

# **Soubor příkladů a úloh implementujících Dynast pro účely výuky předmětů Automatizace, Automa- tické řízení a Teorie systémů**

Radim Hajda

---

Bakalářská práce  
2018



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně  
Fakulta aplikované informatiky

---

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně  
Fakulta aplikované informatiky  
akademický rok: 2017/2018

## ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Radim Hajda**  
Osobní číslo: **A14643**  
Studijní program: **B3902 Inženýrská informatika**  
Studijní obor: **Informační a řídicí technologie**  
Forma studia: **prezenční**

Téma práce: **Soubor příkladů a úloh implementujících Dynast pro účely výuky  
předmětů Automatizace, Automatické řízení a Teorie systémů**

Téma anglicky: **A Collection of Examples and Tasks Implementing Dynast  
for Tuition Purposes in Automation, Automatic Control and  
Control Theory**

Zásady pro vypracování:

1. Vytvořte souhrnný sylabus témat z předmětů Automatizace, Automatické řízení a Teorie systémů. K vybraným tématům vypracujte stručný teoretický výklad.
2. Uveďte matematické modely vybraných spojitých dynamických systémů.
3. Podrobně popište program Dynast, práci s ním a realizujte v něm vybrané matematické modely pomocí blokových a fyzikálních schémat.
4. Navrhněte a vyřešte ukázkové úlohy z předmětů Automatizace, Automatické řízení a Teorie systémů s využitím sestavených modelů a tyto výsledky srovnajte s výstupy programu Dynast a Matlab/Simulink.
5. Navrhněte úlohy k procvičování témat z uvedených předmětů s využitím Dynast.

Rozsah bakalářské práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

1. HLINÁK, Milan. Knihovna komplexních příkladů a úloh z předmětu Teorie systémů. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2013, 116 s. Dostupné také z: <http://hdl.handle.net/10563/25187>. Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně. Fakulta aplikované informatiky, Ústav automatizace a řídicí techniky. Vedoucí práce Pekař, Libor.
2. MANN, Herman a Michal ŠEVČENKO. Snadné počítačové modelování dynamických soustav: Příručka k internetovému kurzu a simulačnímu systému DYNAST. Praha: ČVUT v Praze, 2008.
3. NAVRÁTIL, Pavel. Automatizace: vybrané statě. Ve Zlíně: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2011, 289 s. ISBN 978-80-7318-935-8. Dostupné také z: <http://hdl.handle.net/10563/18581>
4. NOSKIEVIČ, Petr. Modelování a identifikace systémů. Vyd. 1. Ostrava: Montanex, 1999, iv, 276 s. ISBN 80-722-5030-2.
5. OGATA, Katsuhiko. System Dynamics. 4th ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2004, ix, 768 s. ISBN 01-314-2462-9.
6. ŠPAČEK, Ondřej. Simulační modely vybraných řízených systémů. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2015, 104 s. Dostupné také z: <http://hdl.handle.net/10563/34249>. Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně. Fakulta aplikované informatiky, Ústav automatizace a řídicí techniky. Vedoucí práce Navrátil, Pavel.

Vedoucí bakalářské práce:

**Ing. Libor Pekař, Ph.D.**

Ústav automatizace a řídicí techniky

Datum zadání bakalářské práce:

**15. prosince 2017**

Termín odevzdání bakalářské práce:

**25. května 2018**

Ve Zlíně dne 15. prosince 2017

doc. Mgr. Milan Adámek, Ph.D.  
*děkan*



prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.  
*ředitel ústavu*




#### Prohlašuji, že

- beru na vědomí, že odevzdáním bakalářské práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, bez ohledu na výsledek obhajoby;
- beru na vědomí, že bakalářská práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému dostupná k prezenčnímu nahlédnutí, že jeden výtisk diplomové/bakalářské práce bude uložen v příruční knihovně Fakulty aplikované informatiky Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně a jeden výtisk bude uložen u vedoucího práce;
- byl/a jsem seznámen/a s tím, že na moji bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 1 autorského zákona má UTB ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 2 a 3 autorského zákona mohu užít své dílo – diplomovou/bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen připouští-li tak licenční smlouva uzavřená mezi mnou a Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně s tím, že vyrovnání případného přiměřeného příspěvku na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše) bude rovněž předmětem této licenční smlouvy;
- beru na vědomí, že pokud bylo k vypracování bakalářské práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tedy pouze k nekomerčnímu využití), nelze výsledky bakalářské práce využít ke komerčním účelům;
- beru na vědomí, že pokud je výstupem bakalářské práce jakýkoliv softwarový produkt, považují se za součást práce rovněž i zdrojové kódy, popř. soubory, ze kterých se projekt skládá. Neodevzdání této součásti může být důvodem k neobhájení práce.

#### Prohlašuji,

- že jsem na bakalářské práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval. V případě publikace výsledků budu uveden jako spoluautor.
- že odevzdaná verze bakalářské práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

Ve Zlíně, dne 24.5.2018

  
.....  
podpis diplomanta

## **ABSTRAKT**

Předmětem této bakalářské práce je vytvořit knihovnu příkladů a úloh pro výukové účely předmětů Automatizace, Automatické řízení a Teorie systémů. V teoretické části je stručný teoretický výklad probírané látky ze cvičení a je zde také uveden matematický popis vybraných spojitých dynamických systémů. V praktické části jsou na jednotlivých modelech ukázány různé výpočetní techniky. Ke každému modelu je vytvořena simulace v programu DYNAST Shell. U každého modelu jsou srovnány výstupy programu DYNAST Shell a MATLAB/Simulink. Součástí této práce je návod pro použití programu DYNAST Shell a soubor úloh k procvičování.

Klíčová slova: Simulace systému, Lineární spojité dynamické systémy, Laplaceova transformace, DYNAST Shell, Matematický model systému.

## **ABSTRACT**

The goal of this bachelor thesis is to develop a library of exercises and tasks for teaching purposes of Automation, Automatic Control and System Theory courses. The theoretical part contains a brief interpretation of discussed material from the exercises and a mathematical description of chosen dynamic systems. The practical part shows various calculating techniques which are demonstrated on particular models. Each model has its own simulation that is created in the DYNAST Shell program. Output of each model is compared to the Dynast Shell and MATLAB/Simulink outputs. Part of this bachelor thesis is a manual for using the DYNAST Shell program and set of exercises for practicing.

Keywords: System simulation, Linear continuous dynamic systems, Laplace transform, DYNAST Shell, Mathematical model of the system.

Rád bych poděkoval vedoucímu bakalářské práce panu Ing. Liboru Pekařovi, Ph.D. za odborné vedení, cenné připomínky, poskytnutou literaturu a čas při řešení dané problematiky. Dále bych chtěl poděkovat rodině za podporu při studiu.

# OBSAH

<b>ÚVOD</b> .....	<b>9</b>
<b>I TEORETICKÁ ČÁST</b> .....	<b>10</b>
<b>1 SYLABUS K PŘEDMĚTŮM AUTOMATIZACE, AUTOMATICKÉ ŘÍZENÍ A TEORIE SYSTÉMŮ</b> .....	<b>11</b>
1.1 LAPLACEOVA TRANSFORMACE.....	11
1.1.1 Přímá Laplaceova transformace .....	11
1.1.2 Zpětná Laplaceova transformace .....	11
1.1.3 Heavisideův rozvoj.....	11
1.2 VNĚJŠÍ POPIS LINEÁRNÍCH SPOJITÝCH DYNAMICKÝCH SYSTÉMŮ .....	12
1.2.1 Popis systému lineární diferenciální rovnicí .....	12
1.2.2 Přenos systému.....	12
1.2.3 Póly a nuly systému .....	13
1.2.4 Přechodová funkce a přechodová charakteristika systému .....	13
1.2.5 Impulsní funkce a impulsní charakteristika systému .....	13
1.2.6 Popis systémů ve frekvenční oblasti .....	14
1.1.1.1 Frekvenční přenos.....	14
1.1.1.1 Amplitudo-fázová frekvenční charakteristika v komplexní rovině .....	14
1.1.1.1 Frekvenční charakteristika v logaritmických souřadnicích .....	14
1.2.7 Spojité regulátory a metody jejich nastavení .....	15
1.1.1.2 Nastavení kritického zesílení (Ziegler – Nicholsova metoda).....	15
1.1.1.1 Nastavení z přechodové charakteristiky (aperiodického typu).....	16
<b>2 MATEMATICKÝ POPIS VYBRANÝCH DYNAMICKÝCH SYSTÉMŮ</b> .....	<b>18</b>
2.1 INTEGRAČNÍ ČLÁNEK.....	18
2.2 VOZÍK .....	19
2.3 NÁDRŽ S KAPALINOU .....	21
2.4 NÁDRŽE S KAPALINOU .....	23
2.5 STEJNOSMĚRNÝ MOTOR S KONSTANTNÍM BUZENÍM.....	26
<b>II PRAKTICKÁ ČÁST</b> .....	<b>28</b>
<b>3 ŘEŠENÉ PŘÍKLADY VYBRANÝCH SYSTÉMŮ</b> .....	<b>29</b>
3.1 RC OBVOD .....	29
3.1.1 Fyzikální model RC obvodu .....	29
3.1.2 Bloková schémata fyzikálního modelu RC obvodu.....	29
3.1.3 Vykreslení grafů a porovnání výsledků .....	30
1.1.1.1 Simulace napětí na kondenzátoru .....	31
1.1.1.2 Analytického řešení impulsní funkce pomocí parciálních zlomků a srovnání výsledků s programem DYNAST Shell.....	31
1.1.1.1 Porovnání výstupů impulsních charakteristik.....	33
3.2 VOZÍK .....	34
3.2.1 Fyzikální model vozíku.....	34
3.2.2 Bloková schémata vozíku .....	34
3.2.3 Vykreslení grafů a porovnání výsledků .....	35
1.1.1.2 Porovnání průběhů závislosti dráhy na čase .....	35
1.1.1.1 Analytické řešení frekvenčního přenosu.....	35

3.2.3.1	Ověření výpočtu rovnice (77) je možné pozorovat na obrázku (Obrázek 19).....	37
1.1.1.1	Porovnání výstupů Nyquistovy křivky .....	37
1.1.1.2	Porovnání výstupů Bodeho křivek.....	38
3.3	NÁDRŽ S KAPALINOU .....	40
3.3.1	Fyzikální model nádrže s kapalinou.....	40
3.3.2	Bloková schémata nádrže s kapalinou .....	40
3.3.3	Vykreslení grafů a porovnání výsledku .....	41
1.1.1.3	Simulace časové závislosti výšky hladiny nádrže .....	41
1.1.1.4	Analytického řešení přechodové funkce pomocí parciálních zlomků a srovnání výsledků s programem DYNAST Shell.....	42
1.1.1.5	Porovnání výstupů přechodových charakteristik .....	43
3.4	NÁDRŽE S KAPALINOU .....	44
3.4.1	Fyzikální model.....	44
3.4.2	Bloková schémata nádrží s kapalinou .....	45
3.4.3	Vykreslení grafů a porovnání výsledků .....	45
1.1.1.6	Simulace odtoku kapaliny druhé nádrže .....	46
1.1.1.1	Návrh regulátoru z přechodové charakteristiky (aperiodického typu) .....	46
3.4.3.1	Porovnání výstupů regulačních obvodů.....	50
3.5	STEJNOSMĚRNÝ MOTOR S KONSTANTNÍM BUZENÍM.....	51
3.5.1	Fyzikální model.....	51
3.5.2	Bloková schémata DC motoru .....	51
3.5.3	Vykreslení grafů a porovnání výsledků .....	52
3.5.3.1	Simulace časové závislosti otáček stejnosměrného motoru .....	53
1.1.1.2	Návrh regulátoru Ziegler-Nicholsonovou metodou kritických parametrů .....	53
3.5.3.2	Odezvy PID regulátorů na jednotkový skok.....	55
<b>4</b>	<b>ÚLOHY K PROCVIČOVÁNÍ .....</b>	<b>56</b>
4.1	ÚLOHY K JEDNOTLIVÝM MODELŮM.....	56
4.1.1	Model integračního článku.....	56
4.1.2	Model vozíku .....	56
4.1.3	Model nádrže s kapalinou .....	56
4.1.4	Model nádrží s kapalinou .....	57
4.1.5	Model stejnosměrného motoru.....	57
	<b>ZÁVĚR .....</b>	<b>58</b>
	<b>SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY.....</b>	<b>59</b>
	<b>SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK .....</b>	<b>60</b>
	<b>SEZNAM OBRÁZKŮ .....</b>	<b>62</b>
	<b>SEZNAM TABULEK.....</b>	<b>65</b>
	<b>SEZNAM PŘÍLOH.....</b>	<b>66</b>



## ÚVOD

Matematické modelování je účinná metoda, která umožňuje zkoumat vlastnosti pozorovaného objektu. Realizace matematických modelů na počítačích (simulace systémů) je podstatnou součástí návrhu komplikovaných zařízení. Pomocí počítačové simulace je možné s daným modelem zacházet stejně jako s reálným objektem. Neodmyslitelnou výhodou je, že daný objekt se nemůže nijak poškodit a je možné zkoumat i havarijní stavy. Modelování a simulace výrazně ovlivnili rozvoj technických i netechnických oborů. Rozvoj a dostupnost výpočetní techniky příznivě ovlivnili vývoj a využití simulací systémů.

Hlavním účelem této práce je seznámit čtenáře se simulací reálných elektrických, mechanických a hydraulických systémů pomocí programu DYNAST Shell. Tvorbou fyzikálních, ale i matematických modelů v tomto prostředí.

V teoretické části je uveden stručný teoretický výklad k řešené problematice v praktické části. Teoretickou část také tvoří matematický popis vybraných spojitých dynamických systémů. Tyto modely byly vybrány tak, aby bylo možné co nejsnadnějším způsobem demonstrovat výpočetní techniky.

Praktická část je tvořena řešenými příklady, které odpovídají jednotlivým matematickým modelům. Ke každému modelu je vytvořena simulace v programu DYNAST Shell. U každého modelu jsou srovnány výstupy programu DYNAST Shell a MATLAB/Simulink. Součástí této práce je návod na použití programu DYNAST Shell a soubor úloh k procvičování. Všechny vytvořené modely v programu DYNAST Shell jsou dostupné na přiloženém CD.

## **I. TEORETICKÁ ČÁST**

# 1 SYLABUS K PŘEDMĚTŮM AUTOMATIZACE, AUTOMATICKÉ ŘÍZENÍ A TEORIE SYSTÉMŮ

Stručný teoretický výklad se týká pouze problematiky, která je řešena v praktické části.

## 1.1 Laplaceova transformace

Laplaceova transformace je matematický nástroj, který umožňuje řešit úlohy spojité lineární regulace. Lineární spojité dynamické systémy jsou popsány diferenciálními rovnicemi. [1, s. 10]

### 1.1.1 Přímá Laplaceova transformace

Přímá Laplaceova transformace přiřazuje každé po částech spojité funkci  $f(t)$  reálné proměnné  $t$  komplexní funkci  $F(s)$  komplexní proměnné  $s$  dle vztahu

$$F(s) = L\{f(t)\} = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt \quad (1)$$

Pro existenci transformace musí být pro funkci  $f(t)$  splněny tyto podmínky:

- $f(t) = 0$  pro  $t < 0$
- existuje  $M > 0, a > 0$  tak, že platí  $|f(t)| \leq Me^{-at}$

podle [1, s. 10].

### 1.1.2 Zpětná Laplaceova transformace

Zpětná Laplaceova transformace je definována vztahem pomocí křivkového integrálu

$$f(t) = L^{-1}\{F(s)\} = \frac{1}{2\pi j} \oint F(s)e^{st} ds \quad (2)$$

Kde  $L^{-1}$  je operátor zpětné L-transformace,  $F(s)$  je komplexní funkce v oblasti komplexní proměnné  $s$ ,  $t$  je čas a  $C$  je kružnice o poloměru  $r$ , uvnitř které leží všechny singulární body funkce  $F(s)$ . [2, s. 72]

### 1.1.3 Heavisideův rozvoj

Při určování originálu funkce  $f(t)$  k jejímu obrazu  $F(s)$ , se může naskytnout případ, kde funkce  $F(s)$  má ve jmenovateli i čitateli vyšší stupně polynomů. Tuto funkci je nemožné

nalézt ve slovníku Laplaceovy transformace, proto je nutné funkci  $F(s)$  rozložit na parciální zlomky a k těm se poté najde originál podle slovníku Laplaceovy transformace. [3, s. 62]

## 1.2 Vnější popis lineárních spojitéch dynamických systémů

Chování lineárních spojitéch dynamických systémů je možné popsat různými způsoby. Pokud jsou k popisu využívány jen vstupní a výstupní funkce, hovoříme o vnějším popisu. Pokud se používají k popisu systému další veličiny, mluvíme o vnitřním popisu. [1, s. 16]

Vnější popis lineárního systému je možné vyjádřit několika způsoby

- lineární diferenciální rovnice
- přenos systému
- rozložení pólů a nul přenosu systému v komplexní rovině
- impulsní funkce a impulsní charakteristika
- přechodová funkce a přechodová charakteristika
- frekvenční přenos
- frekvenční charakteristika v komplexní rovině
- frekvenční charakteristika v logaritmických souřadnicích

podle [2, s. 90].

### 1.2.1 Popis systému lineární diferenciální rovnicí

Spojité systém s jednou vstupní a jednou výstupní veličinou lze popsat lineární diferenciální rovnicí s konstantními součiniteli ve tvaru

$$\begin{aligned} a_n y^n(t) + a_{n-1} y^{(n-1)} + \dots + a_1 y'(t) + a_0 y(t) \\ = b_m u^{(m)}(t) + \dots + b_0 u(t) \end{aligned} \quad (3)$$

kde  $a_i, b_j$  jsou konstantní koeficienty,  $u(t)$  je vstupní veličina systému,  $y(t)$  je výstupní veličina systému,  $n$  je stupeň nejvyšší derivace výstupní veličiny a  $m$  je stupeň nejvyšší derivace vstupní veličiny. Z podmínky fyzikální realizovatelnosti systému musí platit  $m \leq n$ . [3, s. 72]

### 1.2.2 Přenos systému

Přenos systému je definován jako poměr Laplaceova obrazu výstupní veličiny k Laplaceově obrazu vstupní veličiny za nulových počátečních podmínek systému.

Přenos systému je ve tvaru

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0} \quad (4)$$

kde  $a_i, b_j$  jsou konstantní koeficienty,  $u(t)$  je vstupní veličina systému,  $y(t)$  je výstupní veličina systému,  $U(s)$  je obraz vstupní veličiny,  $Y(s)$  je obraz výstupní veličiny. [3, s. 73]

### 1.2.3 Póly a nuly systému

Přenos spojitého systému ve tvaru pólů a nul

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_m (s - n_1) \dots (s - n_j) \dots (s - n_m)}{a_n (s - p_1) \dots (s - p_j) \dots (s - p_n)} \quad (5)$$

Nuly i póly mohou být reálné, komplexně sdružené, ryze imaginární, jednonásobné i více násobné. Reálné póly způsobují aperiodický přechodový děj. Komplexně sdružené póly způsobují kmitavý přechodový děj. U pólů i nul je nejdůležitější jejich poloha v komplexní rovině vzhledem k imaginární ose. V levé polovině jsou stabilní a v pravé polovině jsou nestabilní. [2, s. 97]

### 1.2.4 Přechodová funkce a přechodová charakteristika systému

Přechodová funkce je odezva na jednotkový skok, při nulových počátečních podmínkách. Označuje se  $h(t)$ . Obraz přechodové funkce je dán vztahem

$$h(t) = L^{-1} \left\{ \frac{G(s)}{s} \right\} \quad (6)$$

Přechodová charakteristika je grafické zobrazení přechodové funkce. [1, s. 18]

### 1.2.5 Impulsní funkce a impulsní charakteristika systému

Impulsní funkce je odezva na jednotkový impuls, při nulových počátečních podmínkách. Označuje se  $i(t)$ . Obraz impulsní funkce je dán vztahem

$$i(t) = L^{-1} \{G(s)\} \quad (7)$$

Impulsní charakteristika je grafické zobrazení impulsní funkce. [1, s. 18]

## 1.2.6 Popis systémů ve frekvenční oblasti

### 1.1.1.1 Frekvenční přenos

Frekvenční přenos je dán vztahem

$$G(j\omega) = G(s)_{s=j\omega} = \frac{Y(j\omega)}{U(j\omega)} = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} \quad (8)$$

kde  $Y(j\omega)$  je Fourierův obraz vstupního signálu,  $U(j\omega)$  je Fourierův obraz výstupního signálu,  $A(\omega)$  je amplituda a  $\varphi(\omega)$  je fázový posun. [2, s. 109]

### 1.1.1.1 Amplitudo-fázová frekvenční charakteristika v komplexní rovině

Amplitudo-fázová frekvenční charakteristika je grafické zobrazení frekvenčního v komplexní rovině. Pro sestavení kmitočtové charakteristiky v komplexní rovině se upraví frekvenční přenos na složkový tvar komplexního čísla

$$G(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega) = RE G(j\omega) + j Im G(j\omega) \quad (9)$$

nebo se upraví na exponenciální tvar komplexního čísla

$$G(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} \quad (10)$$

kde

$$A(\omega) = \sqrt{P(\omega)^2 + Q(\omega)^2} \quad (11)$$

$$\varphi(\omega) = \arctan\left(\frac{Q(\omega)}{P(\omega)}\right) \quad (12)$$

podle [3, s. 84].

### 1.1.1.1 Frekvenční charakteristika v logaritmických souřadnicích

Uvažuje se frekvenční přenos v exponenciálním tvaru

$$G(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} \quad (13)$$

Frekvenční přenos v logaritmických souřadnicích je možné vyjádřit pomocí Bodeho křivek



- a) Logaritmická amplitudová charakteristika

$$A(\omega)[dB] = |G(j\omega)|_{dB} = 20 \log_{10} |G(j\omega)| \quad (14)$$

- b) Logaritmická fázová charakteristika

$$\varphi(\omega) = \arg G(j\omega) = \arctan \frac{Q(\omega)}{P(\omega)} \quad (15)$$

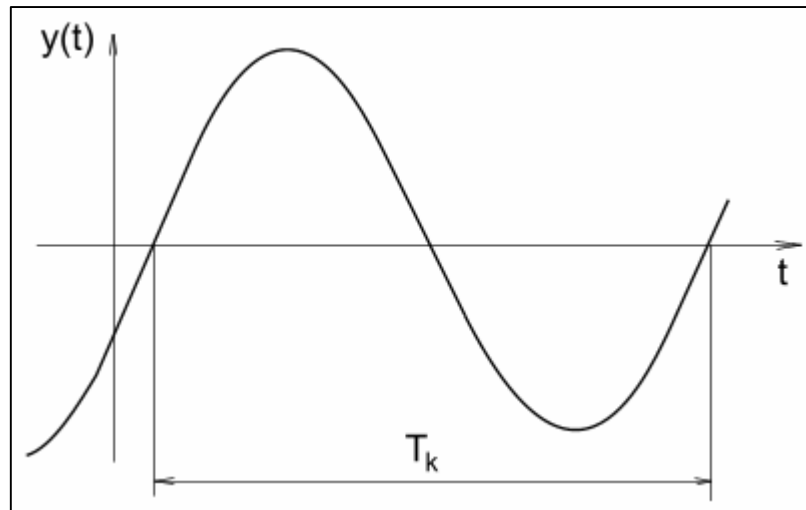
podle [2, s. 114].

## 1.2.7 Spojité regulátory a metody jejich nastavení

### 1.1.1.2 Nastavení kritického zesílení (Ziegler – Nicholsova metoda)

Postup při seřízení, této původně čistě experimentální metody je:

- Použije se pouze proporcionální regulátor ve zpětné vazbě
- Zvyšuje se zesílení  $k_r$ , až k hodnotě  $k_{rk}$  tak, aby obvod byl na hranici stability
- Odečte se perioda těchto netlumených kmitů  $T_k$  podle obrázku (Obrázek 1)
- Vhodné nastavení parametrů P, PI a PID regulátoru udává tabulka (Tabulka 1)



Obrázek 1 – Odečtení periody netlumených kmitů při kritickém zesílení [1, s. 39]

Tabulka 1 - Nastavení parametrů regulátoru metodou Ziegler-Nichols [1, s. 39]

	$k_r$	$T_I$	$T_D$	$r_0$	$r_{-1}$	$r_1$
P	$0,5 k_{rk}$	-	-	$0,5 r_{0k}$	-	-
PI	$0,45 k_{rk}$	$0,85 T_k$	-	$0,45 r_{0k}$	$\frac{0,54 r_{0k}}{T_k}$	-
PD	$0,4 k_{rk}$	-	$0,05 T_k$	$0,4 r_{0k}$	-	$0,02 r_{0k} T_k$
PID	$0,6 k_{rk}$	$0,5 T_k$	$0,12 T_k$	$0,6 r_{0k}$	$\frac{1,2 r_{0k}}{T_k}$	$0,075 r_{0k} T_k$

kde

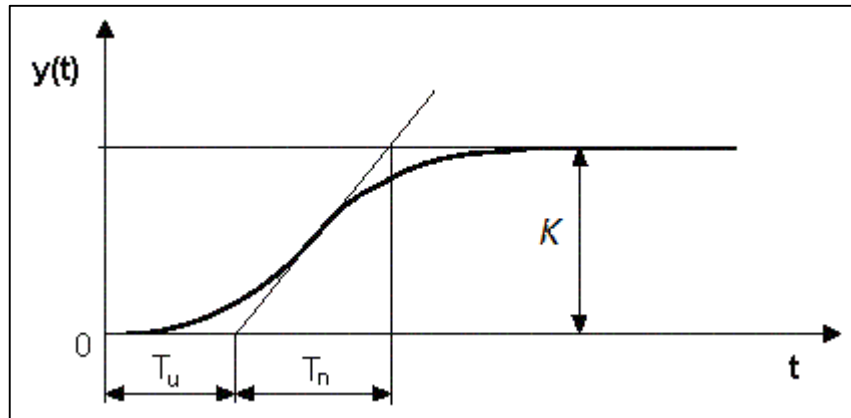
$$G_R(s) = r_0 + \frac{r_{-1}}{s} + r_1 s = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) \quad (16)$$

podle [1, s. 39].

#### 1.1.1.1 Nastavení z přechodové charakteristiky (aperiodického typu)

Rozkmitání regulované soustavy nemusí být v mnoha případech z provozních důvodů přijatelné. Hledaly se tedy alternativní způsoby, jak použít ekvivalent pro tabulku (Tabulka 1) bez tohoto rozkmitání. Jeden ze způsobů, pro prakticky frekventovaný případ aperiodických přechodových charakteristik, ilustruje následující postup

- Naměřit přechodovou charakteristiku
- Odečíst časy  $T_u$ ,  $T_n$  a finální hodnotu  $K$  podle obrázku (Obrázek 2)
- Vypočítat  $\gamma$
- Použít tabulku (Tabulka 2) pro výpočet parametrů regulátoru



Obrázek 2 – Určení parametrů  $T_u$ ,  $T_n$  a  $K$  [1, s. 41]

$T_n$  je doba náběhu a  $T_u$  je doba průtahu. Tečna se konstruuje v inflexním bodě přechodové charakteristiky.

Tabulka 2 – Revidovaná Ziegler-Nicholsova metoda [1, s. 41]

	$k_r$	$T_I$	$T_D$
P	$\gamma \frac{1}{K}$	-	-
PI	$0,9\gamma \frac{1}{K}$	$3,5 T_u$	-
PD	$1,2\gamma \frac{1}{K}$	-	$0,25 T_u$
PID	$1,25\gamma \frac{1}{K}$	$2 T_u$	$0,5 T_u$

kde

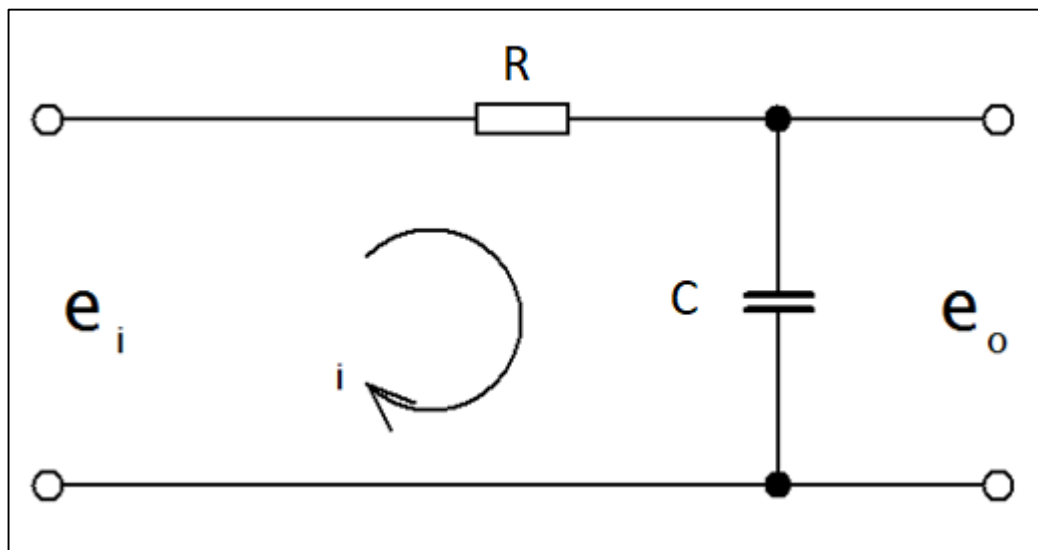
$$\gamma = \frac{T_n}{T_u} \quad (17)$$

podle [1, s. 40-41].

## 2 MATEMATICKÝ POPIS VYBRANÝCH DYNAMICKÝCH SYSTÉMŮ

### 2.1 Integrační článek

Elektrický obvod na obrázku (Obrázek 3) je složen z kondenzátoru o kapacitě  $C$  a rezistoru s odporem  $R$ , kde  $e_i$  je vstupní napětí a  $e_o$  je výstupní napětí.



Obrázek 3 - RC obvod [4, s. 264]

Aplikací druhého Kirchhoffova zákona na systém, dostaneme následující rovnice

$$Ri + \frac{1}{C} \int i dt = e_i \quad (18)$$

$$\frac{1}{C} \int i dt = e_o \quad (19)$$

dle [4, s. 263].

Pro získání přenosové funkce aplikujeme Laplaceovu transformaci na obě strany rovnice (18) a (19) za nulových počátečních podmínek, dostaneme

$$RI(s) + \frac{1}{Cs} I(s) = E_i(s) \quad (20)$$

$$\frac{1}{Cs} I(s) = E_o(s) \quad (21)$$

dle [4, s. 263].

Za předpokladu, že  $e_i$  je vstup a  $e_o$  přenosová funkce systému je

$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{\frac{1}{Cs} I(s)}{RI(s) + \frac{1}{Cs} I(s)} \\ &= \frac{\frac{1}{Cs} I(s)}{\left(R + \frac{1}{Cs}\right) I(s)} \\ &= \frac{1}{RCs + 1} \end{aligned} \quad (22)$$

dle [4, s. 264].

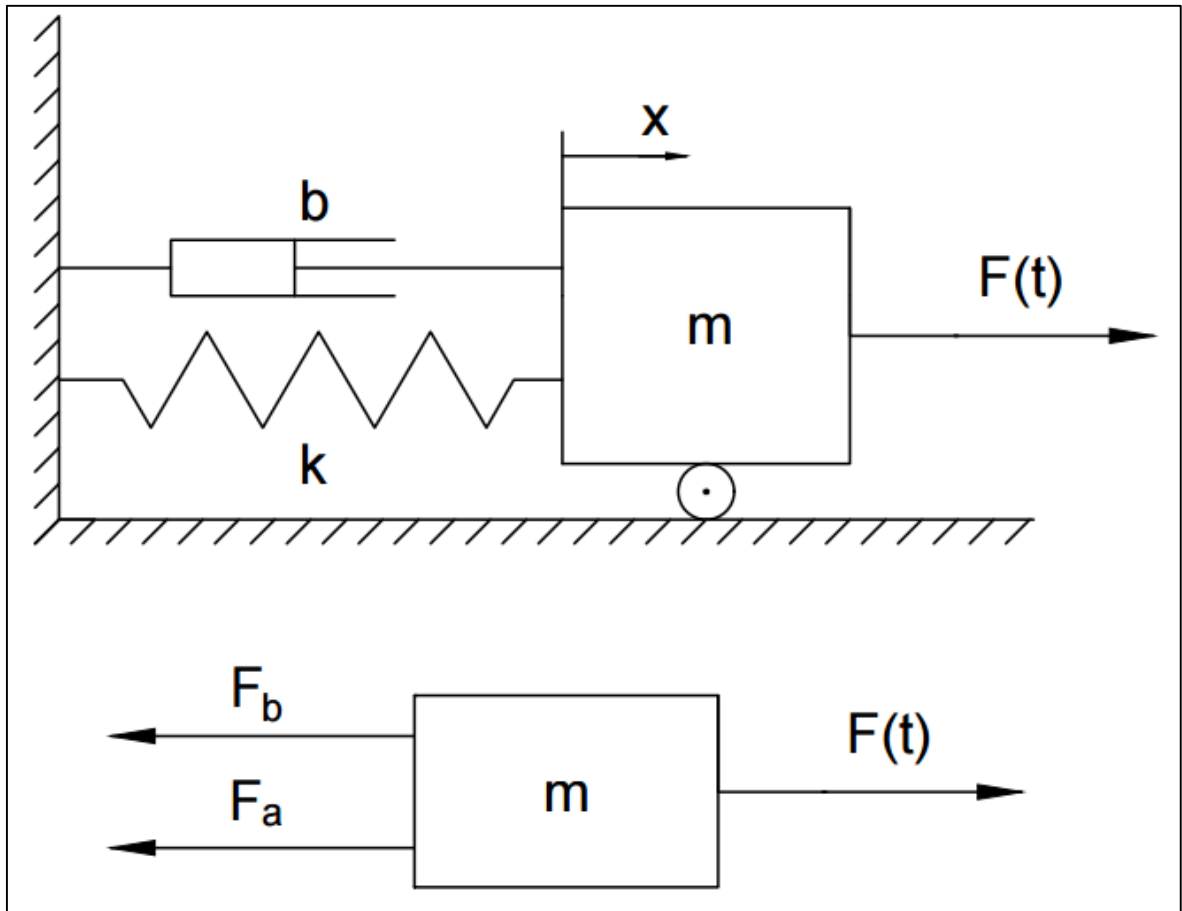
Rovnice přenosu (22) se přepíše na diferenciální rovnici

$$RCe'_o + e_o = e_i \quad (23)$$

dle [4, s. 264].

## 2.2 Vozík

Mechanický systém na obrázku (Obrázek 4) je složen z vozíku o hmotnosti  $m$ , který je spojen s pevnou podložkou pomocí pružiny s tuhostí  $k$  a lineárního tlumiče se součinitelem útlumu  $b$ . Systém také obsahuje dvě nekonzervativní síly – sílu lineárního tlumiče a působící proměnnou sílu  $F(t)$ .



Obrázek 4 – Schéma soustavy vozíku s nekonzervativními silami [5, s. 32]

Jedná se o soustavu s jedním stupněm volnosti. Zavedeme obecnou souřadnici  $x$ , ale se dvěma zobecněnými silami.

Kinetická rovnice soustavy je rovna

$$W_k = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 \quad (24)$$

dle [5, s. 32].

Potenciální energie soustavy je určena potenciální energií pružiny s konstantní tuhostí  $k$

$$W_p = \int_0^x F(x) dx = \int_0^x kx dx = \frac{1}{2} kx^2 \quad (25)$$

dle [5, s. 32].



Určí se virtuální práce vykonávaná nekonzervativními silami  $F_b$  a  $F(t)$ . Po zavedení virtuální výchylky  $\delta x$  a výpočtu virtuální práce vykonané nekonzervativními silami je virtuální práce  $\delta W_{nc}$  rovna

$$\delta W_{nc} = F(t)\delta x - b\dot{x}\delta x = (F(t) - b\dot{x})\delta x \quad (26)$$

pro zobecněnou sílu  $Q_x$  působící ve směru souřadnice  $x$  platí

$$Q_x\delta x = (F(t) - b\dot{x})\delta x \quad (27)$$

$$Q_x = F(t) - b\dot{x} \quad (28)$$

dle [5, s. 33].

Vidíme, že je představována součtem nekonzistentních sil. Při stanovení přírůstku virtuální práce je nutné vzít na vědomí, že všechny síly jsou konstantní podél výchylky  $\delta x$ .

Pro provedení příslušných derivací můžeme sestavit pohybovou rovnici podle obecného zápisu Lagrangeovy rovnice ve tvaru

$$m\ddot{x} + kx = F(t) - b\dot{x} \quad (29)$$

po úpravě se dostane

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F(t) \quad (30)$$

dle [5, s. 33].

Pro získání přenosové funkce ve tvaru  $G(s) = \frac{X(s)}{F(s)}$  se aplikuje Laplaceova transformace na obě strany rovnice (30) za nulových počátečních podmínek.

$$ms^2X(s) + bsX(s) + kX(s) = F(s)$$

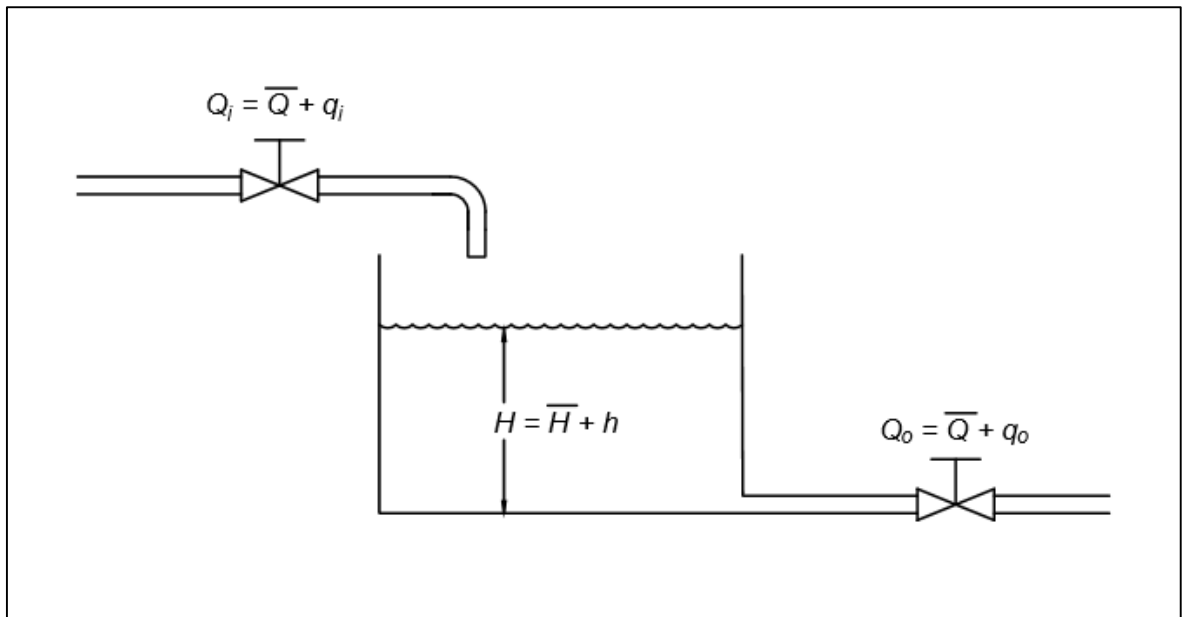
$$(ms^2 + bs + k)X(s) = F(s)$$

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + bs + k} \quad (31)$$

### 2.3 Nádrž s kapalinou

System nádrže s kapalinou, který je zobrazen na obrázku (Obrázek 5) se skládá z nádrže s kapacitou  $C$ . Do této nádrže je přiváděna kapalina potrubím, kde je ustálený objemový

průtok  $Q_i$ . Ustálená výška hladiny  $H$  a ustálený objemový průtok odtékající kapaliny z nádrže pomocí potrubí je  $Q_o$ .



Obrázek 5 - Nádrž s kapalinou [4, s. 356]

Objemový průtok přes odtokový ventil je

$$Q = K\sqrt{H} \quad (32)$$

dle [4, s. 356].

Průměrný odpor  $R$  odtokového ventilu je

$$R = \frac{dH}{dQ} \quad (33)$$

dle [4, s. 357].

Vzhledem k tomu, že časová změna objemu kapaliny uložené v nádrži se rovná časové změně čistého průtoku do nádrže, dostáváme

$$C dh = (q_i - q_o)dt \quad (34)$$

kde  $q_i$  a  $q_o$  jsou změny přítoku a výtoku nádrže a  $h$  je změna výšky hladiny nádrže. Tím pádem dostaneme

$$C \frac{dh}{dt} = (q_i - q_o) \quad (35)$$

kde

$$R = \frac{h}{q_o} \quad (36)$$

dle [4, s. 357].

Z toho vyplývá, že

$$C \frac{dh}{dt} = q_i - \frac{h}{R} \quad (37)$$

nebo

$$RC \frac{dh}{dt} + h = Rq_i \quad (38)$$

dle [4, s. 356].

Pro získání přenosové funkce se aplikuje Laplaceova transformace na obě strany rovnice (38) za nulových počátečních podmínek.

$$\begin{aligned} RCsH(s) - h(0) + H(s) &= \frac{Rq_i}{s} \\ (RCs + 1)H(s) &= \frac{Rq_i}{s} \\ H(s) &= \frac{Rq_i}{s(RCs + 1)} \end{aligned} \quad (39)$$

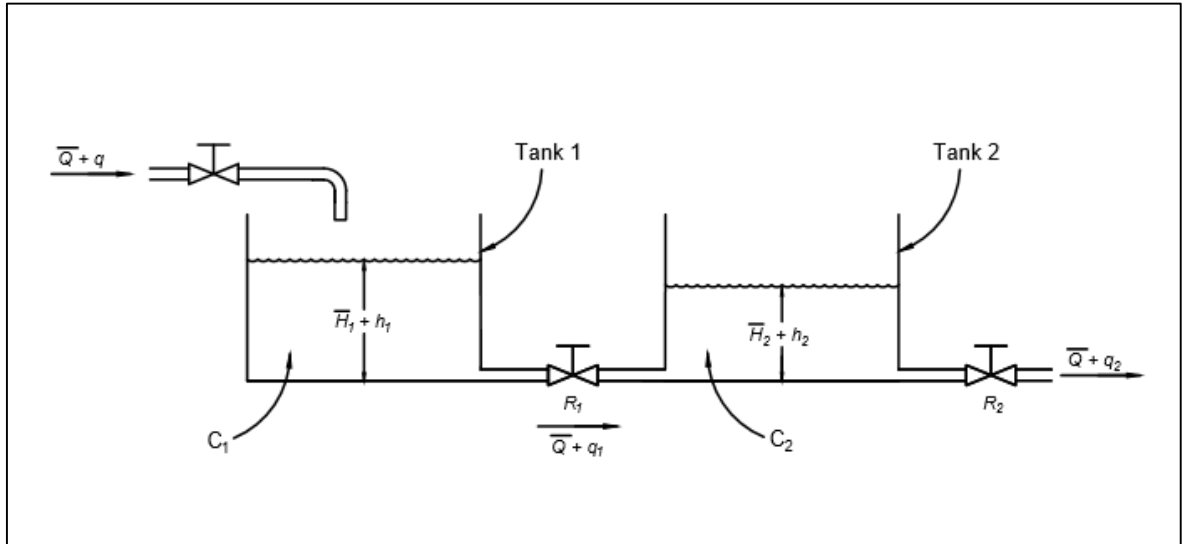
Přenosová funkce z rovnice (39) se může přepsat do tvaru diferenciální rovnice

$$RCh'' + h' = Rq_i \quad (40)$$

## 2.4 Nádrže s kapalinou

U systému nádrží s kapalinou znázorněného na obrázku (Obrázek 6) je ustálený stav objemového průtoku  $\bar{Q}$  a ustálené výšky hladin první nádrže a druhé nádrže  $\bar{H}_1$  a  $\bar{H}_2$ . V čase  $t = 0$  sekund se rychlost přítoku změní z  $\bar{Q}$  na  $\bar{Q} + q$ , kde  $q$  je odchylka od ustálené hodnoty průtoku, která se očekává jako velmi malé číslo. Odpovídající změny v ustálených výškách hladin ( $h_1$  a  $h_2$ ) a změny ustálené hodnoty průtoků ( $q_1$  a  $q_2$ ) se předpokládají jako velmi malá

čísla. Kapacity nádrží 1 a 2 jsou  $C_1$  a  $C_2$ . Odpor ventilu mezi nádržemi je  $R_1$  a odpor výstupního ventilu je  $R_2$ . Za předpokladu, že  $q$  je vstup a  $q_2$  je výstup, odvodí se přenosová funkce systému následovně.



Obrázek 6 – Nádrže s kapalinou [4, s. 358]

Pro první nádrž dostaneme

$$q_1 = \frac{h_1 - h_2}{R_1} \quad (41)$$

$$C_1 \frac{dh_1}{dt} = q - q_1 \quad (42)$$

dle [4, s. 358].

Proto

$$C_1 \frac{dh_1}{dt} + \frac{h_1}{R_1} = q + \frac{h_2}{R_1} \quad (43)$$

dle [4, s. 358].

Pro druhou nádrž dostaneme

$$q_2 = \frac{h_2}{R_2} \quad (44)$$

$$C_2 \frac{dh_2}{dt} = q_1 - q_2 \quad (45)$$

dle [4, s. 358].

Proto

$$C_2 \frac{dh_2}{dt} + \frac{h_2}{R_1} + \frac{h_2}{R_2} = \frac{h_1}{R_1} \quad (46)$$

dle [4, s. 358].

Pro získání přenosové funkce se aplikuje Laplaceova transformace na obě strany rovnic (43) a (46) za nulových počátečních podmínek.

$$\left(C_1 s + \frac{1}{R_1}\right) H_1(s) = Q(s) + \frac{1}{R_1} H_2(s) \quad (47)$$

$$\left(C_2 s + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) H_2(s) = \frac{1}{R_1} H_1(s) \quad (48)$$

Z rovnice (47) se vyjádří  $H_1(s)$

$$H_1(s) = \frac{R_1 Q s + H_2(s)}{R_1 C_1 s + 1} \quad (49)$$

Rovnice (49) se dosadí do rovnice (48)

$$\left(C_2 s + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) H_2(s) = \frac{1}{R_1} * \frac{R_1 Q s + H_2(s)}{R_1 C_1 s + 1} \quad (50)$$

Do rovnice (50) se dosadí  $H_2(s) = R_2 Q_2(s)$

$$\left(C_2 s + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) R_2 Q_2(s) = \frac{1}{R_1} \frac{R_1 Q(s) + R_2 Q_2(s)}{R_1 C_1 s + 1} \quad (51)$$

Rovnice (51) se zjednoduší na

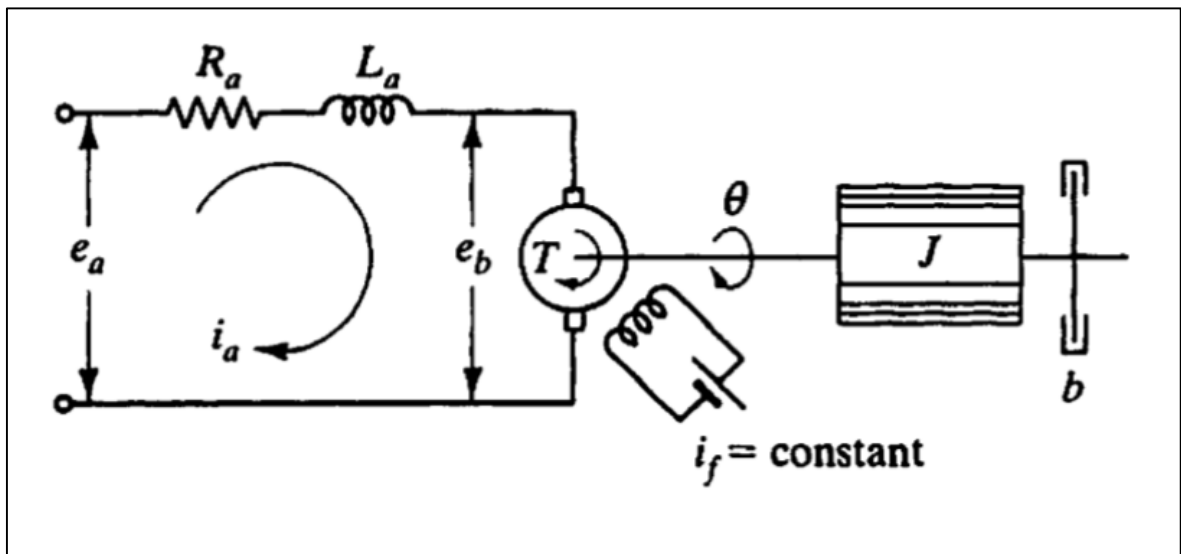
$$[(C_2 R_2 s + 1)(R_1 C_1 s + 1) + R_2 C_1 s] Q_2(s) = Q(s) \quad (52)$$

Přenosová funkce ve tvaru  $G(s) = \frac{Q_2(s)}{Q(s)}$  se запиše jako

$$\frac{Q_2(s)}{Q(s)} = \frac{1}{R_1 C_1 R_2 C_2 s^2 + (R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_2 C_1) s + 1} \quad (53)$$

## 2.5 Stejnosměrný motor s konstantním buzením

Elektromechanický systém stejnosměrného motoru s konstantním buzením, který je vyobrazen na obrázku (Obrázek 7) se skládá z proudu kotvy motoru  $i_a$ , odporu kotvy motoru  $R_a$ , indukčnosti kotvy motoru  $L_a$ , konstantního budícího proudu  $i_f$ , napětí kotvy (svorkové napětí) motoru  $e_a$ , generovaného napětí  $e_b$ , točivého momentu  $T$ , momentu setrvačnosti motoru  $J$  a koeficientu viskozity tření motoru  $b$ .



Obrázek 7 – DC motor [4, s. 275]

Rovnice pro točivý moment, který je přímo úměrný proudu kotvy  $i_a$  je

$$T = K i_a \quad (54)$$

kde  $K$  je konstanta točivého momentu dle [4, s. 275].

Generované napětí  $e_b$  se vypočte jako

$$e_b = K \frac{d\theta}{dt} \quad (55)$$

dle [4, s. 276].

Diferenciální rovnice pro obvod kotvy je

$$L_a \frac{di_a}{dt} + R_a i_a + e_b = e_a \quad (56)$$

dle [4, s. 276].

Proud kotvy vytváří točivý moment, který se aplikuje na setrvačnost a tření,

proto



$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + b \frac{d\theta}{dt} = T = Ki_a \quad (57)$$

dle [4, s. 276].

Rovnice (55) se dosadí do rovnic (56) a (57) a následně se aplikuje Laplaceova transformace na obě strany rovnic (56) a (57) za nulových počátečních podmínek k získání přenosových funkcí.

$$(L_a s + R_a)I_a(s) + Ks\Theta(s) = E_a(s) \quad (58)$$

$$(Js^2 + bs)\Theta(s) = KI_a(s) \quad (59)$$

Z rovnice (58) se vyjádří  $I_a(s)$

$$I_a(s) = \frac{E_a(s) - Ks\Theta(s)}{(L_a s + R_a)} \quad (60)$$

Rovnice (60) se dosadí do rovnice (59)

$$s[(L_a s + R_a)(Js + b) + K^2]\Theta(s) = KE_a(s) \quad (61)$$

Přenosová funkce ve tvaru  $G(s) = \frac{\Theta(s)}{E_a(s)}$  se zapíše jako

$$\frac{\Theta(s)}{E_a(s)} = \frac{K}{s[(L_a s + R_a)(Js + b) + K^2]} \quad (62)$$

Jelikož  $\omega = \frac{d\theta}{dt}$  může se přepsat přenosová funkce do tvaru  $G(s) = \frac{\Omega(s)}{E_a(s)}$ , kde vstupní veličina je vstupní napětí  $e_a$  a výstupní veličina je úhlová rychlost  $\Omega$ .

$$\frac{\Omega(s)}{E_a(s)} = \frac{K}{(L_a s + R_a)(Js + b) + K^2} \quad (63)$$

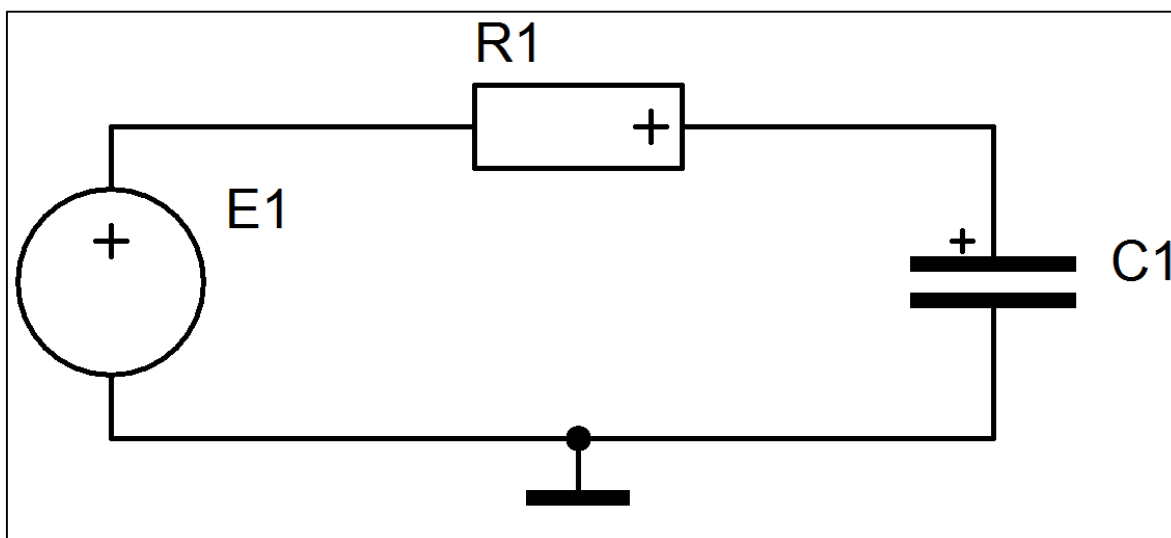
## **II. PRAKTICKÁ ČÁST**

### 3 ŘEŠENÉ PŘÍKLADY VYBRANÝCH SYSTÉMŮ

#### 3.1 RC obvod

##### 3.1.1 Fyzikální model RC obvodu

Podle obrázku (Obrázek 3) bylo vytvořeno fyzikální schéma RC obvodu. K tvorbě fyzikálního schématu, byl použit program DYNAST Shell. Podrobný návod k vytvoření fyzikálního schématu, který je zobrazen na obrázku (Obrázek 8), je popsán v příloze (P I).



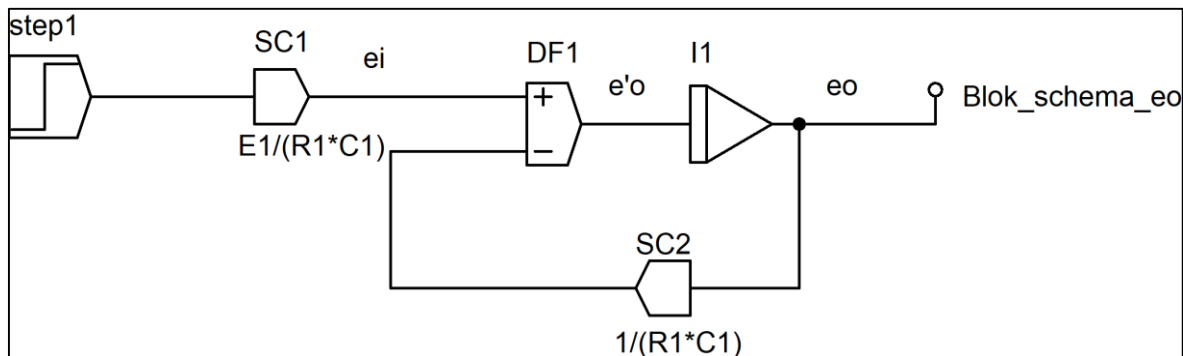
Obrázek 8 - Fyzikální schéma RC obvodu v programu DYNAST Shell

##### 3.1.2 Bloková schémata fyzikálního modelu RC obvodu

Z diferenciální rovnice (23) byl vytvořen schématický model ze základních bloků. Nejjednodušší postup pro vytvoření je vyjádřit nejvyšší prvek derivace na jedné straně rovnice a zbytek prvků na straně druhé. Nejvyšší derivace je vyjádřena v rovnici (64).

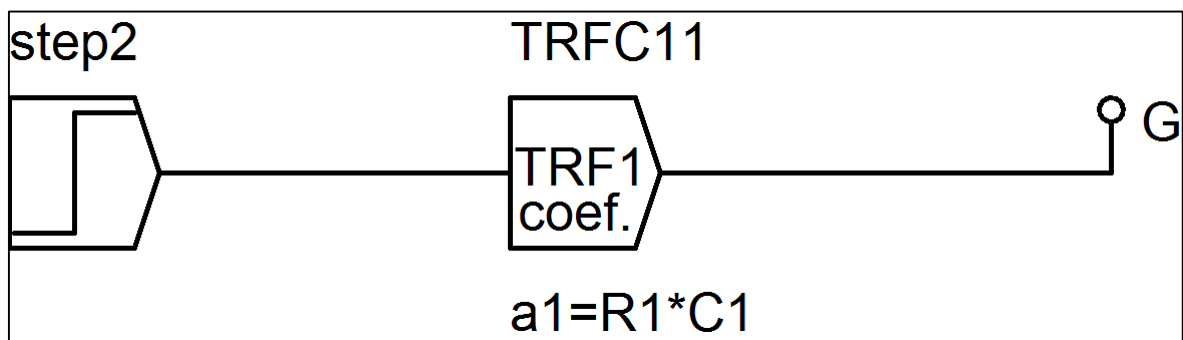
$$e'_o = \frac{e_i}{RC} - \frac{e_o}{RC} \quad (64)$$

Z rovnice (64) je patrné, že se budou potřebovat bloky pro násobení, integraci, sčítání nebo odčítání. Bloková schémata je možné snadno sestavit pomocí grafického rozhraní programu DYNAST Shell, který je zobrazen na obrázku (Obrázek 9).



Obrázek 9 – Schématické zapojení RC obvodu v programu DYNAST Shell ze základních bloků

Z přenosové rovnice (22) byl sestaven model pomocí bloku přenosové funkce *TRFC11*. Dále je model složen ze vstupního bloku *step2* a výstupu *G* pro vykreslení grafu.

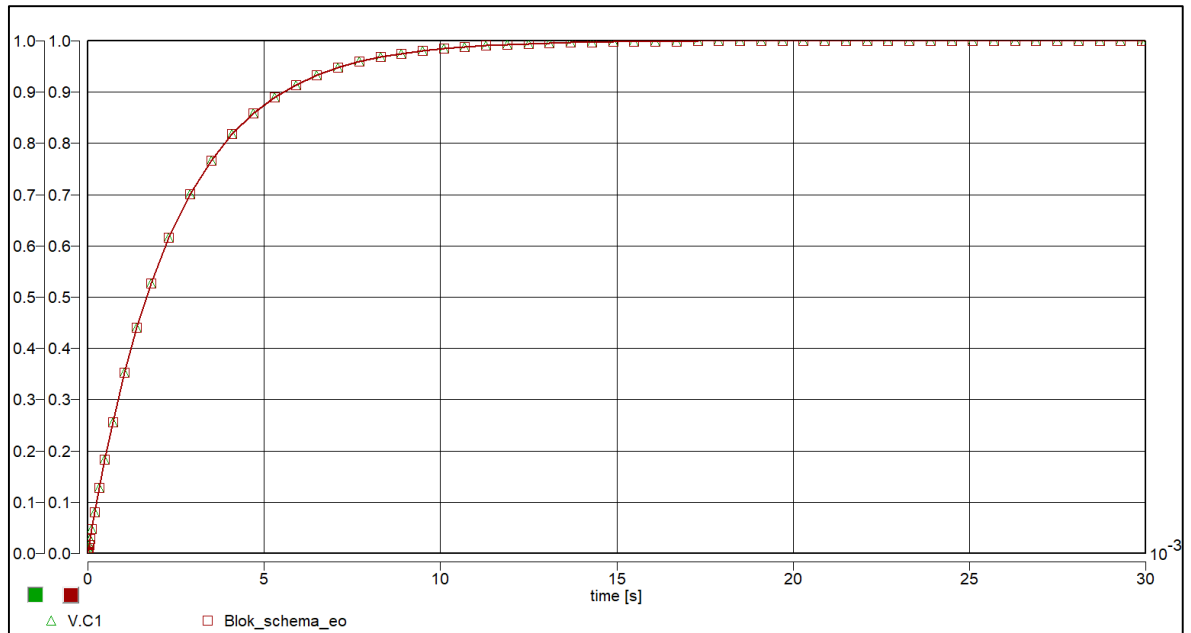


Obrázek 10 – Schématické zapojení RC obvodu v programu DYNAST Shell z přenosové funkce

### 3.1.3 Vykreslení grafů a porovnání výsledků

Pro porovnání simulací byly zvoleny hodnoty elektrických součástí následovně. Rezistor  $R_1 = 80 \text{ k}\Omega$ , kapacita  $C_1 = 30 \text{ nF}$  a napětí na zdroji  $E_1 = 1 \text{ V}$ . Délka simulace je nastavena na 0,03 sekund. Detailní popis vykreslení grafů je popsán v příloze (P II).

### 1.1.1.1 Simulace napětí na kondenzátoru



Obrázek 11 – Simulace napětí na kondenzátoru v programu DYNAST Shell

Z obrázku (Obrázek 11) je možné vypořizovat, že došlo ke správnému zapojení jak fyzikálního modelu (zelený trojúhelník) tak matematického modelu (červený čtverec) integračního článku.

### 1.1.1.2 Analytického řešení impulsní funkce pomocí parciálních zlomků a srovnání výsledků s programem DYNAST Shell

Impulsní funkce je vypočtena podle rovnice

$$i(t) = L^{-1}\{I(s)\} \quad (65)$$

Nejprve se vypočte  $I(s)$

$$I(s) = G(s) \quad (66)$$

Za  $G(s)$  se dosadí rovnice (22)

$$I(s) = \frac{1}{RCs + 1} \quad (67)$$

Rovnice (67) se převede na parciální zlomky a dosadí se číselné hodnoty za proměnné  $R$  a  $C$

$$I(s) = \frac{1}{0,0024s + 1} = \frac{A}{0,0024s + 1}$$

$$1 = A$$

$$I(s) = \frac{1}{0,0024s + 1} \quad (68)$$

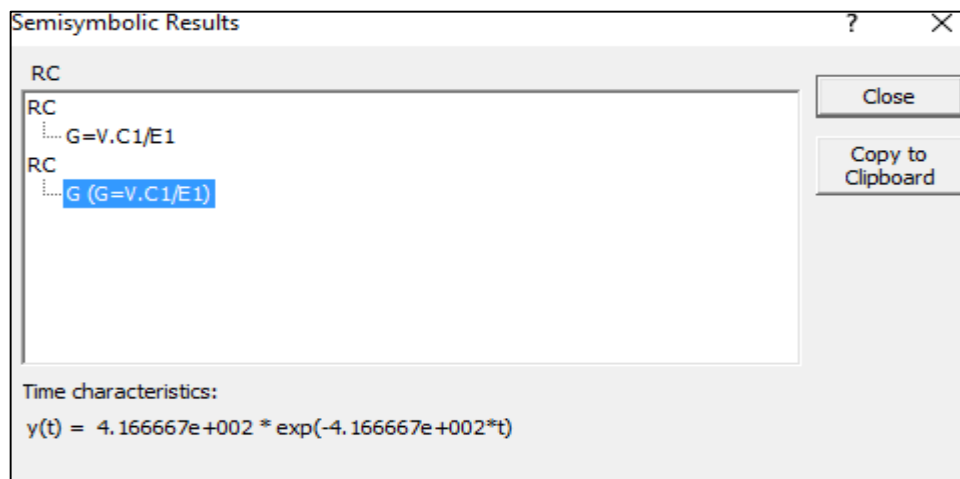
Jmenovatel se upraví do tvaru  $\frac{1}{s+a}$

$$I(s) = \frac{1}{0,0024(s + 416,67)} \quad (69)$$

Pomocí slovníku Laplaceovy transformace se převede obraz funkce na originál a výsledná impulsní funkce je

$$i(t) = 416,67e^{-416,67t} \quad (70)$$

Pomocí programu DYNAST Shell se vypíše impulsní funkce RC obvodu, která je vidět na obrázku (Obrázek 12). Detailní postup analytického řešení pomocí programu DYNAST Shell je popsán v příloze (P III).



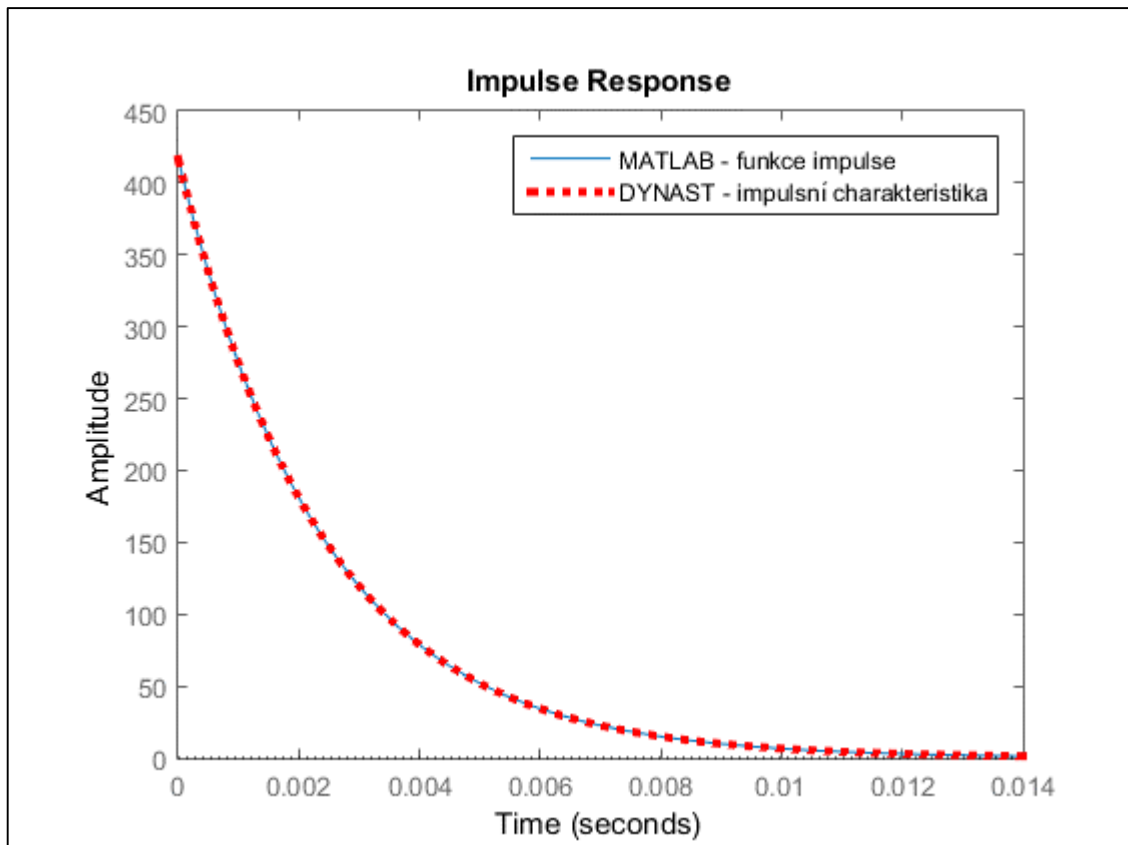
Obrázek 12 – Analytické řešení impulsní funkce programem DYNAST Shell

Výsledky z rovnice (70) a obrázku (Obrázek 12) se shodují, takže došlo k ověření správnosti výpočtu.

### 1.1.1.1 Porovnání výstupů impulsních charakteristik

Pro porovnání výsledků byl použit program MATLAB. Program MATLAB používá pro vykreslení impulsní charakteristiky funkci *impulse* ze zadaného přenosu funkce. Dále byly vloženy výsledky z programu DYNAST Shell pro porovnání.

Podrobný popis vytvoření impulsní charakteristiky v programu DYNAST Shell je popsán v příloze (P III).



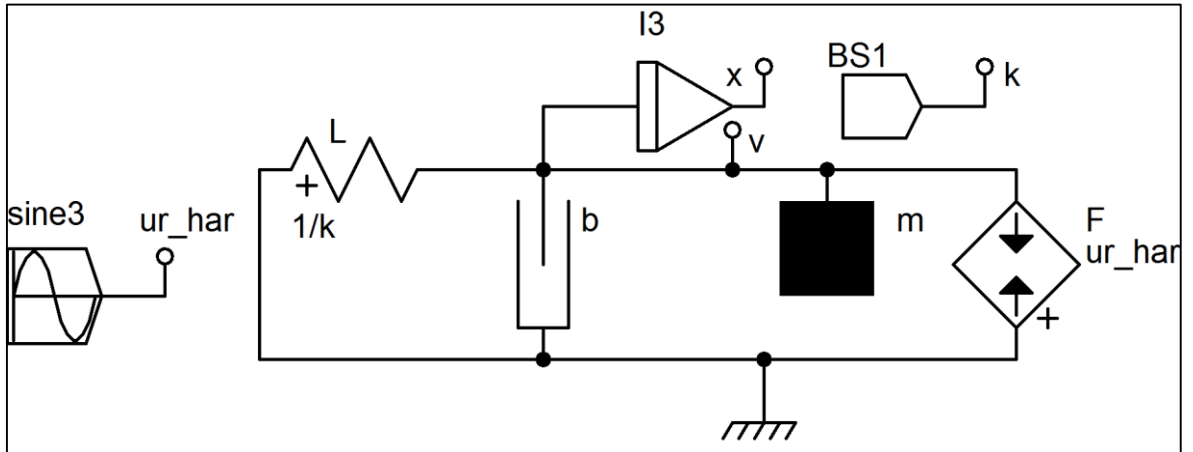
Obrázek 13 – Porovnání Impulsní charakteristiky

Z obrázku (Obrázek 13) je patrné, že výstupy z obou programů jsou naprosto totožné.

### 3.2 Vozík

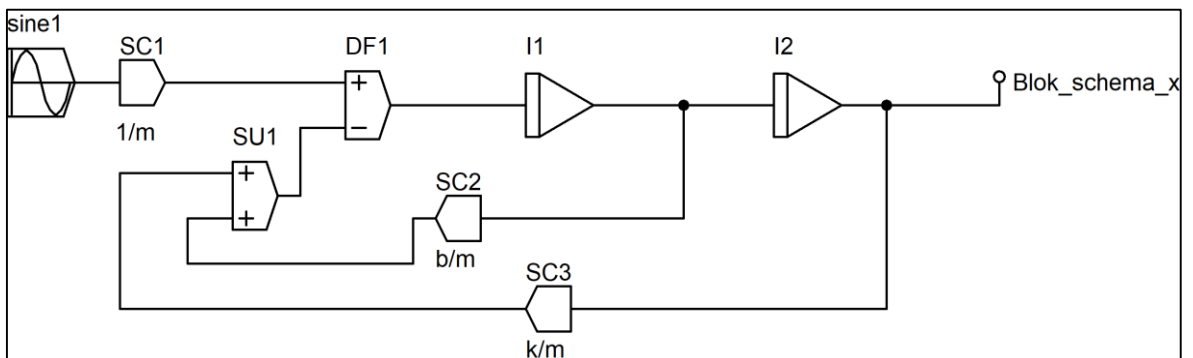
Podle obrázku (Obrázek 4) bylo vytvořeno fyzikální schéma vozíku.

#### 3.2.1 Fyzikální model vozíku

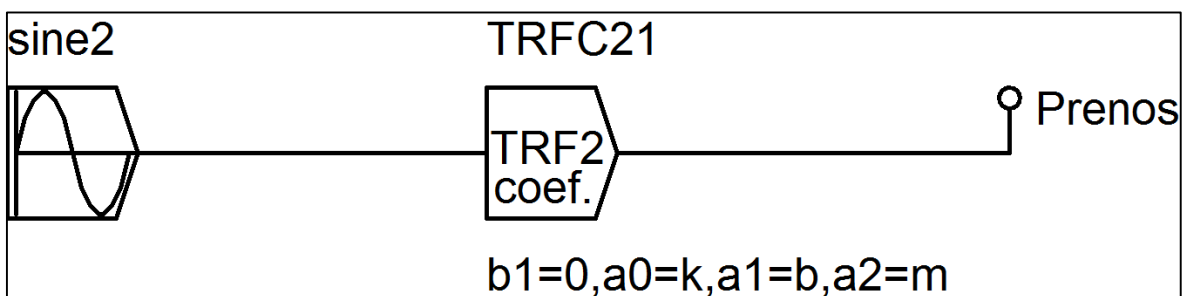


Obrázek 14 – Fyzikální schéma vozíku v programu DYNAST Shell

#### 3.2.2 Bloková schémata vozíku



Obrázek 15 - Schématické zapojení vozíku ze základních bloků v programu DYNAST Shell



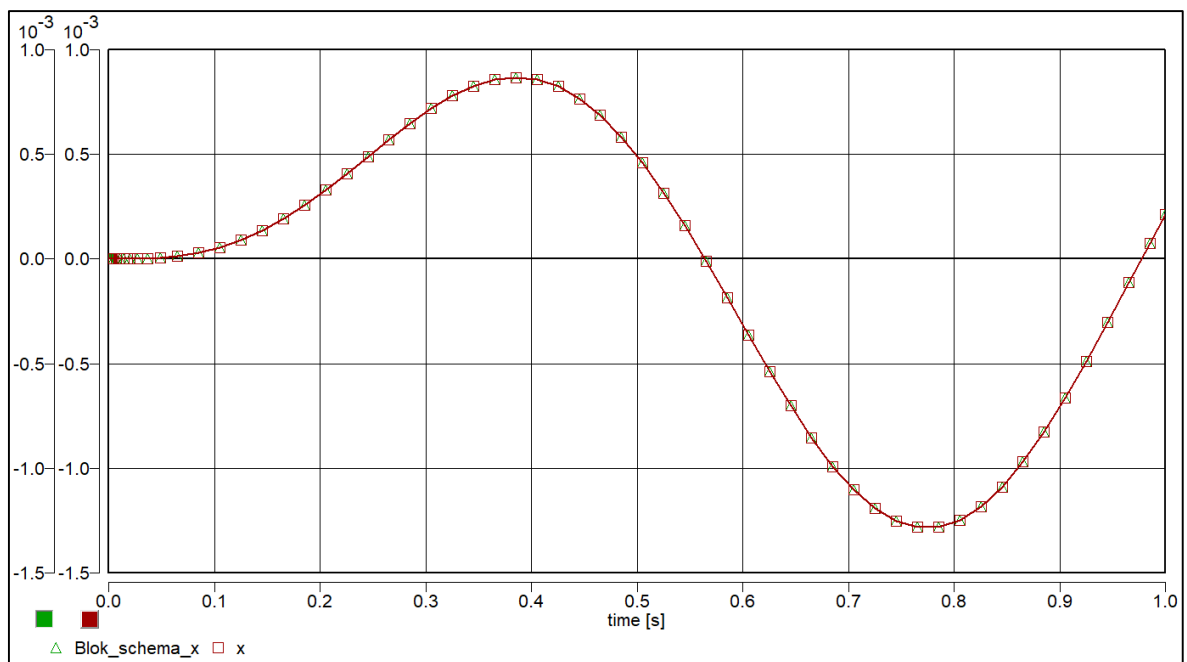
Obrázek 16 - Schématické zapojení vozíku v programu DYNAST Shell z přenosové funkce



### 3.2.3 Vykreslení grafů a porovnání výsledků

Pro porovnání simulací byly zvoleny hodnoty komponentů následovně. Hmotnost vozíku  $m = 20$  kg. Tuhost pružiny  $k = 2000$  N/m. Hodnota koeficientu tlumení  $b = 5$  Ns/m. Pro harmonickou sílu byly zvoleny následující parametry amplituda  $a = 1$ , frekvence  $f = 1$  Hz a fázový posun  $\varphi = 0$  rad. Délka simulace je nastavena na 1 s.

#### 1.1.1.2 Porovnání průběhů závislosti dráhy na čase



Obrázek 17 – Simulace dráhy vozíku v programu DYNAST Shell

Z obrázku (Obrázek 17) je možné pozorovat, že došlo ke správnému zapojení jak fyzikálního modelu (červený čtverec) tak matematického modelu (zelený trojúhelník) vozíku.

#### 1.1.1.1 Analytické řešení frekvenčního přenosu

Frekvenční přenos je vypočten podle rovnice

$$G(j\omega) = G(s)_{s=j\omega} \quad (71)$$

Za  $G(s)$  se dosadí rovnice (31) a zavede se substituce  $s = j\omega$

$$G(j\omega) = \frac{1}{m(j\omega)^2 + bj\omega + k} \quad (72)$$

Rovnice (72) jak čítenel, tak jmenovatel se vynásobí komplexně sdruženým číslem a dosadí se číselné hodnoty za proměnné  $m$ ,  $b$  a  $k$ . Poté se výsledný přenos převede do složkového tvaru

$$\begin{aligned}
G(j\omega) &= \frac{1}{20(j\omega)^2 + 5j\omega + 2000} \\
&= \frac{1}{(2000 - 20\omega^2) + 5j\omega} * \frac{(2000 - 20\omega^2) - 5j\omega}{(2000 - 20\omega^2) - 5j\omega} \\
&= \frac{2000 - 20\omega^2 - 5j\omega}{(2000 - 20\omega^2)^2 + 25\omega^2} \\
&= \frac{2000 - 20\omega^2}{(2000 - 20\omega^2)^2 + 25\omega^2} + j \frac{-5\omega}{(2000 - 20\omega^2)^2 + 25\omega^2}
\end{aligned} \tag{73}$$

Ověření výpočtu rovnice (73) je možné spatřit na obrázku (Obrázek 18).

Rovnice (73) se převede do exponenciálního tvaru podle rovnice (74)

$$G(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} \tag{74}$$

Nejprve se vypočte amplitudová frekvenční charakteristika  $A(\omega)$

$$\begin{aligned}
A(\omega) &= \sqrt{P(\omega)^2 + Q(\omega)^2} \\
&= \sqrt{\left(\frac{2000 - 20\omega^2}{(2000 - 20\omega^2)^2 + 25\omega^2}\right)^2 + \left(\frac{-5\omega}{(2000 - 20\omega^2)^2 + 25\omega^2}\right)^2} \\
&= \sqrt{\frac{(2000 - 20\omega^2)^2 + (-5\omega)^2}{((2000 - 20\omega^2)^2 + 25\omega^2)^2}}
\end{aligned} \tag{75}$$

Poté se vypočte fázová frekvenční charakteristika  $\varphi(\omega)$

$$\begin{aligned}
\varphi(\omega) &= \arctan\left(\frac{Q(\omega)}{P(\omega)}\right) \\
&= \arctan\left(\frac{\frac{-5\omega}{(2000 - 20\omega^2)^2 + 25\omega^2}}{\frac{2000 - 20\omega^2}{(2000 - 20\omega^2)^2 + 25\omega^2}}\right) \\
&= \arctan\left(\frac{-5\omega}{2000 - 20\omega^2}\right)
\end{aligned} \tag{76}$$

Do rovnice (74) se dosadí rovnice (75) a (76)

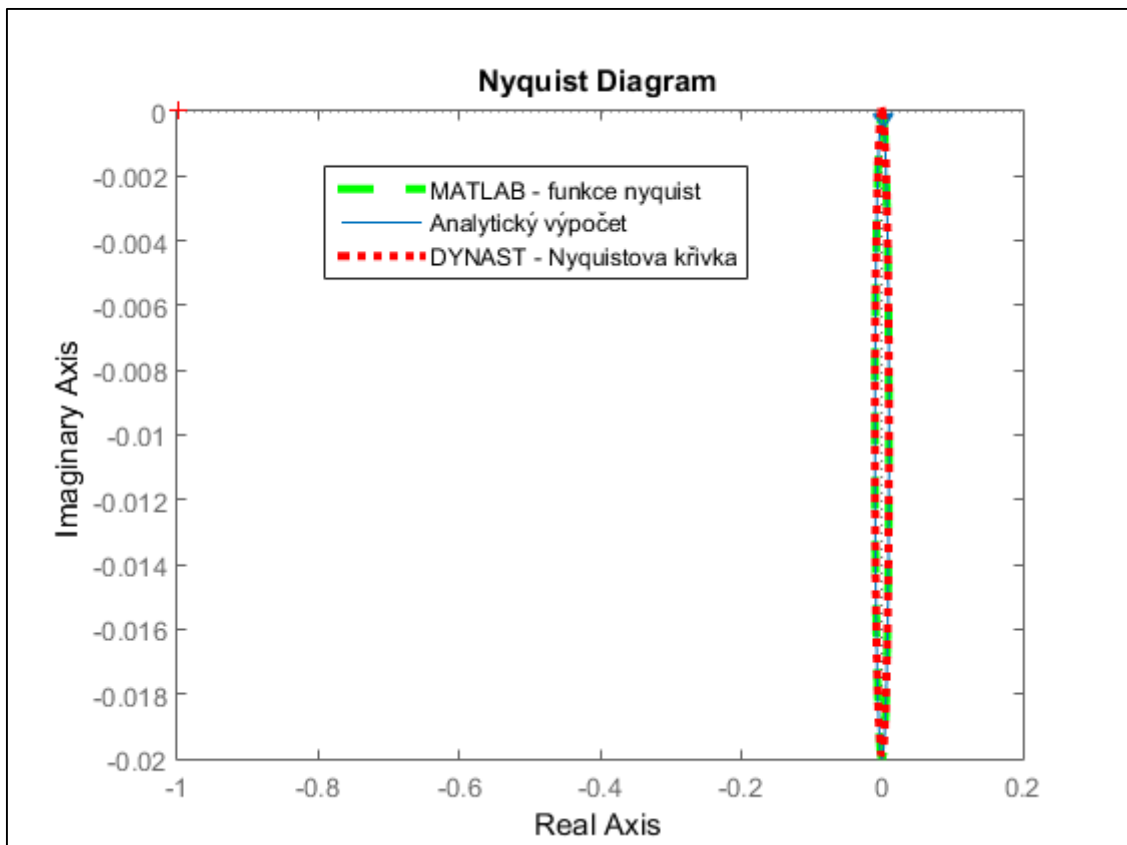
$$G(j\omega) = \frac{\sqrt{(2000 - 20\omega^2)^2 + (-5\omega)^2}}{(2000 - 20\omega^2)^2 + 25\omega^2} e^{j\arctan\left(\frac{-5\omega}{2000-20\omega^2}\right)} \quad (77)$$

3.2.3.1 Ověření výpočtu rovnice (77) je možné pozorovat na obrázku (Obrázek 19).

#### 1.1.1.1 Porovnání výstupů Nyquistovy křivky

Pro ověření výsledku vypočtené rovnice (73) byl použit program MATLAB. Program používá pro vykreslení Nyquistovy křivky funkci *nyquist* ze zadaného frekvenčního přenosu funkce. Dále byly vloženy výsledky z programu DYNAST Shell pro porovnání.

Podrobný popis vytvoření Nyquistovy křivky v programu DYNAST Shell je popsán v příloze (P IV).



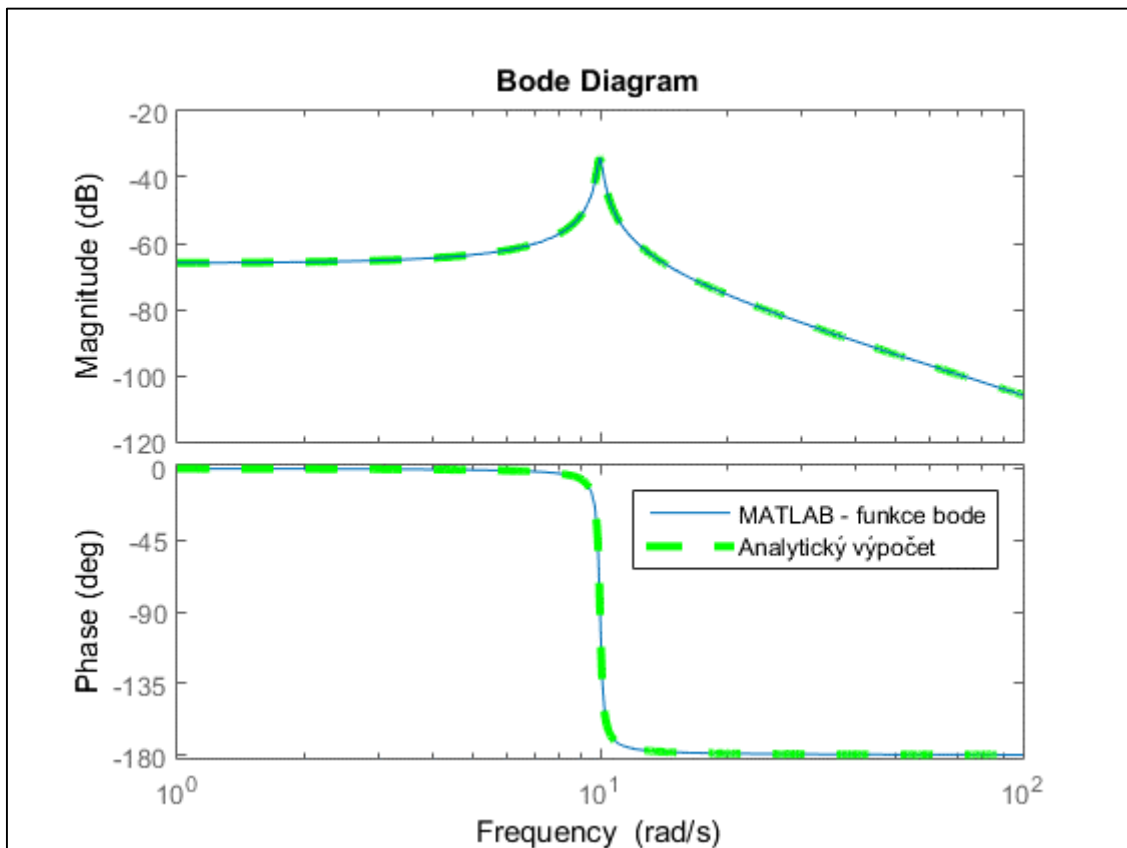
Obrázek 18 - Porovnání Nyquistovy křivky vozíku

Z obrázku (Obrázek 18) je možné vyzorovat, že výstupy z obou programů jsou identické.

Také je na první pohled patrné, že došlo k ověření správnosti výpočtu frekvenčního přenosu ve složkovém tvaru.

### 1.1.1.2 Porovnání výstupů Bodeho křivek

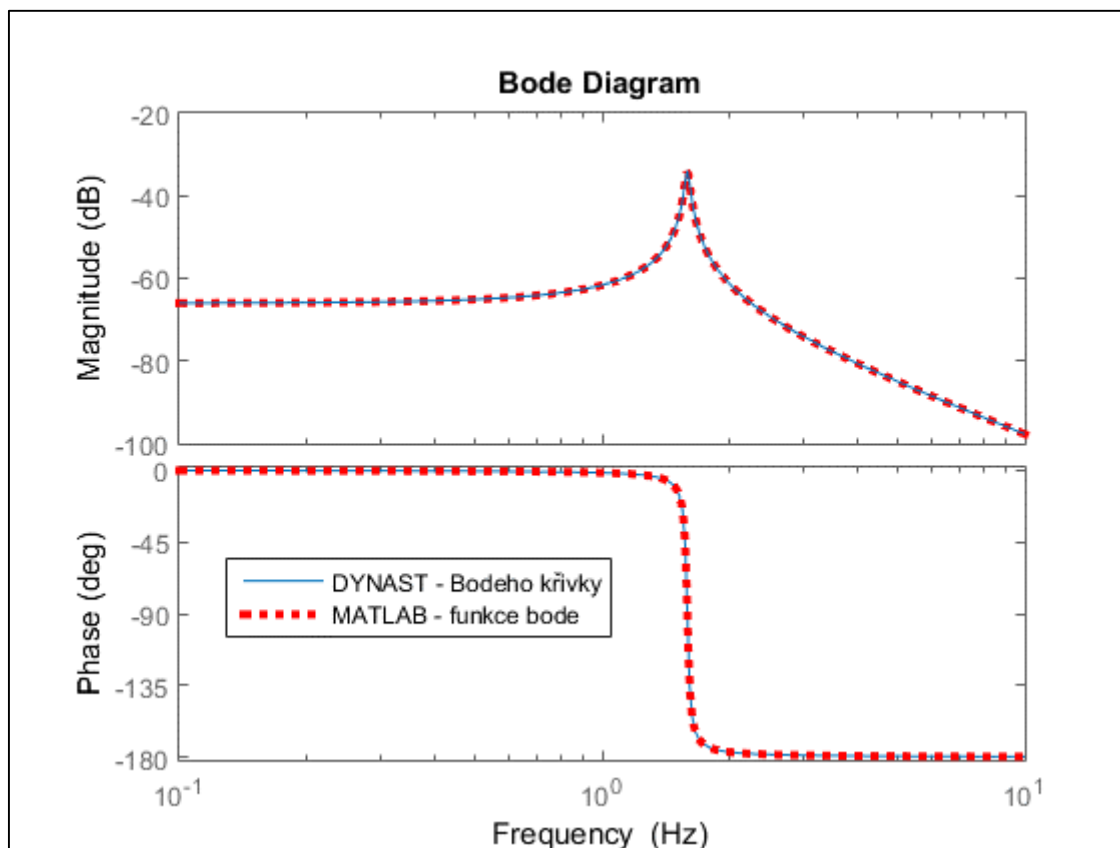
Pro ověření výsledku vypočtené rovnice (77) byl použit program MATLAB. Program používá pro vykreslení Bodeho křivky funkci *bode* ze zadaného frekvenčního přenosu funkce.



Obrázek 19 – Ověření analytického výpočtu Bodeho křivky

Z obrázku (Obrázek 19) vyplývá, že došlo k ověření výpočtu rovnice (77).

K výsledkům z programu MATLAB byly přidány výsledky z programu DYNAST Shell pro porovnání.



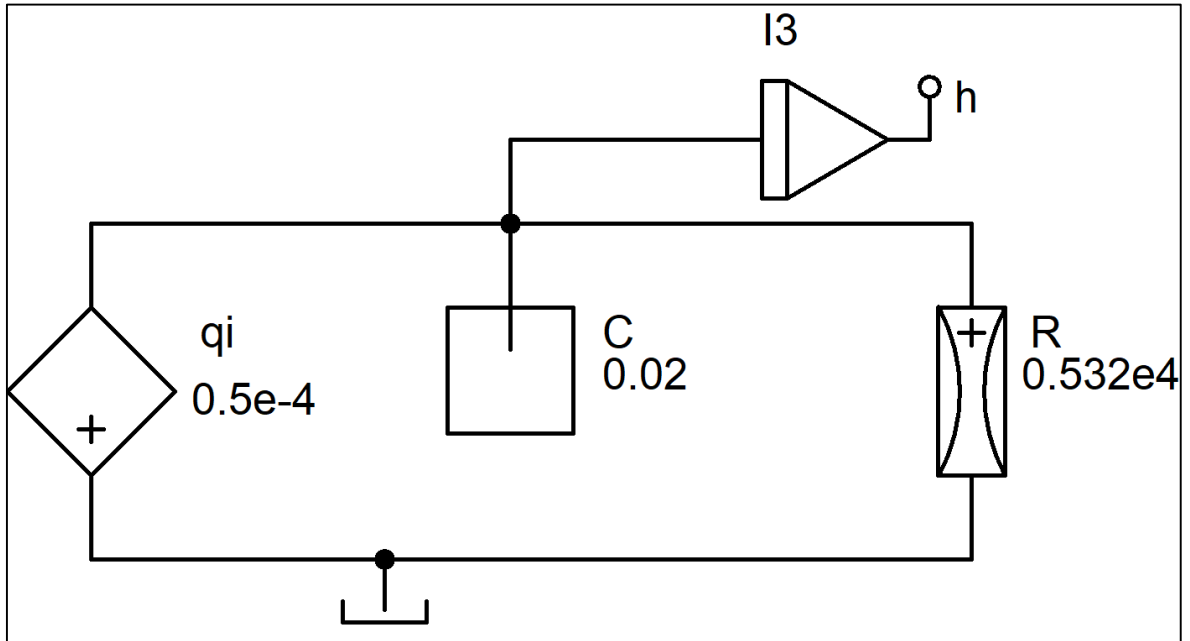
Obrázek 20 – Porovnání Bodeho křivky vozíku

Na obrázku (Obrázek 20) je možné pozorovat, že výstupy pro amplitudu v Hz a pro fázi ve stupních jsou naprosto identické.

### 3.3 Nádrž s kapalinou

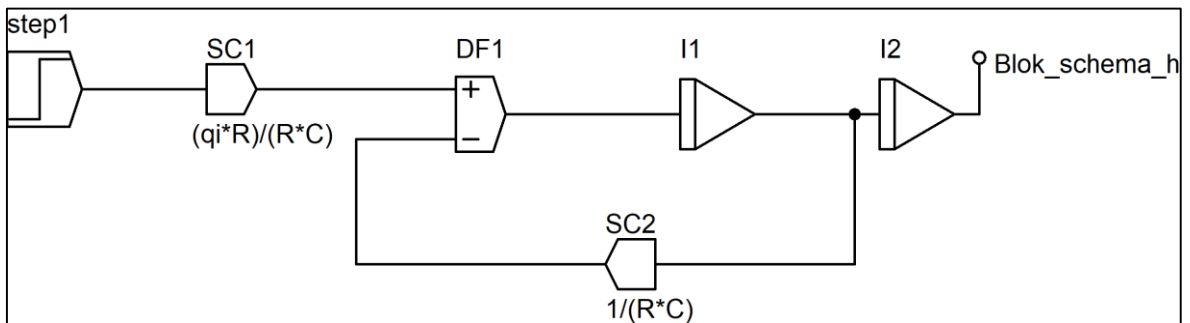
#### 3.3.1 Fyzikální model nádrže s kapalinou

Podle obrázku (Obrázek 5) bylo vytvořeno fyzikální schéma nádrže s kapalinou.

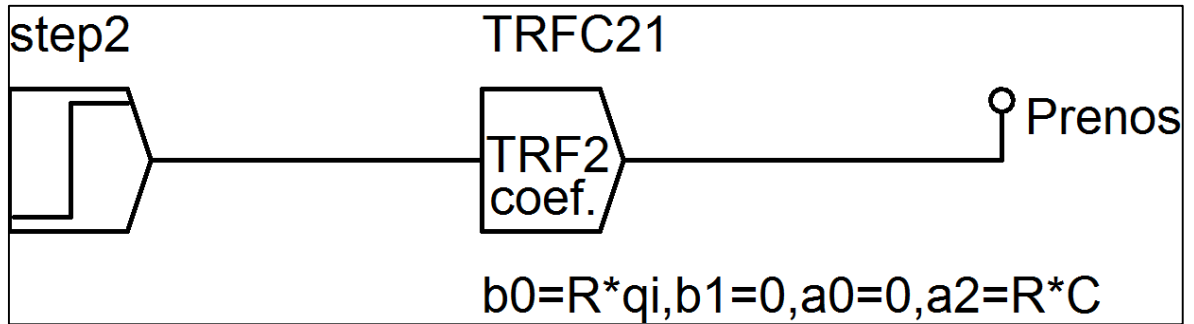


Obrázek 21 – Fyzikální schéma nádrže s kapalinou v DYNAST Shell

#### 3.3.2 Bloková schémata nádrže s kapalinou



Obrázek 22 – Schématické zapojení nádrže s kapalinou ze základních bloků v programu DYNAST Shell

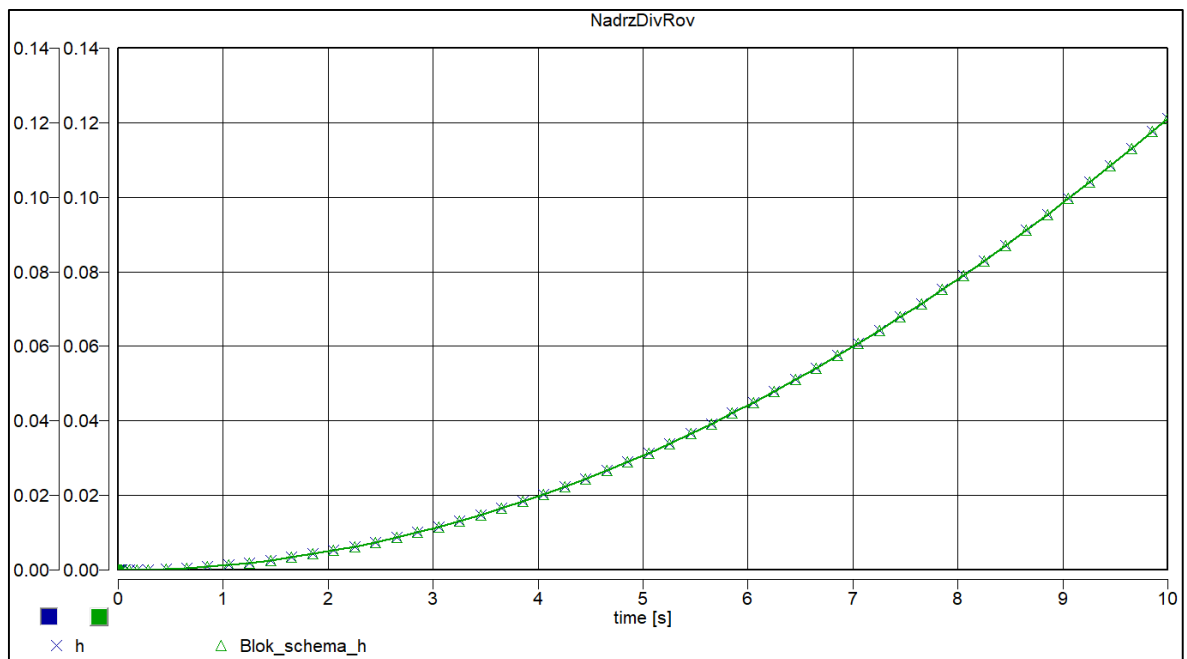


Obrázek 23 - Schématické zapojení nádrže s kapalinou v programu DYNAST Shell z přenosové funkce

### 3.3.3 Vykreslení grafů a porovnání výsledku

Pro porovnání simulací si zvolíme hodnoty jednotlivých komponentů. Odpor ventilu  $R = 0,532 \cdot 10^4 \text{ s/m}^2$ , nádrž s kapacitou  $C = 0,02 \text{ m}^2$  a objemový průtok potrubí  $q_i = 0,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$ . Délka simulace je nastavena na 10 s.

#### 1.1.1.3 Simulace časové závislosti výšky hladiny nádrže



Obrázek 24 – Simulace časové závislosti výšky hladiny nádrže s kapalinou v programu DYNAST Shell

Z obrázku (Obrázek 24) je možné vypořadovat, že došlo ke správnému zapojení jak fyzikálního modelu (modrý kříž) tak matematického modelu (zelený trojúhelník) nádrže s kapalinou.

### 1.1.1.4 Analytického řešení přechodové funkce pomocí parciálních zlomků a srovnání výsledků s programem DYNAST Shell

Přechodová funkce je vypočtena podle rovnice

$$h(t) = L^{-1}\{H(s)\} \quad (78)$$

Nejprve se vypočte  $H(s)$

$$H(s) = \frac{G(s)}{s} \quad (79)$$

Za  $G(s)$  se dosadí rovnice (40)

$$H(s) = \frac{\frac{Rq_i}{s(RCs + 1)}}{s} \quad (80)$$

Rovnice (80) se převede na parciální zlomky a dosadí se číselné hodnoty za proměnné  $R$ ,  $q_i$  a  $C$ .

$$H(s) = \frac{0,0025}{s^2(s + 0,0094)} = \frac{A}{s^2} + \frac{B}{s} + \frac{C}{s + 0,0094}$$

$$0,0025 = A(s + 0,0094) + B(s^2 + 0,0094s) + Cs^2$$

$$s^2: 0 = B + C \rightarrow C = 28,298$$

$$s^1: 0 = A + 0,0094B \rightarrow B = -28,298$$

$$s^0: 0,0025 = 0,0094A \rightarrow A = 0,266$$

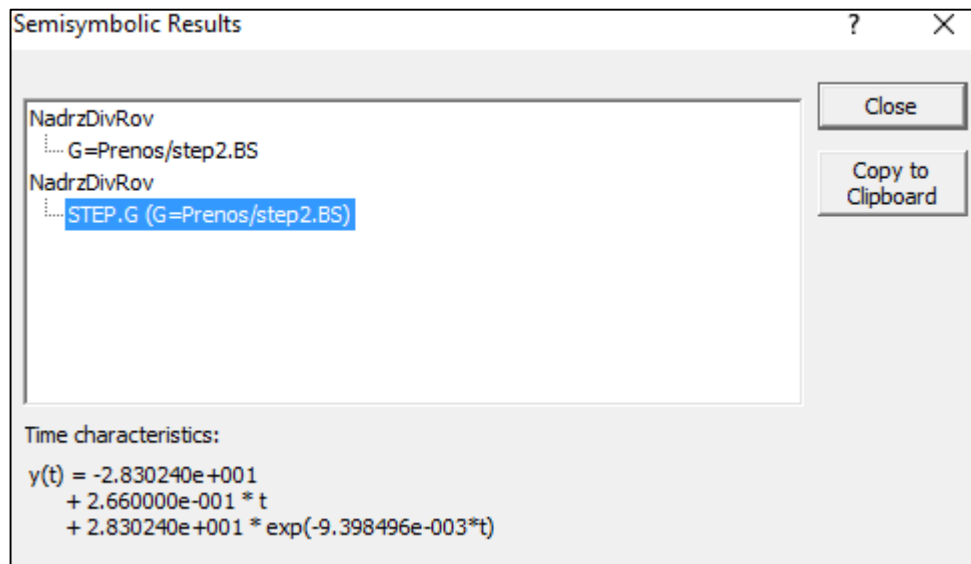
$$H(s) = \frac{0,266}{s^2} - \frac{28,298}{s} + \frac{28,298}{s + 0,0094} \quad (81)$$

Pomocí slovníku Laplaceovy transformace se převede obraz funkce na originál a výsledná přechodová funkce je

$$h(t) = 0,266t - 28,298 + 28,298e^{-0,0094t} \quad (82)$$



Pomocí programu DYNAST Shell se vypíše přechodová funkce nádrže s kapalinou, která je vidět na obrázku (Obrázek 25). Detailní postup analytického řešení pomocí programu DYNAST Shell je popsán v příloze (P III).

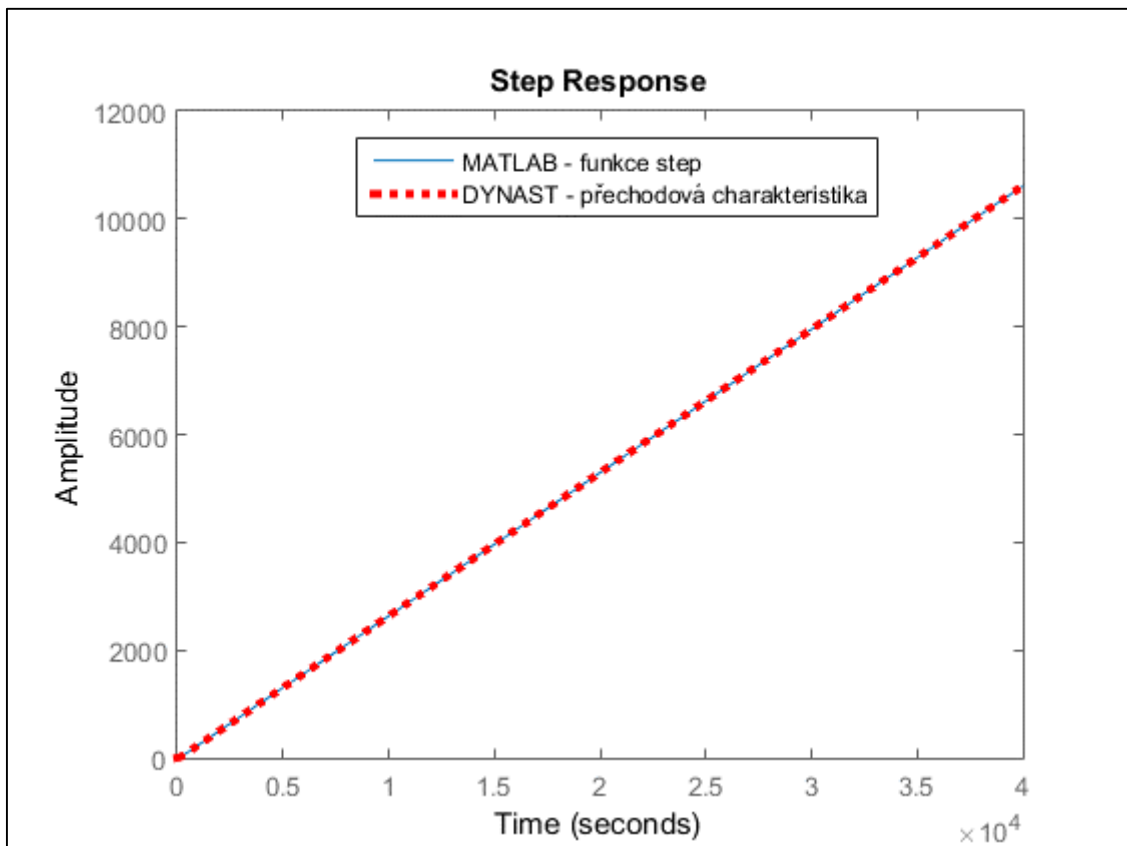


Obrázek 25 - Analytické řešení přechodové funkce programem DYNAST Shell

Výsledky z rovnice (82) a obrázku (Obrázek 25) se shodují, takže došlo k ověření správnosti výpočtu.

#### 1.1.1.5 Porovnání výstupů přechodových charakteristik

Pro porovnání výsledků přechodových charakteristik byl použit program MATLAB. Program používá pro vykreslení přechodové charakteristiky funkci *step* ze zadaného přenosu funkce. Dále byly vloženy výsledky z programu DYNAST Shell pro porovnání výsledků.



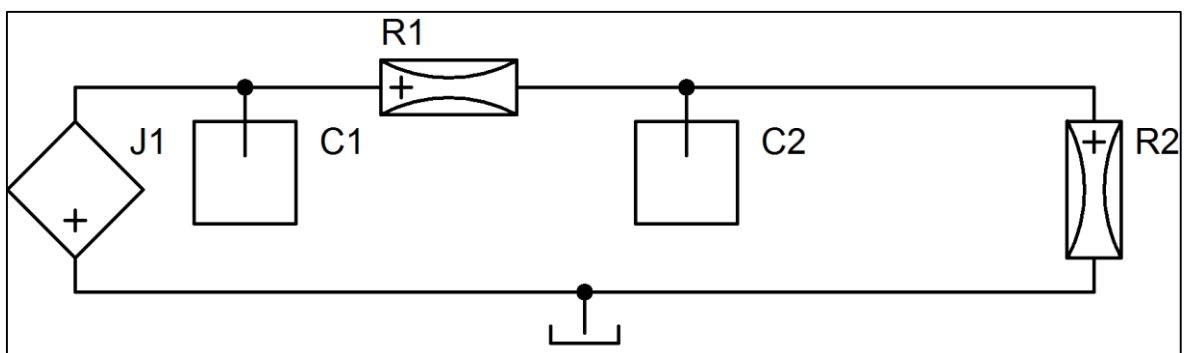
Obrázek 26 – Porovnání přechodových charakteristik

Z obrázku (Obrázek 26) je patrné, že přechodová charakteristika v obou programech je identická.

### 3.4 Nádrže s kapalinou

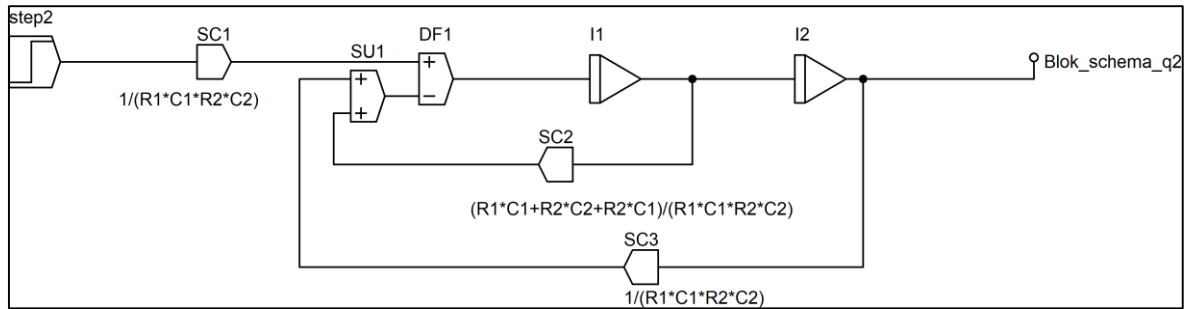
#### 3.4.1 Fyzikální model

Pomocí obrázku (Obrázek 6) bylo vytvořeno fyzikální schéma nádrží s kapalinou.

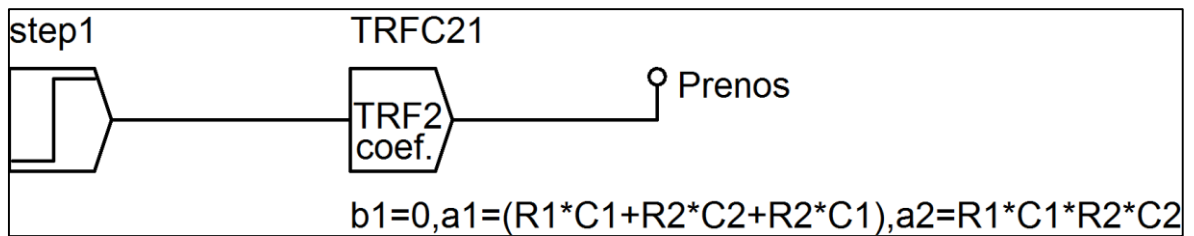


Obrázek 27 – Fyzikální schéma nádrží s kapalinou v programu DYNAST Shell

### 3.4.2 Bloková schémata nádrží s kapalinou



Obrázek 28 – Schématické zapojení nádrží s kapalinou v programu DYNAST Shell ze základních bloků

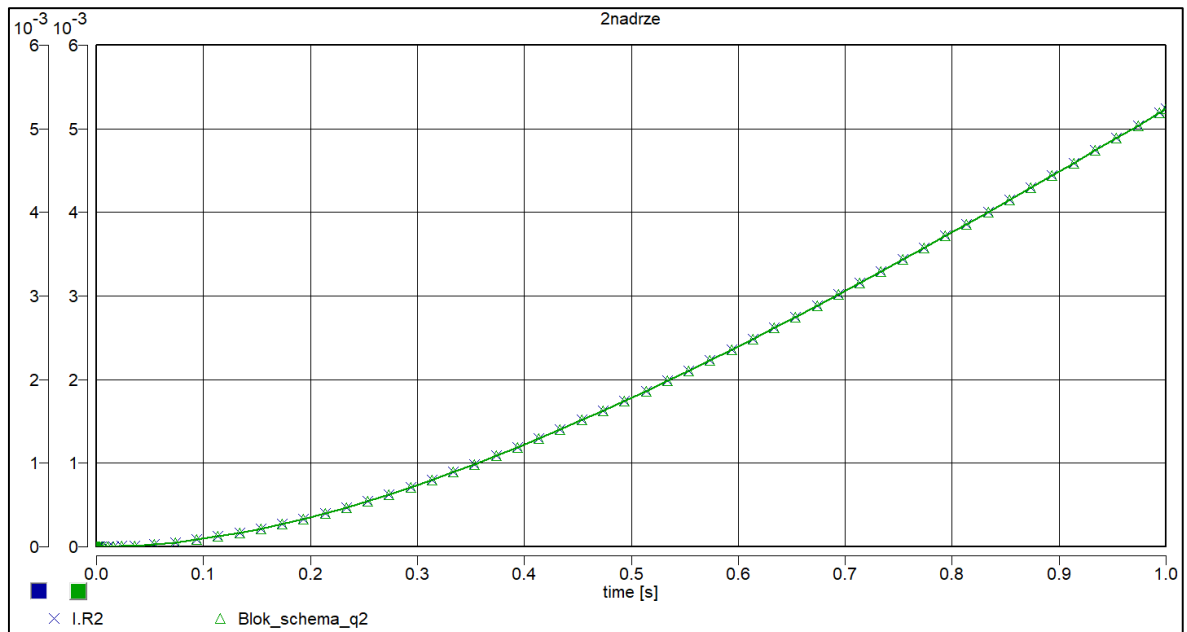


Obrázek 29 – Schématické zapojení nádrží s kapalinou v programu DYNAST Shell z přenosové funkce

### 3.4.3 Vykreslení grafů a porovnání výsledků

Pro porovnání simulací si zvolíme hodnoty jednotlivých komponentů. Odpor ventilu  $R_1 = 0,3 \cdot 10^2 \text{ s/m}^2$ , odpor ventilu  $R_2 = 0,2 \cdot 10^4 \text{ s/m}^2$ . Nádrže s kapacitou  $C_1 = 0,04 \text{ m}^2$  a  $C_2 = 0,02 \text{ m}^2$ . Objemový průtok potrubí  $q_i = 1 \text{ m}^3/\text{s}$ . Délka simulace je nastavena na 1 s.

### 1.1.1.6 Simulace odtoku kapaliny druhé nádrže



Obrázek 30 – Simulace odtoku kapaliny z druhé nádrží v programu DYNAST Shell

Z obrázku (Obrázek 30) je možné vypořadovat, že došlo ke správnému zapojení jak fyzikálního modelu (modrý kříž) tak matematického modelu (zelený trojúhelník) nádrží s kapalinou.

#### 1.1.1.1 Návrh regulátoru z přechodové charakteristiky (aperiodického typu)

Nejprve se ověří, jestli je systém stabilní a aperiodického typu. To znamená, že všechny póly z přenosové rovnice (53) jsou reálné záporné a čítenel přenosu je konstanta. Do rovnice (53) se dosadí číselné hodnoty za proměnné.

$$G(s) = \frac{1}{48s^2 + 121s + 1} \quad (83)$$

póly systému z rovnice (83) jsou

$$48s^2 + 121s + 1 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 14641 - 192$$

$$D = 14449$$

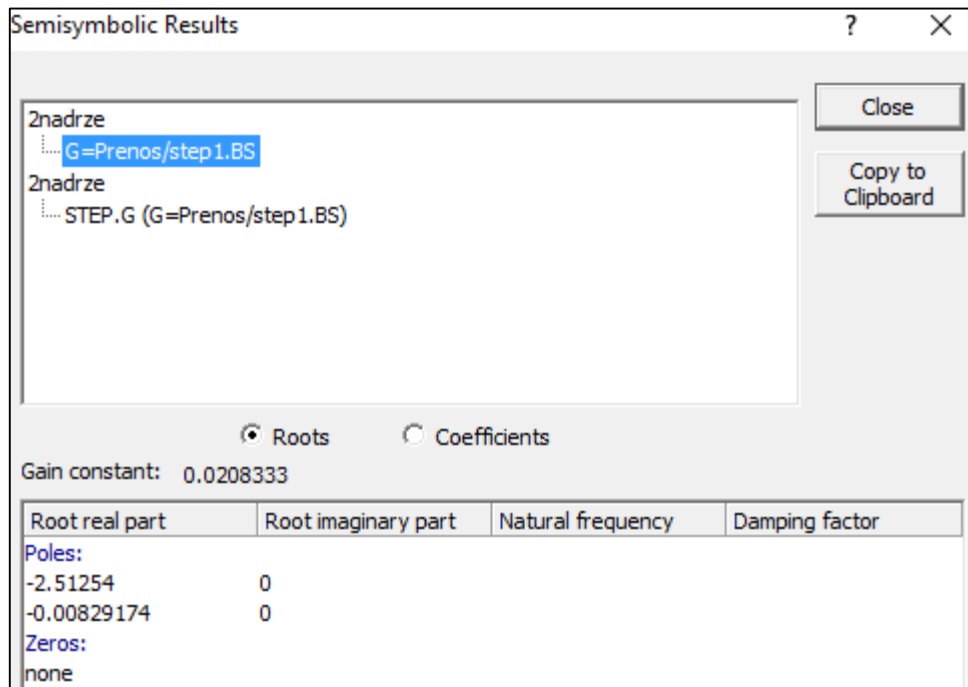
$$p_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$p_1 = \frac{-121 + \sqrt{14449}}{96} = -0,0083$$

$$p_2 = \frac{-121 - \sqrt{14449}}{96} = -2,5125$$

(84)

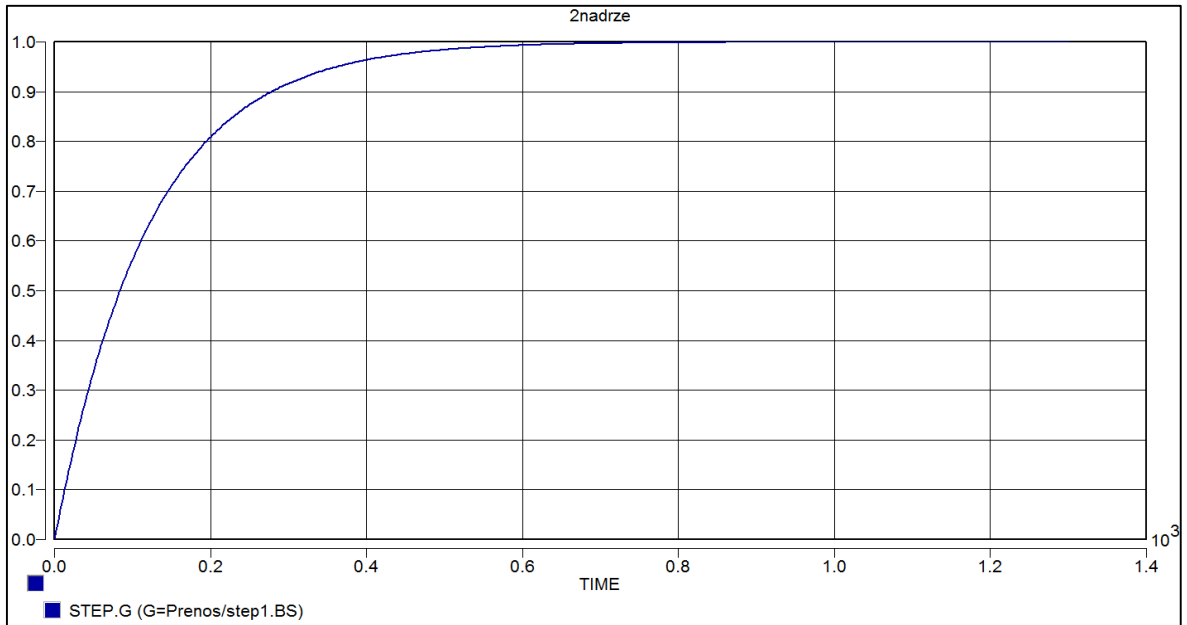
Výsledky z rovnice (84) se ověří pomocí programu DYNAST Shell. Podrobný popis je popsán v příloze (P III). Výstup z programu DYNAST Shell je vidět na obrázku (Obrázek 31).



Obrázek 31 – Analytické řešení pólů pomocí programu DYNAST Shell

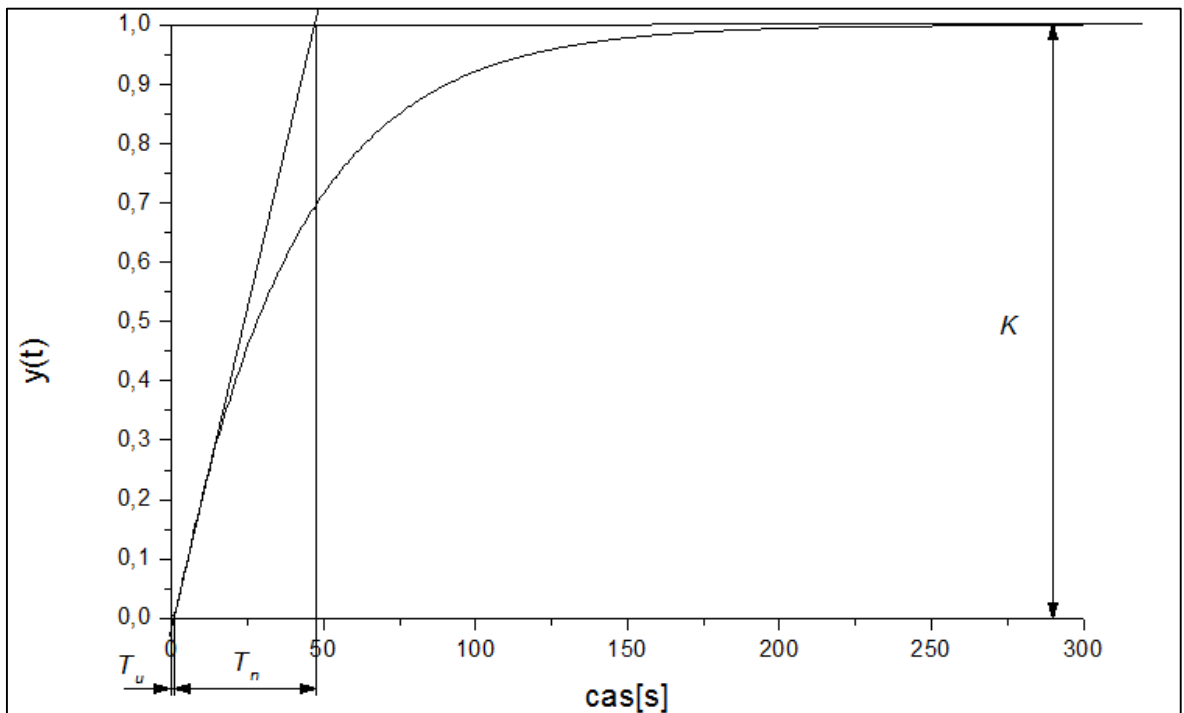
Z obrázku (Obrázek 31) je vidět, že se podařilo ověřit správnost vypočtených pólů z rovnice (84).

Vykreslí se přechodová charakteristika systému, která je zobrazena na obrázku (Obrázek 32).



Obrázek 32 – Frekvenční charakteristika systému dvou nádrží s kapalinou v programu DYNAST Shell

Pro export dat je zapotřebí v menu s vykresleným grafem přejít do **Edit** a vybrat záložku **Copy as Text** a pomocí klávesové zkratky **Ctrl + v**, se vloží data do požadovaného programu. Pro konstrukci tečny v inflexním bodě přechodové charakteristiky a určení parametrů  $T_u$ ,  $T_n$  a  $K$  byl zvolen program Origin. Výstup z programu je na obrázku (Obrázek 33).



Obrázek 33 – Určení parametrů  $T_u$ ,  $T_n$  a  $K$  z přechodové charakteristiky

Z přechodové funkce se odečtou hodnoty

$$K = 1$$

$$T_u = 0,91$$

$$T_n = 46,16$$

Hodnoty  $T_u$  a  $T_n$  se dosadí do rovnice (85)

$$\gamma = \frac{T_n}{T_u} = \frac{46,16}{0,91} = 50,73 \tag{85}$$

Použije se tabulka (Tabulka 2) pro revidovanou Ziegler – Nicholsonovu metodu

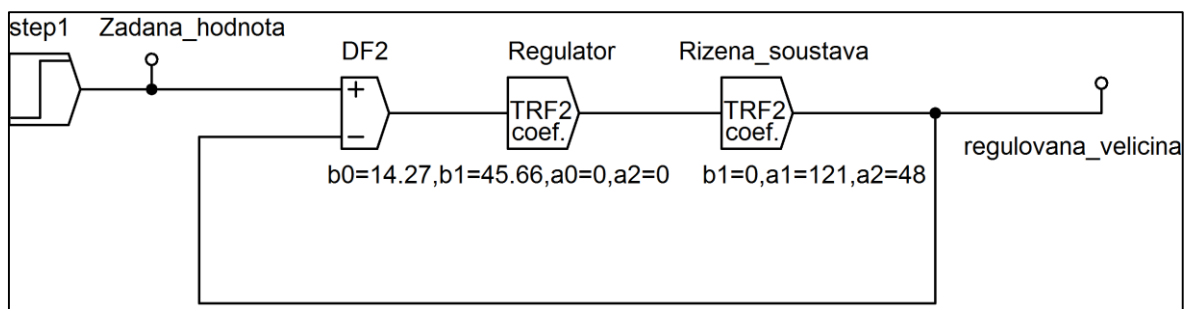
Tabulka 3 - Hodnoty revidované Ziegler-Nicholsonovy metody

	$k_r$	$T_I$
<b>PI</b>	45,66	3,2

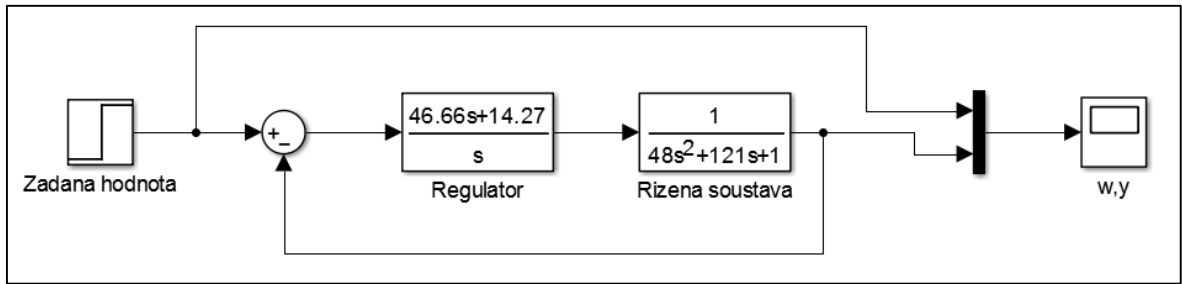
PI regulátor je dán přenosem

$$G_R(s) = k_r \left( 1 + \frac{1}{T_I s} \right) = \frac{k_r s + \frac{k_r}{T_I}}{s} = \frac{45,66s + 14,27}{s} \tag{86}$$

Z rovnic (83) a (86) se sestaví regulační obvod. Na obrázku (Obrázek 34) je regulační obvod v programu DYNAST Shell a na obrázku (Obrázek 35) je regulační obvod v Simulinku pro porovnání výstupů.

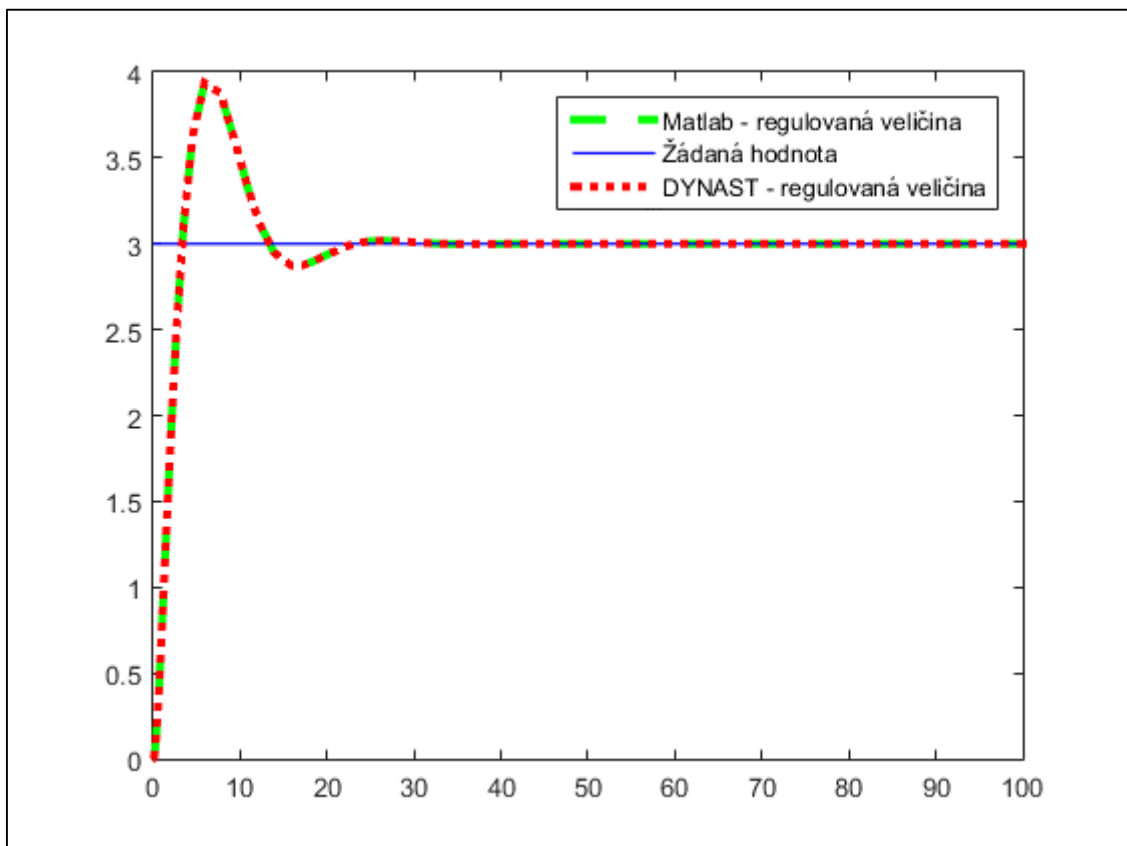


Obrázek 34 – Simulační schéma regulačního obvodu v programu DYNAST Shell



Obrázek 35 – Simulační schéma regulačního obvodu v programu MATLAB/Simulink

### 3.4.3.1 Porovnání výstupů regulačních obvodů



Obrázek 36 – Regulační pochody nádrže s kapalinou

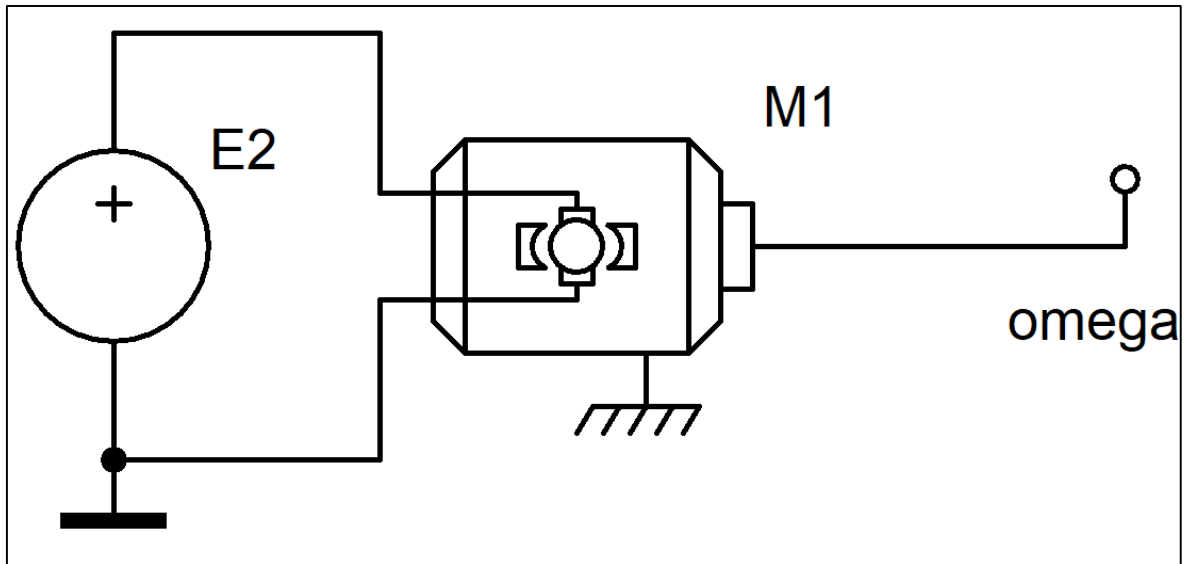
Z obrázku (Obrázek 36) je patrné, že regulační pochod v obou programech je naprosto identický.



### 3.5 Stejnosměrný motor s konstantním buzením

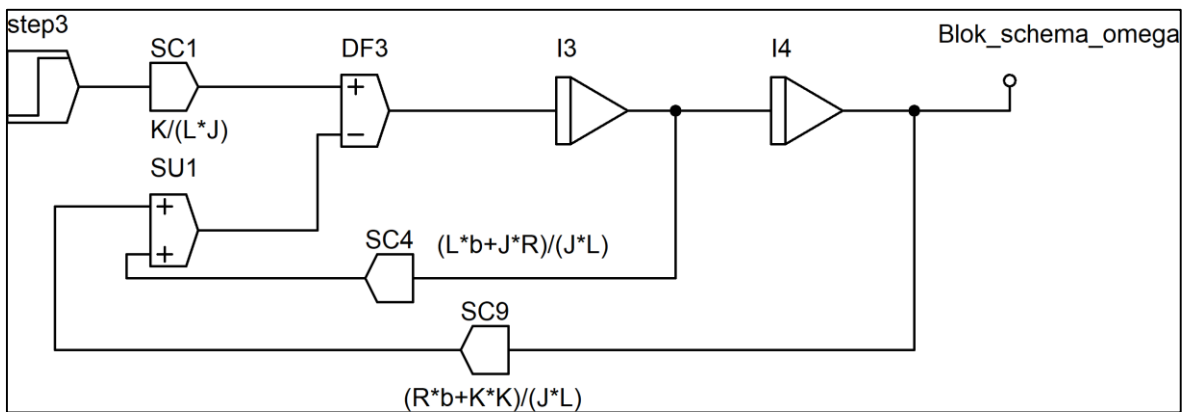
#### 3.5.1 Fyzikální model

Podle obrázku (Obrázek 7) bylo vytvořeno fyzikální schéma stejnosměrného motoru s konstantním buzením.

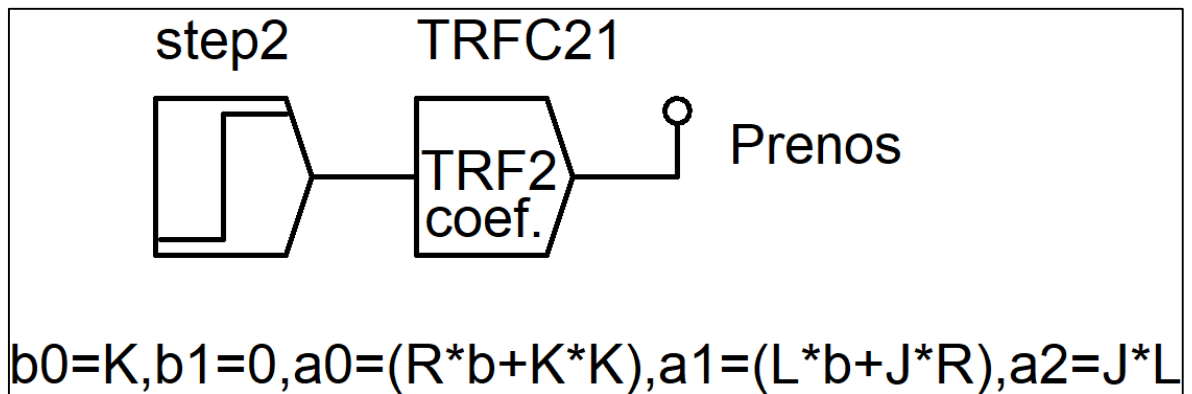


Obrázek 37 – Fyzikální schéma stejnosměrného motoru

#### 3.5.2 Bloková schémata DC motoru



Obrázek 38 – Schématické zapojení stejnosměrného motoru v programu DYNAST Shell ze základních bloků



Obrázek 39 - Schématické stejnosměrného motoru v programu DYNAST Shell z přenosové funkce

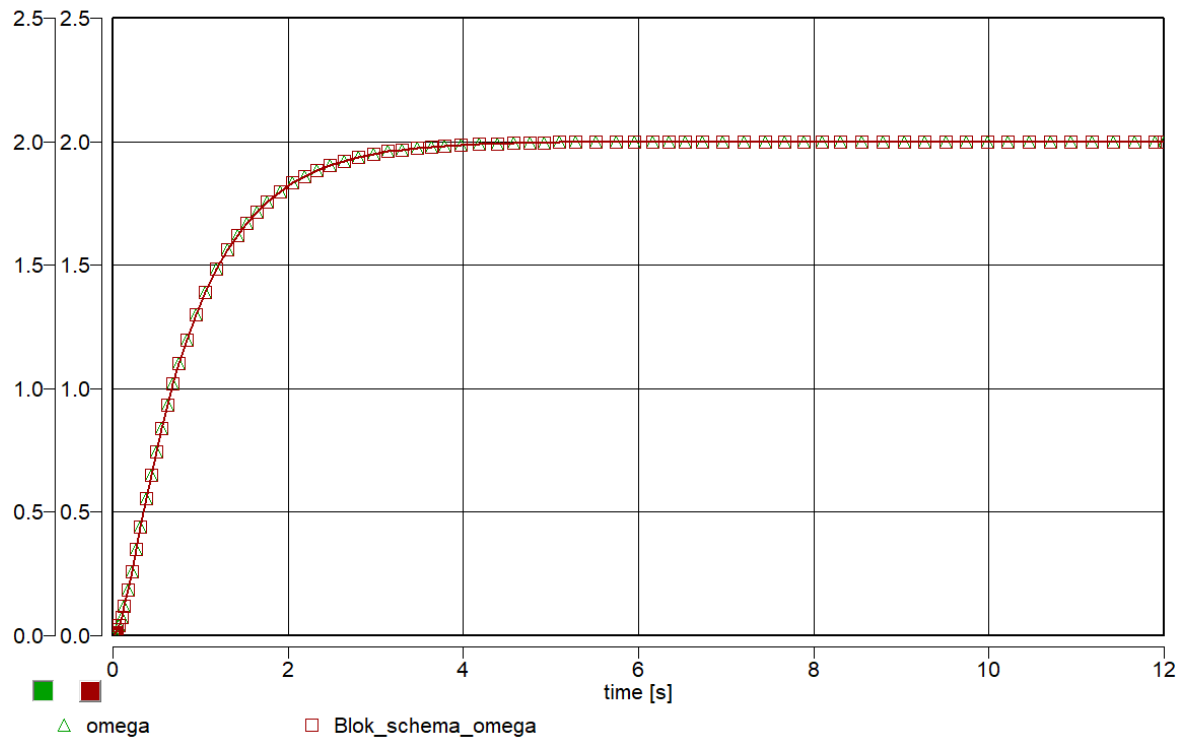
### 3.5.3 Vykreslení grafů a porovnání výsledků

Pro porovnání simulací se zvolí hodnoty jednotlivých komponentů následovně. Rezistor

$R = 4 \Omega$ , cívka  $L = 0.5 \text{ H}$ , moment setrvačnosti  $J = 0,01 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ , konstantou úměrnosti

$K = 0,1 \text{ V}\cdot\text{s}/\text{rad}$  a koeficientem tření  $b = 0,01 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad}$ . Délka simulace je nastavena na 1 s.

### 3.5.3.1 Simulace časové závislosti otáček stejnosměrného motoru



Obrázek 40 – Simulace časové závislosti otáček stejnosměrného motoru v programu DYNAST Shell

Z obrázku (Obrázek 40) je možné vyzorovat, že došlo ke správnému zapojení jak fyzikálního modelu (zelený trojúhelník) tak matematického modelu (červený čtverec) stejnosměrného motoru.

#### 1.1.1.2 Návrh regulátoru Ziegler-Nicholsonovou metodou kritických parametrů

Pro získání přenosu regulované soustavy se dosadí zadané parametry do přenosové rovnice (62).

$$G_S(s) = \frac{20}{s^3 + 9s^2 + 10s} \quad (87)$$

Regulátoru se ponechá pouze proporcionální složka  $r_0$  a sestaví se charakteristická rovnice regulačního obvodu pomocí jmenovatele přenosu a odchylky při řízení

$$G_{we}(s) = \frac{1}{1 + G_R(s)G_S(s)} = G_{we}(s) = \frac{1}{1 + \frac{20r_0}{s^3 + 9s^2 + 10s}} \quad (88)$$

$$= \frac{s^3 + 9s^2 + 10s}{s^3 + 9s^2 + 10s + 20r_0}$$

Charakteristické rovnice regulačního obvodu je tedy

$$s^3 + 9s^2 + 10s + 20r_0 = 0 \quad (89)$$

Použije se Hurwitzovo kritérium pro určení kritického zesílení regulátoru

$$H_3 = \begin{vmatrix} 9 & 20r_0 & 0 \\ 1 & 10 & 0 \\ 0 & 9 & 20r_0 \end{vmatrix} \quad (90)$$

Pro hranici stability se musí 2. hlavní subdeterminant rovnat nule

$$H_2 = 90 - 20r_0 = 0$$

$$90 = 20r_0 \quad (91)$$

$$r_0 = 4,5 = r_{ok}$$

Následně se určí kritická úhlová rychlost  $\omega_k$  tak, že se dosadí za  $r_0 = r_{ok}$  a  $s = j\omega_k$  do charakteristické rovnice (90) a za podmínky, že  $Re(\omega_k) = 0$

$$(j\omega_k)^3 + 9(j\omega_k)^2 + 10j\omega_k + 20r_{ok} = 0$$

$$j\omega_k(\omega_k^2 + 10) - 9\omega_k^2 = 0 \quad (92)$$

$$\omega_k = \pm\sqrt{10}$$

Kritická perioda se určí podle vztahu

$$T_k = \frac{2\pi}{\omega_k} = \frac{2\pi}{\sqrt{10}} = 1,9869 \text{ s} \quad (93)$$

použije se tabulka (Tabulka 1) pro Ziegler – Nicholsovou metodu

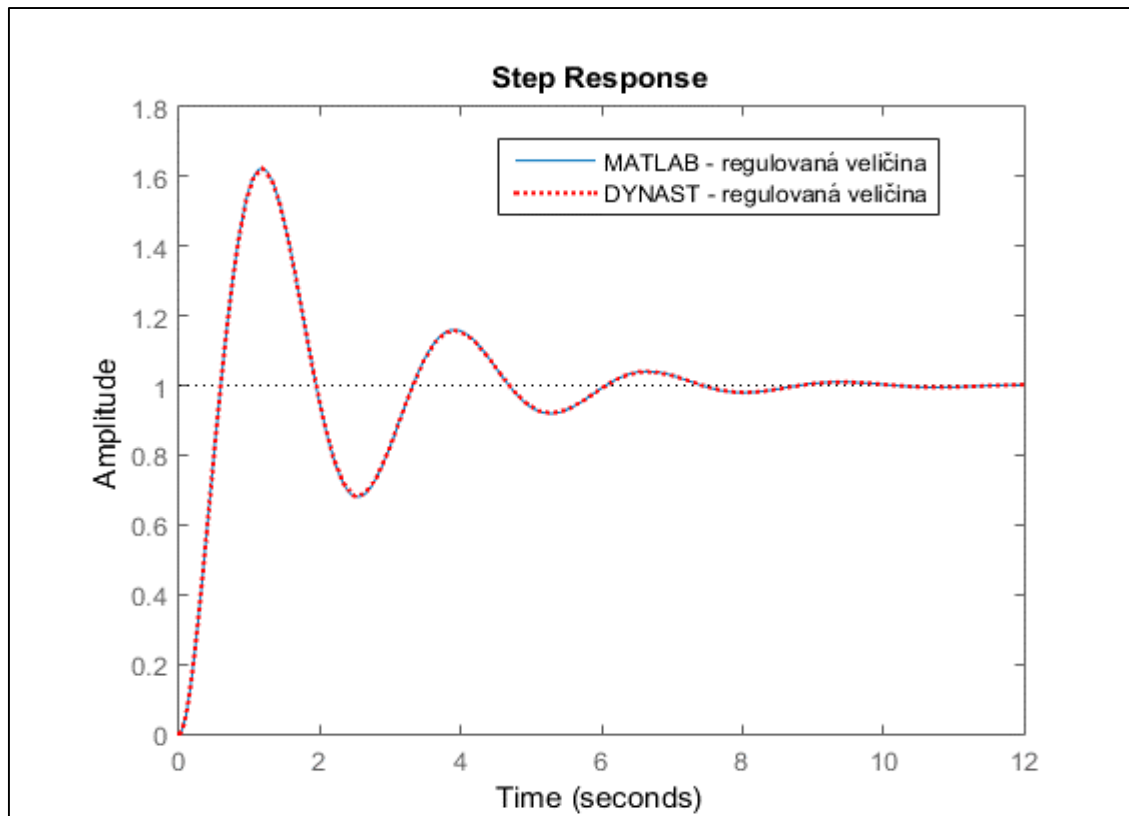
Tabulka 4 – Hodnoty Ziegler-Nicholsonovy metody

	$r_0$	$r_{-1}$	$r_{-1}$
<b>PID</b>	2,7	2,7178	0,6706

PI regulátor je dán přenosem

$$G_R(s) = r_0 + \frac{r_{-1}}{s} + r_1 s = \frac{0,6706s^2 + 2,7s + 54,356}{s} \quad (94)$$

### 3.5.3.2 Odezvy PID regulátorů na jednotkový skok



Obrázek 41 – Odezvy na jednotkový skok PID regulátorů

Z obrázku (Obrázek 41) je možné vypořadovat, že odezva regulačních pochodů na jednotkový skok je naprosto identická v obou programech.

## 4 ÚLOHY K PROCVIČOVÁNÍ

### 4.1 Úlohy k jednotlivým modelům

#### 4.1.1 Model integračního článku

Integrační článek dle obrázku (Obrázek 3) je tvořen rezistorem  $R_I = 60 \text{ k}\Omega$ , kapacitou  $C_I = 20 \text{ nF}$  a napětím na zdroji  $E_I = 1 \text{ V}$ . Délka simulace nastavte na 1 sekundu.

- Sestavte simulační model v programu DYNAST Shell
- Vypočtete impulsní funkci systému
- Ověřte správnost analytického řešení s výstupem z programu DYNAST Shell
- Vykreslete impulsní charakteristiku v programu DYNAST Shell

#### 4.1.2 Model vozíku

Vozík dle obrázku (Obrázek 4) je tvořen hmotností vozíku  $m = 20 \text{ kg}$ . Tuhostí pružiny  $k = 3000 \text{ N/m}$ . Hodnota koeficientu tlumení  $b = 3 \text{ Ns/m}$ . Pro harmonickou sílu zvolte parametry následovně amplituda  $a = 1$ , frekvence  $f = 1 \text{ Hz}$  a fázový posun  $\varphi = 0 \text{ rad}$ . Délku simulace nastavte na 1 s.

- Sestavte simulační model v programu DYNAST Shell
- Vypočtete frekvenční přenos ve složkovém tvaru
- Převeďte frekvenční přenos ve složkovém tvaru do exponenciálního tvaru
- Vykreslete Nyquistovu křivku v programu DYNAST Shell
- Vykreslete Bodeho křivky v programu DYNAST Shell

#### 4.1.3 Model nádrže s kapalinou

Nádrž s kapalinou dle obrázku (Obrázek 5) je tvořena odporem ventilu  $R = 0,532 \cdot 10^4 \text{ s/m}^2$ , nádrží s kapacitou  $C = 0,02 \text{ m}^2$  a objemovým průtokem potrubí  $q_i = 0,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$ . Délku simulace nastavte na 400 s.

- Sestavte simulační model v programu DYNAST Shell
- Vypočtete přechodovou funkci
- Ověřte správnost analytického řešení s výstupem z programu DYNAST Shell
- Vykreslete přechodovou charakteristiku v programu DYNAST Shell

#### 4.1.4 Model nádrží s kapalinou

Nádrže s kapalinou dle obrázku (Obrázek 6) jsou tvořeny odporem ventilu  $R_1 = 0,2 \cdot 10^2 \text{ s/m}^2$ , odporem ventilu  $R_2 = 0,4 \cdot 10^2 \text{ s/m}^2$ , nádržemi s kapacitou  $C_1 = 0,02 \text{ m}^2$ ,  $C_2 = 0,02 \text{ m}^2$  a objemovým průtokem potrubí  $q_i = 0,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$ . Délku simulace nastavte na 400 s.

- a) Sestavte simulační model v programu DYNAST Shell
- b) Vypočtete póly systému z rovnice přenosu
- c) Ověřte správnost analytického řešení s výstupem z programu DYNAST Shell
- d) Vykreslete přechodovou charakteristiku v programu DYNAST Shell
- e) Určete parametry  $T_u$ ,  $T_n$  a  $K$  z přechodové charakteristiky v libovolném programu
- f) Určete přenos PI regulátoru z tabulky (Tabulka 2)
- g) Sestavte simulační schéma regulačního obvodu v programu DYNAST Shell
- h) Vykreslete regulační pochod v programu DYNAST Shell

#### 4.1.5 Model stejnosměrného motoru

Stejnoseměrný motor dle obrázku (Obrázek 7) je tvořen Rezistorem

$R = 5 \Omega$ , cívkou  $L = 0,4 \text{ H}$ , momentem setrvačnosti  $J = 0,02 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ , konstantou úměrnosti  $K = 0,1 \text{ V} \cdot \text{s}/\text{rad}$  a koeficientem tření  $b = 0,02 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}/\text{rad}$ . Délku simulace nastavte na 10 s.

- a) Sestavte simulační model v programu DYNAST Shell
- b) Určete kritické zesílení  $r_{ok}$
- c) Určete kritickou rychlost  $\omega_k$
- d) Určete kritickou periodu  $T_k$
- e) Určete přenos PID regulátoru z tabulky (Tabulka 1)
- f) Sestavte simulační schéma regulačního obvodu v programu DYNAST Shell
- g) Vykreslete regulační pochod v programu DYNAST Shell

## ZÁVĚR

V teoretické části práce je uveden stručný teoretický výklad k látce vyučované v předmětech Automatizace, Automatické řízení a Teorie systémů, který je dále aplikován v praktické části na vybraných modelech spojitých dynamických systémů. Součástí teoretické části je také matematický popis vybraných systémů, které jsou doplněny názornými obrázky.

V praktické části je ke každému modelu vytvořeno jak fyzikální, tak blokové schéma v programu DYNAST Shell. Dále jsou u každého modelu zadány ukázkové parametry pro simulaci, ale i analytické řešení systému a vykreslení grafů. Z těchto grafů je možné vypožorovat, že matematické modely jsou ekvivalentní s modely fyzikálními. Je tedy možné vytvořit fyzikální modely bez znalosti matematického modelu a naopak. Následuje analytické řešení vybraných vlastností systému a ověření řešení pomocí programu DYNAST Shell. Dále vykreslení různých charakteristik a následné porovnání výstupu programu DYNAST Shell a programu MATLAB/Simulink. Z těchto grafů je patrné, že všechny výstupy jsou ekvivalentní, takže je možné zvolit program, který nám více vyhovuje. Na závěr praktické části jsou uvedeny příklady k procvičování. V příloze je dostupná příručka pro práci s programem DYNAST Shell. Součástí práce jsou také použité modely vytvořené v programu DYNAST Shell, které jsou součástí přiloženého CD.



## SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] PROKOP, Roman, Radek MATUŠŮ a Zdenka PROKOPOVÁ. *Teorie automatického řízení: lineární spojité dynamické systémy*. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2006, 102 s. ISBN 8073183692.
- [2] NAVRÁTIL, Pavel. *Automatizace: vybrané statě*. Ve Zlíně: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2011, 289 s. ISBN 9788073189358. Dostupné také z: <http://hdl.handle.net/10563/18581>
- [3] BALÁTĚ, Jaroslav. *Automatické řízení. 2., přeprac. vyd.* Praha: BEN - technická literatura, 2004, 663 s. ISBN 8073001489.
- [4] OGATA, Katsuhiko. *System dynamics*. 4th ed. Upper Saddle River, NJ: Pearson/Prentice Hall, c2004, ix, 768 s. ISBN 0131424629.
- [5] NOSKIEVIČ, Petr. *Modelování a identifikace systémů*. Ostrava: Montanex, 1999, 276 s. ISBN 8072250302.
- [6] HLINÁK, Milan. *Knihovna komplexních příkladů a úloh z předmětu Teorie systémů*. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2013, 116 s. (96 298 znaků). Dostupné také z: <http://hdl.handle.net/10563/25187>. Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně. Fakulta aplikované informatiky, Ústav automatizace a řídicí techniky. Vedoucí práce Pekař, Libor.
- [7] ŠPAČEK, Ondřej. *Simulační modely vybraných řízených systémů*. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2015, 104 s. (96 571 znaků). Dostupné také z: <http://hdl.handle.net/10563/34249>. Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně. Fakulta aplikované informatiky, Ústav automatizace a řídicí techniky. Vedoucí práce Navrátil, Pavel.
- [8] MANN, Heřman. *Snadné počítačové modelování dynamických soustav: příručka k internetovému kurzu a simulačnímu systému DYNAST*. Praha: ČVUT, 2008.
- [9] PROKOP, Roman. *Základy automatizace pro bakalářské studium*. Zlín: FT VUT, 1998, 52 s. ISBN 8021412518.
- [10] WOODS, Robert L. a Kent L. LAWRENCE. *Modeling and simulation of dynamic systems*. Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall, 1997, xx, 521 s. ISBN 0133373797.

**SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK****Seznam Symbolů**

$A(\omega)$	Amplituda frekvenčního přenosu.
$b$	Koeficient tlumení.
$C$	Elektrická kapacita
$E_k$	Kinetická energie
$E_p$	Potencionální energie
$F$	Síla
$f(t)$	Funkce reálné proměnné.
$G(s)$	Přenosová funkce.
$k$	Tuhost pružiny.
$L$	Operátor Laplaceovy transformace
$L^{-1}$	Operátor zpětné Laplaceovy transformace
$m$	Hmotnost.
$Q$	Objemový průtok.
$R$	Elektrický odpor.
$s$	Operátor komplexní proměnné
$T_u$	Doba průtahu.
$T_n$	Doba náběhu.
$t$	Čas
$\varphi$	Úhel
$U(s)$	Obraz vstupu v Laplaceově transformaci.
$u(t)$	Vstupní veličina.
$Y(s)$	Obraz výstupu v Laplaceově transformaci.
$y(t)$	Vstupní veličina.

**Seznam Zkratek**

LSDS    Lineární spojitý dynamický systém.

SISO    Jednorozměrný systém (Single-input single-output).

## SEZNAM OBRÁZKŮ

<i>Obrázek 1 – Odečtení periody netlumených kmitů při kritickém.....</i>	15
<i>Obrázek 2 – Určení parametrů <math>T_u</math>, <math>T_n</math> a <math>K</math> [1, s. 41] .....</i>	17
<i>Obrázek 3 - RC obvod [4, s. 264] .....</i>	18
<i>Obrázek 4 – Schéma soustavy vozíku s nekonzervativními silami [5, s. 32] .....</i>	20
<i>Obrázek 5 - Nádrž s kapalinou [4, s. 356].....</i>	22
<i>Obrázek 6 – Nádrže s kapalinou [4, s. 358] .....</i>	24
<i>Obrázek 7 – DC motor [4, s. 275] .....</i>	26
<i>Obrázek 8 - Fyzikální schéma RC obvodu v programu DYNAST Shell.....</i>	29
<i>Obrázek 9 – Schématické zapojení RC obvodu v programu DYNAST Shell ze základních bloků.....</i>	30
<i>Obrázek 10 – Schématické zapojení RC obvodu v programu DYNAST Shell z přenosové funkce.....</i>	30
<i>Obrázek 11 – Simulace napětí na kondenzátoru v programu DYNAST Shell .....</i>	31
<i>Obrázek 12 – Analytické řešení impulsní funkce programem DYNAST Shell.....</i>	32
<i>Obrázek 13 – Porovnání Impulsní charakteristiky .....</i>	33
<i>Obrázek 14 – Fyzikální schéma vozíku v programu DYNAST Shell.....</i>	34
<i>Obrázek 15 - Schématické zapojení vozíku ze základních bloků v programu DYNAST Shell.....</i>	34
<i>Obrázek 16 - Schématické zapojení vozíku v programu DYNAST Shell z přenosové funkce.....</i>	34
<i>Obrázek 17 – Simulace dráhy vozíku v programu DYNAST Shell .....</i>	35
<i>Obrázek 18 - Porovnání Nyquistovy křivky vozíku .....</i>	37
<i>Obrázek 19 – Ověření analytického výpočtu Bodeho křivky .....</i>	38
<i>Obrázek 20 – Porovnání Bodeho křivky vozíku.....</i>	39
<i>Obrázek 21 – Fyzikální schéma nádrže s kapalinou v DYNAST Shell .....</i>	40
<i>Obrázek 22 – Schématické zapojení nádrže s kapalinou ze základních bloků v programu DYNAST Shell.....</i>	40
<i>Obrázek 23 - Schématické zapojení nádrže s kapalinou v programu DYNAST Shell z přenosové funkce.....</i>	41
<i>Obrázek 24 – Simulace časové závislosti výšky hladiny nádrže s kapalinou v programu DYNAST Shell.....</i>	41
<i>Obrázek 25 - Analytické řešení přechodové funkce programem DYNAST.....</i>	43

<i>Obrázek 26 – Porovnání přechodových charakteristik .....</i>	44
<i>Obrázek 27 – Fyzikální schéma nádrží s kapalinou v programu DYNAST Shell .....</i>	44
<i>Obrázek 28 – Schématické zapojení nádrží s kapalinou v programu DYNAST Shell ze základních bloků.....</i>	45
<i>Obrázek 29 – Schématické zapojení nádrží s kapalinou v programu DYNAST Shell z přenosové funkce.....</i>	45
<i>Obrázek 30 – Simulace odtoku kapaliny z druhé nádrží v programu DYNAST Shell</i>	46
<i>Obrázek 31 – Analytické řešení pólů pomocí programu DYNAST Shell .....</i>	47
<i>Obrázek 32 – Frekvenční charakteristika systému dvou nádrží s kapalinou v programu DYNAST Shell.....</i>	48
<i>Obrázek 33 – Určení parametrů <math>T_u</math>, <math>T_n</math> a <math>K</math> z přechodové charakteristiky.....</i>	48
<i>Obrázek 34 – Simulační schéma regulačního obvodu v programu DYNAST Shell....</i>	49
<i>Obrázek 35 – Simulační schéma regulačního obvodu v programu MATLAB/Simulink.....</i>	50
<i>Obrázek 36 – Regulační pochody nádrže s kapalinou.....</i>	50
<i>Obrázek 37 – Fyzikální schéma stejnosměrného motoru .....</i>	51
<i>Obrázek 38 – Schématické zapojení stejnosměrného motoru v programu DYNAST Shell ze základních bloků .....</i>	51
<i>Obrázek 39 - Schématické stejnosměrného motoru v programu DYNAST Shell z přenosové funkce.....</i>	52
<i>Obrázek 40 – Simulace časové závislosti otáček stejnosměrného motoru v programu DYNAST Shell.....</i>	53
<i>Obrázek 41 – Odezvy na jednotkový skok PID regulátorů.....</i>	55
<i>Obrázek 42 – Nastavení ukládání souborů.....</i>	67
<i>Obrázek 43 – Založení nového projektu .....</i>	68
<i>Obrázek 44 – Vložení komponentu (rezistoru) na pracovní plochu .....</i>	69
<i>Obrázek 45 – Vložení napěťového zdroje do schématu .....</i>	70
<i>Obrázek 46 – Vložení kondenzátoru do schématu .....</i>	70
<i>Obrázek 47 – Vložení reference (elektrického uzemnění) do schématu .....</i>	71
<i>Obrázek 48 – Propojování komponentů .....</i>	71
<i>Obrázek 49 – Specifikace komponentu .....</i>	72
<i>Obrázek 50 – Zadávání nelineární analýzy .....</i>	73
<i>Obrázek 51 – Výběr proměnných k vykreslení.....</i>	74

---

<i>Obrázek 52 – Výstup z Run Analysis .....</i>	<i>75</i>
<i>Obrázek 53 – Výstup z Run Analysis &amp; Plot.....</i>	<i>75</i>
<i>Obrázek 54 – Výběr proměnných k vykreslení.....</i>	<i>76</i>
<i>Obrázek 55 – Zadávání obrazu odezev.....</i>	<i>77</i>
<i>Obrázek 56 – Časová odezva.....</i>	<i>78</i>
<i>Obrázek 57 – Nuly a póly systému.....</i>	<i>79</i>
<i>Obrázek 58 – Impulsní charakteristika v numerickém tvaru .....</i>	<i>79</i>
<i>Obrázek 59 – Zadávání kmitočtových charakteristik .....</i>	<i>80</i>

**SEZNAM TABULEK**

<i>Tabulka 1 - Nastavení parametrů regulátoru metodou Ziegler-Nichols [1, s. 39] ....</i>	<i>16</i>
<i>Tabulka 2 – Revidovaná Ziegler-Nicholsova metoda [1, s. 41] .....</i>	<i>17</i>
<i>Tabulka 3 - Hodnoty revidované Ziegler-Nicholsonovy metody .....</i>	<i>49</i>
<i>Tabulka 4 – Hodnoty Ziegler-Nicholsonovy metody .....</i>	<i>54</i>

**SEZNAM PŘÍLOH**

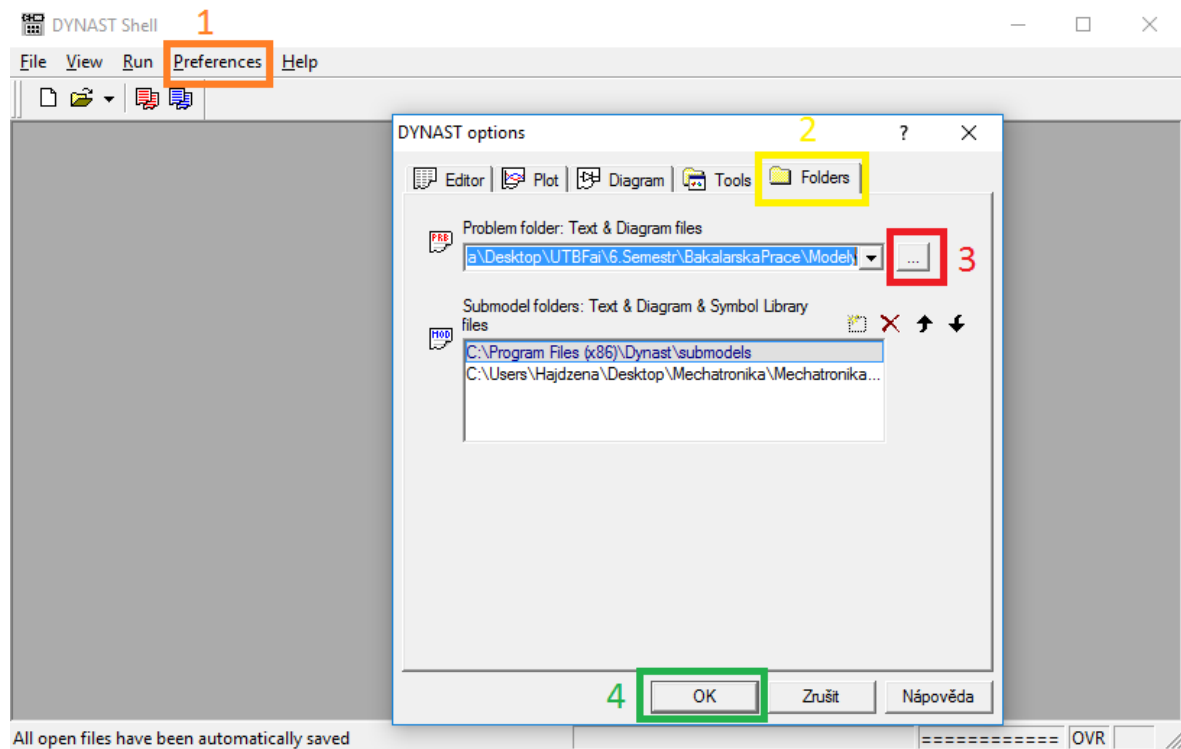
- P I Podrobné vytvoření fyzikálního modelu RC obvodu
- P II Grafické zobrazení výstupů
- P III Semisymbolická analýza
- P IV Elektronické přílohy na CD



## PŘÍLOHA P I: PODROBNÉ VYTVOŘENÍ FYZIKÁLNÍHO MODELU RC OBVODU

### a) Nastavení ukládání souborů

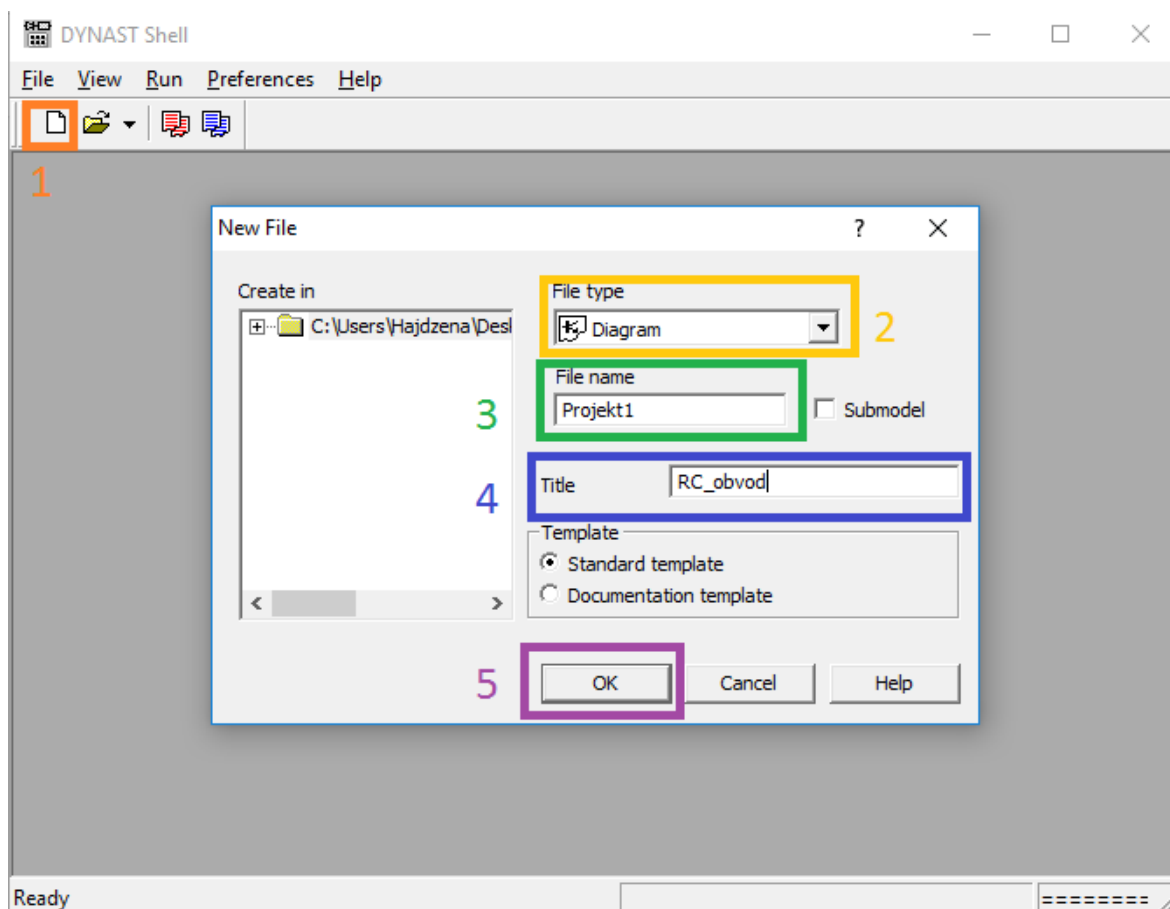
Při prvním spuštění programu DYNAST Shell je doporučeno nastavit cílovou složku pro ukládání vytvořených souborů. Jinak je použito defaultní nastavení.



Obrázek 42 – Nastavení ukládání souborů

V úvodním menu se přejde do vysouvacího menu **Preferences** a zvolí se **Options**. Poté je rozkliknuta záložka **Folders**. V poli **Problem folder: Text & Diagram files** se nastaví cesta, kde se budou vytvořené soubory ukládat. V poli **Submodel folders: Text & Diagram & Symbol Library** je možné vkládat submodely, které nejsou součástí základní instalace DYNAST Shell. Vše se potvrdí tlačítkem **OK**.

## b) Založení nového projektu

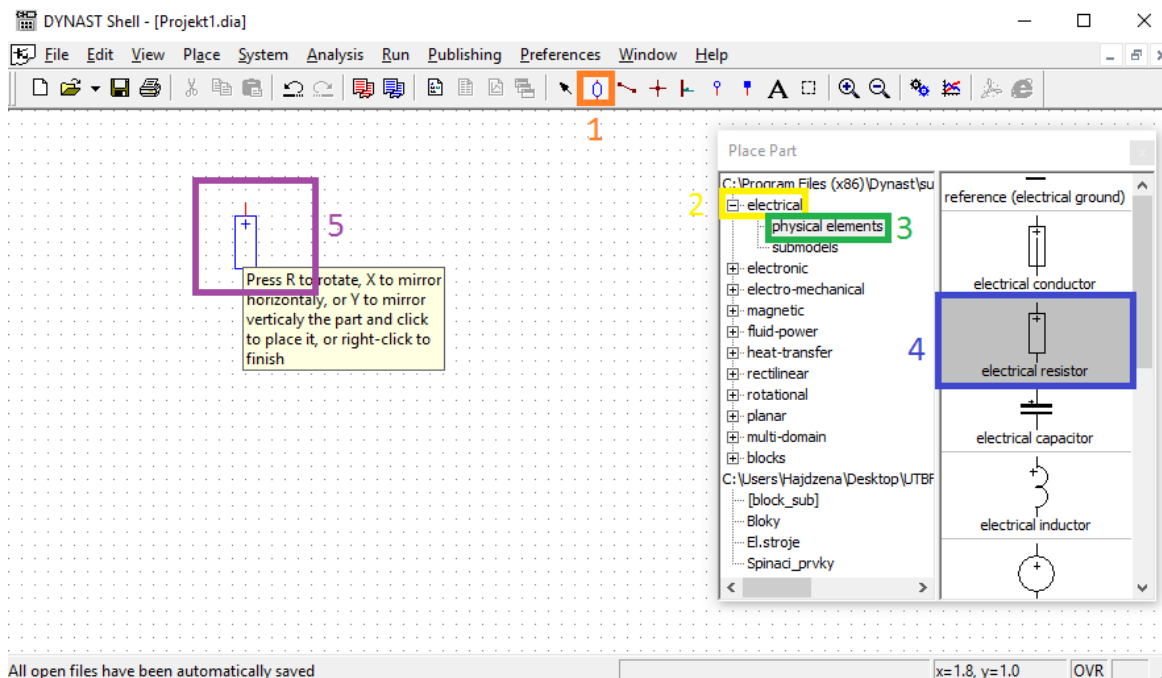


Obrázek 43 – Založení nového projektu

V úvodním menu se přejde do vysouvacího menu **Preferences** a zvolí se **Options**. Otevře se dialogové okno **New File**. V poli **File type** je vybrán **Diagram** v rolovacím seznamu. V poli **File name** se vyplní jméno souboru. Do pole **Title** je vepsán název řešené úlohy. Nakonec se vše potvrdí tlačítkem **OK**.

c) Vkládání komponentů na pracovní plochu

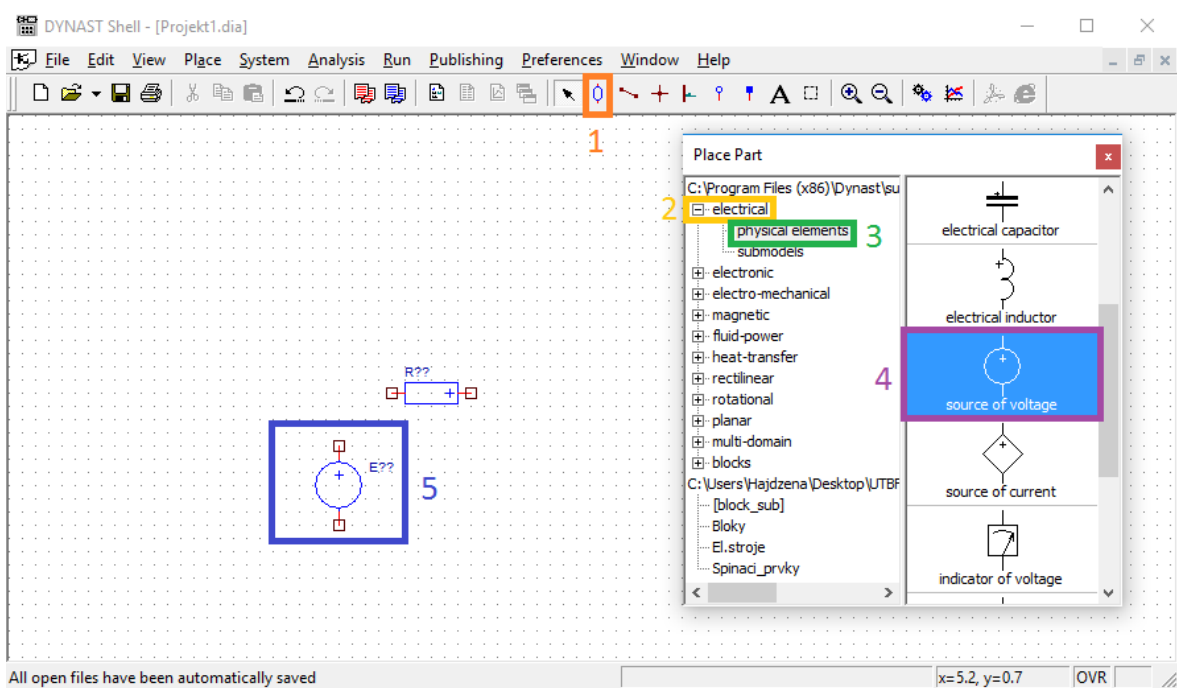
Fyzikální model je vytvořen podle obrázku (Obrázek 3). Postupuje se tak, že se jako první umístí na pracovní plochu první komponent elektrického obvodu rezistor.



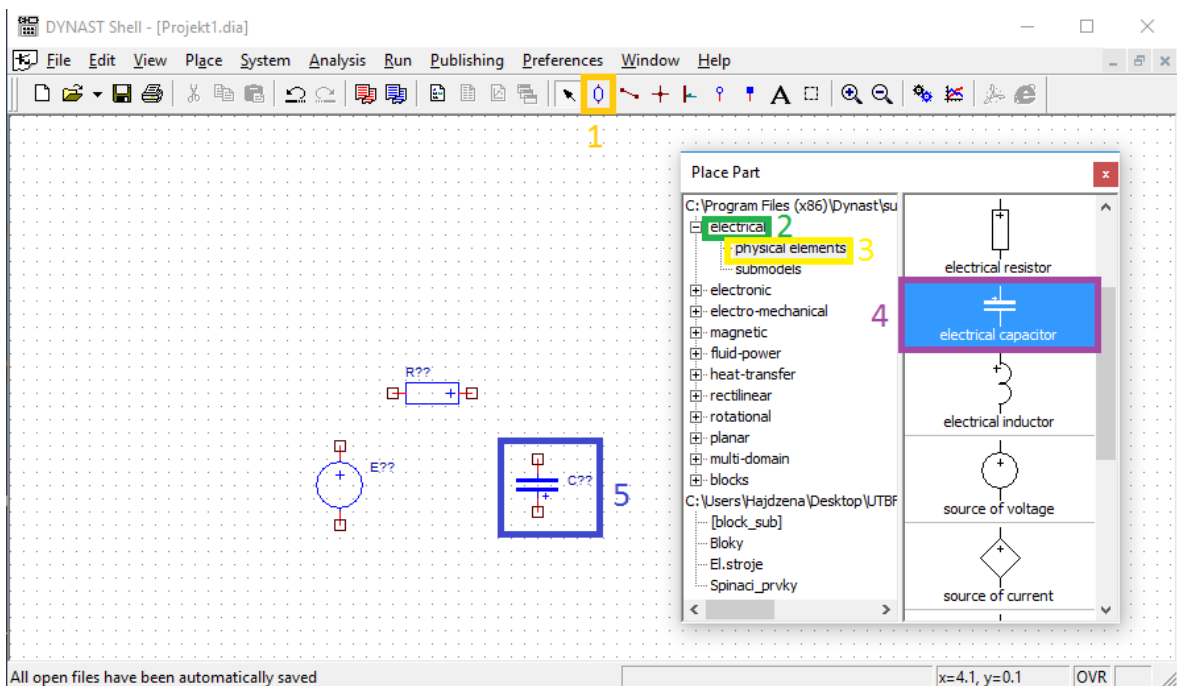
Obrázek 44 – Vložení komponentu (rezistoru) na pracovní plochu

Vybere se ikona **Place Part**. Otevře se nám seznam schématických značek. Pomocí znaku + se rozevře záložka **electrical**. Dále ze seznamu je vybráno **physical elements**. Zobrazí se nám seznam značek. Vybráním značky **electrical resistor**, a poté levým kliknutím na pracovní plochu vložíme prvek. Ještě před vložením je možné prvkem rotovat, pomocí klávesy **R**, anebo jej vodorovně otáčet pomocí kláves **X** a svisle pomocí klávesy **Y**. Klávesou **Esc** se ukončí vkládání aktuálního prvku.

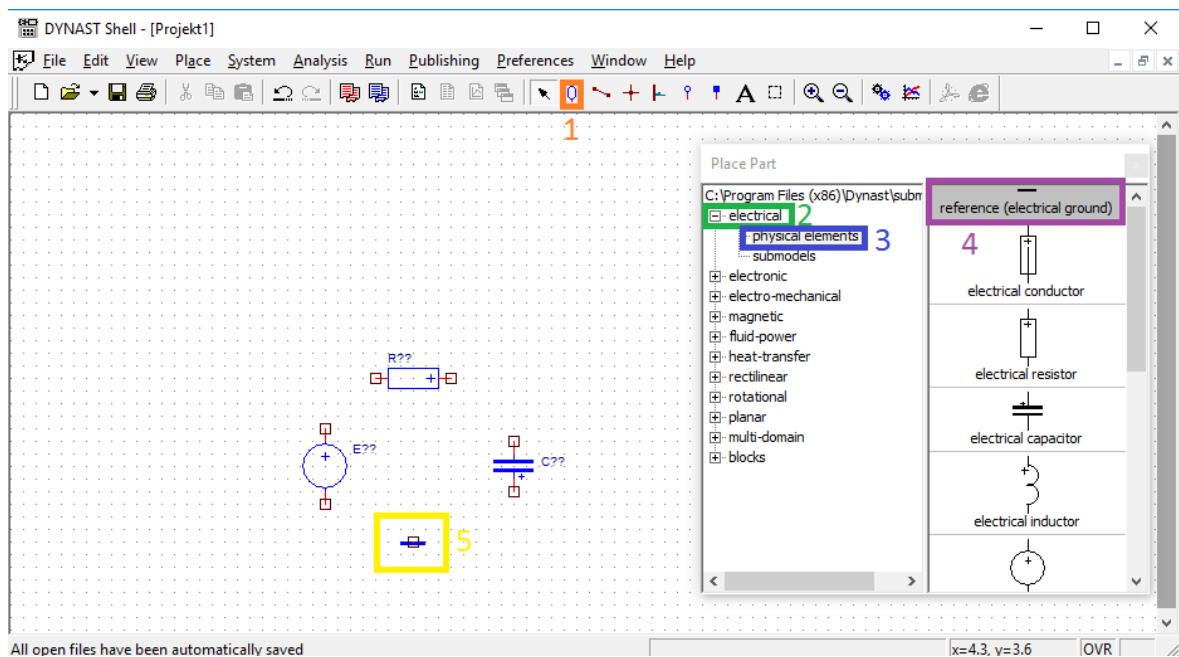
Tento postup je opakován pro vkládání ostatních prvků elektrického obvodu. Vložení napěťového zdroje je vyobrazeno na obrázku (Obrázek 45), vložení kondenzátoru je popsáno na obrázku (Obrázku 46) a vložení uzemnění je znázorněno na obrázku (Obrázek 47).



Obrázek 45 – Vložení napětového zdroje do schématu



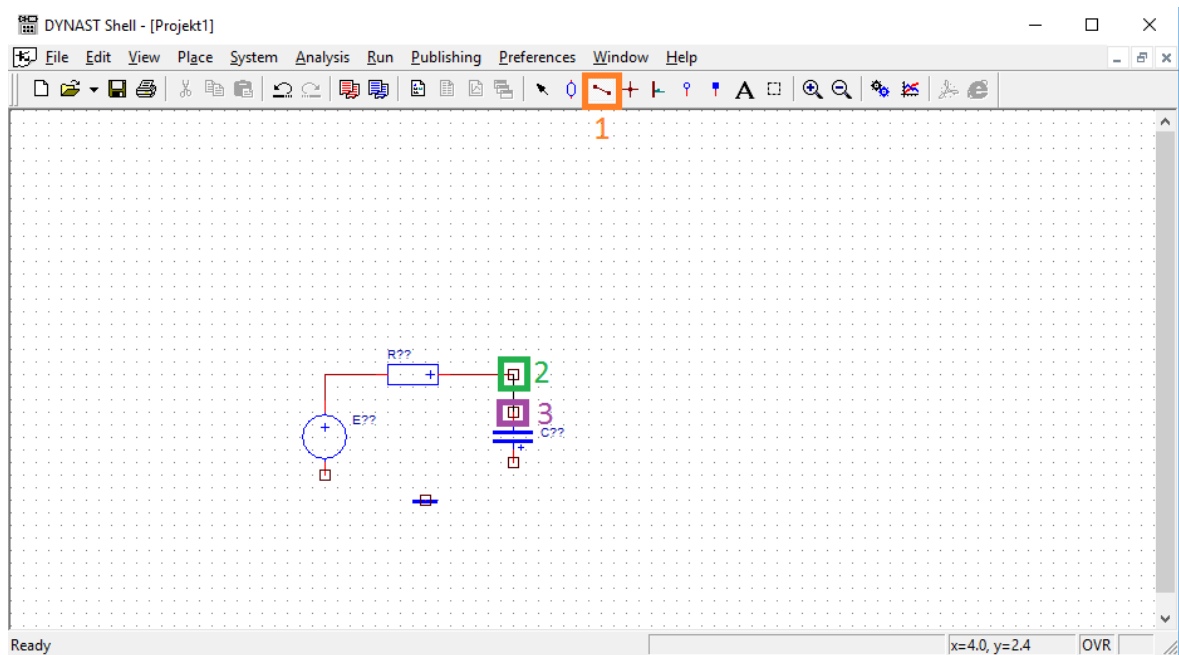
Obrázek 46 – Vložení kondenzátoru do schématu



Obrázek 47 – Vložení reference (elektrického uzemnění) do schématu

#### d) Propojování komponentů

Na pracovní ploše trčí vstupy a výstupy jednotlivých komponentů, které je možné mezi sebou propojovat. Propojovat vývody je možné pomocí úseček, křivek nebo lomených čar.

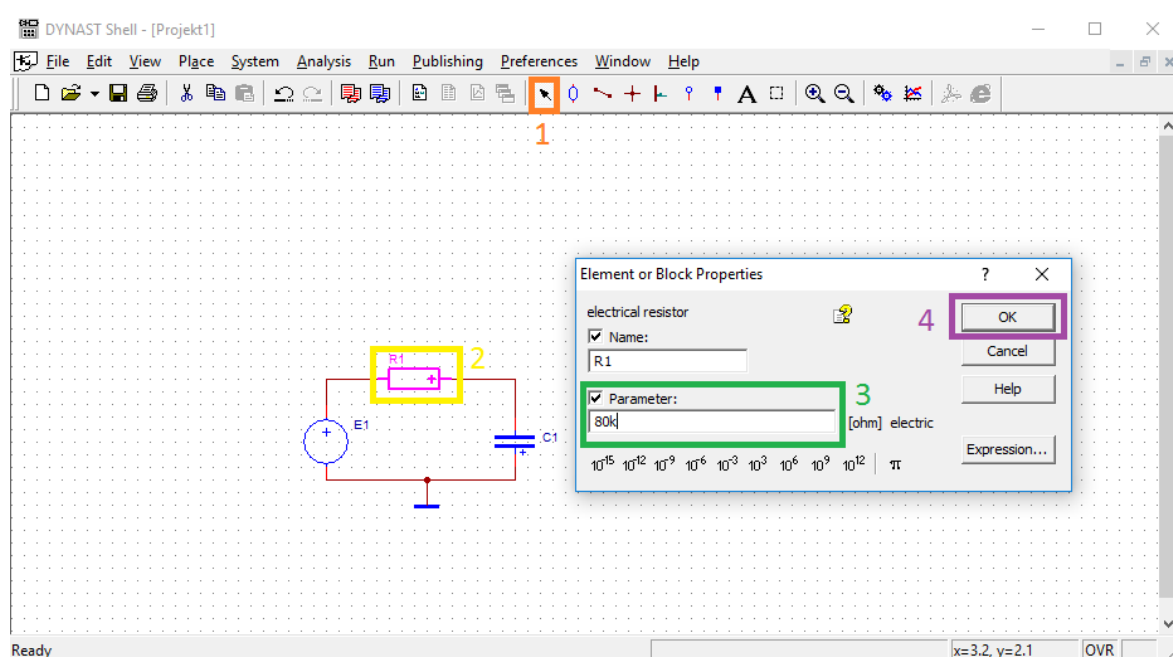


Obrázek 48 – Propojování komponentů

V **Place** menu nebo horní liště se vybere záložka **Link**. Poté je možné kliknout na čtvercové vývody ke spojení jednotlivých komponentů i prázdných míst, které se vytváří k loženým spojům.

e) Specifikace komponentů

Všechny komponenty ve schématu je zapotřebí specifikovat.



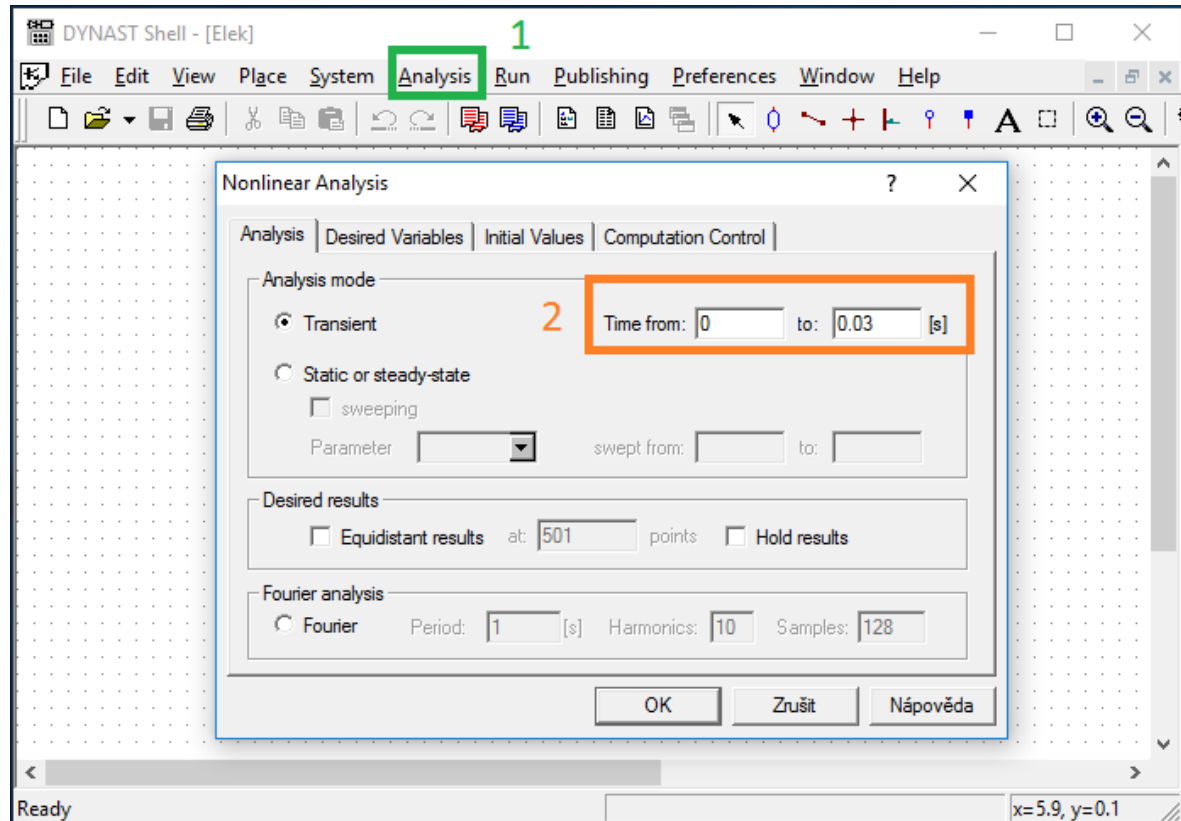
Obrázek 49 – Specifikace komponentu

Dvojklikem na komponent se objeví vyskakovací okno s parametry, které je možné dále modifikovat. U rezistoru je možné měnit název v poli **Name** a hodnotu elektrického odporu v poli **Parameter**. Nakonec se vše potvrdí tlačítkem **OK**. Pokud se ve schématu nachází stejné prvky, je zapotřebí je odlišovat rozdílným jménem. Když by došlo ke dvěma nebo více prvků se shodným názvem, DYNAST Shell tyto prvky zbarví do žlutých rámečků.

## PŘÍLOHA P II: GRAFICKÉ ZOBRAZENÍ VÝSTUPŮ

### a) Zadávání nelineární analýzy

Nelineární analýzu je možné aplikovat na soustavu v aktivním souboru.

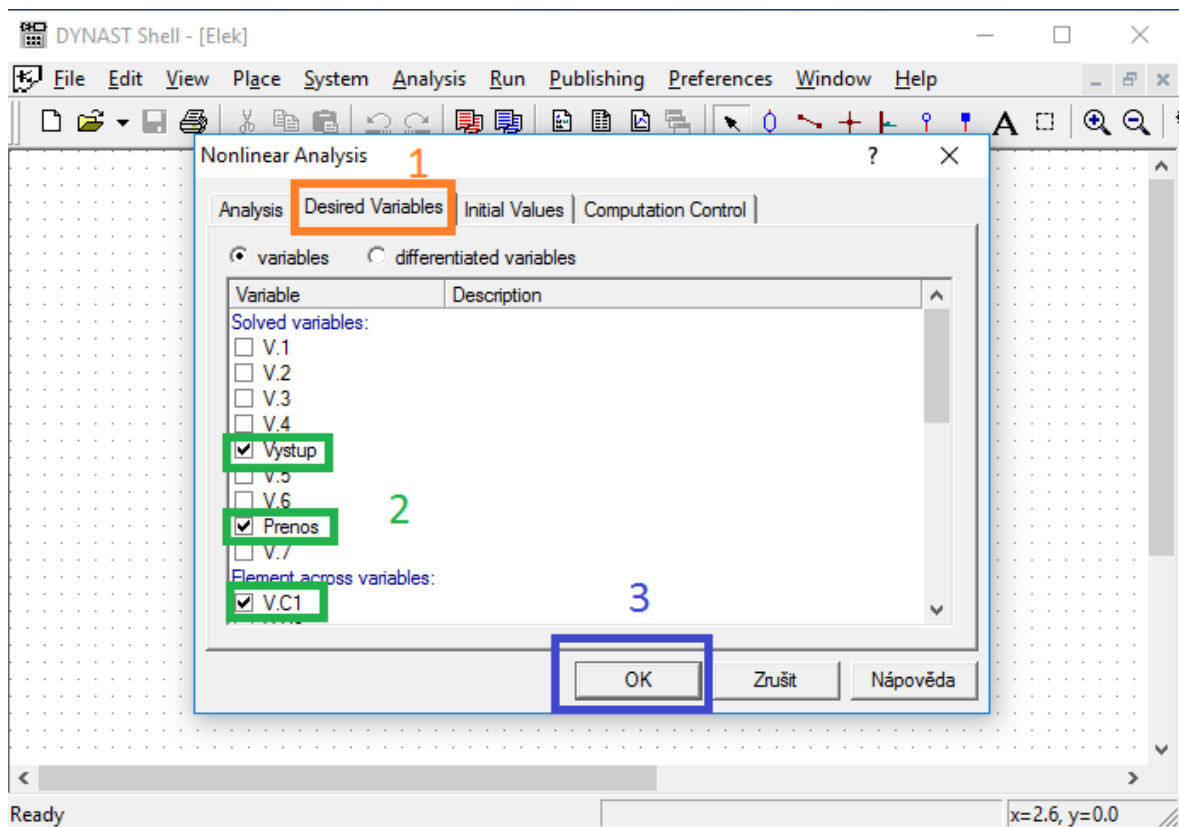


Obrázek 50 – Zadávání nelineární analýzy

V menu *Analysis* se zvolí záložka *Nonlinear*, čímž se zobrazí vyskakovací okno. V poli *Time from:* se zvolí délka simulace.

### b) Výběr proměnných nelineární analýzy a jejich vykreslení

Pro výběr proměnných je zapotřebí přejít do záložky *Desired Variables*, kde se zobrazí vyskakovací okno, které je možné vidět na obrázku (Obrázek 51).



Obrázek 51 – Výběr proměnných k vykreslení

Po zaškrtnutí proměnných je zapotřebí vše potvrdit tlačítkem **OK**. Pro výpočet požadovaných proměnných je třeba přejít v menu do záložky **Run** a zvolit **Run Analysis**. Výstup je možné pozorovat na obrázku (Obrázek 52). Pro výpočet a následné vykreslení je zapotřebí přejít v menu do záložky **Run** a zvolit **Run analysis & Plot**. Výstup je vykreslen na obrázku (Obrázek 53).



```

DYNAST Shell - Elek
File Edit View Errgrs Run Preferences Window Help
Elek
##### DYNAST - FREE VERSION #####
#
#   DYNAST is shareware that can be freely downloaded   #
#   from dynast.cvut.cz website                       #
#
##### version 4.0.1 - release date February 22, 2015 #####

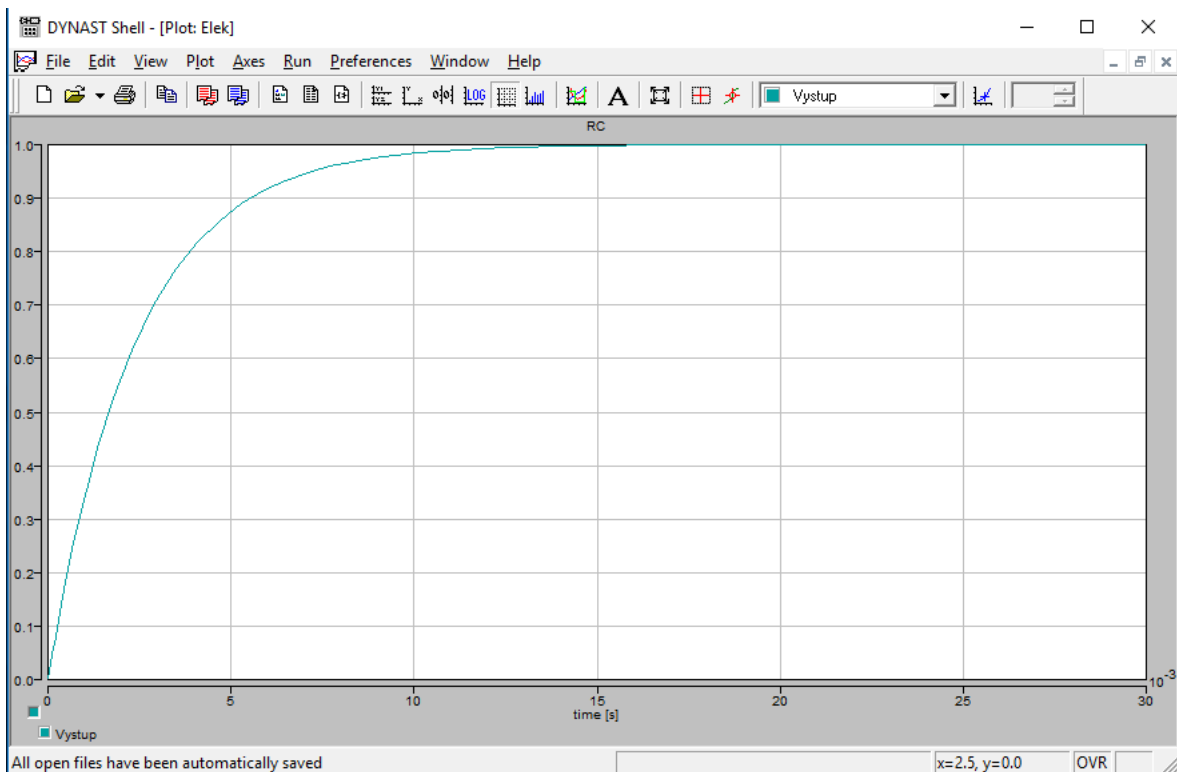
Program DYNAST started on May 9, 2017 at 23:37:05

*: RC
*SYSTEM;
C1 1 = 30n;
R1 1-2 = 80k;
E1 2 = 1;
step1 > @step 3;
SC1 > @Scalor 3,4 / 1/(R1*C1);
SC2 > @Scalor Vystup,5 / 1/(R1*C1);
TRFC11 > @trfc1 6,Prenos / a1=R1*C1;
step2 > @step 6;
I1 > @Int 7,Vystup;
DF1 > @Difference 4,5,7;
*TR;
TR 0 0.03;
PRINT step1.out, I.C1, V.C1, Vystup, Prenos;
RUN;
*PZ;

All open files have been automatically saved
Ln 1, Col 1 OVR

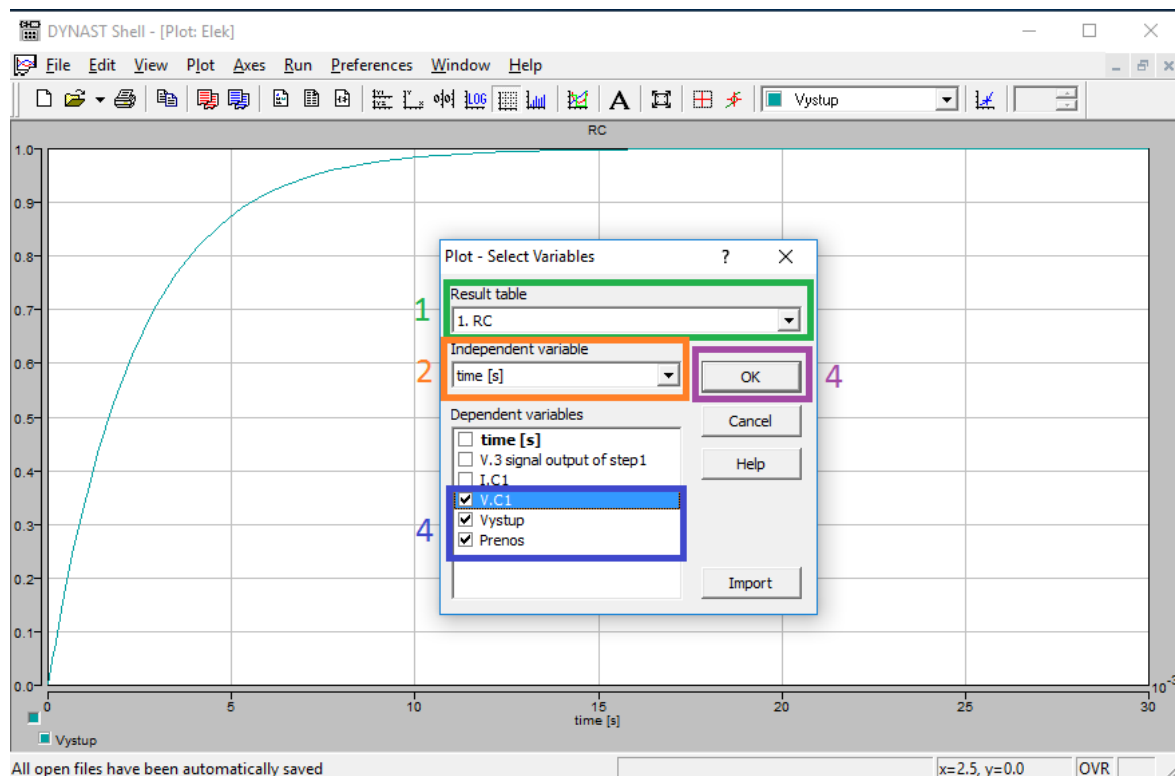
```

Obrázek 52 – Výstup z Run Analysis



Obrázek 53 – Výstup z Run Analysis & Plot

Zobrazený průběh na obrázku (Obrázek 53), je výstupem první zvolené proměnné z obrázku (Obrázek 51). Pro výběr jiných proměnných je třeba v menu vybrat záložku **Plot** a zvolit **Set variables**. Otevře se vyskakující okno, které lze pozorovat na obrázku (Obrázek 54).



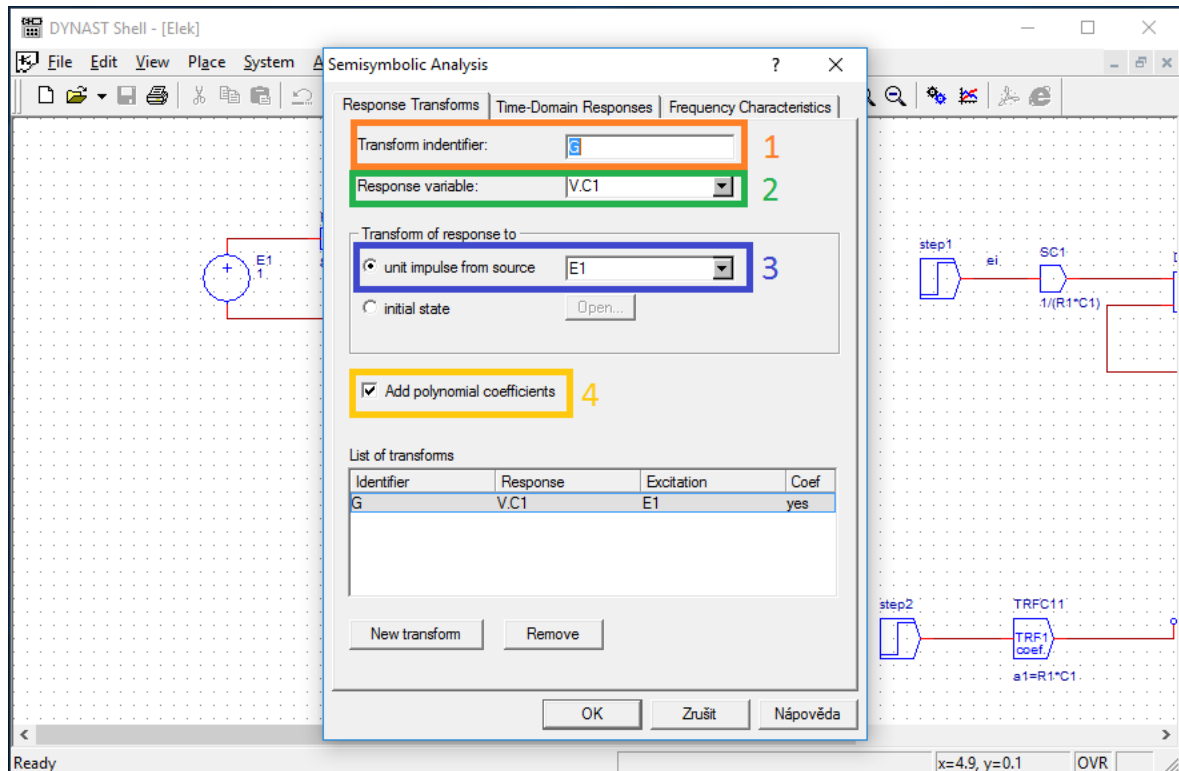
Obrázek 54 – Výběr proměnných k vykreslení

V rozevřacím seznamu v poli **Result table** se vybere výsledná tabulka. V rozevřacím seznamu **Independent variable** se vybere hodnota, která se vykreslí na vodorovnou osu. V poli **Dependent variables** se vyberou proměnné, které se mají současně zobrazit v jednom grafu. Vše se potvrdí tlačítkem **OK**.

## PŘÍLOHA P III: SEMISYMBOLICKÁ ANALÝZA

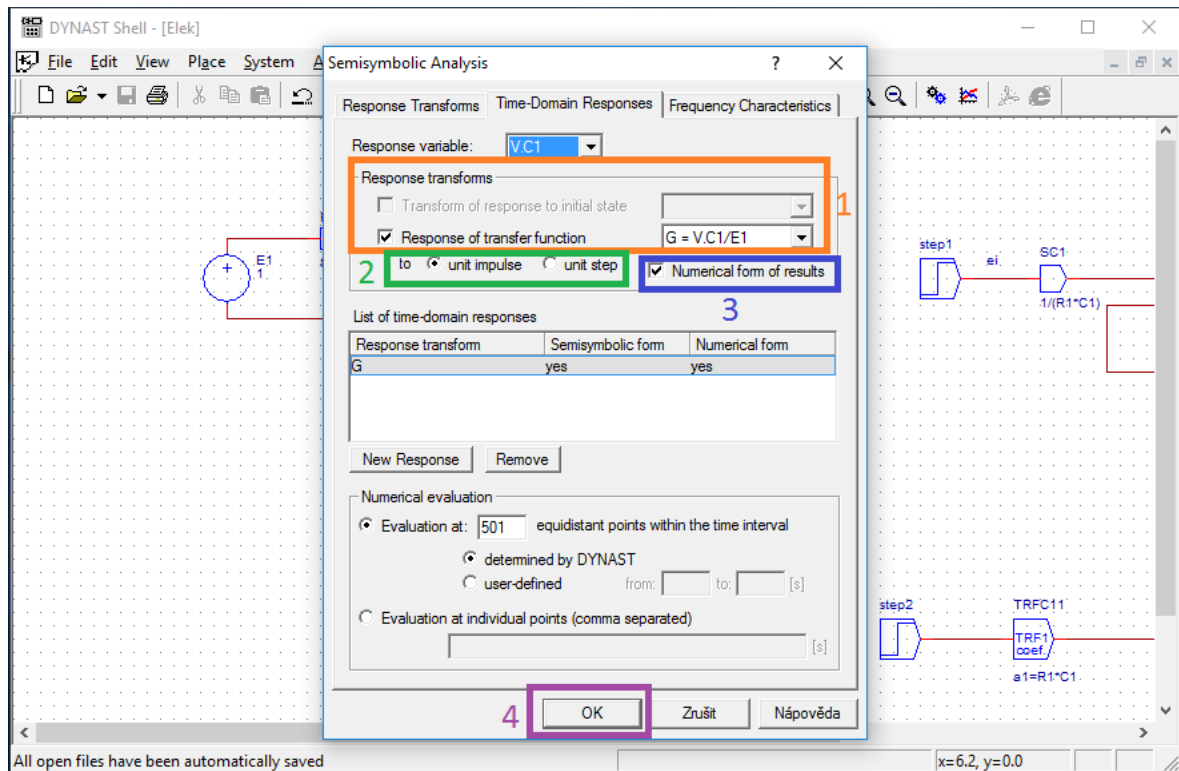
### a) Zadávání časových odezev

V menu *Analysis* se zvolí záložka *Semisymbolic Linear* a zobrazí se vyskakovací okno, které je možné sledovat na obrázku (Obrázek 55).



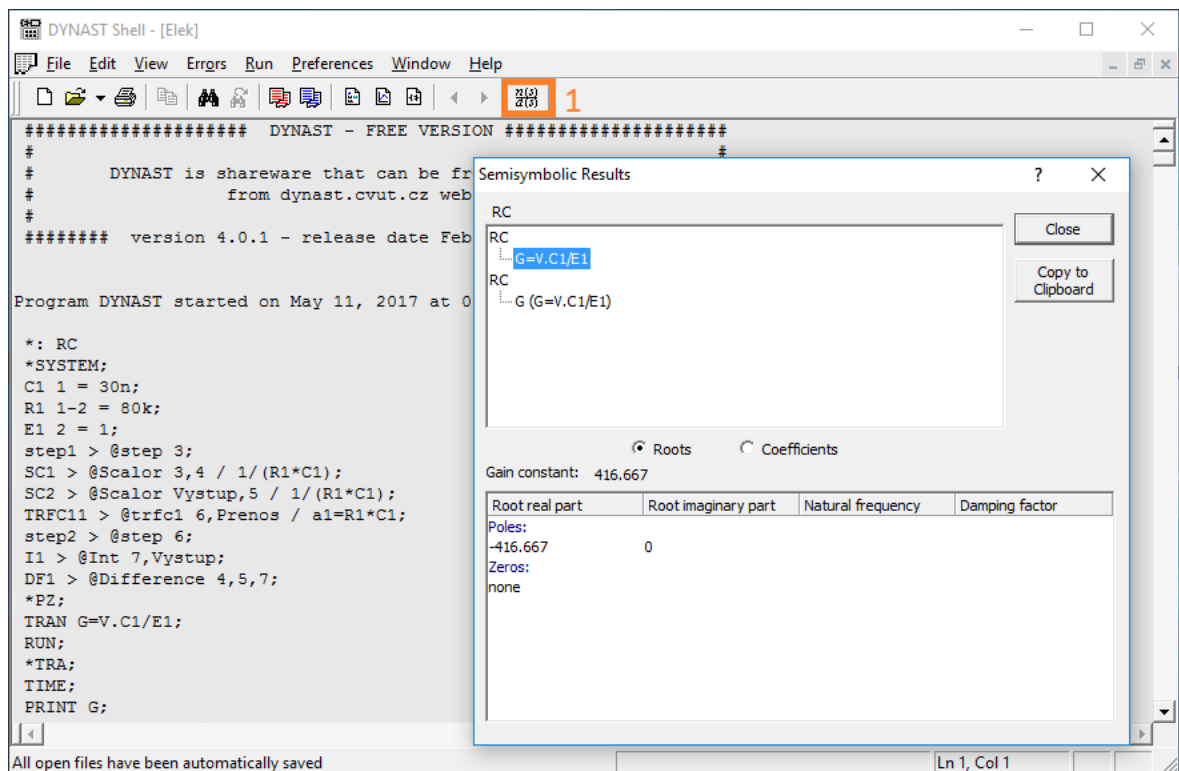
Obrázek 55 – Zadávání obrazu odezev

Do pole *Transform identifier* se zapíše název obrazu odezvy. V poli *Response variable* se v rolovacím seznamu vybere výstupní veličina přenosové funkce. V poli *Transform of response to* se zaškrtně *unit impulse from source* a v rolovacím seznamu se vybere vstupní veličina přenosové funkce. Pro určení koeficientů zadaných obrazů funkce je zapotřebí zaškrtnout *Add polynomial coefficients*. Po vyplnění všech parametrů se přejde do záložky *Time-Domain Responses*. Tu je možné shlédnout na obrázku (Obrázek 56).

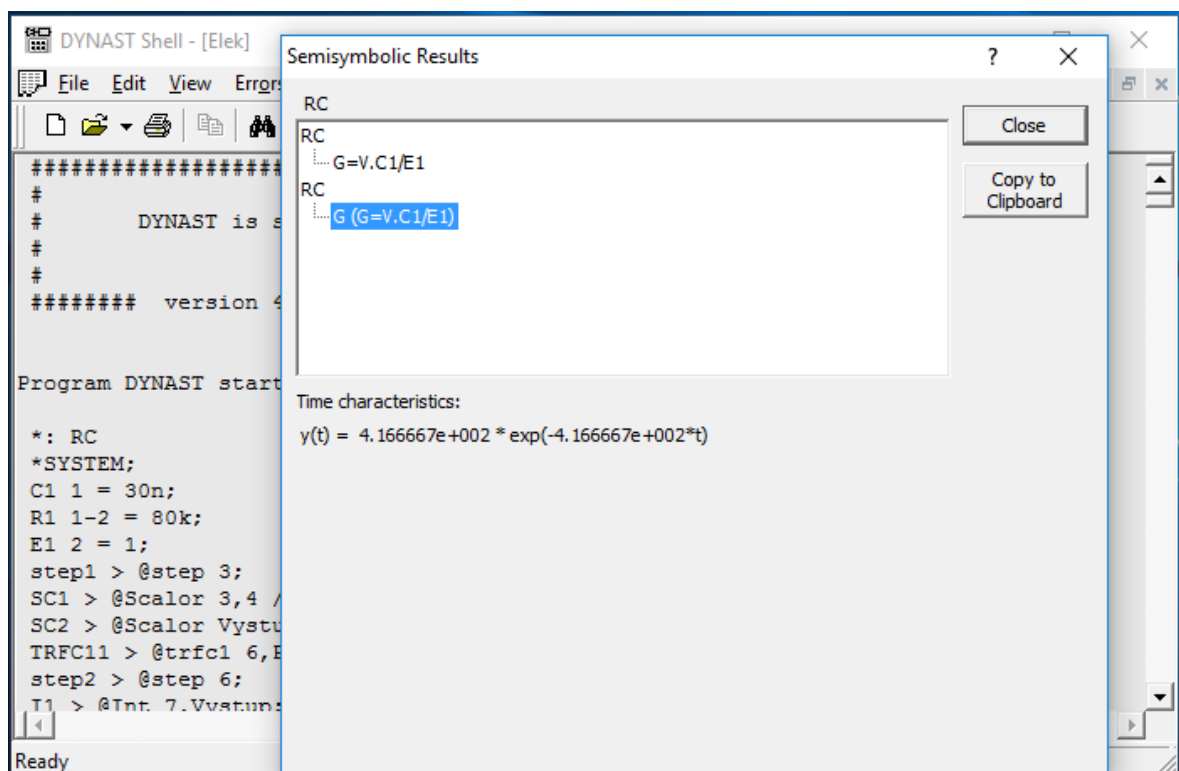


Obrázek 56 – Časová odezva

V poli **Response transforms** se zaškrtně **Response of transfer function** a v rolovacím seznamu se vybere přenosová funkce. Dále se zaškrtně **unit impulse** pro výpočet impulsní charakteristiky nebo **unit step** pro výpočet přechodové charakteristiky. Dále se zaškrtně **Numerical form of results** pro numerický tvar vybrané charakteristiky. Vše se potvrdí tlačítkem **OK**. Pro zobrazení vypočtených výsledků se zvolí v menu **Run** a vybere se záložka **Run analysis**. Výstup je možné vidět na obrázcích (Obrázek 57) a (Obrázek 58).



Obrázek 57 – Nuly a póly systému

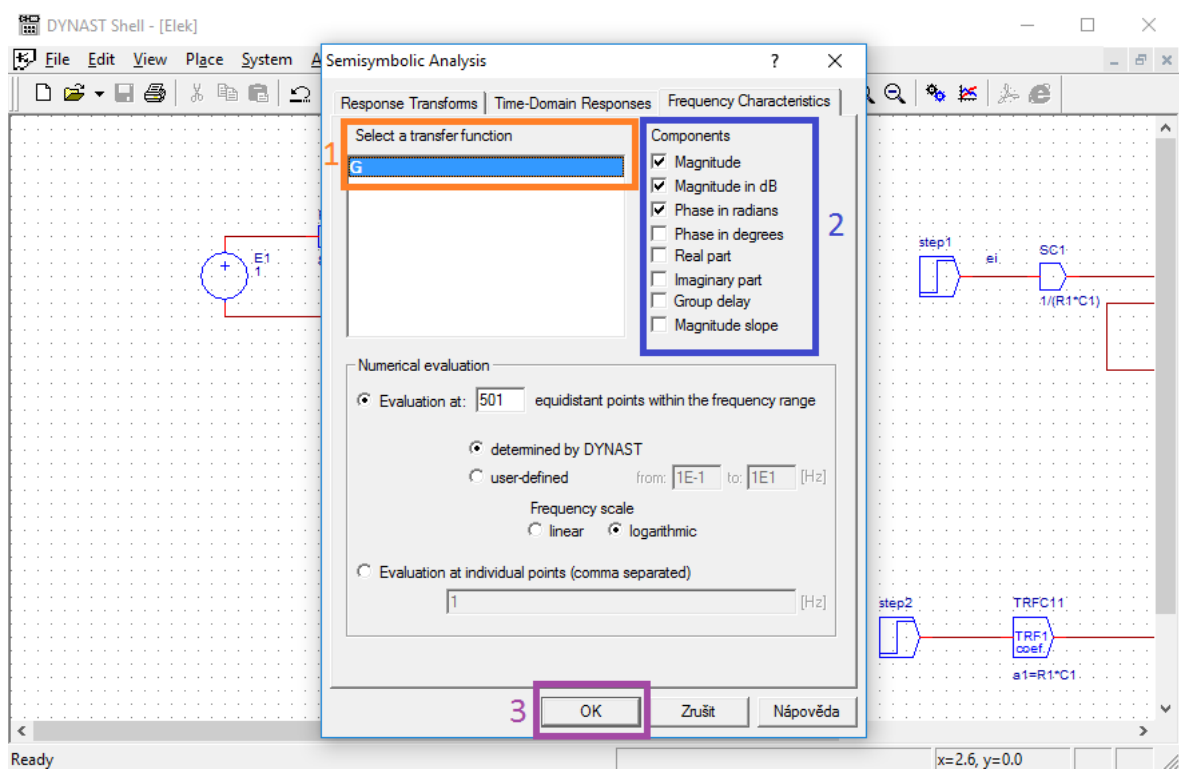


Obrázek 58 – Impulsní charakteristika v numerickém tvaru

Pro grafický výstup je třeba zvolit v menu **Run** a vybrat záložku **Run Analysis & Plot**.

b) Zadávání kmitočtových charakteristik

V menu *Analysis* se zvolí záložka *Semisymbolic Linear* a přejde se do záložky *Frequency Characteristics*



Obrázek 59 – Zadávání kmitočtových charakteristik

V poli *Select a transfer function* se vybere přenosová funkce. V poli *Components* se zatrhne jeden nebo více prvků kmitočtové analýzy. Vše nakonec potvrdíme tlačítkem *OK*. Pro grafický výstup je třeba zvolit v menu *Run* a vybrat záložku *Run Analysis & Plot*.