jej názov odvodený od jej ťažiska, ktorým sú príjmy (dôchodky) subjektov ekonomiky, ktoré plynú za poskytnutie služieb výrobných faktorov ktoré tieto subjekty vlastnia.

Konkrétne sú to mzdy, úroky, zisky, renty a príjmy zo samozamestnania.

Mzdy, úroky, zisky, renty a príjmy zo samozamestnania.

$$\begin{aligned} \text{Čistý domáci dôchodok} &= \text{mzdy} + \text{úroky} + \text{zisky} + \text{renty} + \text{príjmy} \\ &\text{zo samozamestnania} \end{aligned} \quad (1.2.)$$

Tento čistý domáci dôchodok bude samozrejme menší ako HDP, keďže pri výpočte výdajovou metódou je jasné, že nie všetky výdaje sa stanú príjmami vlastníkov výrobných fak-

torov. Konkrétne k nim musíme pripočítať ešte nepriame dane a amortizáciu. (Jurečka, 2014, s. 34)

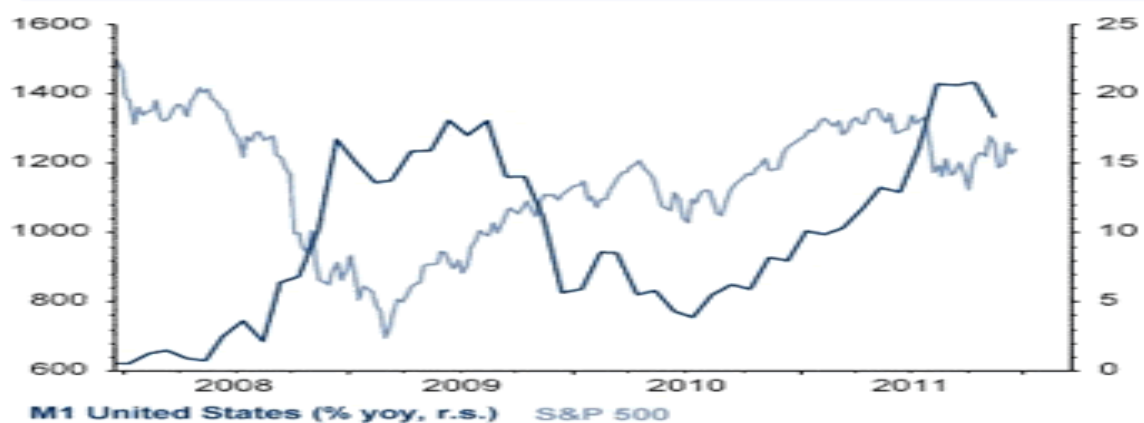
1.1.3 Metóda súčtov pridaných hodnôt

Ťažiskom metódy je sčítanie hodnoty pridanej všetkými článkami výrobného reťazca pri jeho ceste k spotrebiteľovi. (Jurečka, 2014, s. 34)

1.1.4 Niektoré ďalšie charakteristiky HDP

Vzťah HDP k akciovým indexom je priamo úmerný. Hrubý domáci produkt je jedným z najpoužívanějších ekonomických ukazovateľov sily ekonomiky. Tento ukazovateľ je značne spopularizovaný a tento pojem poznajú aj ľudia, ktorí nemajú ani tušenie o jeho zložkách a spôsobe výpočtu.

K rastu akciových indexov takisto napomáha aj zvýšenie objemu peňazí v ekonomike. To sa prejavilo v dnešnej dobe pri kvantitatívnom uvoľňovaní v USA, Japonsku a najnovšie v roku 2015 aj v Európskej únii kde indexy DAX a FTSE 100 dosiahli po ohlásení kvantitatívneho uvoľňovania v Januári 2015 v nasledujúcom mesiaci historicky najvyššie hodnoty.



Obrázok 1 Vzťah obeživa M1 a indexu S&P 500 (The Market Oracle, ©2012)

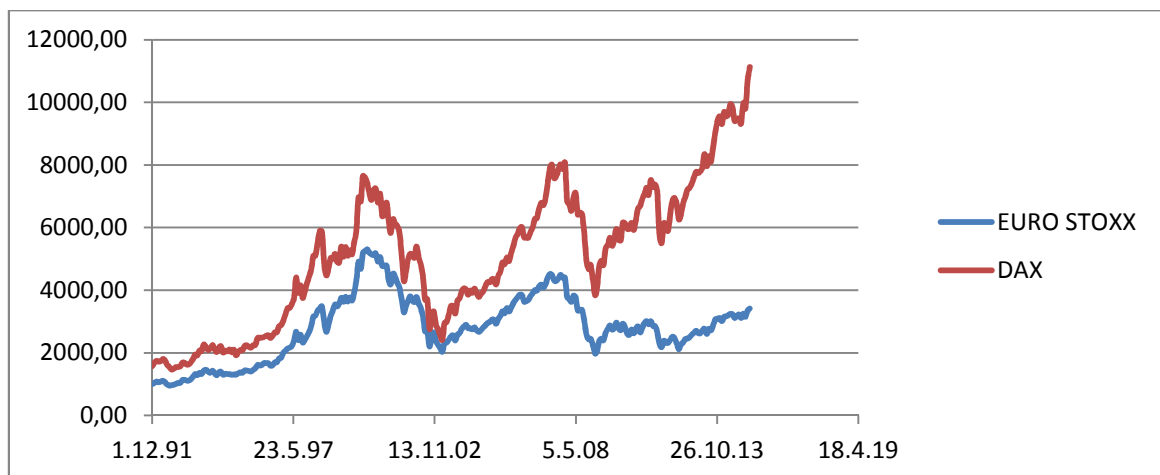
1.2 Index EURO STOXX 50

Tento akciový index sa vedie od 26.2.1998 a bol uvedený pod menom Dow Jones STOXX 50. Základ indexu leží na 1000 bodoch k dátumu 31.12.1991. Index bol spätne prepočítaný až do roku 1986. Keďže tento index predstavuje 50 najväčších spoločností z 18 Európskych krajín jeho vplyv na indexy FTSE 100 a DAX je značný. Medzi spoločnosti s najvyššou váhou patria Total, Siemens a Allianz. (Investujme.cz, ©2007)

Prvým dôvodom tejto korelácie je samotná účasť firiem v oboch indexoch. Konkrétne obsahujú tento index 8 spoločností indexu DAX a 15 spoločností indexu FTSE 100.



Obrázok 2 Priebeh indexov FTSE 100 a EURO STOXX 50



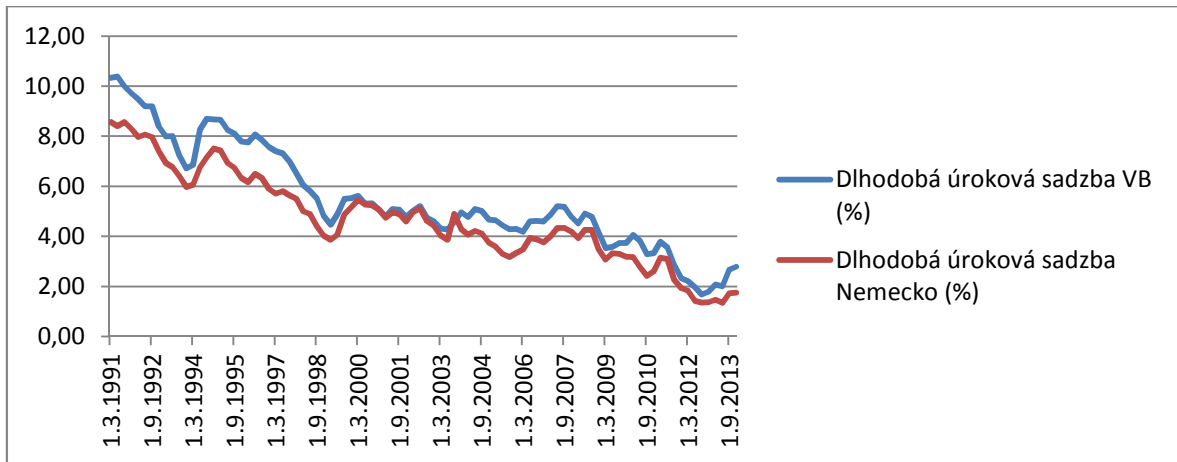
Obrázok 3 Priebeh indexov DAX a EURO STOXX 50

1.3 Dlhodobá úroková sadzba

Dlhodobou úrokovou mierou budeme rozumieť výnos vládnych dlhopisov s 10 ročnou platnosťou. Vzťah dlhodobej úrokovej sadzby a rastu akciových indexov je teoreticky nepriamo úmerný.

Teoreticky vedie pokles úrokových sadzieb k lacnejším úverom čo podporuje investície firiem a ich následne lepšie zhodnotenie. V posledných rokoch 2012-2015 sa však dlhodobé úrokové sadzby v eurozóne pohybovali v prípade Nemecka od 2 až 0,4 percent. Teda priestor na stimulovanie prostredníctvom zníženie úrokových sadzieb je u Európskych bánk minimálny. Tým pádom je v posledných rokoch ťažké z ekonomických dát dokázať

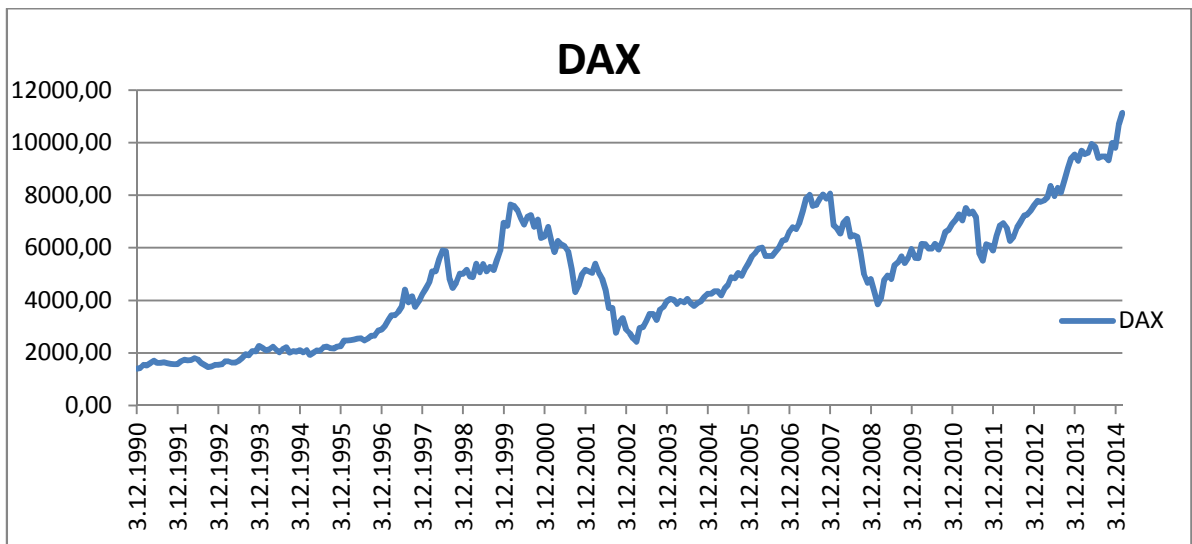
nepriamu závislosť hodnoty európskych akciových indexov a dlhodobej úrokovej sadzby. (Financial Times Limited, ©2015)



Obrázok 4 Priebeh dlhodobých úrokových sadziieb Nemecka a Veľkej Británie.

1.4 Akciový index DAX

Jeho názov je skratka nemeckého Deutsche Aktienindex a pozostáva z 30 hlavných spoločností obchodovaných na burze cenných papierov vo Frankfurte nad Mohanom. Index zostavuje nemecká spoločnosť Deutsche Börse. Tento index začína so základnou hodnotou 1000 bodov 30. Decembra 1987. (Investične.sk, ©2013)



Obrázok 5 Vývoj akciového indexu DAX

1.5 Akciový index FTSE 100

Index pozostáva zo 100 spoločností s najväčšou tržnou kapitalizáciou ktoré sa obchodujú na londýnskej burze cenných papierov . Index začímal 3. Januára 1984 na hodnote 1000 bodov. (Akademia.Trimbroker, ©2010)

2 TEORETICKÉ ZÁKLADY ŠTATISTICKÉHO MODELOVANIA

2.1 Regresná analýza

Najdôležitejším produktom regresnej analýzy je regresná funkcia vyjadrená matematicky a graficky. Výsledná regresná funkcia môže mať rôzne tvary pričom medzi najčastejšie patria tvar priamky, exponencionály, logaritmu a polynómu. Najjednoduchšou formou je samozrejme priamka ktorá síce zriedka poskytuje najlepšie priblíženie regresnej funkcie k empirickým dátam ale trend jej vývoja je z nej jasne badateľný čím stúpa jej predikčná hodnota.

Podľa Klímka (2010, s. 21-22) je predmetom regresnej analýzy predovšetkým zobrazenie priebehu podmienených prímerov vysvetľovanej premennej pri systematických zmenách hodnôt vysvetľujúcich premenných.

Lineárnu regresnú funkciu zapisujeme ju v tvare:

$$Y = x_1 B_1 + x_2 B_2 + \dots + x_k B_k + u$$

Y – vysvetľovaná premenná

x_n – n-tá vysvetľujúca premenná

B_n – n-tý regresný parameter

u – náhodná zložka

Najpoužívanejšou metódou odhadu regresnej funkcie je takzvaná metóda najmenších štvorcov (MNČ). Táto technika sa snaží o minimalizáciu reziduálnej zložky.

Klímek (2010, s. 24) uvádza základný lineárny model v tvare $\mathbf{Y} = \mathbf{XB} + \mathbf{u}$ respektíve

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{12} & \dots & x_{1k} \\ 1 & x_{22} & \dots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{n2} & \dots & x_{nk} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix}$$

Kde:

Y – vektor pozorovaných hodnôt endogénnej premennej

X – matice pozorovaní exogénnych nezávislých premenných

u – vektor pozorovateľnej náhodnej zložky modelu v každom z n pozorovaní

n – rozsah výberu

pričom $b = (X^T X)^{-1} X^T y$.

Matica $(X^T X)$ sa nazýva Fisherová informačná matica.

Tento systém je známy ako maticová reprezentácia všeobecného lineárneho regresného modelu.

2.1.1 Parameter R^2

Vyjadruje akou mierou náš odhadnutý regresný model popisuje testovane dáta.

$$R^2 = \frac{b^T X^T X b}{y^T y} \quad (1.3.)$$

Aby sme rešpektovali závislosť zhody odhadnutého lineárneho modelu s napozorovanými dátami na stupňoch voľnosti použijeme korigovaný koeficient determinácie KR^2 . (Klímek, 2010, s. 29)

$$KR^2 = R^2 \frac{n-1}{n-k} \quad (1.4.)$$

2.1.2 Testovanie celkovej významnosti regresie

Klímek (2010, s. 29) uvádza, že ide vlastne o testovanie štatistickej významnosti R^2 .

$$F = \frac{\frac{R^2}{k-1}}{\frac{(1-R^2)}{(n-k)}} \quad (1.5.)$$

3 ČASOVÉ POSTUPNOSTI

3.1 Charakteristiky časových postupností

Klímek (2010, s. 52-54) uvádza tieto charakteristiky časových postupností:

Chronologický priemer

$$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} + \frac{1}{2}y_n}{n-1} \quad (1.6.)$$

Prvá diferencia (absolútny prírastok)

$$1\Delta_t = y_t - y_{t-1} \quad (1.7.)$$

$$t = 2, 3, \dots, T,$$

Druhá diferencia

$$2\Delta_t = 1\Delta_t - 1\Delta_{t-1} \quad (1.8.)$$

$$t = 3, 4, \dots, T,$$

Priemerné tempo rastu

$$\bar{k} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} \quad (1.9.)$$

3.2 Trend

Trend predstavuje dlhodobé zmeny vo vývoji časového radu. Medzi základné typy trendu patria trend rastúci, klesajúci a trend bočný.

3.2.1 Sezónna zložka

Vyjadruje periodické kolísanie okolo trendovej zložky zvyčajne v periodicite týždeň, mesiac ale najviac jeden rok. Zachycujeme v nej pravidelne opakujúce sa zmeny radu ku ktorým dochádza vplyvom hlavne ekonomických a spoločenských udalostí. Príkladom sú napríklad vysoko nadpriemerné tržby kvôli Vianočným sviatkom alebo vyššia hodnota HDP v letných mesiacoch kvôli prevádzaniu stavebných prác.

3.2.2 Cyklická zložka

Klímek (2010, s. 56) uvádza, že cyklická zložka vyjadruje periodické kolísanie okolo trendu v periódach dlhších ako jeden rok. Najcitelnejším je pre nás z ekonomického hľadiska hospodársky cyklus v ktorom sa vystriedajú obdobia rastu stagnácie a poklesu. Z dlhodobého hľadiska sa snaží popísať vývoj úrokových mier Kondratevov cyklus ktorého vlny sú zreteľné už od konca 18. storočia.

3.3 Trendové zložky

Klímek (2010, s. 58) vymedzuje nasledovné metódy odhadu parametrov trendových zložiek

Lineárny trend

$$T_t = a_0 + a_1 t \quad (1.10.)$$

$t = 1, 2, \dots, T,$

Kvadratický trend

$$T_1 = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 \quad (1.11.)$$

$t = 1, 2 \dots T,$

Exponencionálny trend

$$T_1 = a_0 a_1^t \quad (1.12.)$$

$t = 1, 2, \dots, T, (a_1 > 0)$

3.4 RMSE

Na otázku ktorý trend najpresnejšie popisuje naše testovacie dáta nám pomôže odpovedať ukazovateľ strednej kvadratickej chyby R.M.S.E (Root Mean Squared Error). Tento ukazovateľ pracuje na základe rozdielu skutočných a našim modelom vypočítaným dát teda na základe rezíduí.

$$\text{R.M.S.E} = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (y_t - Y_t)^2}{n}} \quad (1.13.)$$

4 PROBLÉMY PRI EKONOMETRICKOM MODELOVANÍ

Pri ekonometrickom modelovaní sa sústreďíme na nasledovné problémy:

- Predpoklad, že stredná hodnota náhodnej zložky je nulová
- Neexistuje problém autokorelácie reziduálnej zložky
- Rozptyl náhodnej zložky je konštantný a konečný (neexistuje problém heteroskedasticity).
- Hodnosť matice $h(\mathbf{X})=k$ neexistuje problém multikolinearity
- Reziduálna zložka má normálne rozdelenie

4.1 Autokorelácia reziduálnej zložky

Je sériová závislosť náhodnej zložky na svojich omeškaných hodnotách. V tejto práci použijeme pre jej detekciu Durbin-Watsonov test, Box-Piercov test a parciálnu autokorelačnú funkciu.

4.1.1 Príčiny autokorelácie

Hančlová (2012, str. 144) zaraďuje medzi základné príčiny autokorelácie patria predovšetkým:

- 1) Chybná špecifikácia modelu – najčastejšie dochádza o opomenutiu relevantnej vysvetľujúcej premennej alebo je použitá nevhodná funkčná forma regresného modelu.
- 2) Nesprávne nastavené meškanie u vysvetľujúcich premenných – vysvetľujúce premenné v deterministickej časti regresného modelu nezahŕňujú adekvátne omeškané veličiny.
- 3) Nesprávne transformované výberové dáta – nesprávne upravené pozorované dáta (transformácia, očisťovanie, detrendovanie apod.) čo sa opäť premieta do náhodnej zložky.

4.1.2 Dôsledky autokorelácie

Podľa Hančlovej (2012, str. 144) má prevedenie regresného modelu s autokoreláciou reziduálnej zložky nasledovné dôsledky:

- Odhady sú nestranné a konzistentné

- Nemajú minimálny rozptyl
- Nie sú asymptoticky výdatné
- Odhadnutý rozptyl náhodnej zložky je vychýlený a teda aj odhad rozptylu regresného parametra je vychýlený a testovanie hypotéz prostredníctvom intervalu spoľahlivosti je nepresné a stráca na vypovedacej schopnosti.

4.1.3 Detekcia autokorelácie

4.1.3.1 Durbin-Watsonov test

Formulujeme hypotézy

$H_0: \rho = 0$ (autokorelácia nie je významná)

$H_1: \rho \neq 0$ (autokorelácia je významná)

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^n (\hat{u}_t - \hat{u}_{t-1})^2}{\sum_{t=2}^n \hat{u}_t^2} \quad (1.14.)$$

Pomocou d štatistiky následne stanovíme kritické hodnoty. V prípade že výsledok DW testu spadá do intervalu kritických hodnôt nebola preukázaná žiadna autokorelácia. V prípade že je výsledok DW testu nižší ako spodná hranica intervalu kritických hodnôt jedná sa o pozitívnu autokoreláciu a v prípade že je výsledok DW testu vyšší ako horná hranica intervalu negatívna autokorelácia.

4.1.3.2 Box – pierce test

$$Q = T \sum_{k=1}^m \hat{t}_k^2 \quad (1.15.)$$

T – veľkosť vzorky

M – maximálna dĺžka omeškania

t_k – korelačny koeficient

Druhou mocninou korelačných koeficientov dosiahneme vynulovanie ich pozitívnych a negatívnych hodnôt.

Testové kritérium pre 5% interval spoľahlivosti je daný výrazom

$$\pm 1.96 \times \frac{1}{\sqrt{T}}, \text{ pre } s \neq 0$$

v prípade, že autokorelačný koeficient padne mimo tento interval pre danú hodnotu „s“ tak zamietneme nulovú hypotézu, že skutočná hodnota koeficientu pri omeškaní „s“ je 0

Box pierce test ma slabé uplatnenie pri štatistických súboroch s malým množstvom pozorovaní. Pri malých štatistických vzorkách je preto vhodnejšia jeho modifikácia v podobe Ljung-Box testu. (Brooks, 2008, str. 209)

4.1.4 Odstránenie autokorelácie

Čo v prípade že sme objavili autokoreláciu?

V prvom rade by sme sa mali uistiť, že sa jedná o pravú autokoreláciu teda takú ktorá nevznikla chybnou špecifikáciou modelu, opomenutím významnej premennej alebo chybnou funkčnou formou. Ako v prípade heteroskedasticity je na mieste použiť GLS model (Generalised Least Squares). V niektorých situáciách môžeme bez obáv pokračovať metódou OLS.

Hanlčová (2012, str. 151) rozdeľuje možnosti odstránenia autokorelácie do troch hlavných skupín:

- 1) Zavedenie omeškanej premennej.
- 2) Odstránenie zlej funkčnej formy modelu
- 3) Zavedenie opomenutej relevantnej vysvetľujúcej premennej

4.2 Heteroskedasticita

Hanlčová (2012, str. 161) uvádza, že jedným z predpokladov klasického regresného modelu odhadovania metódou najmenších štvorcov je predpoklad konštantného a konečného rozptylu náhodnej zložky. Opakom homoskedasticity je meniaci sa rozptyl náhodnej zložky tzv. heteroskedasticita.

Aby sme zdôraznili rozdiel medzi homoskedasticitou a heteroskedasticitou predpokladajme, že v modeli dvoch premenných $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i$, kde Y reprezentuje úspory a X príjem. Na vidíme že rovnako ako sa príjem zvyšuje úspory sa v priemere taktiež zväčšujú. V prípade homoskedasticity zostáva odchýlka úspor rovnaká pričom v prípade heteroskedasticity sa zväčšuje spolu s príjmom. Vyzerá to tak že v druhom prípade vysokopríjmové rodiny šetria v priemere viac ako nízkopríjmové, ale existuje tiež väčšia odchýlka v ich úsporách. (Gujarati, 2003, str. 69)

4.2.1 Príčiny heteroskedasticity

Hanlčová (2012, str. 162) uvádza tieto hlavné príčiny heteroskedasticity:

- 1) Prierezové regresne analýzy nehomogénnych jednotiek, keď sa medzi prierezovými jednotkami vyskytujú značne veľké rozdiely.
- 2) Ďalšou príčinou sú odľahlé pozorovania (Outliers)
- 3) Chybná špecifikácia regresného modelu a to hlavne vo forme zlej funkčnej formy alebo opomenutie podstatnej vysvetľujúcej premennej.
- 4) Nevhodná transformácia dát alebo neadekvátny spôsob nahradenia chýbajúcich hodnôt alebo agregácie údajov.

Problém heteroskedasticity je možné riešiť metódou WLS (Weightened Least Squares).

Jej podstata spočíva vydelením hodnôt výberového súboru hodnotami rozptylu reziduálnej zložky (resp. ich odmocninami teda smerodajnými odchýlkami). Po úprave pokračujeme odhadom modelu pomocou MNČ.

4.3 Multikolarita

Podstatou multikolarity je porušenie predpokladu klasického lineárneho regresného modelu $h(X) = k \leq n$.

V niektorých prípadoch môžu byť stĺpce matice X lineárne závislé. V tomto prípade ale hodnosť matice $(X' X)$ má determinant blízky 0 teda nie je možná jej inverzia a následný odhad regresných koeficientov pomocou MNŠ $\beta = (X' X)^{-1} X' y$. Z uvedeného dôvodu sa pri verifikácii odhadnutého regresného modelu zaoberáme skúmaním intenzity závislosti medzi vysvetľujúcimi premennými. (Hanlčová, 2012, str. 174)

4.3.1 Detekcia multikolarity, jej príčiny a dôsledky

Gujarati (2003, str. 354) uvádza niekoľko na prvý pohľad ľahko spozorovateľných znakov ktoré naznačujú prítomnosť multikolarity.

- 1) Klasickým symptómom je vysoká hodnota R^2 , vyhovujúca hodnota F testu ale nízke hodnoty individuálnych t-tesov.
- 2) Vysoká párová korelácia medzi regresormi. Pri párovom koeficiente korelácie medzi dvomi regresormi väčšom ako 0,8 už môžeme hovoriť o vysokom stupni multikolarity

Hanlčová (2012, str. 174-175) uvádza niekoľko príčin a dôsledkov multikolinearity. Medzi príčiny multikolinearity patrí:

- 1) Rovnaká trendová tendencia ekonomických časových radov, najmä makroekonomických ako sú HDP, priemerná mzda, export, import apod.
- 2) Nevhodné zavedenie omeškaných vysvetľujúcich premenných

Medzi dôsledky silnej závislosti vysvetľujúcich premenných patrí:

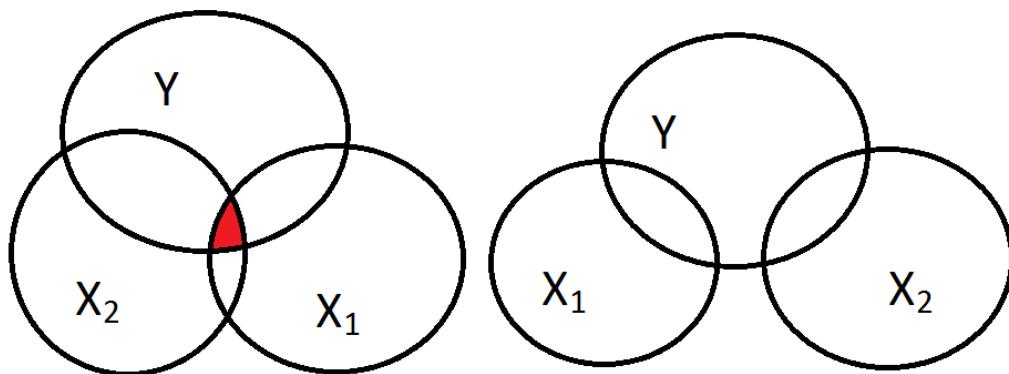
- 1) Nemôžeme separovať vplyv jednotlivých vysvetľujúcich premenných čo spôsobuje problém pri interpretácii regresných parametrov.
- 2) Odhady parametrov regresného modelu majú veľký rozptyl a kovarianciu, čo vedia k chybnému testovaniu hypotéz.

4.3.2 Ako riešiť problém vysokého stupňa multikolinearity?

Lukačík a Lukačíková (2008, str. 107-108) navrhujú nasledovné riešenia:

- Získame dodatočné údaje – vysoký stupeň multikolinearity je problémom výberu a teda nám môže pomôcť iný výber pozorovaní alebo zväčšenie rozsahu výberu.
- Ak sa zisti silná závislosť medzi dvoma vysvetľujúcimi premennými jednu z nich vynecháme. Musíme si ale dať pozor na chybu špecifikácie.
- Transformujeme premene tak, že diferencujeme po sebe nasledujúce hodnoty časového radu a tie použijeme v analýze.

Vysoký stupeň multikolinearity nemusí byť ale problémom ak cieľom modelu nie je analýza. Pre predikciu v modeli sa odporúčajú ponechať aj navzájom závislé vysvetľujúce premene ak sa predpokladá rovnaká závislosť medzi nimi aj na prognózované obdobia.



Obrázok 6 Ilustrácia vzťahu vysvetľovanej premennej a vysvetľujúcich premenných. Vľavo s nízkou kolinearitou a vpravo bez kolinearity. Zdroj: Gujarati (2012, str. 344)

4.3.3 VIF – Variance Inflation Factor

Variance Inflation Factor nám ukazuje ako sa smerodajná odchýlka regresora zvyšuje prítomnosťou multikolinearity.

$$VIF = \frac{1}{(1 - r_{23}^2)} \quad (1.16.)$$

Ako je zo vzorca zrejmé, v prípade neprítomnosti kolinearity medzi X_2 a X_3 bude hodnota VIF rovná 1. (Gujarati, 2003, str. 351)

4.4 Metóda kĺzavých priemerov

Metóda kĺzavých priemerov spočíva v tom, že postupnosť empirických pozorovaní nahradíme postupnosťou priemerov vypočítaných z tohto pozorovania

4.4.1 Jednoduchý kĺzavý priemer

Klímek (2010, s. 83) uvádza, že jeho podstatou je vyrovnanie úsekov časovej rady o dĺžke $(2p+1)$ lineárnym trendom a nahradenie každého úseku prostým aritmetickým priemerom.

$$\bar{y}_t = \frac{y_{t-p} + y_{t-p+1} + \dots + y_{t+p-1} + y_{t+p}}{2p + 1} \quad (1.17.)$$

$t = p+1, p+2, \dots, n - p.$

Počet pozorovaní z ktorých sú jednotlivé kĺzavé priemery počítané sa nazýva kĺzavá časť obdobia interpolácie $m = (2p+1)$ pre $m < n$, kde n je celkový počet pozorovaní.

4.5 Regresia a kauzalita

4.5.1 Regresia verzus Kauzalita

Napriek tomu že regresná analýza sa zaoberá závislosťou jednej premennej na iných premenných nemôžeme z nej istotou konštatovať kauzalitu.

V špecifických prípadoch ako sú časové rady alebo úrodnosť v závislosti na zrážkach je nezávislá premenná zrejماً nie zo štatistickej implikácie ale zo zdravého rozumu. (Brooks, 2008, str. 28)

4.5.2 Regresia verzus Korelácia

Sú blízko príbuzné ale koncepčne veľmi rozdielne. Cieľom korelačnej analýzy je nájsť silu stupňa závislosti medzi dvomi premennými. V regresnej analýze nám ale nejde o popísanie stupňa závislosti napríklad známkami z fyziky a matematiky ale o predikciu priemernej hodnoty jednej premennej v závislosti na fixných hodnotách iných premenných. (Brooks, 2008, str. 28)

II. PRAKTICKÁ ČÁST

5 MODELOVANIE AKCIOVÉHO INDEXU FTSE 100

V praktickej časti pristúpime k vytvoreniu ekonometrického modelu ktorý by čo najvýstižnejšie popisoval vývoj akciových indexov DAX a FTSE100. Pri vyberaní najvhodnejšieho modelu nám pomôžu nami už stanovené interpolačné kritériá. Pri vyhodnocovaní vhodnosti daného modelu sa teda zameriame na:

- Korigovaný koeficient determinácie KR^2 (vo výstupe nášho štatistického programu vystupuje ako Adjusted R-squared);
- Durbin-Watsonova štatistika – s pomocou DW štatistiky v modeli zistíme autokoreláciu prvého radu;
- Smerodajná odchýlka chýb (R.M.S.E.).

5.1 Model vývoja akciového indexu FTSE100

Nás model bude obsahovať 3 parametre:

- Dlhodobú úrokovú mieru označenú ako LTIGB
- Hodnotu indexu EURO STOXX 50 označenú ako EUROSTOXX
- Hodnotu HDP Veľkej Británie označenú ako GDPGB

Modelovacia časť našich dát zahrnuje štvrt'ročné hodnoty týchto ukazovateľov od 1.kvartálu roku 1991 do 4. Kvartálu roku 2008 teda 72 pozorovaní. Testovaciu časť našich dát budú tvoriť štvrt'ročné pozorovania hodnoty parametrov od 1.kvartálu 2009 do 4. Kvartálu 2013, teda 20 pozorovaní. Pri výpočte budeme pracovať so zlogaritmovanými hodnotami premenných.

Vývoj akciového indexu FTSE100 sme sa pokúsili popísať pomocou troch trendov:

Lineárneho trendu:

$$FTSE = \alpha_0 + \alpha_1 \ln LTIGB + \alpha_2 \ln EUROSTOXX + \alpha_3 \ln GDP \quad (1.18.)$$

Kvadratického trendu:

$$FTSE = \alpha_0 + \alpha_1 \ln LTIGB + \alpha_2 \ln LTIGB^2 + \alpha_3 \ln EUROSTOXX + \alpha_4 \ln EUROSTOXX^2 + \alpha_5 \ln GDP + \alpha_6 \ln GDP^2 \quad (1.19.)$$

Kubického trendu:

$$\begin{aligned} \text{FTSE} = & \alpha_0 + \alpha_1 \ln \text{LTIGB} + \alpha_2 \ln \text{LTIGB}^2 + \alpha_3 \ln \text{LTIGB}^3 + \alpha_4 \ln \text{EUROS-} \\ & \text{TOXX} + \alpha_5 \ln \text{EUROSTOXX}^2 + \alpha_6 \ln \text{EUROSTOXX}^3 + \alpha_7 \ln \text{GDP} + \alpha_8 \\ & \ln \text{GDP}^2 + \alpha_9 \ln \text{GDP}^3 \end{aligned} \quad (1.20.)$$

Vzťah modelov k našim vybraným interpolačným kritériám zhrňuje nasledujúca tabuľka. Podľa našich predbežných interpolačných kritérií sa z vybraných trendov javí ako najvhodnejší trend kubický.

FTSE 100	ADJR2	DW	RMSE
LINEÁRNY TREND	0,9527	0,3	0,065
KVADRATICKÝ TREND	0,9699	0,722	0,051
KUBICKÝ TREND	0,9851	0,988	0,035

Tabuľka 1 Interpolačné kritériá

Pri pohľade na hodnotu DW-štatistiky ktorá je príliš nízka vzniká odôvodnené podozrenie že v našom modeli je prítomná pozitívna autokorelácia prvého radu.

5.2 Problém multikolinearity v trendovej funkcii FTSE100

Jedným zo základných predpokladov použitia metódy najmenších štvorcov je že neexistuje medzi našimi regresormi značná multikolinearita. Pri použití zmieného kubického a kvadratického trendu ale k značnej multikolinearite dochádza. K detekcii multikolinearity použijeme test VIF teda Variance Inflation Factor.

	Variables	VIF
1	ln.HDP.UK	6466.706
2	ln.EURO.STOXX.50	1858.639
3	ln.FTSE.100	NaN
4	ln.LTI.GB	3343.576
5	HDPUKSQ	3292.278
6	EUROSTOXXSQ	8545.373
7	FTSESQ	26212.494
8	LTISQ	1384.648

Obrázok 7 VIF test vysvetľujúcich premenných

Pričom pripomíname, že hodnoty $VIF > 10$ naznačujú silnú multikolaritu premennej na ostatných faktoroch. Ak by sme začali postupným odstraňovaním premenných spôsobujúcich multikolaritu museli by sme odstrániť značnú časť vysvetľujúcich premenných. Hodnoty VIF nezlepšila ani úprava premenných ich vycentrovaním vlastným aritmetickým priemerom. Vzhľadom na minimálne rozdiely medzi našimi trendmi z pohľadu našich vybraných interpolačných kritérií sa nám teda bude problém multikolarity oveľa ľahšie riešiť pri trende lineárnom.

$$FTSE = \alpha_0 + \alpha_1 \ln LTIGB + \alpha_2 \ln EURO STOXX + \alpha_3 \ln GDPGB$$

Pre odstránenie multikolarity zvážime prevedenie nasledovných krokov:

- Vycentrujeme premenné pomocou ich aritmetických priemerov
- Rozšírime náš súbor pozorovaní
- Vylúčime z modelu parameter s nízkou hodnotou t -štatistiky

Rozšíriť náš súbor pozorovaní vzhľadom k povahe niektorých našich vysvetľujúcich premenných nie je možné. Rozšírenie nášho súboru získaním napríklad mesačných hodnôt HDP alebo získaním údajov o hodnotách akciových indexov z pred doby od ktorých sú oficiálne vypočítavané je problematické. Pri našom modelovaní budeme teda používať hlavne metódu vylúčenia pre model nie kľúčového parametra s vysokou hodnotou VIF alebo vycentrovanie nasej vysvetľujúcej premennej.

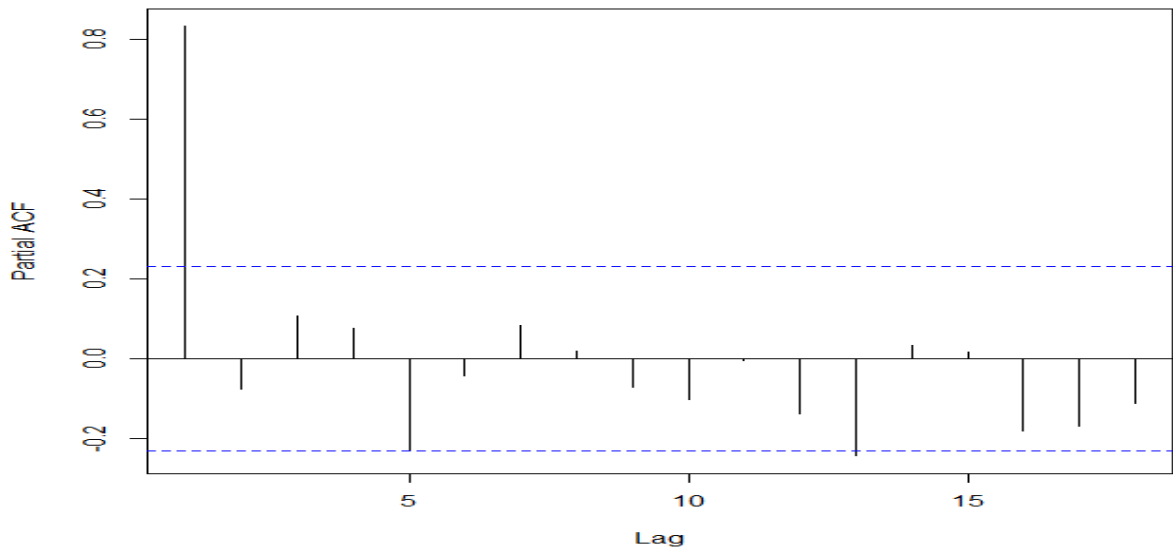
	Variables	VIF
1	ln.LTI.GB	7.000984
2	ln.EURO.STOXX.50	3.927322
3	ln.HDP.UK	6.046895

Obrázok 8 VIF vysvetľujúcich premenných lineárneho trendu FTSE

VIF nám pri týchto vysvetľujúcich premenných nepoukazuje na prítomnosť multikolarity. Tento test budeme opakovať pri prípadnom zavedení omeškanej premennej.

5.3 Problém autokorelácie

Nízka hodnota Durbin-Watsonovej štatistiky poukazuje na prítomnosť autokorelácie reziduálnej zložky. Jej si tiež môžeme overiť parciálnou autokorelačnou funkciou.



Obrázok 9 Parciálna autokorelačná funkcia Lineárneho trendu FTSE

Vidíme že kritická hodnota zvýraznená modrou prerušovanou čiarou je niekoľkokrát prekročená. Taktiež hodnota testu Box-Pierce je príliš nízka a ďaleko od hodnoty 0,05.

Box-Pierce test

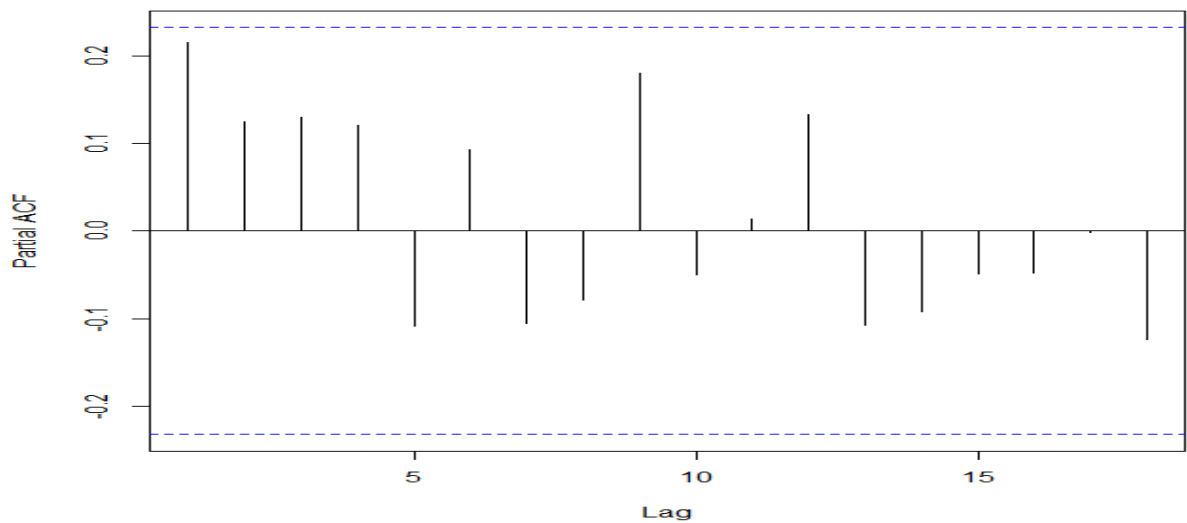
```
data: R1
X-squared = 148.0833, df = 10, p-value < 2.2e-16
```

Obrázok 10 Výsledok testu Box-Pierce

Tento problém budeme riešiť zavedením omeškanej vysvetľovanej premennej ktorú označíme FTSELAG. Funkcia nášho lineárneho trendu teda získa podobu vo všeobecnom tvare:

$$FTSE = \alpha_0 + \alpha_1 \ln LTIGB + \alpha_2 \ln EURO\ STOXX + \alpha_3 \ln GDPGB + \alpha_4 \ln FTSELAG$$

Pri opätovnom pohľade na parciálnu autokorelačnú funkciu vidíme, že zavedenie omeškanej vysvetľovanej premennej zmiernilo autokoreláciu reziduálnej zložky na prijateľnú úroveň.



Obrázok 11 Parciálna autokorelačná funkcia po zavedení omeškanej vysvetľovanej premennej

Účinnosť tohto kroku potvrdil aj test Box-Pierce.

```
data: R2
X-squared = 12.5806, df = 10, p-value = 0.2481
```

Obrázok 12 Test Box-Pierce po zavedení omeškanej vysvetľovanej premennej. Zároveň sa ale musíme uistiť, že naša omeškaná vysvetľovaná premenná nie je silno závislá na ostatných vysvetľujúcich premenných a nespôsobili sme tým multikolinearitu.

	Variables	VIF
1	ln.LTI.GB	7.025886
2	ln.EURO.STOXX.50	12.366127
3	ln.HDP.UK	6.057031
4	FTSELAG	8.235160

Obrázok 13 Pridanie omeškanej vysvetľovanej premennej spôsobilo multikolinearitu

Vysoká hodnota VIF sa vyskytuje u premennej EURO STOXX 50. Tento problém sme sa pokúsili riešiť vycentrovaním premennej jej aritmetickým priemerom ale tento prístup vôbec nepomohol a hodnota VIF sa držala stále na čísle 12. Pristúpili sme teda k odstráneniu premennej EUROSTOXX z modelu. VIF vykazoval po tomto kroku nasledovné hodnoty.

	Variables	VIF
1	ln.HDP.UK	5.879125
2	FTSELAG	2.615380
3	ln.LTI.GB	6.422725

Obrázok 14 VIF po odstránení premennej EUROSTOXX

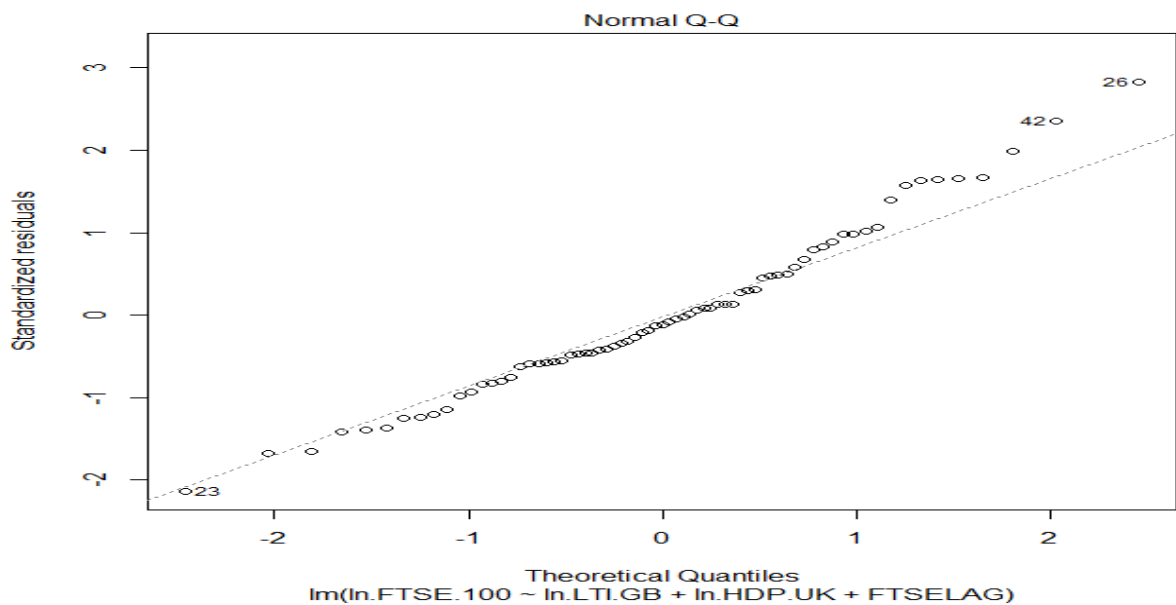
Problém multikolinearity a autokorelácie sa nám týmto podarilo zmierniť na prijateľnú úroveň.

5.4 Overenie základných predpokladov pre použitie MNČ

Pred stanovením finálnej formy našej trendovej funkcie by sme si mali overiť ešte niektoré ďalšie predpoklady pre použitie metódy najmenších štvorcov ktorými budú:

- 1- Normálne rozdelenie reziduálnej zložky
- 2- Konečný a konštantný rozptyl náhodnej zložky (homoskedasticita)

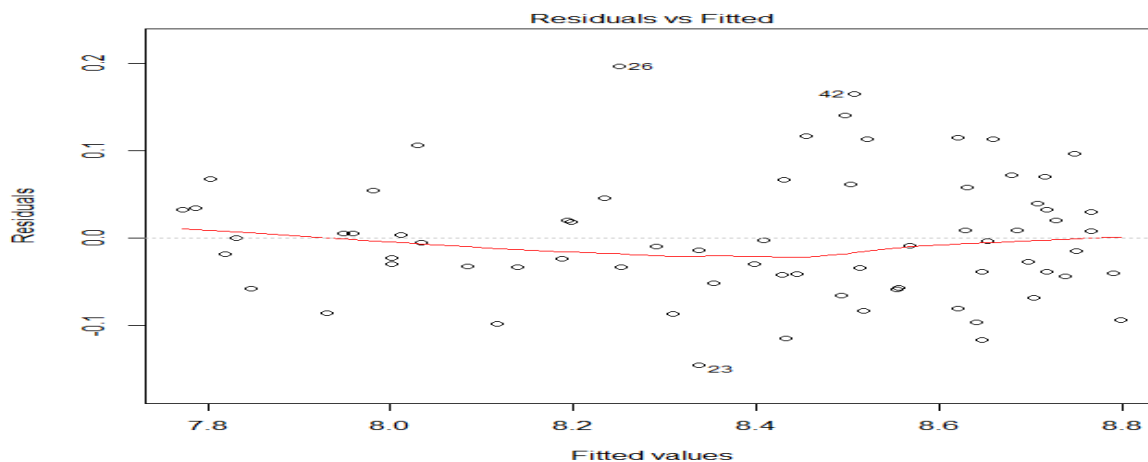
Normálne rozdelenie reziduálnej zložky si overíme graficky v grafe Q-Q reziduálnej zložky.



Obrázok 15 Graf Q-Q reziduálnej zložky

Odchýlky kvantilov od osi 45° sú zanedbateľné, teda môžeme konštatovať že reziduálna zložka má blízko k normálnemu rozdeleniu.

Rozptyl náhodnej zložky overíme graficky pomocou grafu závislosti rezíduí a modelom vypočítaných hodnôt.



Obrázok 16 grafický test homoskedasticity

V prípade dokonalej homoskedasticity sme na grafe videli rovná horizontálnu líniu ktorá vy prekrývala prerušovanú čiaru. Odchýlky našej náhodnej zložky sú v tomto prípade tolerovateľné.

5.5 Výsledná podoba modelu FTSE 100

Finálna forma nášho modelu je teda:

$$FTSE = \alpha_0 + \alpha_1 \ln LTIGB + \alpha_2 \ln GDPGB + \alpha_3 \ln FTSELAG$$

Nasleduje výpočet charakteristík modelu.

```
Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-0.145434 -0.041223 -0.008508  0.037447  0.196407

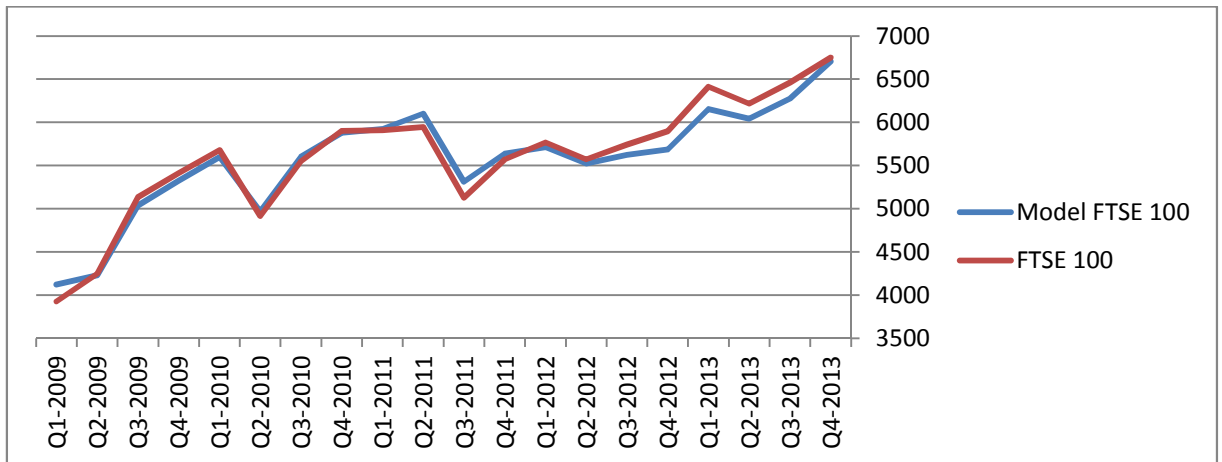
Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -0.74503    1.93191  -0.386   0.701
ln.LTI.GB   -0.06871    0.07855  -0.875   0.385
ln.HDP.UK    0.11650    0.12796   0.910   0.366
FTSELAG      0.90298    0.04512  20.012 <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.0714 on 67 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9505,    Adjusted R-squared:  0.9482
F-statistic: 428.4 on 3 and 67 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Obrázok 17 Sumár charakteristík finálneho modelu (Zdroj: autor)

Vidíme že koeficient determinácie si udržal vysokú úroveň aj po odstránení vysvetľujúcej premennej EUROSTOXX. Do nášho modelu doplníme koeficienty z tabuľky.

$$FTSE = -0,74503 - 0,06871 \ln LTIGB + 0,1165 \ln GDPGB + 0,902 \ln FTSELAG$$



Obrázok 18 Priebek vymodelovaných hodnôt FTSE 100 oproti skutočnému priebehu tohto indexu

Náš model aj napriek odstráneniu jednej vysvetľujúcich premenných popisuje akciový index prekvapujúco presne. Viditeľné odchýlky sa začínajú v našej testovacej časti dát až od 2 kvartálu 2012. Tieto odchýlky sú spôsobené pravdepodobne vplyvom premennej ktorá z pohľadu nášho modelu od polovice roku 2012 bezprecedentne vplýva na vývoj akciového indexu FTSE 100.

6 MODELOVANIE AKCIOVÉHO INDEXU DAX

Pri modelovaní indexu DAX použijeme obdobné parametre ako pri indexe FTSE100. Našími parametrami teda budú:

- 1) Dlhodobú úrokovú mieru označenú ako LTIGER
- 2) Hodnotu indexu EURO STOXX 50 označenú ako EUROS TOXX
- 3) Hodnotu HDP Nemecka označenú ako GDPGER

Modelovacia časť našich dát zahrnuje štvrtročné hodnoty týchto ukazovateľov od 1. kvartálu roku 1991 do 4. kvartálu roku 2008 teda 72 pozorovaní. Testovaciu časť našich dát budú tvoriť štvrtročné pozorovania hodnoty parametrov od 1. kvartálu 2009 do 4. kvartálu 2013, teda 20 pozorovaní. Pri výpočte budeme pracovať so zlogaritmovanými hodnotami uvedených premenných.

V nižšie uvedenej tabuľke vidíme hodnoty našich interpolačných kritérií.

DAX	ADJR2	DW	RMSE
LINEÁRNÍ TREND	0,974	0,51	0,08
KVADRATICKÝ TREND	0,9796	0,7414	0,0697
KUBICKÝ TREND	0,9792	0,755	0,0693

Tabuľka 2 Interpolačné kritériá pre model indexu DAX

Na rozdiel od tabuľky v kapitole o modelovaní indexu FTSE vidíme v tejto tabuľke iba minimálne rozdiely medzi kvadratickým a kubickým trendom z pohľadu nami vybraných interpolačných kritérií. Pre dôvody totožné z kapitoly o modelovaní vývoja indexu FTSE 100 sme si zvolili na naše modelovanie lineárny trend. Aj v tomto prípade vidíme pri našich modeloch nízku hodnotu DW -štatistiky preto pristúpime podrobnejšiemu skúmaniu a následnému zmierneniu autokoreláciu. Pristúpime ale najprv k identifikácii problému multikolinearity.

6.1 Problém multikolinearity v modeli DAX

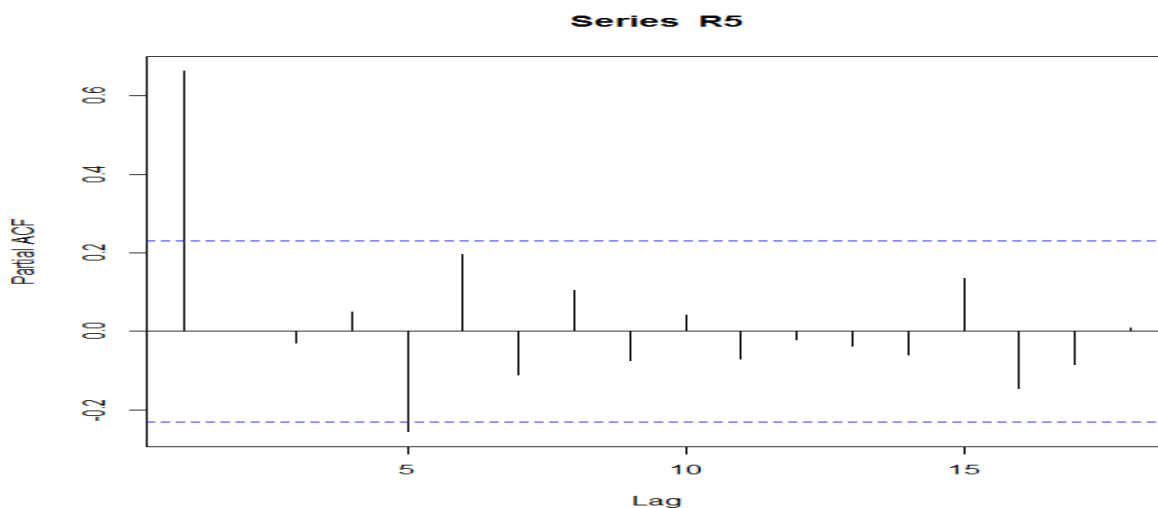
Pri pohľade na hodnoty VIF nevykazuje žiadna veličina známky multikolinearity keďže hodnoty VIF všetkých parametrov sú menšie ako kritická hodnota 10 ktorá označuje už silnú multikolinearitu.

```
Variables      VIF
1      ln.HDP.GER 4.604085
2 ln.EURO.STOXX.50 3.830192
3      ln.LTI.GER 3.918844
```

Obrázok 19 VIF vysvetľujúcich premenných modelu DAX

6.2 Problém autokorelácie reziduálnej zložky

Nízka hodnota DW-štatistiky naznačuje problém autokorelácie reziduálnej zložky. Toto podozrenie potvrdil graf parciálnej autokorelačnej funkcie a test Box-Pierce.



Obrázok 20 Parciálna autokorelačná funkcia lineárneho modelu DAX

Box-Pierce test

```
data: R5
X-squared = 54.0826, df = 10, p-value = 4.683e-08
```

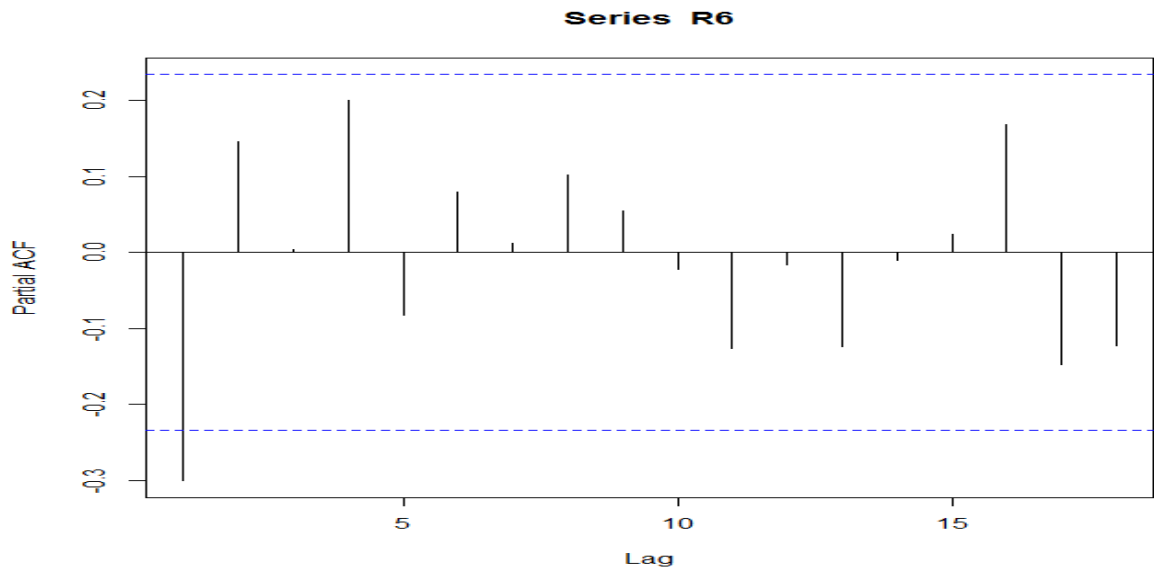
Obrázok 21 Test Box-Pierce rezíduí lineárneho modelu DAX

Test Box-Pierce ukazuje veľmi nízku hodnotu p a na grafe parciálnej autokorelačnej funkcie vidíme niekoľkokrát prekročený kritický interval označený modrou prerušovanou čiarou. V tomto prípade ide o výraznú pozitívnu autokoreláciu.

Postupujeme teda zavedením omeškanej vysvetľovanej premennej ktorú označíme DAXLAG a test zopakujeme. Model teda dostane podobu:

$$DAX = \alpha_0 + \alpha_1 \ln LTIGER + \alpha_2 \ln EUROSTOXX + \alpha_3 \ln GDPGER + \alpha_4 \ln DAXLAG \quad (1.21.)$$

Opakovaný test ukázal zlepšenie situácie.



Obrázok 22 Parciálna autokorelačná funkcia po zavedení omeškanej vysvetľovanej premennej DAXLAG

Problém autokorelácie sa nám tento krát pod kritickú hodnotu obmedziť nepodarilo. Na grafe parciálnej autokorelačnej funkcie je tento krát jasne badateľná negatívna autokorelácia reziduálnej zložky. Namiesto zavedenia omeškanej vysvetľovanej premennej sme sa taktiež pokúšali o modifikáciu časovej štruktúry vysvetľujúcich premenných, ani to však problém autokorelácie neodstránilo.

Ďalej si musíme overiť, či zavedenie omeškanej vysvetľovanej premennej nespôsobilo problém multikolinearity.

	Variables	VIF
1	DAXLAG	8.312088
2	lnHDP.GER	4.981174
3	lnEUROSTOXX50	10.030482
4	ln.LTIGER	4.278634

Obrázok 23 Problém multikolinearity premennej EUROSTOXX

Vidíme, že po zavedení omeškanej vysvetľovanej premennej nám parameter EUROSTOXX vykazuje príliš vysokú hodnotu ukazovateľa VIF. Tento problém sa pokúsime vyriešiť vycentrovaním parametra EUROSTOXX jeho aritmetickým priemerom.

Variables	VIF
1 DAXLAG	12.349839
2 lnHDP.GER	4.308631
3 ln.LTIGER	4.305230
4 MeanEURO	13.728490

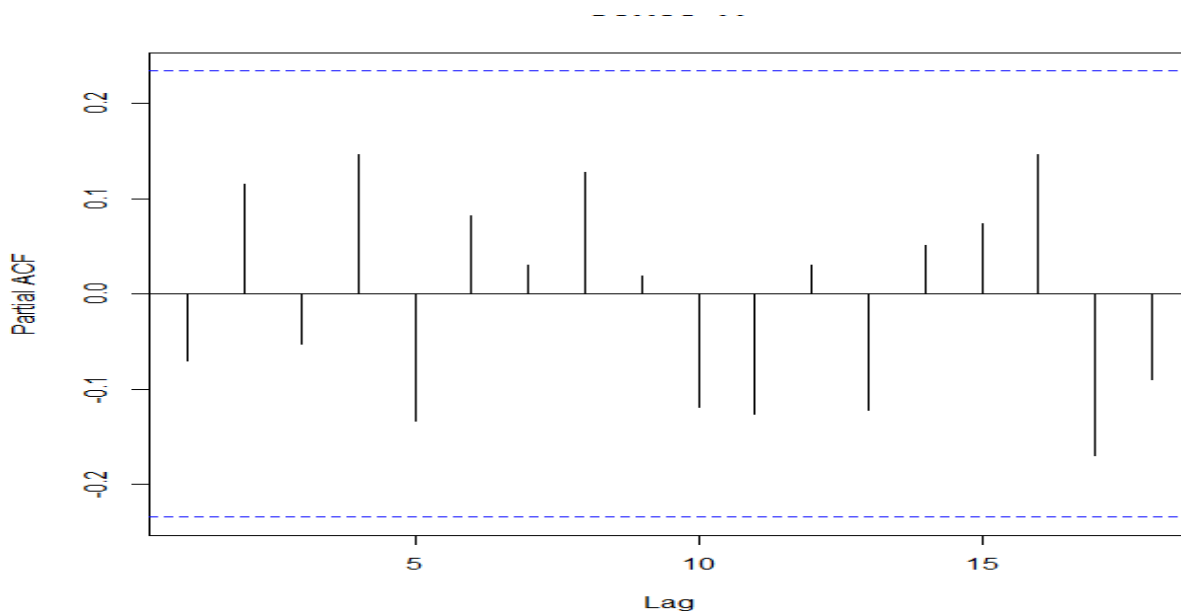
Obrázok 24 Hodnoty VIF po vycentrovaní premennej EUROSTOXX

Vidíme, že vycentrovanie premennej EUROSTOXX problém multikolinearity iba zhoršilo preto je na mieste odstránenie tejto premennej z nášho modelu.

Variables	VIF
1 DAXLAG	3.285267
2 lnHDP.GER	4.061081
3 ln.LTIGER	4.274362

Obrázok 25 Odstránenie premennej EUROSTOXX odstránilo problém multikolinearity

Odstránenie parametra EUROSTOXX nám ale odstránilo aj problém autokorelácie z nášho modelu, čo nám potvrdil aj graf parciálnej autokorelačnej funkcie.



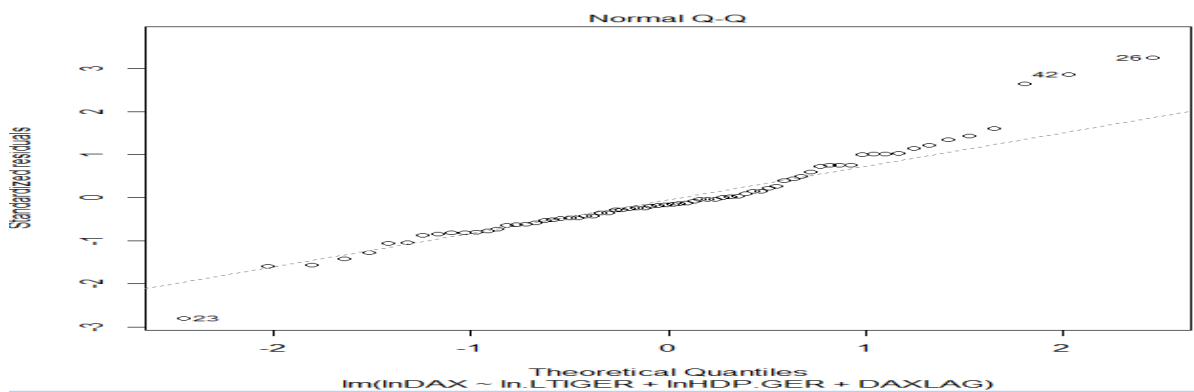
Obrázok 26 Graf parciálnej autokorelačnej funkcie po odstránení parametra EUROSTOXX

6.3 Overenie základných predpokladov pre použitie MNČ.

Pred prevedením regresie je ešte na mieste overenie zvyšných predpokladov pre použitie metódy najmenších štvorcov.

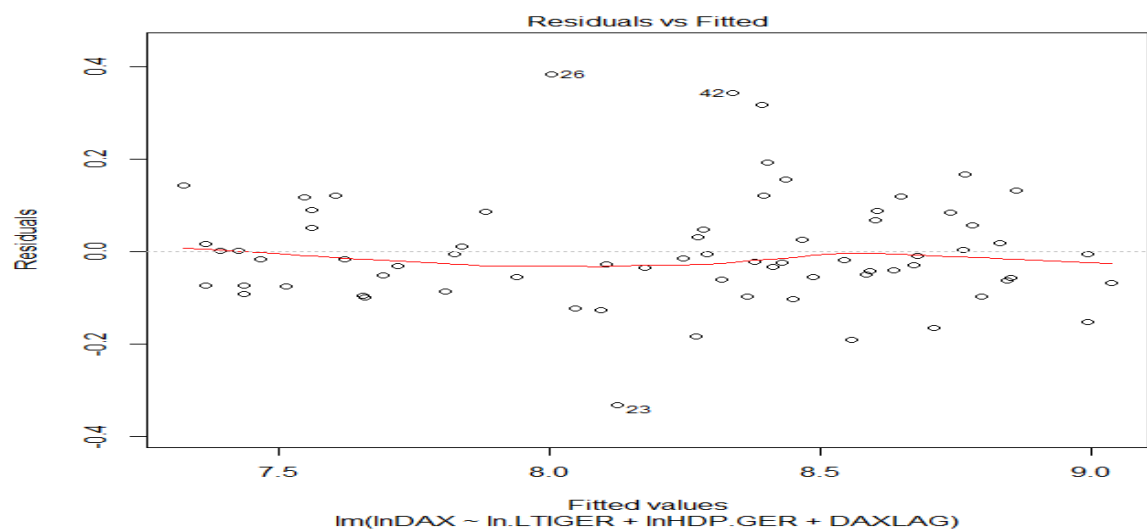
- 1- Normálne rozdelenie reziduálnej zložky
- 2- Konečný a konštantný rozptyl náhodnej zložky (homoskedasticita)

Normálne rozdelenie reziduálnej zložky si overíme graficky v grafe Q-Q reziduálnej zložky.



Obrázok 27 Graf Q-Q reziduálnej zložky

Pozorujeme iba niekoľko jasne badateľných odchýlok od osi 45°. Naše reziduá majú blízko k normálnemu rozdeleniu. Takisto ako aj v predchádzajúcom prípade je naša odchýlka od homoskedasticity naozaj malá takže tieto 2 k kritéria môžeme považovať za splnené.



Obrázok 28 Graf rezíduí a modelom vypočítaných hodnôt

6.4 Výsledná podoba nášho lineárneho modelu

```

Residuals:
      Min       1Q   Median       3Q      Max
-0.33227 -0.06652 -0.01802  0.05554  0.38211

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -19.73139    5.72383  -3.447 0.000990 ***
ln.LTIGER    0.15053    0.11294   1.333 0.187177
lnHDP.GER    1.38686    0.39010   3.555 0.000704 ***
DAXLAG       0.88307    0.05269  16.759 < 2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.1215 on 66 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9461,    Adjusted R-squared:  0.9437
F-statistic: 386.5 on 3 and 66 DF,  p-value: < 2.2e-16

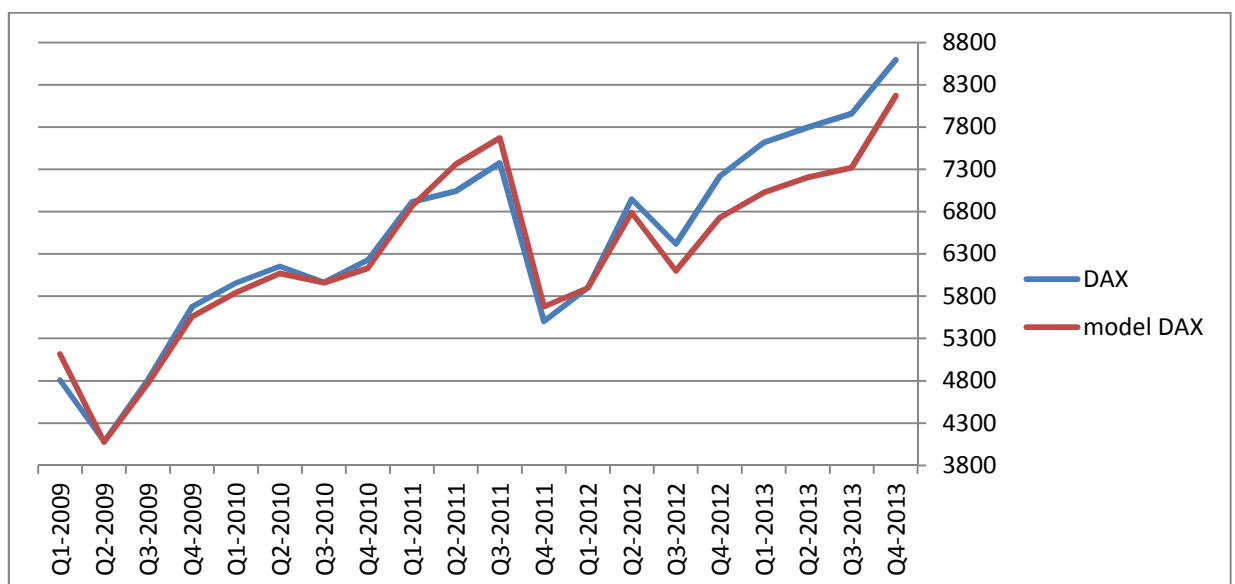
```

Obrázok 29 Prevedenie lineárnej regresie a výstup z programu R

Po prevedení regresie v programe R vidíme, že koeficient determinácie sa udržal na slušnej úrovni aj po odstránení parametra EUROSTOXX.

Výsledný model má teda podobu:

$$DAX = -19,731 + 0,1505 \ln LTIGER + 1,3868 \ln GDPGER + 0,883 \ln DAXLAG \quad (1.22.)$$



Obrázok 30 Porovnanie priebehu vymodelovaných a skutočných hodnôt indexu DAX v testovanom období

Ako vidíme na grafe vyššie, náš model vzhľadom na jednoduchosť jeho stavby popisoval vývoj indexu DAX celkom spoľahlivo až do druhého kvartálu 2012. Od tohto obdobia sú badateľné väčšie odchýlky od modelom predpovedaných a skutočných hodnôt akciového indexu. Takáto istá situácia nastala aj u nášho modelu FTSE100. Môžeme teda predpokladať, že od tejto doby vplývali na vývoj hodnoty akciových indexov FTSE 100 a DAX premenné ktoré náš model nezahrňoval.

7 ZHODNOTENIE A ODPORÚČANIA

7.1 Vhodnosť výberu vysvetľujúcich premenných

Ako sme spomenuli v úvode, jednou z najťažších úloh pri ekonometrickom modelovaní je vhodný výber vysvetľujúcich premenných. Výber našich troch premenných bol úspešný v tom ohľade, že po uskutočnení jednoduchých operácií sme boli schopný eliminovať negatívne javy v ekonometrickom modelovaní ktoré by výrazne zhoršovali výpovednú hodnotu nášho modelu. Na druhej strane, v prípade kubických a kvadratických trendových funkcií by bolo nutné eliminovať z modelu väčšinu vysvetľujúcich premenných z dôvodu ich multikolinearity. Tento problém neodstránilo ani centrovanie regresorov pomocou ich aritmetických priemerov.

7.2 Zhodnotenie výpovednej hodnoty našich modelov

Navrhované jednoduché ekonometrické modely nám umožnili uspokojivú predpoveď tak komplexných ekonomických veličín ako sú hodnoty akciových indexov dvoch najväčších európskych ekonomík. Po otestovaní modelu na našom testovacom súbore vidíme pomerne presnú predpoveď do obdobia 2. Kvartálu 2012. Po tomto období sa na medzinárodnom trhu objavovali sily ktoré naše premenné zjavne ignorovali a preto vidíme nárast hodnoty akciových indexov do bezprecedentných výšok. Jednou z naším modelom ignorovaných príčin mohlo byť kvantitatívne uvoľňovanie a taktiež veľmi nízke hodnoty úrokových sadziieb vo vyspelých svetových ekonomikách ktoré zákonite tlačia európske akciové trhy nahor. S tým súvisiaci odliv investorov od štátnych dlhopisov Nemecka a Veľkej Británie s takmer nulovým úrokom do akciových fondov pri takmer nebadateľnom zvýšení hodnoty HDP a znížení dlhodobých úrokových sadziieb mohol náš model len ťažko zachytiť. Špeciálne po tom, čo sme z jeho vysvetľujúcich premenných boli nútený kvôli problémom s multikolinearitou odstrániť premennú EUROSTOXX. Náš model taktiež poukazuje na to že trend vývoja akciových trhov sa už desaťročia točí okolo vývoja základných charakteristík ekonomiky ktorej spoločnosti jej index tvoria. Preto možno každému, kto sa o finančné trhy zaujíma odporúčať sledovanie parametrov našich vysvetľujúcich premenných ktoré mu po vložení jednoduchého modelu napovedia čo to o súčasnom stave a v prípade že je schopný odhadnúť hodnoty našich regresorov v budúcnosti, tak určite aj o stave budúcom. Z hľadiska odporúčania k ďalšej práci na tejto problematike je nutné podotknúť možnosť implementácie machine learningu alebo použitia zložitejších štatistic-

kých modelov lepšie stavaných k predikcií ekonomických trendov ako je napríklad ARMA (Autoregressive moving average). Samozrejme sa naskytuje aj možnosť zavedenia ďalších vysvetľujúcich premenných akou je napríklad hodnota menového kurzu keďže devízové trhy sú ďalším významným parametrom, ktorý by nám mohol pomôcť analyzovať vývoj akciových indexov.

8 ZÁVER

Cieľom práce bolo za použitia základných štatistických metód zostaviť model na analýzu a predikciu vývoja akciových indexov FTSE 100 a DAX. V práci bola na zostavenie modelu použitá metóda najmenších štvorcov. Aj keď sa táto metóda používa k predikcií ekonomických veličín iba obmedzene, boli sme po jej použití a jej následnej modifikácii schopný vypočítať model ktorý udával pomerne presný obraz súčasného stavu. Zámer teoretickej časti bol objasniť väčšinu štatistických metód, testov a procedúr ktoré nám k praktickej časti pomohli naplniť cieľ našej práce. V jej praktickej časti je namiesto testovaní štatistických hypotéz a výpočtov uvedený často iba výstup zo štatistického programu R. Tento postup sa ukázal ako veľmi názorný keďže v tomto štatistickom programe sme si schopný v priebehu niekoľkých grafických zobrazení a sumára regresnej analýzy overiť všetky predpoklady použitia metódy najmenších štvorcov a okamžite aplikovať nevyhnutné testy na výsledky modelu, či už sú to jeho rezíduá alebo predpovedané hodnoty. Nepochybný vplyv na presnosť nášho modelu mala aj periodicitu vykazovanie našich premenných ktorá vychádzala z povahy našich regresorov, keďže hrubý domáci produkt je možné spoľahlivo zistiť iba vo štvrtročných intervaloch na rozdiel od denných hodnôt akciových indexov a dlhodobých úrokových sadzieb. Parametrov ktoré by mohli mať potenciálne väčší vplyv na hodnotu akciových indexov a pritom neporušiť predpoklady pre metódu najmenších štvorcov je veľmi veľa. Taktiež narážame aj na nekonečné možnosti z pohľadu časovej štruktúry našich vysvetľujúcich premenných. Je totiž reálne aby akciové trhy reagovali na vývoj úrokových sadzieb až s určitým časovým oneskorením podobne je tomu aj pri hodnotách HDP. V praktickej časti sú preto kroky zavádzania omeškaných premenných alebo odstránenia vysvetľujúcej premennej užívané len ako nutnosť splniť predpoklady pre použitie a udržanie výpovednej hodnoty modelu vytvoreného metódou najmenších štvorcov a odstrániť negatívne javy najmä autokoreláciu.

ZOZNAM POUŽITEJ LITERATÚRY

- GUJARATI, Damodar N. 2003. *Basic econometrics*. 4th ed. Boston: McGraw-Hill, xxix, 1002 s. ISBN 978-0-07-233542-2.
- HANČLOVÁ, Jana. 2012. *Ekonometrické modelování: klasické přístupy s aplikacemi*. 1. vyd. Praha: Professional Publishing, 214 s. ISBN 978-80-7431-088-1.
- HUŠEK, Roman. *Aplikovaná ekonometrie: teorie a praxe*. Vyd. 1. Praha: Oeconomica, 2009, 344 s. ISBN 978-80-245-1623-3.
- BROOKS, Chris. 2008. *Introductory econometrics for finance*. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, xxiii, 648 s. ISBN 978-052-1873-062.
- LUKAČÍKOVÁ, Adriana a Martin LUKAČÍK. 2008. EKONÓM. ISBN 978-80-225-2614-2.
- CHEE KONG, Sam. *How Bond yields and Money Supply influence Stock Prices* [online]. [cit. 2015-05-14]. Dostupné z: <http://www.marketoracle.co.uk/Article32587.html>
- KIABA, Martin. *Čo ste nevedeli o akciovom indexe Deutscher Aktien IndeX* [online]. [cit. 2015-05-14]. Dostupné z: <http://www.investicne.sk/2013/06/30/co-ste-nevedeli-o-akciovom-indexe-deutscher-aktien-index/>
- JUREČKA, Václav. 2013. *Makroekonomie*. Praha: Grada Publishing. ISBN 978-80-247-1386-8.
- KLÍMEK, Petr. 2010. *Ekonometrie: studijní pomůcka pro distanční studium*. Vyd. 3., upr. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 158 s. ISBN 978-80-7318-942-6.
- BEŇÁK, Ján. *FTSE* [online]. [cit.2015-05-10].Dostupné z: <http://akademia.trimbroker.com/clanky/FTSE>
- POLOLÁNIK, Lukáš. *Indikátory světových akciových trhů* [online]. [cit. 2015-05-15]. Dostupné z: <http://investice.finance.cz/zpravy/finance/177990-indikatory-svetovych-akciovych-trhu/>
- SHELLOCK, Dave. *Bond market volatility unsettles stocks*. Dostupné také z: <http://www.ft.com/intl/cms/s/0/965f5ee4-f851-11e4-962b-00144feab7de.html>

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

LTI Long Term Interest Rates

ln Prirodzený logaritmus (například $\ln DAX$ znamená prirodzený logaritmus hodnoty DAX)

LAG Omeškanie (například $DAXLAG$ značí hodnotu akciového indexu DAX omeškanú o 1 obdobie)

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obrázok 1 Vzťah obeživa M1 a indexu S&P 500 (The Market Oracle, ©2012)	12
Obrázok 2 Priebeh indexov FTSE 100 a EURO STOXX 50	13
Obrázok 3 Priebeh indexov DAX a EURO STOXX 50	13
Obrázok 4 Priebeh dlhodobých úrokových sadzieb Nemecka a Veľkej Británie.....	14
Obrázok 5 Vývoj akciového indexu DAX.....	14
Obrázok 6 Ilustrácia vzťahu vysvetľovanej premennej a vysvetľujúcich premenných. Vľavo s nízkou kolinearitou a vpravo bez kolinearit. Zdroj: Gujarati (2012, str. 344).....	25
Obrázok 7 VIF test vysvetľujúcich premenných	30
Obrázok 8 VIF vysvetľujúcich premenných lineárneho trendu FTSE	30
Obrázok 9 Parciálna autokorelačná funkcia Lineárneho trendu FTSE.....	31
Obrázok 10 Výsledok testu Box-Pierce.....	31
Obrázok 11 Parciálna autokorelačná funkcia po zavedení omeškanej vysvetľovanej premennej	32
Obrázok 12 Test Box-Pierce po zavedení omeškanej vysvetľovanej premennej.....	32
Obrázok 13 Pridanie omeškanej vysvetľovanej premennej spôsobilo multikolaritu.....	32
Obrázok 14 VIF po odstránení premennej EUROSTOXX	32
Obrázok 15 Sumár charakteristík finálneho modelu (Zdroj: autor)	34
Obrázok 16 Priebeh vymodelovaných hodnôt FTSE 100 oproti skutočnému priebehu tohto indexu.....	35
Obrázok 17 VIF vysvetľujúcich premenných modelu DAX	37
Obrázok 18 Parciálna autokorelačná funkcia lineárneho modelu DAX.....	37
Obrázok 19 Test Box-Pierce rezíduí lineárneho modelu DAX	37
Obrázok 20 Parciálna autokorelačná funkcia po zavedení omeškanej vysvetľovanej premennej DAXLAG	38
Obrázok 21 Problém multikolarity premennej EUROSTOXX.....	38
Obrázok 22 Hodnoty VIF po vycentrovaní premennej EUROSTOXX	39
Obrázok 23 Odstránenie premennej EUROSTOXX odstránilo problém multikolarity	39
Obrázok 24 Graf parciálnej autokorelačnej funkcie po odstránení parametra EUROSTOXX.....	39
Obrázok 25 Graf Q-Q reziduálnej zložky.....	40

Obrázok 26 Graf rezíduí a modelom vypočítaných hodnôt.....	40
Obrázok 27 Prevedenie lineárnej regresie a výstup z programu R.....	41
Obrázok 28 Porovnanie priebehu vymodelovaných a skutočných hodnôt indexu DAX v testovanom období.....	41
+	

SEZNAM TABULEK

Tabuľka 1 Interpolačné kritériá	29
Tabuľka 2 Interpolačné kritériá pre model indexu DAX.....	36
Tabuľka 3 Dáta použité při ekonometrickom modelovaní	55

SEZNAM PRÍLOH

Príloha PI: Tabuľka zdrojových dát použitá k štatistickému modelovaniu

PRÍLOHA P I: DÁTA POUŽITÉ V PRAKTICKEJ ČASTI

HDP UK	HDP GER	EURO STOXX	DAX	FTSE 100	LTI GB	LTI GER	Quarter
2246297,20	2957744,79	3109,00	9552.16	6749,10	2,79	1,75	Q4- 2013
2237210,05	2944501,67	2893,15	8594.40	6462,20	2,67	1,73	Q3- 2013
2221291,39	2935766,69	2602,59	7959.22	6215,50	2,01	1,34	Q2- 2013
2207106,18	2912661,54	2624,02	7795.31	6411,70	2,08	1,47	Q1- 2013
2194035,32	2924496,14	2635,93	7612.39	5897,80	1,80	1,37	Q4- 2012
2201469,78	2936612,13	2454,26	7216.15	5742,10	1,68	1,36	Q3- 2012
2183284,71	2934076,30	2264,72	6416.28	5571,20	1,97	1,42	Q2- 2012
2187176,89	2930413,37	2477,28	6946.83	5768,50	2,22	1,83	Q1- 2012
2185696,46	2921326,44	2316,55	5898.35	5572,30	2,33	1,93	Q4- 2011
2186019,47	2921326,44	2179,66	5502.02	5128,50	2,87	2,26	Q3- 2011
2170902,93	2910055,98	2848,53	7376.24	5945,70	3,56	3,10	Q2- 2011
2165955,60	2904702,44	2910,91	7041.31	5908,80	3,78	3,14	Q1- 2011
2154402,86	2852222,96	2792,82	6914.19	5899,90	3,33	2,60	Q4- 2010
2153869,91	2831372,91	2747,90	6229.02	5548,60	3,29	2,42	Q3- 2010
2140029,23	2809959,30	2573,32	5965.52	4916,90	3,83	2,78	Q2- 2010
2119319,35	2751917,42	2931,16	6153.55	5679,60	4,05	3,18	Q1- 2010
2108590,27	2730854,01	2964,96	5957.43	5412,90	3,74	3,19	Q4- 2009
2100418,30	2707185,96	2872,63	5675.16	5133,90	3,73	3,30	Q3- 2009
2096224,64	2692534,27	2401,69	4808.64	4249,20	3,58	3,32	Q2- 2009
2101704,93	2689153,13	2071,13	4084.76	3926,10	3,54	3,07	Q1- 2009
2140013,08	2815383,22	2447,62	4810.20	4434,20	4,15	3,50	Q4- 2008
2188797,29	2871454,10	3038,20	5831.02	4902,50	4,78	4,26	Q3- 2008
2225840,35	2883006,65	3352,81	6418.32	5625,90	4,91	4,25	Q2- 2008
2231003,01	2889205,40	3628,06	6534.97	5702,10	4,52	3,93	Q1-

							2008
2224042,30	2866311,47	4399,72	8067.32	6456,90	4,79	4,19	Q4-2007
2213673,90	2857295,19	4381,71	7861.51	6466,80	5,18	4,34	Q3-2007
2195165,83	2833909,44	4489,77	8007.32	6607,90	5,21	4,33	Q2-2007
2182041,15	2813341,13	4181,03	6917.03	6308,00	4,86	4,00	Q1-2007
2165508,78	2800731,53	4119,94	6596.92	6220,80	4,59	3,76	Q4-2006
2149320,95	2764665,84	3899,41	6004.33	5960,80	4,62	3,88	Q3-2006
2145563,35	2737898,12	3648,92	5683.31	5833,40	4,61	3,94	Q2-2006
2134866,56	2694788,40	3853,74	5970.08	5964,60	4,18	3,48	Q1-2006
2122495,55	2668584,56	3578,93	5408.26	5618,80	4,29	3,34	Q4-2005
2094259,71	2659568,06	3428,51	5044.12	5477,70	4,28	3,17	Q3-2005
2072914,60	2638153,79	3181,54	4586.28	5113,20	4,44	3,30	Q2-2005
2051833,27	2620402,74	3055,73	4348.77	4894,40	4,64	3,60	Q1-2005
2037448,87	2625192,67	2951,24	4256.08	4814,30	4,66	3,75	Q4-2004
2029223,06	2623502,10	2726,30	3892.90	4570,80	5,01	4,11	Q3-2004
2026601,35	2628010,50	2811,08	4052.73	4464,10	5,09	4,22	Q2-2004
2020512,75	2618430,52	2787,50	3856.70	4385,70	4,77	4,06	Q1-2004
2014068,84	2618782,91	2760,66	3965.16	4476,90	4,96	4,29	Q4-2003
1994155,71	2609766,24	2395,87	3256.78	4091,30	4,58	4,90	Q3-2003
1969257,56	2596804,86	2419,51	3220.58	4031,20	4,27	3,86	Q2-2003
1941963,81	2595396,03	2036,86	2423.87	3613,30	4,31	4,04	Q1-2003
1923407,29	2627799,11	2386,41	2892.63	3940,40	4,61	4,42	Q4-2002
1906029,73	2632871,08	2204,39	2769.03	3721,80	4,75	4,61	Q3-2002
1889448,91	2620754,74	3133,39	4382.56	4656,40	5,20	5,11	Q2-2002
1874036,29	2615401,25	3784,05	5397.29	5271,80	5,02	4,98	Q1-2002
1865589,76	2623502,01	3806,13	5160.10	5217,40	4,78	4,60	Q4-2001

1859786,47	2618993,83	3296,66	4308.15	4903,40	5,06	4,88	Q3-2001
1849929,50	2626883,32	4243,91	6058.38	5642,50	5,09	4,96	Q2-2001
1835873,49	2624629,10	4185,00	5829.95	5633,70	4,79	4,75	Q1-2001
1815335,88	2582717,00	4772,39	6433.61	6222,50	5,08	5,08	Q4-2000
1810006,33	2580180,99	4915,18	6798.12	6294,20	5,32	5,25	Q3-2000
1803217,89	2584125,92	5145,35	6882.44	6312,70	5,31	5,26	Q2-2000
1790270,85	2558484,59	5249,55	7599.39	6540,20	5,61	5,46	Q1-2000
1771730,48	2533056,05	4904,46	6958.14	6930,20	5,53	5,16	Q4-1999
1748345,07	2502625,50	3669,71	5149.83	6029,80	5,50	4,87	Q3-1999
1720313,79	2476139,65	3788,66	5378.52	6318,50	4,89	4,07	Q2-1999
1716254,72	2472194,99	3559,86	4884.20	6295,30	4,46	3,86	Q1-1999
1708120,43	2450569,67	3342,32	5002.39	5882,60	4,82	4,03	Q4-1998
1690909,76	2452260,29	2670,97	4474.51	5064,40	5,52	4,40	Q3-1998
1678845,59	2445215,96	3406,82	5897.44	5832,60	5,82	4,90	Q2-1998
1666248,48	2454232,73	3153,32	5097.30	5932,20	6,05	5,00	Q1-1998
1655713,20	2433029,80	2531,99	4224.30	5135,50	6,50	5,50	Q4-1997
1633802,83	2416969,46	2581,36	4154.90	5244,20	6,99	5,63	Q3-1997
1622110,12	2408234,70	2398,41	3766.90	4604,60	7,32	5,80	Q2-1997
1603758,17	2375550,05	2137,28	3429.10	4312,90	7,40	5,70	Q1-1997
1586503,72	2387947,61	1850,32	2888.70	4118,50	7,57	5,90	Q4-1996
1571988,07	2376113,53	1694,51	2651.90	3953,70	7,85	6,33	Q3-1996
1560614,05	2361180,11	1665,90	2561.40	3711,00	8,07	6,50	Q2-1996
1554118,93	2329340,77	1612,24	2485.90	3699,70	7,75	6,17	Q1-1996
1537254,63	2351952,56	1506,82	2253.90	3689,30	7,79	6,33	Q4-1995
1529899,95	2353361,39	1419,60	2187.00	3508,20	8,11	6,73	Q3-1995
1512381,89	2346598,85	1362,52	2083.90	3314,60	8,24	6,93	Q2-

							1995
1504264,51	2326593,15	1300,13	1922.60	3137,90	8,66	7,43	Q1-1995
1496510,32	2335539,65	1320,59	2106.60	3065,50	8,67	7,50	Q4-1994
1485971,64	2307363,15	1302,53	2011.80	3026,30	8,69	7,17	Q3-1994
1466571,03	2288766,75	1284,60	2025.30	2919,20	8,28	6,77	Q2-1994
1447279,38	2282849,78	1365,74	2133.10	3086,40	6,85	6,07	Q1-1994
1427206,86	2253264,62	1433,34	2266.70	3418,40	6,72	5,97	Q4-1993
1415221,47	2255800,50	1285,92	1915.70	3037,50	7,22	6,40	Q3-1993
1402188,86	2239458,15	1157,58	1697.60	2900,00	8,00	6,77	Q2-1993
1393678,01	2239176,37	1140,82	1684.20	2878,70	7,99	6,93	Q1-1993
1381989,22	2257702,72	1033,51	1545.10	2846,50	8,39	7,40	Q4-1992
1370252,00	2263619,61	968,58	1466.40	2553,00	9,20	7,97	Q3-1992
1359011,15	2269536,40	1056,93	1752.60	2521,20	9,19	8,07	Q2-1992
1357988,16	2285596,44	1060,78	1717.90	2440,10	9,48	7,97	Q1-1992
1354319,90	2247840,26	1000,00	1578.00	2493,10	9,72	8,30	Q4-1991
1351099,58	2220791,68	1007,00	1607.00	2621,70	9,98	8,57	Q3-1991
1355966,38	2231216,57	1003,15	1622.20	2414,80	10,38	8,40	Q2-1991
1361347,70	2241078,03	982,08	1522.80	2456,50	10,34	8,57	Q1-1991

Tabuľka 3 Dáta použité při ekonometrickom modelovaní