Interaktivní prezentace pro účely výuky předmětu Optimalizace: kapitola Teorie her

David Šrom

Bakalářská práce
2019

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky
akademický rok: 2018/2019

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE
(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení:	**David Šrom**
Osobní číslo:	**A15580**
Studijní program:	**B3902 Inženýrská informatika**
Studijní obor:	**Informační a řídicí technologie**
Forma studia:	**prezenční**

Téma práce:	**Interaktivní prezentace pro účely výuky předmětu Optimalizace: kapitola Teorie her**
Téma anglicky:	**An Interactive Presentation for the Optimisation Course: A Chapter on Game Theory**

Zásady pro vypracování:

1. **Vypracujte rešerši o dostupných informačních zdrojích z oblasti teorie her.**
2. **Seznamte se s existujícím interaktivním učebním textem do předmětu Optimalizace a popište jeho obsah, atributy a použité softwarové prostředky.**
3. **Navrhněte sylabus z oblasti teorie her, jehož náplní bude učební text rozšířen.**
4. **Vytvořte interaktivní text vyplývající z předchozího bodu s důrazem na návrh originálních řešených příkladů.**

Rozsah bakalářské práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

1. **Pekař, Libor. Optimalizace. Elektronický interaktivní učební text FAI UTB ve Zlíně. 2014, 181 s. Dostupné z WWW: vyuka.fai.utb.cz.**
2. **MAŇAS, Miroslav. Teorie her a její aplikace: Vysokoškolská učebnice pro ekonomické fakulty. Praha: SNTL, 1991 Maňas, M. 1991.**
3. **HYKŠOVÁ, Magdalena. Teorie her a optimální rozhodování. Praha, 2009. Odborná publikace. ČVUT. Dostupné také z: http://euler.fd.cvut.cz/predmety/teorie_her/hry.pdf**
4. **MAŇAS, Martin. Teorie her a konflikty zájmů. Vysoká škola ekonomická Praha: Oeconomica, 2002. ISBN 80-245-0450-2.**
5. **DLOUHÝ, Martin a Petr FIALA. Úvod do teorie her: [pro studium na VŠE v Praze]. 2. přeprac. vyd. Praha: Oeconomica, 2009. ISBN 978-80-245-1609-7.**

Vedoucí bakalářské práce: **doc. Ing. Libor Pekař, Ph.D.**
Ústav automatizace a řídicí techniky

Datum zadání bakalářské práce: **21. prosince 2018**

Termín odevzdání bakalářské práce: **15. května 2019**

Ve Zlíně dne 21. prosince 2018

UNIVERZITA TOMÁŠE BATI VE ZLÍNĚ
Fakulta aplikované informatiky
L.S.

doc. Mgr. Milan Adámek, Ph.D.
děkan

prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.
ředitel ústavu

Prohlašuji, že

- beru na vědomí, že odevzdáním bakalářské práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, bez ohledu na výsledek obhajoby;
- beru na vědomí, že bakalářská práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému dostupná k prezenčnímu nahlédnutí, že jeden výtisk diplomové/bakalářské práce bude uložen v příruční knihovně Fakulty aplikované informatiky Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně a jeden výtisk bude uložen u vedoucího práce;
- byl/a jsem seznámen/a s tím, že na moji bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 1 autorského zákona má UTB ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 2 a 3 autorského zákona mohu užít své dílo – diplomovou/bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen připouští-li tak licenční smlouva uzavřená mezi mnou a Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně s tím, že vyrovnání případného přiměřeného příspěvku na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše) bude rovněž předmětem této licenční smlouvy;
- beru na vědomí, že pokud bylo k vypracování bakalářské práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tedy pouze k nekomerčnímu využití), nelze výsledky bakalářské práce využít ke komerčním účelům;
- beru na vědomí, že pokud je výstupem bakalářské práce jakýkoliv softwarový produkt, považují se za součást práce rovněž i zdrojové kódy, popř. soubory, ze kterých se projekt skládá. Neodevzdání této součásti může být důvodem k neobhájení práce.

Prohlašuji,

- že jsem na bakalářské práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval. V případě publikace výsledků budu uveden jako spoluautor.
- že odevzdaná verze bakalářské práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

Ve Zlíně, dne 14. 5. 2019

David Šrom v. r.
podpis diplomanta

ABSTRAKT

Tato bakalářská práce se zabývá problematikou teorie her. V teoretické části jsou uvedeny základy teorie rozhodování a teorie her. Práce popisuje převážně antagonistický konflikt, maticové hry, řešení v ryzích strategiích a řešení ve smíšených strategiích pomocí lineárního programování. V praktické části jsou popsány postupy řešení příkladů a tvorba interaktivních dokumentů ve formátu PDF. Výstupem bakalářské práce jsou rozšířené výkladové a cvičební materiály s navrženými příklady k procvičení.

Klíčová slova: teorie her, ryzí strategie, smíšené strategie, maticová hra, konflikt

ABSTRACT

This bachelor's thesis deals with the subject of game theory. Basics of decision-making and game theory are stated in the theoretical section. The thesis desribes mainly antagonistic conflict, matrix games, solutions in pure strategies and those in mixed strategies by using the linear programming method. Creation of interactive documents in PDF format and soltuions of practice problems are described in the practical section. Expanded tuition and exercise materials with posed game theory practice problems consti-tute the outputs of this thesis.

Keywords: game theory, pure strategies, mixed strategies, matrix game, conflict

Děkuji doc. Ing. Liboru Pekařovi, Ph.D za poskytnutí materiálů potřebných ke zpracování mé práce a za cenné rady, které mi při plnění tohoto úkolu vždy ochotně poskytoval.

Prohlašuji, že odevzdaná verze bakalářské práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

OBSAH

ÚVOD

Na rozhodovací situace narážíme každodenně, ať už se jedná o to, jestli jet do práce autem či na kole, který oběd si vybrat v kantýně nebo jak nejefektivněji využít čas při plnění povinností. Na všechna tato dilemata si většinou vystačíme bez použití složité matematiky, avšak pokud je naše rozhodnutí závislé ještě na aktech jiných účastníků (hráčů), není jednoduché přijít s ideálním řešením. K nalezení těchto řešení je aplikována teorie her – matematická disciplína, která má za účel zvolit nejoptimálnější řešení (strategii). Činí tak pomocí systematické analýzy problému, ten lze poté převést na matematický model, který popisuje konfliktní i nekonfliktní případy, které mohou nastat. Teorie her je v současné době úspěšně používána v oblasti trhu, politologie, logiky, informatiky i evoluční biologie či psychologie.

Cílem této práce je rozšířit interaktivní výukové texty používané v předmětu Optimalizace ve 3. ročníku bakalářského studia o kapitolu teorie her.

V teoretické části práce jsou popsány výsledky pátrání po literárních zdrojích, ze kterých byly informace primárně čerpány. Zdroje obsahově komplexní – pro vysokoškolské studium i pro širokou veřejnost. Současně tato část práce slouží i k osvojení základních pojmů a celkově lepší orientaci v problematice. Dále jsou rozebrány stávající učební texty, jejich obsah, struktura, důvod jejich vzniku, interaktivní prvky – jejich vzhled a využití. Také jsou zde probrány použité softwarové prostředky pro tvorbu dokumentů ve formátu PDF, jejich vlastnosti a funkce. Poslední podkapitola je věnována softwaru pro syntézu řeči Balabolka.

Výstupem praktické části jsou původní přednáškové a cvičební výukové materiály doplněné o kapitolu teorie her. Obsah doplněné látky v přednáškových textech pokrývá množství vyučované látky a je popsán v kapitole Sylabus teorie her. Cvičební materiály obsahují doprovodné příklady ke cvičebním textům a navržené příklady k procvičení. Zhotovené materiály jsou převedeny do formátu PDF a sloučeny se stávajícími materiály s přidanými interaktivními prvky.

I. TEORETICKÁ ČÁST

1 LITERÁRNÍ REŠERŠE

Úvod do teorie her, kniha autorů Martina Dlouhého a Petra Fialy, objasňuje základní pojmy, jako jsou definice hry nebo Nashova rovnováha a počátky vzniku teorie her. Písemně vysvětlené principy jsou aplikovány na praktických případech. [1]

Teorie her a redistribuční systémy, kniha napsaná Radimem Valenčíkem pojednává o užitku aplikace teorie her na oblast firem a jiných sociálních systémů. Autor se zde snaží vysvětlit silnou spojitost mezi úspěšností firmy a její schopností správně ohodnotit výkony svých zaměstnanců. [2]

Další knihou je Teorie her a optimální rozhodování od Miroslava Maňase. Obsahuje souhrn metod rozhodování v konfliktních i nekonfliktních situacích a diskuze o jejich kladech a záporech. Myšlenkové pochody nejprve vysvětluje na typu her dvou hráčů, které následně rozvíjí na hry s více hráči. Kniha je zaměřena převážně na využití teorie her v oblasti ekonomie. Popisuje principy her, kterými jsou například Hra na kuře nebo Vězňovo dilema, v doplňkových paragrafech jsou popisovány i okrajové partie teorie her. Kniha je určena lidem s vysokoškolskou znalostí matematiky. [3]

Kniha Game Theory: A Very Short Introduction od britského profesora ekonomie Kena Binmora uvádí čtenáře do problematiky teorie her. Jak vyplývá z jejího názvu, text je formulován tak, aby byl srozumitelný i pro laiky. Často jsou zde uváděny případy ze života, na kterých autor poté dále staví. Probrány jsou strategie od pokeru, aukce až po biologickou evoluci a paradoxy. [4]

Prezentace Teorie her a optimální rozhodování od Magdaleny Hykšové podávají základní přehled teorie her se spoustou graficky znázorněných řešení přítomných příkladů. Cílem prezentací je představit jednotlivé typy her, seznámit čtenáře s potřebnými matematickými nástroji – např. lineární, dynamické programování a obecně ukázat rozmanitost aplikace teorie her. [5]

Kniha Pokročilá teorie her ve světě kolem nás od autora Martina Chvoje se zabývá netradičními druhy her, které se ve výše zmíněných knihách příliš nevyskytují. Látka je zde nejprve vysvětlena nematematickým shrnutím a poté exaktně matematicky, často s původními příklady. [6]

Výukové materiály na téma teorie her a rozhodování napsané Romanem Prokopem jsou využívány k výuce předmětu Optimalizace na Univerzitě Tomáše Bati. Jedná se o stručný úvod do teorie her a její historie. Obsahují základní pojmy teorie rozhodování a metody rozhodování, klasifikace typů her, jejich definice a názorné ukázky na řešených příkladech. [9]

2 UČEBNÍ TEXT A POUŽITÉ SOFTWAROVÉ PROSTŘEDKY

2.1 Seznámení s texty

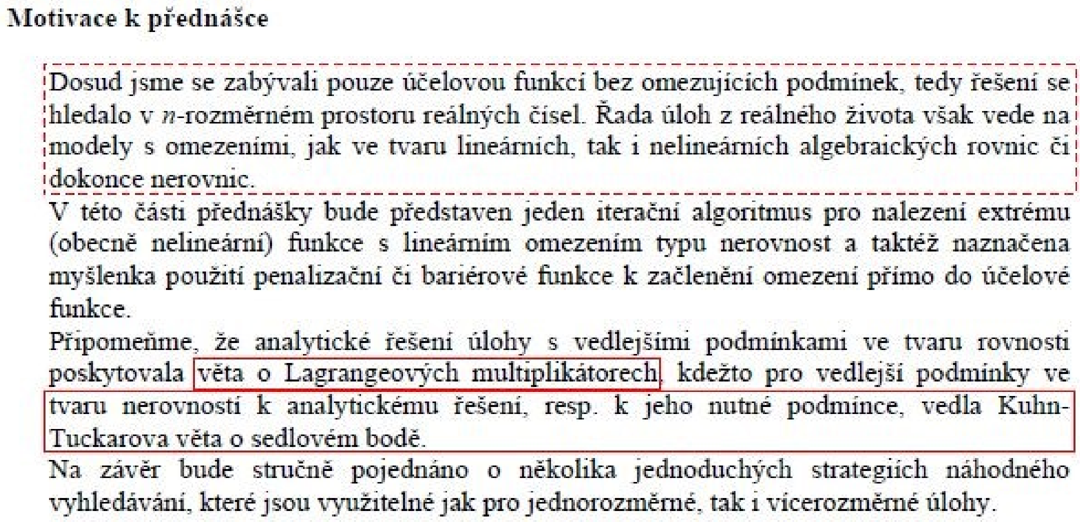
Stávající učební texty vznikly v roce 2013 v rámci projektu CZ.1.07/2.2.00/15.0463 Modernizace výukových materiálů a didaktických metod. Současně jsou texty dostupné na online výukovém kursu Optimalizace.

Projekt je zaměřen na bakalářské studium technických fakult, kde neúspěšnost studia je někdy i 60 %. Inovace se zaměří na maximální využití výpočetní techniky. Studijní materiály musí obsahovat kromě obrázků také animace a videa. Psaný text bude převeden do hlasového výstupu ve formátu spustitelném na telefonu nebo přehrávači. To umožní studentům učení a opakování nejen na kolejích, ale i při jízdě do školy, při sportu atd. Zájem o studium je ovlivněn motivací. Proto na ni bude kladen velký důraz. Každý předmět bude začínat motivační přednáškou garanta předmětu. Na základě psychologických studií bylo zjištěno, že jednotná editace studijních materiálů usnadní studium z těchto materiálů. [7]

Texty slouží k výuce předmětu Optimalizace ve 3. ročníku bakalářského stupně studia. Obsahově pokrývají počátky vzniku optimalizace, její využití a významné historické osobnosti tohoto oboru. Dále analytické a iterační metody optimalizace, lineární a dynamické programování.

Jsou zpracovány po týdenních až dvoutýdenních lekcích. Obsahují 7 lekcí, každá má přednáškovou a cvičební část. Důraz je kladen na jednotný vzhled a formu obou dokumentů. Na začátku kapitol je v bodech uveden stručný obsah přednášky a incentivní text popisující důležitost a uplatnění probírané látky. Jeho cílem je motivovat žáka ke studiu. Poté následuje samotný výklad látky. V závěru se nachází použité zdroje a seznam zkouškových otázek, ke kterým se lekce vztahuje.

V dokumentu se nachází interaktivní odkazy značené oranžovým nepřerušovaným ohraničením (Obr. 1).



Motivace k přednášce

Dosud jsme se zabývali pouze účelovou funkcí bez omezujících podmínek, tedy řešení se hledalo v n-rozměrném prostoru reálných čísel. Řada úloh z reálného života však vede na modely s omezeními, jak ve tvaru lineárních, tak i nelineárních algebraických rovnic či dokonce nerovnic.
V této části přednášky bude představen jeden iterační algoritmus pro nalezení extrému (obecně nelineární) funkce s lineárním omezením typu nerovnost a taktéž naznačena myšlenka použití penalizační či bariérové funkce k začlenění omezení přímo do účelové funkce.
Připomeňme, že analytické řešení úlohy s vedlejšími podmínkami ve tvaru rovnosti poskytovala věta o Lagrangeových multiplikátorech, kdežto pro vedlejší podmínky ve tvaru nerovností k analytickému řešení, resp. k jeho nutné podmínce, vedla Kuhn-Tuckarova věta o sedlovém bodě.
Na závěr bude stručně pojednáno o několika jednoduchých strategiích náhodného vyhledávání, které jsou využitelné jak pro jednorozměrné, tak i vícerozměrné úlohy.

Obr. 1 – Příklad interaktivních prvků

Odkazy po poklepání myší převedou čtenáře na jinou část dokumentu, kde je daný pojem vysvětlený, nebo na jiný zdroj informací – např. internetovou stránku.

Oranžovým přerušovaným ohraničením jsou značeny části textu, které jsou po stisknutí čtenáři přečteny (Obr. 1). K namluvení textu do formátu MP3 je využíván konvertor textu na hlas Balabolka.

2.2 Softwarové prostředky

Součástí materiálů jsou interaktivní prvky, na jejich tvorbu bude použit program Adobe Acrobat 2017.

Jedná se o kompletní řešení pro práci s dokumenty PDF na stolních počítačích. Aplikace Acrobat 2017 zjednodušuje každodenní postupy spojené s PDF při práci s těmito dokumenty na stolních počítačích a obsahuje celou řadu vylepšení produktivity. Představuje bezplatný celosvětový standard pro prohlížení, tisk a komentování dokumentů PDF. Současně umožňuje prohlížení formulářů a multimédií [8]

2.2.1 Popis klíčových vlastností Adobe Acrobat

Jedním z hlavních důvodů k využití formátu PDF je univerzálnost jednotného vzhledu takto uložených dokumentů na odlišných platformách. Převodem však dokumenty ztrácejí možnosti úprav. Adobe Acrobat umožňuje editaci existujících PDF dokumentů – změnu jejich formátování, úpravy textu a obrázků. Umožňuje vkládání, přeskupení a číslování stran v dokumentu. Pro dokumenty je k dispozici aktivace kontroly pravopisu.

Další klíčovou vlastností pro vypracování učebních materiálů je možnost vkládání odkazů umožňujících přesun na jinou část dokumentu, případně přesun do jiného přiloženého dokumentu. Tyto odkazy lze použít i pro hypertextové odkazy směřující na internetové stránky.

Do dokumentů lze pomocí Adobe Acrobat vkládat spoustu interaktivních objektů a multimediálních prvků – videa ve formátech MOV, SWF a jiné soubory zakódované do formátu H.264. Po poklepání na interaktivní prvek lze přehrát vložené audionahrávky ve formátu MP3.

Adobe Acrobat umožňuje konverzi z programů Microsoft Office (Word, Excel, Outlook, PowerPoint a jiné) do formátu PDF nebo zpětně, např. i z naskenovaných dokumentů se zachovaným formátováním.

V případě práce s více dokumenty či soubory lze tyto zakomponovat do hlavního dokumentu v podobě příloh, které se ukládají společně s hlavním dokumentem. Výhodou této kombinace souborů je, že již není třeba tyto soubory udržovat na disku separátně, čímž se zlepší přehlednost a sníží možnost opomenutí některého ze souborů v případě jejich přesunu. [8]

2.2.2 Syntezátor Balabolka

Balabolka je volně dostupný program umožňující předčítání a překlad textu v českém i jiných jazycích.

Balabolka nabízí všechny dostupné převody řeči na text (TTS) nainstalované na systému Windows – tzv. Microsoft Speech API (SAPI). Syntezovaný text lze uložit v řadě zvukových formátů jako WAV, MP3, MP4 a jiných. Hlasu lze nastavit požadované tempo, hlasitost a výška.

Alternativou pro Microsoft Speech API je zakomponovaný veřejně dostupný hlas od společnosti Google používaný např. v Google překladači. K použití tohoto TTS je nutné připojení na internet.

Požadovaný text k syntéze lze do Balabolky vepsat přímo do textového pole nebo jej naimportovat přidáním cesty k souboru. Program podporuje většinu textových souborových formátů včetně možnosti rozšíření podpory o další typy souborů. Pro vložený text je k dispozici modul pro kontrolu pravopisu Common Speller API (CSAPI), který je součástí Microsoft Office a dalších aplikací.

Vybrané pasáže textu je možno převést do různých jazyků pomocí Google, Microsoft, Baidu a Yandex překladačů, respektive přeložit vybraný text do českého jazyka.

Další vlastností je možnost ukládání synchronizovaných textů do externích souborů, které se stanou součástí výsledného zvukového souboru. Jakmile je soubor přehráván, vložený text je zobrazován ve správný čas podobně jako texty k písním. [13;14]

3 SYLABUS TEORIE HER

Před naukou teorie her je třeba zmínit základy teorie rozhodování, která je s touto matematickou disciplínou pevně spjata.

3.1 Teorie rozhodování

Teorie rozhodování se zabývá rozborem **rozhodovacích situací**. Každá rozhodovací situace je konána nějakým **účastníkem**, kterého lze na základě voleb jeho rozhodnutí kategorizovat. Volba těchto rozhodnutí přináší účastníkovi určitý **důsledek**.

Preference důsledku rozhodnutí x před rozhodnutím x' je matematicky vyjádřena následovně: $M(x) > M(x')$. [3]

Účastníci jsou členěni do tří kategorií:

- **Inteligentní** – vybírají záměrně taková rozhodnutí, aby dosáhli co nejlepšího důsledku.
- **Neracionální** – rozhodnutí volí zcela lhostejně, nezáleží jim na důsledku.
- **P-inteligentní** – s pravděpodobností p se chovají jako účastník inteligentní, s pravděpodobností $1 - p$ jako neinteligentní, kde $0 \leq p \leq 1$. [5]

Obdobně lze rozdělit typy rozhodovacích situací. Rozhodnutí jsou ovlivněna množstvím informací o situaci. Jestliže jsou účastníci inteligentní a jsou jejich možnosti voleb známy, je řeč o **rozhodnutí za jistoty**. V případě že druhý účastník je neinteligentní a nejsou k dispozici data, ze kterých lze určit pravděpodobnosti voleb účastníka, jedná se o **rozhodnutí při nejistotě**. Naopak pokud jsou tyto pravděpodobnosti známy, jedná se o **rozhodnutí za rizika**.

Při volbě optimálního rozhodnutí je tedy nutné identifikovat povahu všech přítomných účastníků – zda jsou volby jejich rozhodnutí předvídatelné či nikoli. Zvážit všechna přípustná rozhodnutí a určit, jaké jsou jejich důsledky.

3.2 Teorie her

Pro jednotnou analýzu rozhodovacích situací vznikl vědecký obor zvaný teorie her, jehož název se odvíjí od popisu modelu hazardních a salonních her. Tyto hry mají podobnou strukturu jako konfliktní situace v ekonomickém nebo vojenském rozhodování. [4]

Tímto se vysvětluje i terminologie používaná v teorii her, která je odlišná od terminologie jiných matematických disciplín. Účelem teorie her je zvolení optimálního řešení problému, jenž je pomocí tohoto názvosloví zobecněn na jednotný matematický model.

3.2.1 Základní názvosloví teorie her

Hra – konfliktní situace (matematický model situace). Zadává se pomocí níže uvedených pojmů.

Hráč – účastník hry, vybírající strategii ze svého prostoru strategií.

Strategie – jedna konkrétní volba ze všech možných alternativ, které hráč může zvolit. Značí se x.

Optimální strategie – nejvýhodnější možná volba ze všech možných alternativ, které hráč může zvolit. Značí se $\bar{x}$.

Výplatní funkce (výhra) – je-li hodnota výplatní funkce pro daného hráče kladná, hráč nabývá určitého zisku, je-li záporná, dochází ke ztrátě. Značí se $M_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$

Množina hráčů – seznam všech účastníků hry. Konečná neprázdná N-prvková množina $Q = \{1,2, \dots, N\}$.

Prostor strategií – seznam všech možných alternativ pro jednotlivé hráče. N množin $X_1 \times \dots \times X_N$.

Množina výplatních funkcí – množina funkcí udávajících výhru pro jednotlivé hráče. N funkcí $M_1(x_1, \dots, x_n)$, …, $M_N(x_1, \dots, x_n)$ definovaných na kartézském součinu $X_1 \times \dots \times X_N$.

3.2.2 Hra v normálním tvaru

Základním modelem hry je hra v normálním tvaru. Tato hra je udána:

1. Množinou hráčů $Q = \{1,2, \dots, N\}$.
2. Množinou prostorů jejich strategií $X_1, X_2, \dots, X_N$.
3. Množinou jejich výplatních funkcí $M_1(x_1, \dots, x_n)$, …, $M_N(x_1, \dots, x_n)$, kde každá funkce udává hodnotu výplaty pro daného hráče a za x jsou dosazeny strategie hráčů.

Zápis hry v normálním stavu:

$$\{Q; X_1, X_2, \dots, X_N; M_1(x_1, \dots, x_n), \dots, M_N(x_1, \dots, x_n)\} \tag{3.1}$$

Hlavní předpoklad je, že hráči jsou inteligentní, snaží se tedy maximalizovat své výplatní funkce. Všem hráčům jsou k dispozici informace o všech možných prostorech strategií a výplatních funkcích jak svých, tak i svých protihráčů. Jelikož hráči vybírají své strategie současně, nemají možnost v době svého rozhodnutí vědět, kterou strategii zvolí jejich oponenti. [2]

3.2.3 Maticové hry – antagonistický konflikt

V kursu Optimalizace jsou primárně probírána řešení antagonistických konfliktů, jež jsou zároveň nejjednodušším typem konfliktu.

Hlavními předpoklady jsou, že hru hrají dva hráči, kteří jsou inteligentní, a hodnota výplatní funkce je **konstantní hodnota** K, neměnící se se změnou strategií hráčů. Prostory strategií obou hráčů jsou **konečné množiny**.

Jelikož je prostor strategií konečný, je možné strategie očíslovat 1,2, …, m pro hráče jedna, 1,2, …, n pro hráče dva. Společnou kombinací strategií lze výplatní funkce vyjádřit **výplatní maticí** A.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \tag{3.2}$$

Pro zjednodušení zápisu se prostory strategií hráčů X_1, X_2 značí jako X, Y a strategie z X, Y se značí x, y.

Každá řada reprezentuje jednu ze strategií hráče 1. Pokud je m strategií v množině X, potom bude mít matice A m řad. Každý sloupec reprezentuje jednu ze strategií hráče 2. Pokud je n strategií v množině Y, potom bude mít matice A n sloupců. Matice A je tedy typu $m \times n$. [10]

3.2.4 Ryzí strategie

Řešením v oblasti **ryzích strategií** se myslí řešení pro hru, která se hraje pouze jednou. Pokud by se hra opakovala, bude hráč stále hrát stejnou strategii, jelikož by si mohl volbou jiné strategie pouze pohoršit (za předpokladu, že protihráč bude také volit pouze optimální strategii).

Optimální strategie v oblasti ryzích strategií udává **sedlový bod**. Je to prvek matice hry, který je největší v řádku a nejmenší ve sloupci. Tato strategie zaručí hráči 1 **maximum** z **nejnižších** možných výher – tzv. **dolní cena hry** a hráči 2 **minimum** z **nejvyšších** možných proher – tzv. **horní cena hry**. Této kombinaci optimálních strategií se říká **cena hry**. [9]

3.2.5 Smíšené strategie

Jestliže matice hry nemá sedlový bod, je třeba řešení nalézt pomocí **smíšených strategií**. Smíšené strategie se vyjadřují vektorem pravděpodobností, s jakými hráč volí strategie z prostoru ryzích strategií. Ryzí strategie jsou tedy zvláštním případem strategií smíšených, kde jedna pravděpodobnost je rovna jedné (volba s jistotou) a zbylé jsou rovny nule.

Pro hledání řešení pomocí rozšíření na smíšené strategie je třeba definovat nové prostory strategií $(X), (Y)$ udávající pravděpodobnosti zvolení ryzích strategií $i \in X, j \in Y$

$$\begin{gathered}(X) = \left\{x^T = [x_1, \dots, x_m]; \sum_{i=1}^{m} x_i = 1, x \geq 0\right\} \\ (Y) = \left\{y^T = [y_1, \dots, y_n]; \sum_{i=1}^{n} y_i = 1, y \geq 0\right\}\end{gathered} \tag{3.3}$$

pro výplatní funkci platí:

$$M(x, y) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} x_i a_{ij} y_j = x^T A y \tag{3.4}$$

Smíšené rozšíření každé maticové hry má řešení v rovnovážných (optimálních) strategiích. [1;3;5]

K řešení smíšeného rozšíření maticové hry se používá **lineární programování**.

3.3 Lineární programování

Lineárního programování se využívá převážně k optimalizaci v úlohách ekonomického charakteru, jako je dopravní úloha, optimální dělení materiálu, minimalizace nákladů, optimální výrobní program atd.

Cílem lineárního programování je nalézt hodnoty n proměnných tak, aby funkce po dosazení těchto proměnných nabývala požadované maximální či minimální hodnoty. Hledá se tedy extrém lineární funkce, pro kterou jsou zadány podmínky pomocí lineárního omezení. [11]

3.3.1 Základní úloha lineárního programování

Základní úlohou lineárního programování je hledání extrému lineární účelové funkce $\max z = c^T x$ při omezeních ve tvaru:

$$\begin{gathered} a_{11}x_1 + a_{21}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \leq b_2 \\ \cdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \leq b_m \end{gathered} \tag{3.5}$$

pro nezáporné hodnoty proměnné $x_i, i = 1, 2, \ldots, n$. Zkráceně lze zapsat jako $Ax \leq b$.

c je koeficient vyskytující se v účelové funkci, b je omezení pravé strany nerovnice a A je matice podmínek o rozměrech $m \times n$.

Základní přípustné řešení tedy neobsahuje záporné prvky (vyhovuje omezujícím podmínkám). **Optimální řešení** je vektor $x^T = [x_1,\ x_2, \ldots, x_n]$, po jeho dosazení do funkce z nabývá funkce extremalní hodnoty. [12]

3.3.2 Řešení základní úlohy lineárního programování

Soustava nerovností $Ax \leq b$ obsahující **základní proměnné** $x_1, x_2, \ldots, x_n$ se převede na rovnost s přidáním **pomocných proměnných** $x_{n+1}, x_{n+2}, \ldots, x_{n+m} \geq 0$. Tato nově vzniklá soustava m rovnic o $n + m$ neznámých má **bazické řešení** (obsahující nenulové proměnné), jestliže n z $n + m$ proměnných je rovno nule. [12]

3.3.3 Řešení simplexovou metodou

Jeden z populárních algoritmů na řešení lineárního programování se provádí simplexovou metodou pomocí simplexové tabulky (Tab. 1)

Tab. 1 – Simplexová tabulka

x_1	x_2	…	x_n	x_{n+1}	x_{n+2}	…	x_{n+m}	omezení
a_{11}	a_{11}	…	a_{11}	1	0	…	0	b_1
a_{21}	a_{11}	…	a_{11}	0	1	…	0	b_2
…	…	…	…	…	…	…	…	…
a_{m1}	a_{m2}	…	a_{mn}	0	0	…	1	b_m
$-c_1$	$-c_2$	…	$-c_m$	0	0	…	0	0

Soustava nerovností $Ax \leq b$ se opět převede na rovnosti přidáním pomocných proměnných a vloží se do levé části tabulky. Pravá část tabulky je tvořena **jednotkovou submatici**, která po úpravách udává výsledné **bazické** (nenulové) proměnné. V posledním řádku tabulky se nachází účelová funkce ve tvaru $-c_1x_1 - c_2x_2 - \cdots - c_nx_n + z = 0$. V počátečním stavu je hodnota účelové funkce rovna 0 – tzn., že základní proměnné mají hodnotu 0, což je přípustné řešení, ale nikoli optimální.

Algoritmus metody

1. Sestavení simplexové tabulky
2. Test optimality – je-li alespoň jeden koeficient c_i záporný, skok na 3, jinak STOP
3. Výběr klíčového sloupce – výběr sloupce s nejzápornější hodnotou c_i
4. Výběr klíčového řádku – podíl hodnot omezení b a čísel v klíčovém sloupci, poté volba minima z nezáporných podílů min $\beta = \frac{b_i}{a_{ij}}$, kde j je číslo klíčového sloupce
5. Pomocí řádkových úprav se provede eliminace klíčového prvku nalezeného provedením kroku 3 a 4 – tzn., že na místě klíčového prvku bude hodnota 1 a ve zbytku sloupce 0. Poté skok na 2

Jestliže jsou všechny hodnoty c_i nezáporné (krok 2 STOP), nachází se v tabulce optimální řešení. Pro výčet optimálního řešení je třeba nalézt v tabulce jednotkovou submatici. Proměnné, které v této submatici nejsou, mají hodnotu 0. Pozice jedničky ve sloupcích proměnných x určuje optimální hodnotu dané proměnné – hodnotu lze vyčíst ze sloupce omezení. Číslo v pravém dolním rohu tabulky obsahuje hodnotu funkce z s dosazenými optimálními proměnnými. [11,12]

3.3.4 Duální úloha

K základní (primární) úloze lze přiřadit jinou úlohu (duální) lineárního programování. Takto přiřazená duální úloha má opačný význam úlohy primární. Jestliže je tedy význam primární úlohy maximalizace, duální úloha je minimalizační a naopak.

Duální model k základní úloze je min $f = b^T y$ a má omezení ve tvaru:

$$a_{11}y_1 + a_{21}y_2 + \cdots + a_{1m}y_m \geq c_1$$

$$a_{12}y_1 + a_{22}y_2 + \cdots + a_{m2}y_m \geq c_2$$

$$\dots \tag{3.6}$$

$$a_{1n}y + a_{2n}y_2 + \cdots + a_{mn}y_m \geq c_n$$

pro nezáporné hodnoty proměnné $y_i, i = 1, 2, \dots, m$. Zkráceně lze zapsat jako $A^T y \geq c$.

Platí, že jestliže má primární úloha optimální řešení, musí jej mít i úloha duální – tzn., že hodnoty účelových funkcí jsou stejné $\min f = \max z$.

K sestavení duálního modelu je třeba dát pozor na nerovnosti různé od typu $\leq$ v primární úloze. V případě, že nevyhovující nerovnost je typu $\geq$, je třeba tento řádek vynásobit konstantou (-1), touto úpravou dostane nerovnice požadovaný tvar. Jestliže je v primární úloze přítomna rovnost (znaménko =), zavedou se na místo ní dvě nerovnice typu $\leq$ a $\geq$. Poté se pro nerovnici typu $\geq$ provede výše zmíněná úprava za pomoci násobení konstantou (-1).

Řešení duální úlohy lze vyčíst v posledním řádku (řádku účelové funkce) simplexové tabulky primární úlohy na místě pomocných proměnných, nebo naopak lze vyčíst optimální řešení primární úlohy ze simplexové tabulky úlohy duální. [11;12]

Duální úlohy se v teorii her využívá k řešení maticových her, kde primární úloha získává optimální strategii $\bar{x}$ hráče 1 a duální úloha optimální strategii $\bar{y}$ hráče 2.

3.4 Další vlastnosti maticových her

3.4.1 Dominované a dominující strategie, alternativní strategie

O **dominované strategie** se jedná, pokud jsou v matici hry strategie, z kterých jasně vyplývá, že tyto strategie hráči nebudou volit, protože mají k dispozici jiné strategie zaručující větší výhru. Dominovaná strategie má hodnoty všech prvků menší, než jsou hodnoty prvků dominující strategie.

Jestliže pro každý prvek a_{mn} matice A lze k řádku m najít jiný řádek m', ve kterém jsou hodnoty $a_{m'n}$ **vyšší nebo rovny** než v řádku m, pak lze řádek m eliminovat. Strategie hráče 1 na řádku m' **dominuje** strategii na řádku m. Analogicky to platí i pro hráče 2, který vybírá prvky $a_{mn'}$ ve sloupci n', které jsou **menší nebo rovny** než prvky ve sloupci n.

Eliminací těchto strategií obou hráčů se výsledek ničím neliší, jelikož mají tyto strategie nulovou pravděpodobnost, že budou hráči zvoleny. Eliminace dominovaných strategií tedy pouze zmenšuje počet nadbytečných výpočtů v simplexové tabulce.

Jestliže má matice hry více rovnovážných strategií (sedlových prvků), **jejichž hodnoty jsou stejné** (nastává pouze u ryzích strategií), jedná se o **alternativní optimální strategie**. V případě smíšených strategií nemá matice sedlový prvek a řeší se hledáním množiny všech základních optimálních strategií pomocí lineárního programování. [3]

3.4.2 Metoda fiktivní hry

Výpočetní postup fiktivní hry je užitečný v hledání alespoň přibližného řešení takových her v normálním tvaru, pro které neexistuje efektivní metoda výpočtu. Tato metoda výpočtu je podobná jakési simulaci hry dvou hráčů, kteří si neumějí vypočítat své optimální strategie. Hráči se snaží maximalizovat své výhry a volí své strategie na základě voleb strategií svého oponenta z předchozích kol hry. Po odehrání dostatečného množství kol těchto fiktivních her konvergují volby hráčů k přibližnému optimálnímu řešení. [3]

II. PRAKTICKÁ ČÁST

4 NÁVRH A ŘEŠENÍ PŘÍKLADŮ

4.1 Příklad 1

Arnošt a Bohumil se nemohou dohodnout, do kterého podniku večer zavítají. Rozhodují se mezi podniky Admirál, Barbar a Canada. Pro výběr podniku hrají hru se zápalkami. Arnošt může zvolit 2, 4 nebo 6 zápalek, Bohumil volí 1, 3 nebo 5 zápalek. Oba nezávisle na sobě vyberou některý z těchto počtů zápalek a položí je k sobě dohromady na stůl. Jestliže součet zápalek je menší nebo roven 5, půjdou do podniku Admirál. Pokud je zápalek přesně 7, zvolí podnik Barbar. Jestliže je zápalek na stole 9 nebo více, půjdou do podniku Canada.

Arnošt preferuje podniky v pořadí od nejoblíbenějšího po nejméně oblíbený následovně: Admirál, Barbar, Canada.

Bohumil preferuje podniky v pořadí Barbar, Admirál, Canada.

Preferovaným možnostem přiřaďte hodnotu výplatní funkce sestupně od 3 po 1 podle jejich pořadí.

Sestavte matice hry pro Arnošta a Bohumila a zjistěte, jestli jsou některé z jejich strategií dominovány.

Řešení:

Pro zjednodušení lze zkrátit názvy podniků A = Admirál, B = Barbar, C = Canada.

Výběr podniků závisí na součtu zápalek: $A \leq 5, B = 7, C \geq 9$.

Hodnoty výplatní funkce pro Arnošta jsou následovné: $A = 3,\ B = 2, C = 1$.

Hodnoty výplatní funkce pro Bohumila jsou následovné: $B = 3,\ A = 2, C = 1$.

Matice hry pro Arnošta:

$$\begin{array}{cc} & \textit{Bohumil} \\ & \begin{array}{ccc} 1 & 3 & 5 \end{array} \\ \textit{Arnošt}\ \begin{array}{c} 2 \\ 4 \\ 6 \end{array} & \begin{pmatrix} 3 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

Z matice je zřejmé, že Arnoštova volba 6 zápalek je dominována volbou 2 zápalek a volba 4 zápalek je slabě dominována volbou 2 zápalek.

Matice hry pro Bohumila:

$$\begin{array}{ccc} & & \textit{Arnošt} \\ & & \begin{array}{ccc} 2 & 4 & 6 \end{array} \\ \textit{Bohumil} & \begin{array}{c} 1 \\ 3 \\ 5 \end{array} & \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

Žádná z Bohumilových strategií není dominována.

4.2 Příklad 2

Na probíhajícím festivalu videoher vysílají živě na internet současně dvě společnosti. Obě společnosti mají přichystány upoutávky na akční, závodní a karetní hru. Vysílací čas je krátký, a proto mají prostor odvysílat upoutávku pouze na jednu videohru. Očekávaný počet diváků je 100 miliónů.

Matice hry pro společnost 1 vyjadřující počet diváků v miliónech:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} A & Z & K \end{array} \\ \begin{array}{c} A \\ Z \\ K \end{array} & \begin{pmatrix} 60 & 50 & 70 \\ 90 & 30 & 20 \\ 10 & 40 & 80 \end{pmatrix} \end{array}$$

Nalezněte optimální strategii vysílání obou společností.

Řešení:

Je třeba nalézt **horní a dolní cenu hry**.

Pro horní cenu hry platí, že je to maximální hodnota z nejnižších možných výher hráče 1:

$$\max(50,20,10) = 50$$

Pro dolní cenu hry platí, že je to minimální hodnota z nejvyšších možných výher hráče 2:

$$\min(90,50,80) = 50$$

Horní i dolní cena hry jsou stejným prvkem matice hry, společně tvoří **sedlový prvek** a jsou optimální strategií obou hráčů. Společnost 1 bude tedy vysílat upoutávku na akční hru a společnost 2 na hru závodní.

4.3 Příklad 3

Hra je zadána maticí:

$$\begin{pmatrix} 9 & 7 \\ 5 & 11 \end{pmatrix}$$

Nalezněte optimální strategie obou hráčů.

Řešení:

Matice nemá sedlový prvek, je třeba hledat řešení ve **strategiích smíšených** simplexovou metodou.

Tab. 2 – Řešení simplexovou metodou

n_1	n_2	n_3	n_4	omezení
9	7	1	0	1
5	$\boxed{\mathbf{11}}$	0	1	1
-1	-1	0	0	0

Tab. 3 – První iterace simplexové metody

n_1	n_2	n_3	n_4	omezení
$\boxed{\frac{\mathbf{64}}{\mathbf{11}}}$	0	1	$-\frac{7}{11}$	$\frac{4}{11}$
$\frac{5}{11}$	1	0	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{11}$
$-\frac{6}{11}$	0	0	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{11}$

Tab. 4 – Druhá iterace simplexové metody

n_1	n_2	n_3	n_4	omezení
1	0	$\frac{11}{64}$	$-\frac{7}{11}$	$\frac{1}{16}$
0	1	$-\frac{5}{64}$	$\frac{9}{64}$	$\frac{1}{16}$
0	0	$\frac{3}{32}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{8}$

Společná hodnota výplatních funkcí je $\frac{4}{32} = \frac{1}{v}$. Cena hry je tedy $v = 8$.

Řešení primární úlohy:

$$n_1 = \frac{1}{16}, n_2 = \frac{1}{16}$$

Řešení duální úlohy:

$$s_1 = \frac{3}{32}, s_2 = \frac{1}{32}$$

Optimální strategie hráče 1

$$\overline{x_1} = \frac{3}{32} * 8 = \frac{3}{4}, \overline{x_2} = \frac{1}{32} * 8 = \frac{1}{4}$$

Optimální strategie hráče 2

$$\overline{y_1} = \frac{1}{16} * 8 = \frac{1}{2}, \overline{y_2} = \frac{1}{16} * 8 = \frac{1}{2}$$

4.4 Příklad 4

Dva kamarádí Arnošt a Bohumil hrají společně hru. Oba stojí naproti sobě s předpaženýma rukama. Arnošt se snaží plácnout jednou ze svých rukou levou nebo pravou Bohumilovu ruku. Bohumil má za úkol odhadnout, kterou rukou jej Arnošt bude chtít plácnout, a včas uhnout. V matici jsou vyjádřeny pravděpodobnosti úspěchu Arnošta v procentech pro každou možnou situaci. *L* je značení levé ruky, *P* ruky pravé.

Určete optimální strategie obou hráčů a cenu hry.

Matice hry:

$$\begin{array}{ccc} & & \textit{Bohumil} \\ & & \begin{array}{cc} L & P \end{array} \\ \textit{Arnošt} & \begin{array}{c} L \\ P \end{array} & \begin{pmatrix} 40 & 70 \\ 80 & 60 \end{pmatrix} \end{array}$$

Řešení:

Z matice je zřejmé, že nemá sedlový prvek. Řešení je třeba nalézt rozšířením na smíšené strategie.

Tab. 5 – Simplexová tabulka

n_1	n_2	n_3	n_4	omezení
40	$\boxed{\mathbf{70}}$	1	0	1
80	60	0	1	1
-1	-1	0	0	0

Tab. 6 – První iterace simplexové tabulky

n_1	n_2	n_3	n_4	omezení
$\frac{4}{7}$	1	$\frac{1}{70}$	0	$\frac{1}{70}$
$\boxed{\frac{\mathbf{320}}{\mathbf{7}}}$	0	$-\frac{6}{7}$	1	$\frac{1}{7}$
$-\frac{3}{7}$	0	$\frac{1}{70}$	0	$\frac{1}{70}$

Tab. 7 – Druhá iterace simplexové tabulky

n_1	n_2	n_3	n_4	omezení
0	1	$\frac{1}{40}$	$-\frac{1}{80}$	$\frac{1}{80}$
1	0	$-\frac{3}{160}$	$\frac{7}{320}$	$\frac{1}{320}$
0	0	$\frac{1}{160}$	$\frac{3}{320}$	$\frac{1}{64}$

Společná hodnota výplatních funkcí je $\frac{5}{320} = \frac{1}{v}$. Cena hry je tedy $v = 64$.

Řešení primární úlohy:

$$n_1 = \frac{1}{320}, n_2 = \frac{1}{80}$$

Řešení duální úlohy:

$$s_1 = \frac{1}{160}, s_2 = \frac{3}{320}$$

Optimální strategie hráče 1:

$$\overline{x_1} = \frac{1}{160} * 64 = \frac{2}{5}, \overline{x_2} = \frac{3}{320} * 64 = \frac{3}{5}$$

Optimální strategie hráče 2:

$$\overline{y_1} = \frac{1}{320} * 64 = \frac{1}{5}, \overline{y_2} = \frac{1}{80} * 64 = \frac{1}{5}$$

4.5 Příklad 5

Hra je zadána maticí:

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -1 & 3 & -2 \\ -1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

Nalezněte optimální strategie obou hráčů a cenu hry.

Řešení:

Hra nemá řešení v ryzích strategiích, je třeba hledat řešení pomocí smíšených strategií. K matici se přičte např. konstanta $c = 4$, aby měla všechny prvky kladné.

$$\begin{pmatrix} 5 & 2 & 5 \\ 3 & 7 & 2 \\ 3 & 2 & 7 \end{pmatrix}$$

Řešení se poté nalezne pomocí simplexové metody:

Tab. 8 – Simplexová tabulka

n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6	omezení
5	2	5	1	0	0	1
3	7	2	0	1	0	1
3	2	$\boxed{7}$	0	0	1	1
-1	-1	-1	0	0	0	0

Tab. 9 – První iterace simplexové tabulky

n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6	omezení
$\frac{20}{7}$	$\frac{4}{7}$	0	1	0	$-\frac{5}{7}$	$\frac{2}{7}$
$\frac{15}{7}$	$\boxed{\frac{45}{7}}$	0	0	1	$-\frac{2}{7}$	$\frac{5}{7}$
$\frac{3}{7}$	$\frac{2}{7}$	1	0	0	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$
$-\frac{4}{7}$	$-\frac{5}{7}$	0	0	0	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{7}$

Tab. 10 – Druhá iterace simplexové tabulky

n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6	omezení
$\boxed{\frac{8}{3}}$	0	0	1	$-\frac{4}{45}$	$-\frac{31}{45}$	$\frac{2}{9}$
$\frac{1}{3}$	1	0	0	$\frac{7}{45}$	$-\frac{2}{45}$	$\frac{1}{9}$
$\frac{1}{3}$	0	1	0	$-\frac{2}{45}$	$\frac{7}{45}$	$\frac{1}{9}$
$-\frac{1}{3}$	0	0	0	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$

Tab. 11 – Třetí iterace simplexové tabulky

n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6	omezení
1	0	0	$\frac{3}{8}$	$-\frac{1}{30}$	$-\frac{31}{120}$	$\frac{1}{12}$
0	1	0	$-\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{12}$
0	0	1	$-\frac{1}{8}$	$-\frac{1}{30}$	$\frac{29}{140}$	$\frac{1}{12}$
0	0	0	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{40}$	$\frac{1}{4}$

V posledním řádku simplexové tabulky již nejsou žádná záporná čísla. V tabulce se nachází řešení. Společná hodnota výplatních funkcí je $\frac{10}{40} = \frac{1}{v}$.

Řešení primární úlohy:

$$n_1 = \frac{1}{12}, n_2 = \frac{1}{12}, n_3 = \frac{1}{12}$$

Řešení duální úlohy:

$$s_1 = \frac{1}{8}, s_2 = \frac{1}{10}, s_3 = \frac{1}{40}$$

Optimální strategie hráče 1:

$$\overline{x_1} = \frac{1}{8} * 4 = \frac{1}{2}, \overline{x_2} = \frac{1}{10} * 4 = \frac{2}{5}, \overline{x_3} = \frac{1}{40} * 4 = \frac{1}{10}$$

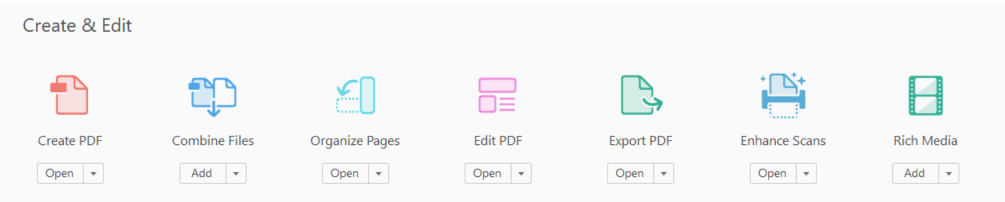
Optimální strategie hráče 2:

$$\overline{y_1} = \frac{1}{12} * 4 = \frac{1}{3}, \overline{y_2} = \frac{1}{12} * 4 = \frac{1}{3}, \overline{y_3} = \frac{1}{12} * 4 = \frac{1}{3}$$

Cena smíšeného rozšíření hry po úpravě a odečtení konstanty c: $v = 4 - c = 4 - 4 = 0$.

5 TVORBA INTERAKTIVNÍCH TEXTŮ

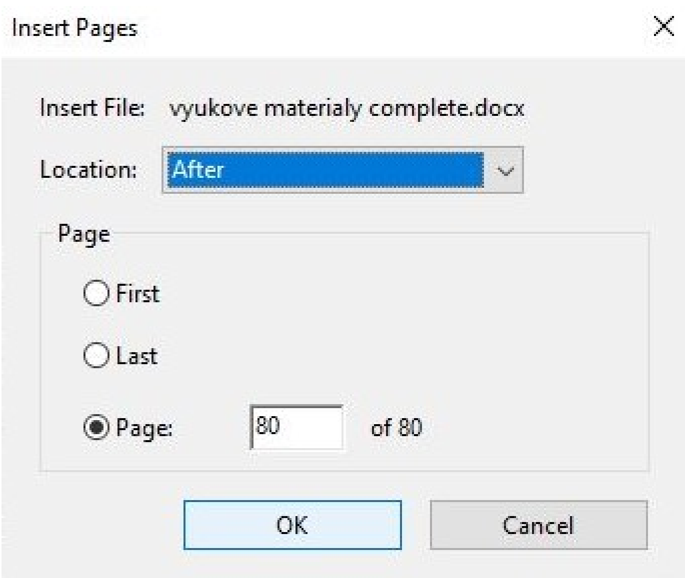
Všechny potřebné funkce k tvorbě interaktivních dokumentů se nacházejí v základní nabídce funkcí (Obr. 2), která je dostupná pod tlačítkem **Tools** (nástroje).



Obr. 2 – Základní menu funkcí Adobe Acrobat

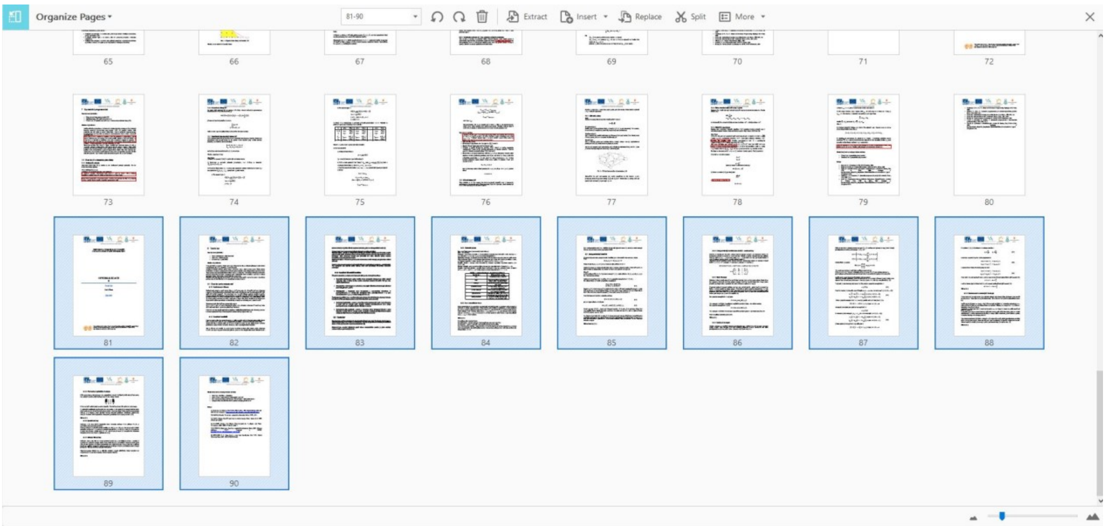
5.1 Sloučení stávajících a nových textů

Funkce k vložení stran z nového dokumentu do dokumentu stávajícího se nacházejí pod tlačítkem **Organize Pages** (uspořádat strany) v základním menu (Obr. 2). Po zvolení této funkce je k dispozici volba **Insert** (vložit), umožňující vkládání čistých stran, stran ze schránky, z webové stránky, nebo vkládání z jiného souboru (Obr. 3).



Obr. 3 – Parametry pro vkládání stran

Při vkládání stran je nutné navolit následující parametry (Obr. 3) **Insert File** (vložit soubor) – po zvolení se otevře průzkumník souborů, ve kterém je třeba navolit cestu k souboru, ze kterého jsou nové stránky vloženy. **Location** (umístění) – k dispozici je výběr mezi umístěním před nebo za stranou navolenou v parametru Page (strana). **Page** – tento parametr určuje místo v dokumentu, kam budou strany vloženy. Na výběr je možnost vložení na začátek dokumentu, na konec dokumentu nebo za konkrétní zvolenou stranu. Po volbě OK se dokument zpracuje a zobrazí se seznam všech stran včetně stran nově přidaných, které jsou modře podbarveny (Obr. 4)



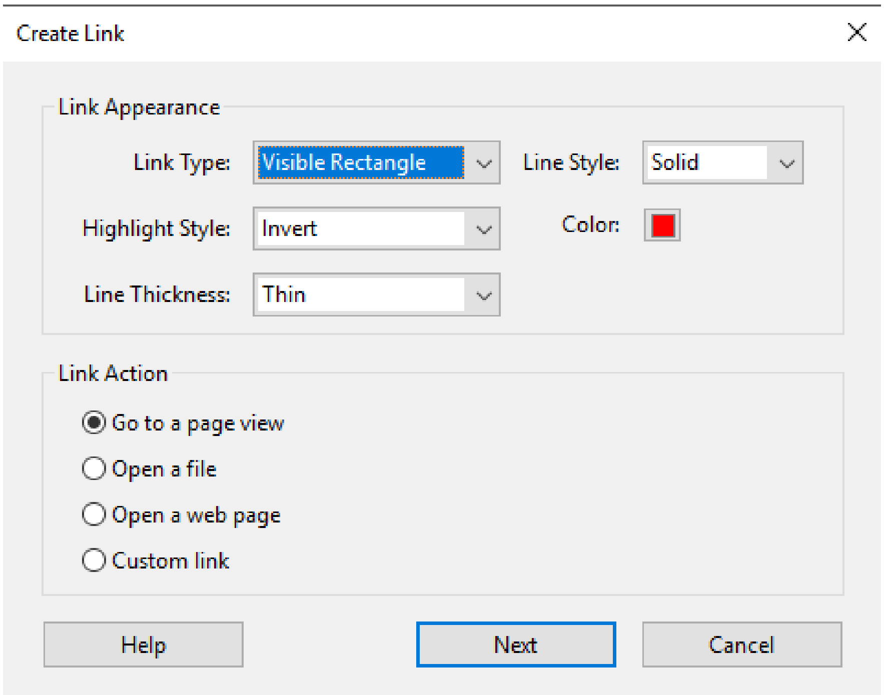
Obr. 4 – Seznam stran dokumentu

5.2 Vkládání interaktivních prvků

Nástroje pro vkládání interaktivních odkazů se nacházejí v základní nabídce funkcí pod tlačítkem **Edit PDF** (Obr. 2).

5.2.1 Interaktivní odkazy v dokumentu

V liště nástrojů editace PDF souborů je umístěna funkce **Link** (odkaz), umožňující automatickou tvorbu interaktivních odkazů na internetové stránky pro URL adresy v celém dokumentu. Další možností funkce Link je přidání nebo editace vlastních interaktivních prvků. Po volbě této možnosti se kurzor změní na zaměřovač, jehož pomocí lze označit určitou část dokumentu, kterou lze následně stisknout. Jakmile je tato část dokumentu zvolena, zobrazí se nabídka parametrů odkazu (Obr. 5).



Obr. 5 – Parametry odkazu

Tato nabídka má dvě části. Parametry první části ovlivňují vzhled odkazů v dokumentu. Odkazům lze přiřadit viditelné či neviditelné ohraničení, změnit styl, tloušťku a barvu tohoto ohraničení. Parametry druhé části určují, jaká má být vykonána akce po stisknutí odkazu. Pro přesunutí do jiné části dokumentu je použita první přednastavená akce **Go to a page view** (přechod na zobrazení stránky). Po zadání parametrů je potřeba v dokumentu najet na požadovanou stranu, na kterou má odkaz směřovat, a výběr potvrdit. Pro tvorbu odkazu na internetovou stránku je vhodná třetí přednastavená akce **Open a web page** (otevřít webovou stránku). Zde je nutné po zadání parametrů navíc přidat URL adresu, která se má následně v prohlížeči otevřít. Výsledné odkazy jsou v dokumentu oranžově ohraničeny (Obr. 6).

Přednáškový text se vztahuje k těmto otázkám

- Teorie her – klasifikace a formulace
- Teorie užitku a rozhodování, přehled pojmů a principů
- Hra v normálním tvaru, maticové hry, čisté strategie, sedlový prvek matice
- Antagonistický konflikt dvou hráčů, smíšené strategie, převod na LP

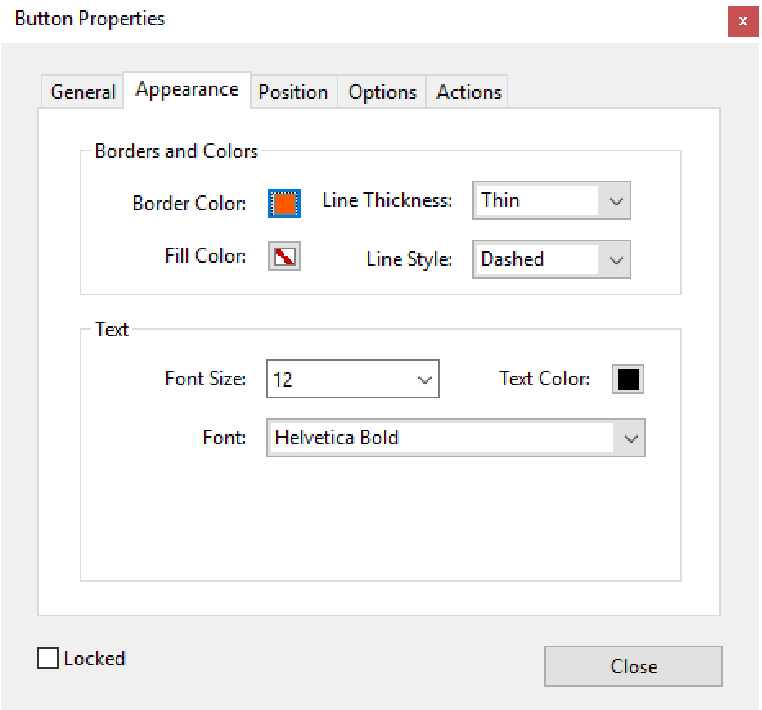
Zdroje

[1] Teorie her. In: Výuka na FAI UTB ve Zlíně [online]. Zlín: Roman Prokop, 2016 [cit. 2019-04-16]. Dostupné z: https://vyuka.fai.utb.cz/mod/resource/view.php?id=22225

Obr. 6 – Příklad interaktivních odkazů

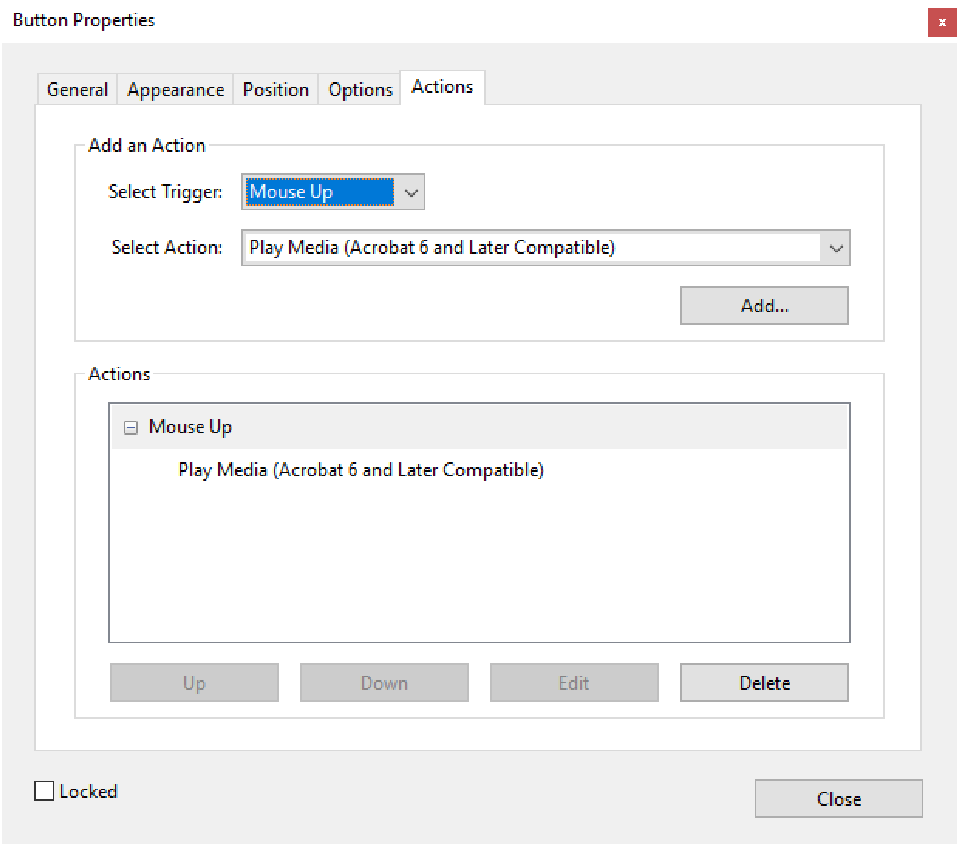
5.2.2 Vkládání audia ve formátu MP3

Ke tvorbě interaktivních boxů, jež po stisknutí přehrávají namluvený text, je využita funkce **Add Button** (přidat tlačítko) nacházející se pod tlačítkem **Rich Media** (bohatá média) v základní nabídce nástrojů (Obr. 3). Při zvolení funkce je třeba označit prostor, ve kterém bude tlačítko možno stisknout. Po vytvoření tlačítka se zobrazí okno (Obr. 7) umožňující nastavení jeho atributů.



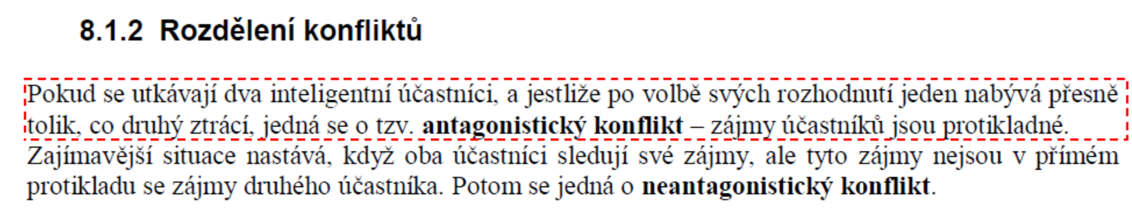
Obr. 7 – Parametry tlačítka

Lze zde změnit vzhled tlačítka – jeho ohraničení, výplň a rozměry. Pod položkou **Options** (nastavení) se skrývá nastavení vizuálního chování tlačítka, je možné do něj např. vložit text měnící se s jeho stisknutím, podržením a puštěním, případně do něj vložit místo textu obrázek. Posledním parametrem v nabídce je podokno **Actions** (akce), která určuje akce, jež se provedou po stisknutí tlačítka (Obr. 8).



Obr. 8 – Podokno Actions

Atribut **Select Trigger** (volba spouště) udává, jestli se požadovaná akce provede při stisku tlačítka, při jeho puštění nebo již při najetí kurzorem. V nastavení položky **Select Action** (volba akce) se nachází rozmanitý výběr akcí, kterými Acrobat disponuje. Tlačítku lze přiřadit více akcí a kombinovat je i s různými stavy atributu Select Trigger. Takto vzniklá sekvence akcí je zobrazena ve spodním okně **Actions**. Pro přehrání zvukové nahrávky ve formátu MP3 je vhodná akce **Play Media** (přehrát media). Přiřazený MP3 soubor se vloží do dokumentu a není nadále třeba jej mít separátně (Obr. 9).



8.1.2 Rozdělení konfliktů

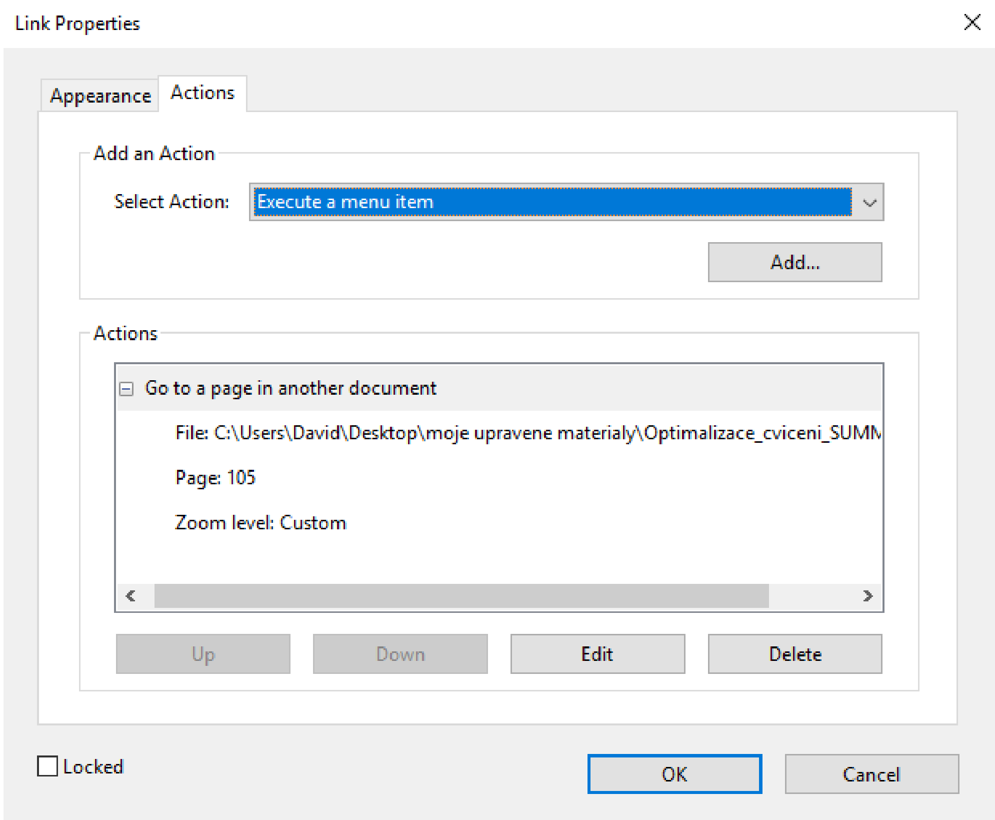
Pokud se utkávají dva inteligentní účastníci, a jestliže po volbě svých rozhodnutí jeden nabývá přesně tolik, co druhý ztrácí, jedná se o tzv. **antagonistický konflikt** – zájmy účastníků jsou protikladné. Zajímavější situace nastává, když oba účastníci sledují své zájmy, ale tyto zájmy nejsou v přímém protikladu se zájmy druhého účastníka. Potom se jedná o **neantagonistický konflikt**.

Obr. 9 – Příklad audionahrávky v dokumentu

5.2.3 Odkazy do jiného dokumentu

Funkce pro tvorbu odkazů do dalších dokumentů se nachází v hlavní nabídce nástrojů pod tlačítkem **Edit PDF** (Obr. 2).

V panelu editace PDF je umístěna funkce **Add Web or Document Link** (přidat internetový nebo dokumentový odkaz). Pro přesun do jiného dokumentu je třeba vytvořit vlastní akci **Custom link** (vlastní odkaz), která vyžaduje zadání parametrů (Obr. 10).

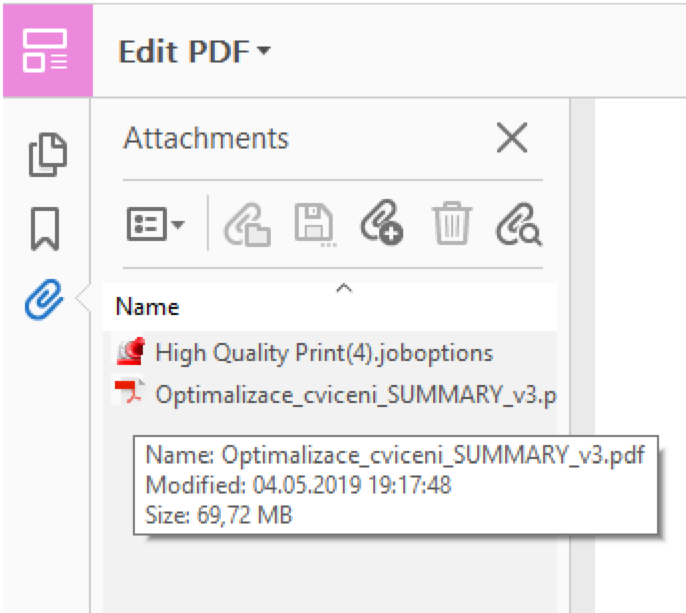


Obr. 10 – Parametry akce vlastního odkazu

Podokno **Add an Action** (přidat akci) po rozevření nabízí široký výběr akcí, které lze provést po stisknutí odkazu (obdobně jako při vkládání audionahrávek). K přesunu je vhodné použít Akci **Go to a page view**. Před volbou akce je nutné otevřít druhý dokument, se kterým se má akce provést, na požadované straně. Cesta k odkazovanému dokumentu se automaticky vygeneruje a lze ji vidět v podokně **Actions** včetně parametru strany a stylu jejího zobrazení.

5.2.4 Přílohy dokumentu

Před vytvořením odkazů je možné umístit do přílohy dokumentu soubory, do kterých mají odkazy směřovat. Okno **Attachments** (přílohy) je k dispozici v levé liště Acrobatu pod ikonou kancelářské svorky (Obr 11).



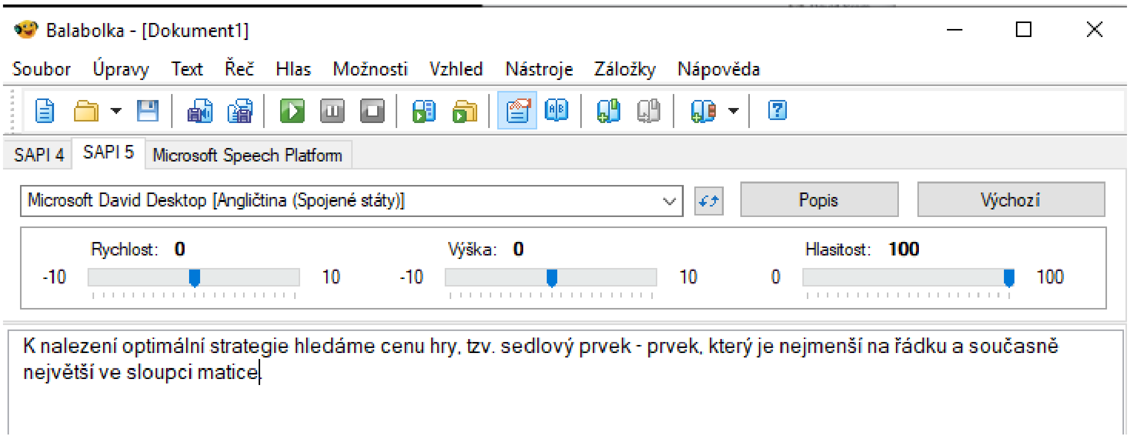
Obr. 11 – Přílohy dokumentu

Umístění souborů do příloh dokumentu lze provést přetažením souboru do prostoru lišty. Přílohy jsou užitečné v případě, kdy je potřeba provést odkazy do jiných dokumentů tak, aby nebylo nutné mít tyto dokumenty dále pohromadě – přílohy se uchovávají společně s hlavním dokumentem.

5.3 Generování MP3 audionahrávek

K syntéze textů na hlas uložených do souborů ve formátu MP3 je využíván software Balabolka.

Hlavní panel nástrojů programu (Obr. 12) obsahuje prvky k ovládání přehrávání textu – předčítání vybrané pasáže, pozastavení, zastavení a nastavení hlasu.

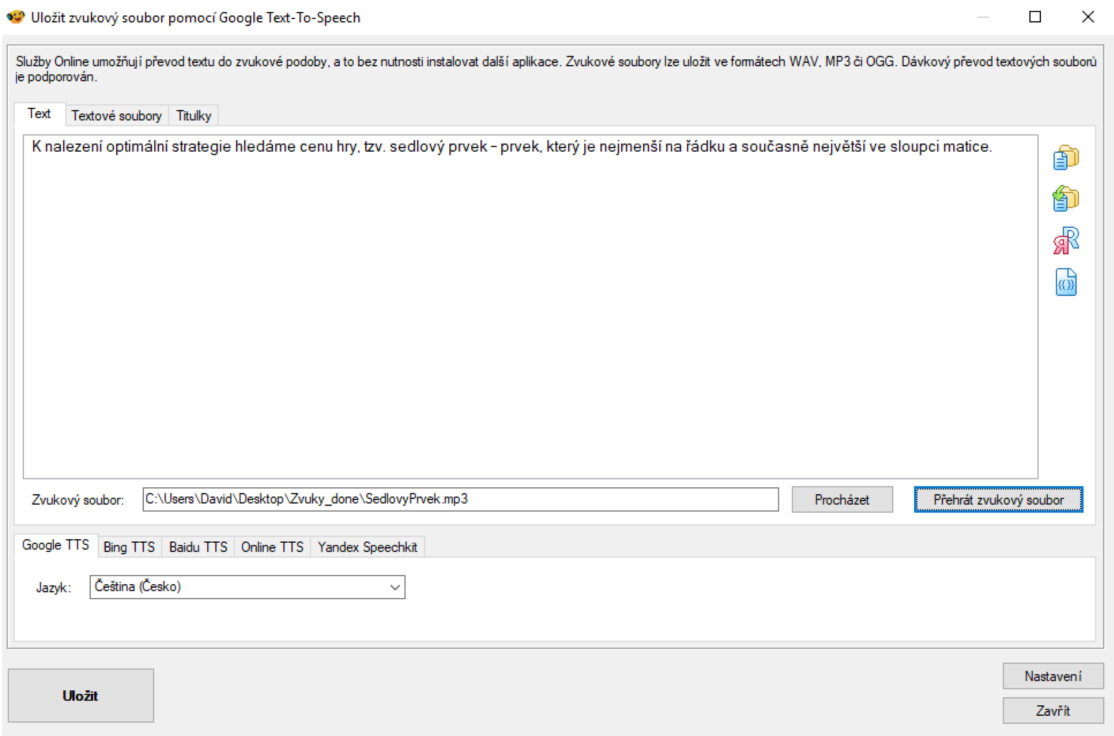


Obr. 12 – Panel nástrojů Balabolky

Pod položkou SAPI 5 se nachází výběr druhů hlasů v různých jazycích, kterými systém disponuje. V případě, že systém uživatele neobsahuje českou hlasovou syntézu, je možno některou dodatečně stáhnout – např. syntéza Vít TTS, která je součástí Windows 10. Případně lze vybírat z nabídky komerčních hlasů, které umožňuje široký výběr a vysokou kvalitu hlasů, avšak tyto alternativy již nejsou volně dostupné.

Zvolenému hlasu lze upravit rychlost čtení, hlasitost a výšku hlasu. Za účelem zlepšení výslovnosti některých termínů či pasáží textu lze v programu použít speciální textový soubor (slovník) s pravidly nahrazení. Každý řádek tohoto souboru obsahuje jedno pravidlo nahrazení.

Jelikož Windows 10 syntéza Vít zní výrazně hůře v porovnání s ostatními alternativami, je pro tvorbu MP3 textů využit nástroj **Uložit zvukový soubor pomocí Google Text-To-Speech** (Google TTS), který je připojený přes API rozhraní ke Google serveru (Obr. 13).



Obr. 13 – Převod textu na audionahrávku

Tento nástroj umožňuje vytvořit audio soubor z požadovaného textu umístěného v textovém poli. Nejprve je nutné určit cílový adresář, do kterého se soubor stáhne, dále název souboru a požadovaný formát – na výběr jsou zvukové formáty WAV, MP3, MP4 a jiné. Po volbě jazyka řeči a stisku tlačítka uložit se pošle žádost na server Google, jenž vygeneruje audio data ve formátu Base64. Tato data jsou následně převedena Balabolkou do výsledného formátu. Maximální délka požadavku odeslaného na server Google je 5000 znaků. V případě, že má řetězec vice znaků, se řetězec rozdělí, odešle a výsledně sloučí v jednu nahrávku.

Současně toto propojení s Google serverem umožňuje jednu ze čtyř možných voleb překladů textu, jež jsou součástí Balabolky. [13;14]

ZÁVĚR

Výsledkem této práce jsou dva interaktivní provázané dokumenty ve formátu PDF. Přednáškové dokumenty přinášejí dostatečně obsáhlý výklad k pochopení základů teorie her. Cvičební materiály včetně navržených příkladů a slovních úloh mohou posloužit k praktickému zvládnutí a aplikaci teorie her. Navržené úlohy se vztahují k maticovým hrám – jejich řešení v ryzích a smíšených strategiích a k dominování.

Teoretická část práce obsahuje stručný popis literárních pramenů, jež posloužily jako primární zdroj informací pro tvorbu výukových materiálů. Dále zde nalezneme informace o projektu modernizace výukových materiálů a didaktických metod, popis obsahu a vzhledu výukových materiálů a jejich interaktivních prvků. Kapitola týkající se sylabu vysvětluje vyučovanou látku.

Praktická část práce obsahuje zadání a řešení navržených příkladů k procvičení. Její součástí je rovněž podrobný popis tvorby dokumentů ve formátu PDF pomocí programu Adobe Acrobat a funkce jeho základních nástrojů. Jednotlivé podkapitoly vysvětlují postup sloučení nových výukových materiálů s předchozími dokumenty a vkládání interaktivních prvků. V závěru praktické části práce je vysvětlen postup použití softwaru určeného syntéze lidské řeči Balabolka – její použité funkce a možnosti výběru hlasů.

Cíle bakalářské práce se podařilo naplnit a inovované výukové materiály poslouží studentům třetího ročníku jako studijní opora v předmětu Optimalizace.

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

[1] DLOUHÝ, Martin a Petr FIALA. Úvod do teorie her. 2., přeprac. vyd. Praha: Oeconomica, 2009. ISBN 978-80-245-1609-7.

[2] VALENČÍK, Radim. Teorie her a redistribuční systémy. Praha: Vysoká škola finanční a správní, 2008. Eupress. ISBN 978-80-7408-002-9.

[3] MAŇAS, Miroslav. Teorie her a optimální rozhodování. Praha: SNTL, 1974.

[4] BINMORE, K. G. Game theory: a very short introduction. New York: Oxford University Press, 2007. ISBN 9780199218462.

[5] HYKŠOVÁ, Magdalena. Teorie her a optimální rozhodování. Praha, 2009. Odborná publikace. ČVUT. Dostupný z WWW: http://euler.fd.cvut.cz/predmety/teorie_her/hry.pdf

[6] CHVOJ, Martin. Pokročilá teorie her ve světě kolem nás. Praha: Grada, 2013. ISBN 978-80-247-4620-3.

[7] Modernizace výukových materiálů a didaktických metod. Fakulta strojní, Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava [online]. Česká republika: Smutný, c2010-2019 [cit. 2019-03-25]. Dostupné z: http://projekty.fs.vsb.cz/463/

[8] Adobe Acrobat 2017. In: Adobe [online]. 2017 [cit. 2019-03-30]. Dostupné z: https://helpx.adobe.com/cz/acrobat/faq-acrobat-2017.html

[9] Teorie her. In: Výuka na FAI UTB ve Zlíně [online]. Zlín: Roman Prokop, 2016 [cit. 2019-04-16]. Dostupné z: https://vyuka.fai.utb.cz/mod/resource/view.php?id=22225

[10] TADELIS, Steve. Game theory: an introduction. Oxford: Princeton University Press, c2013. ISBN 9780691129082.

[21] Lineární programování. In: Výuka na FAI UTB ve Zlíně [online]. Zlín: Roman Prokop, 2015 [cit. 2019-04-16]. Dostupné z: https://vyuka.fai.utb.cz/mod/resource/view.php?id=27657

[32] Optimalizace 6 Lineární programování. In: Výuka na FAI UTB ve Zlíně [online]. Zlín: Libor Pekař, 2013 [cit. 2019-04-16]. Dostupné z: https://vyuka.fai.utb.cz/mod/resource/view.php?id=13597

[13] Balabolka. Balabolka [online]. Ilya Morozov, c2006-2019 [cit. 2019-05-08]. Dostupné z: http://www.balabolka.site/balabolka.htm

[14] Balabolka a Google TTS český hlas. Dusanchlebik.cz [online]. Dušan Chlebík, c2017 [cit. 2019-05-08]. Dostupné z: https://dusanchlebik.cz/balabolka-a-vytvorena-audiokniha-zdarma/

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

TTS	Text To Speech
API	Application Programming Interface
SAPI	Speech Application Programming Interface
URL	Uniform Resource Locator
PDF	Portable Document Format

SEZNAM OBRÁZKŮ

SEZNAM TABULEK

SEZNAM PŘÍLOH