

# Řízení systémů při omezení akčních veličin

Anti wind up controller with input constrains

Bc. Radek Kundera

---

Diplomová práce  
2008



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně  
Fakulta aplikované informatiky

---

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně  
Fakulta aplikované informatiky  
Ústav řízení procesů  
akademický rok: 2007/2008

## ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Radek KUNDERA**  
Studijní program: **N 2807 Chemické a procesní inženýrství**  
Studijní obor: **Automatizace a řídicí technika**  
  
Téma práce: **Řízení systémů při omezení akčních veličin**

Zásady pro vypracování:

Omezení akční veličiny je přirozeným požadavkem pro aplikaci řídicích algoritmů v jakémkoliv reálném prostředí. Přitom implementace tohoto omezení není triviální, protože jednoduché ořezání hodnoty vede k saturaci regulátorů.

Úkoly:

1. Přehled a vysvětlení pojmu wind up a možnosti jeho odstarnění.
2. Jednoduché principy návrhu regulátorů s omezením.
3. Vypracování metodické příručky.
4. Vytvoření simulačního systému v prostředí Matlab, Simulink.
5. Vypracování vzorových a komparativních příkladů pro spojitě lineární systémy.

Rozsah práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

1. Astrom, K.J., Hagglund, T.: PID Controllers. ICMC N.Carolina, 1995.
2. Levine et al: The Control Handbook. IEEE Press. 1995.
3. Huba, M.: Riadenie systémov s obmedzením. STU, Bratislava.
4. Vítečková, M., Víteček, A.: Teorie a praxe návrhu regulačních obvodů, Vyd. ČVUT, Praha, 2004.

Vedoucí diplomové práce:

**prof. Ing. Roman Prokop, CSc.**  
Ústav automatizace a řídicí techniky

Datum zadání diplomové práce:

**22. února 2008**

Termín odevzdání diplomové práce:

**21. května 2008**

Ve Zlíně dne 22. února 2008



prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.  
*děkan*



prof. Ing. Petr Dostál, CSc.  
*ředitel ústavu*

## ABSTRAKT

Diplomová práce se zabývá vlivem omezení akční veličiny na průběh regulace. Způsobený efekt se nazývá wind-up. V práci jsou popsány a porovnávány metody zamezení saturace regulátorů, tzv. antiwind-up. Simulace a simulační program byly vytvořeny v programu Matlab/Simulink. Pro syntézu standardních regulátorů byla použita metoda inverze dynamiky, aproximace podle Äströma a polynomiální metoda Rps. Zvolená syntéza s různými druhy antiwind-up je porovnávána s časově optimální regulací.

Klíčová slova:

Saturace regulátoru, integrační wind-up, antiwind-up, omezení akční veličiny.

## ABSTRACT

The work is focused on the influence control signal constrains in feedback control behavior and process outputs. The effect is known as controller wind-up. Various methods of antiwind-up are studied and compared with a combination with several control design principles. The simulation and automatic control design program was developed in the Matlab/Simulink environment. For control syntheses methods as inversion dynamic, Äström integrator approximation and polynomial method Rps were utilized. The selected synthesis with different principles antiwind-up is compared with top time controller proposed by M.Huba.

Keywords:

Saturation controller, Integrator wind-up, antiwind-up, control signal constrain.

Děkuji především vedoucímu mé diplomové práce prof. Ing. Romanu Prokopovi, CSc. za jeho ochotnou pomoc, odborné vedení, rady a připomínky, kterých se mi dostalo během řešení této práce.

Prohlašuji, že jsem na diplomové práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval. V případě publikace výsledků, je-li to uvolněno na základě licenční smlouvy, budu uveden jako spoluautor.

Ve Zlíně, 21.05.2008

.....

Podpis diplomanta

**OBSAH**

<b>ÚVOD</b> .....	<b>7</b>
<b>I TEORETICKÁ ČÁST</b> .....	<b>8</b>
<b>1 SYNTÉZY NÁVRHU REGULÁTORU</b> .....	<b>9</b>
1.1 STRUKTURA PID REGULÁTORU .....	9
1.2 ALGEBRAICKÁ SYNTÉZA RPS .....	13
1.2.1 Okruh $R_{PS}$ .....	13
1.2.2 Diofantická rovnice .....	14
1.3 SYNTÉZA METODOU POŽADOVANÉHO MODELU .....	15
1.4 ZIEGLER-NICHOLS METODA ODEZVY NA JEDNOTKOVÝ SKOK .....	20
<b>2 ZPŮSOBY ANTI-WIND-UP</b> .....	<b>22</b>
2.1 DYNAMICKÉ OMEZENÍ INTEGRAČNÍ SLOŽKY .....	24
2.2 ZATÍŽENÍ ŽÁDANÉ HODNOTY .....	25
2.3 BACK-CALCULATION .....	28
<b>3 ČASOVĚ OPTIMÁLNÍ REGULÁTOR</b> .....	<b>32</b>
3.1 PŘÍPUSTNÉ VSTUPNÍ VELIČINY .....	32
3.2 METODA ZADÁVÁNÍ PÓLŮ .....	34
3.3 PÁSMO PROPORCIONÁLNÍHO ŘÍZENÍ .....	35
3.4 DYNAMIKA BRZDĚNÍ .....	37
3.5 DYNAMIKA ZRYCHLOVÁNÍ .....	39
<b>II PRAKTICKÁ ČÁST</b> .....	<b>42</b>
<b>4 SIMULAČNÍ PROSTŘEDÍ A EXPERIMENTY</b> .....	<b>43</b>
4.1 MATLAB A SIMULINK .....	43
4.2 PROGRAM NA SIMULACI WIND-UP EFEKTU .....	44
4.3 POROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ .....	49
<b>ZÁVĚR</b> .....	<b>56</b>
<b>CONCLUSION</b> .....	<b>58</b>
<b>SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY</b> .....	<b>60</b>
<b>SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK</b> .....	<b>61</b>
<b>SEZNAM OBRÁZKŮ</b> .....	<b>63</b>
<b>SEZNAM TABULEK</b> .....	<b>65</b>
<b>SEZNAM PŘÍLOH</b> .....	<b>66</b>

## ÚVOD

V technologické praxi je přirozené, že každá veličina, tedy i řídicí veličina regulátoru nemůže nabývat libovolné hodnoty, ale je omezena svou fyzikální realizovatelností. Dominantní a negativní vliv takových omezení na kvalitu řídicích procesů si lze snadno odvodit. S těmito problémy se lineární teorie a počítačová simulace v první fázi příliš nezabývá a vypočtená hodnota akčního zásahu je také simulována. V reálném řízení však je situace poněkud jiná. Například regulační ventil nemůže být víc než úplně otevřený, či míň jak úplně zavřený. Podobná situace je v omezení akční veličiny, která bývá realizována elektrickým proudem či napětím, tlakem, apod. Všechny tyto veličiny mají při použití na reálných soustavách svá omezení, která mohou způsobovat tzv. saturaci (nasyčení) regulátoru, kdy akční člen není schopen realizovat požadavek regulátoru na vyšší hodnotu. Tento jev se nazývá wind-up efekt.

Jednoduchá analýza situace saturace vede k názoru, že prosté „ořezání“ akční veličiny na hranicích dovoleného intervalu není ideálním řešením. Pokud regulátor obsahuje integrační složku, ořezání akční veličiny způsobí zpomalení poklesu regulační odchylky a tím zvětšení jejího integrálu, což vede k dalšímu zvyšování počítaného akčního zásahu. Důsledkem je neúměrné prodlužování regulačního pochodu, afinita ke kmitavému chování, vnášení zpoždění do obvodu a jeho přibližování k nestabilitě.

Tato práce se zabývá analýzou a porovnáváním různých způsobů a metod, jak zabránit antiwind-up efektu. Zvláštní pozornost je věnována syntéze časově optimálního regulátoru obohacené o antiwind-up. Pro vlastní návrh regulátoru byla použita metoda inverze dynamiky, aproximace podle Äströma nebo algebraická syntéza v okruhu Rps. K potlačení wind-up efektu se využilo metody back-calculation, dynamické omezení integrační složky a zatížení žádané hodnoty. Veškeré porovnání je provedeno formou simulačního programu v prostředí Matlab/Simulink. Výsledkem je uživatelský program, který umožňuje automatický návrh a simulaci.

## I. TEORETICKÁ ČÁST



## 1 SYNTÉZY NÁVRHU REGULÁTORU

Na chování řídicích procesů má významný vliv mimo jiné i struktura a způsob syntézy (návrhu parametrů) regulátoru. Můžeme se např. rozhodovat, zda zvolíme regulátor PID nebo polynomiální regulátor. U polynomiálních regulátorů lze volit mezi 1DOF (jeden stupeň volnosti) nebo 2DOF (dva stupně volnosti) v závislosti na charakteru regulované soustavy. PID regulátor představuje základní a nejpoužívanější řídicí jednotku, která však také nabízí možnost různých modifikací struktury.

Navíc existuje celá řada různých metod návrhu parametrů, jak u PID regulátorů, tak i u polynomiálních regulátorů. Nejpoužívanější, ale i nové metody jsou popsány např. v [6], [10]. Volba metody syntézy může také výrazně ovlivnit chování řídicích procesů.

### 1.1 Struktura PID regulátoru

V praxi má PID regulátor několik podob a změna struktury může také ovlivňovat průběhy veličin. Příkladem může být sériově paralelní struktura popsaná v [1].

Algoritmus PID regulátoru bývá obvykle popsán rovnicí

$$u(t) = K \left( e(t) + \frac{1}{T_I} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_D \frac{de(t)}{dt} \right) \quad (1.1)$$

kde  $u$  je akční veličina a  $e$  je odchylka, která představuje rozdíl mezi žádanou hodnotou a skutečnou hodnotou výstupu soustavy. Akční veličina je tedy tvořena součtem tří členů: P (proporcionální, součtový), který je úměrný odchylce; I (integrační), který je úměrný integraci odchylky; D (derivační), který je úměrný derivaci odchylky. Parametry tohoto regulátoru jsou proporcionální konstanta  $K$ , integrační časová konstanta  $T_I$  a derivační časová konstanta  $T_D$ .

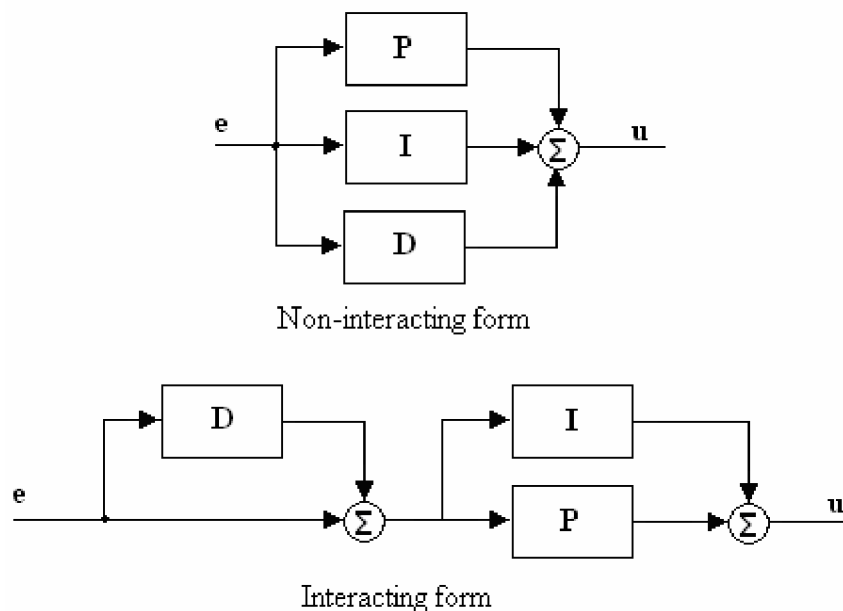
Algoritmus (1.1) může být také popsán přenosovou funkcí

$$G(s) = K \left( 1 + \frac{1}{sT_I} + sT_D \right) \quad (1.2)$$

Avšak nejpoužívanější komerční regulátory bývají popsány mírně odlišnou verzí

$$G'(s) = K' \left( 1 + \frac{1}{sT_I'} \right) + (1 + sT_D') \quad (1.3)$$

Obě tyto struktury regulátoru jsou zobrazeny pomocí blokových diagramů na obrázku 1. Regulátor popsany rovnicí (1.2) je nazýván jako vzájemně se neovlivňující (non-interacting) a regulátor popsany rovnicí (1.3) jako vzájemně se ovlivňující (interacting). Důvod pro toto označení je takový, že u regulátoru (1.2) integrační časová konstanta nemá vliv na derivační složku a derivační časová konstanta nemá vliv na integrační složku. Složky se tudíž vzájemně neovlivňují. Na rozdíl od regulátoru (1.3), kde derivační časová konstanta  $T_D'$  ovlivňuje integrační složku.



Obrázek 1: Formy struktury PID regulátoru

Ovlivňující se regulátor (1.3) však může být presentován i jako neovlivňující se regulátor (1.2), když provedeme přepočtení parametrů regulátoru

$$K = K' \frac{T_I' + T_D'}{T_I'}$$

$$T_I = T_I' + T_D' \quad (1.4)$$

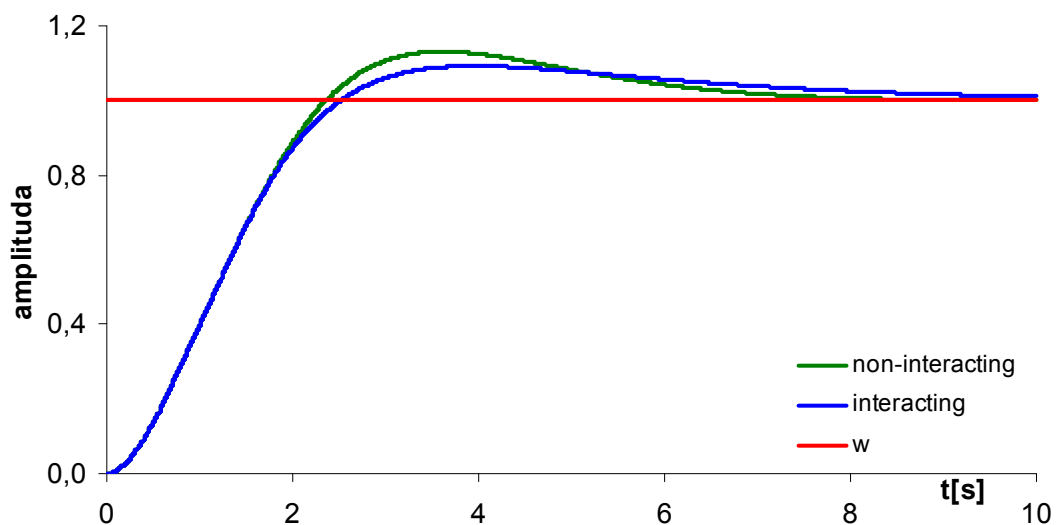
$$T_D = \frac{T_I' \cdot T_D'}{T_I' + T_D'}$$

Ovlivňující se regulátor (1.3) odpovídá neovlivňujícímu regulátoru (1.2) pouze při splnění podmínky  $T_I \geq 4 \cdot T_D$ . Potom platí

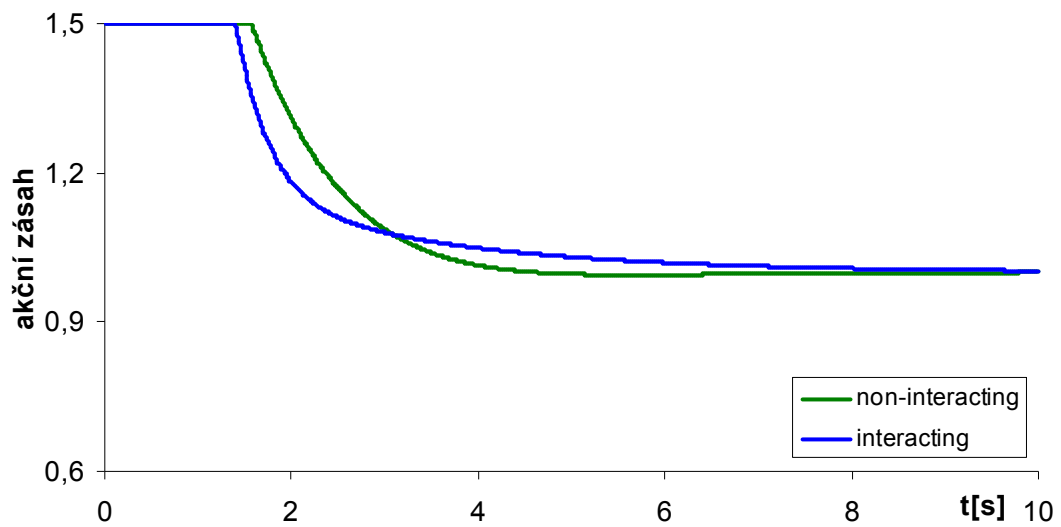
$$K' = \frac{K}{2} \left( 1 + \sqrt{1 - 4 \cdot T_D / T_I} \right)$$

$$T_I' = \frac{T_I}{2} \left( 1 + \sqrt{1 - 4 \cdot T_D / T_I} \right) \quad (1.5)$$

$$T_D' = \frac{T_I}{2} \left( 1 - \sqrt{1 - 4 \cdot T_D / T_I} \right)$$



Obrázek 2: Vliv struktury PID regulátoru na výstupní veličinu (y)



Obrázek 3: Vliv struktury PID regulátoru na akční veličinu (u)

Vzájemně se neovlivňující regulátor (1.2) je spíše všeobecný, ale lze tvrdit, že vzájemně se ovlivňující regulátor (1.3) se dá snadněji ručně nastavit. Pro upřednostnění vzájemně se ovlivňujícího regulátoru hovoří také historické důvody. Prvotní pneumatické regulátory se lépe konstruovaly užitím tvaru navzájem se ovlivňujícího regulátoru. Když se začal regulátor vyrábět průmyslově, změnila se jeho technologie z pneumatického na analogový a později na digitální způsob, ale struktura zůstala zachována.

## 1.2 Algebraická syntéza $R_{PS}$

Moderním přístupem při návrhu řídicích systémů je použití algebraické teorie řízení, která na rozdíl od klasických metod umožňuje provést parametrizaci regulátorů. To znamená, že pro danou soustavu nedostane jeden, ale určitou množinu regulátorů splňující určité podmínky. Při použití algebraických metod návrhu lze pracovat nejen v okruhu polynomů  $P(s)$  ale i v okruhu racionálně lomených funkcí  $R_{PS}(s)$ . Okruh racionálně lomených funkcí rovněž umožňuje zavedení skalárního parametru, jímž lze snadno ovlivňovat robustnost regulátorů tak i celkové chování regulačních obvodů.

Přenos systému, jako poměr Laplaceových obrazů výstupního a vstupního signálu (při nulových počátečních podmínkách), pro LSDS chápe klasická teorie jako podíl dvou polynomů

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b(s)}{a(s)} \quad (1.6)$$

kde tedy  $a(s)$ ,  $b(s)$  jsou polynomy přenosu soustavy.

Pro některé účely (např. úlohu robustního řízení) je však vhodnější přejít k okruhu ryzích a stabilních racionálně lomených funkcí  $R_{PS}$ . Podrobnější popis a zdůvodnění lze nalézt např. v [7].

### 1.2.1 Okruh $R_{PS}$

Okruh  $R_{PS}$  je množina všech ryzích a stabilních racionálních funkcí. Ryzost funkce (někdy označovaná jako fyzikální realizovatelnost) znamená že stupeň čitatele je menší nebo maximálně roven stupni jmenovatele. Stabilita je zajištěna umístěním pólů v levé komplexní polorovině mimo imaginární osy. Přepis z polynomiální reprezentace do okruhu  $R_{PS}$  je triviální záležitostí. Znamená čitatele i jmenovatele přenosu, vydělit stabilním polynomem vhodně vysokého stupně

$$G(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{\frac{b(s)}{m(s)}}{\frac{a(s)}{m(s)}} = \frac{B(s)}{A(s)} \quad (1.7)$$

kde  $a(s), b(s) \in P$ ;  $m(s) \in P_S$ ;  $B(s), A(s) \in R_{PS}$ ;  $\deg(m(s)) = n = \max [\deg(a(s)), \deg(b(s))]$ .

Jednou z možné volby je v této práci uvažován polynom  $m(s)$  ve tvaru

$$m(s) = (s + \lambda)^n \quad (1.8)$$

Parametrem  $\lambda \in \mathfrak{R} > 0$  lze pak ovlivňovat různé vlastnosti a chování regulačního obvodu.

Definice dělitelnosti v okruhu  $R_{PS}$  :  $X$  dělí  $Y$  právě tehdy, když všechny nestabilní nuly  $X$ , včetně imaginární nuly a nekonečna, jsou také nestabilními nulami  $Y$ . Přenos má nekonečnou nulu, když stupeň čitatele je menší než stupeň jmenovatele. Její násobnost je dána relativním řádem.

Pro přehlednost se prvky okruhu polynomů označují malými písmeny  $a(s), b(s), w(s)$  atd. a prvky okruhu  $R_{PS}$  velkými písmeny  $A(s), B(s), W(s)$  atd.

### 1.2.2 Diofantická rovnice

V algebraických strukturách řízení mají základní vliv lineární rovnice nazývané diofantické. Stručně řečeno, jedná se o rovnici s 2 neznámými. Konkrétně lze diofantickou rovnici formulovat takto: Jsou dány prvky okruhu  $A, B, C$  a cílem je nalézt všechny dvojice  $X, Y$  (opět z daného okruhu), které splňují:

$$AX + BY = C \quad (1.9)$$

Pro naše potřeby uvažujeme  $C = 1$ ,  $X$  je polynom jmenovatele regulátoru ( $P$ ) a  $Y$  je polynom čitatele regulátoru ( $Q$ ). Diofantická rovnice tedy bude:

$$A(s)P(s) + B(s)Q(s) = 1 \quad (2.10)$$

### 1.3 Syntéza metodou požadovaného modelu

Metoda požadovaného modelu (inverze dynamiky) umožňuje seřízení standardních typů číslicových a analogových regulátorů pro základní druhy regulovaných soustav, které mohou obsahovat i dopravní zpoždění. Syntéza PID regulátorů metodou inverze dynamiky je velmi rozšířená a podrobný popis je zpracován například v [2].

Na základě této metody a následného simulačního upřesnění byly získány tab. II a III, které umožňují jednoduché a rychlé určení hodnot stavitelných parametrů doporučovaných regulátorů.

Pro získání přenosu v některém z požadovaných tvarů je nutno použít vhodných identifikačních či aproximačních metod – Tabulka I.

Tabulka I: Převedení přenosu reg. soustavy na požadované tvary

$\frac{1}{(T_n s + 1)^n} e^{-T_{dn}s}$	n	1	2	3	4	5	6
$\frac{1}{T_1 s + 1} e^{-T_{d1}s}$	$\frac{T_1}{T_n}$	1	1,568	1,980	2,320	2,615	2,881
	$\frac{T_{d1} - T_{dn}}{T_n}$	0	0,552	1,232	1,969	2,741	3,537
$\frac{1}{(T_2 s + 1)^2} e^{-T_{d2}s}$	$\frac{T_2}{T_n}$	0,638	1	1,263	1,480	1,668	1,838
	$\frac{T_{d2} - T_{dn}}{T_n}$	-0,352	0	0,535	1,153	1,821	2,523

Podle přenosu a tabulky I vypočítáme požadované parametry. Např.  $T_1$  a  $T_d$ , pomocí nichž zjistíme podle tabulky II jak vypočítat hodnoty  $k_p$ ,  $T_I$ ,  $T_D$ .

Při volbě vzorkovací periody  $T$  u číslicových regulátorů je třeba splnit podmínky:

$$T \leq 0,3T_d \quad (1.11)$$

$$T \leq \left( \frac{1}{15} \div \frac{1}{6} \right) t_{0,95} \quad (1.12)$$

$$T \leq \left( \frac{1}{3} \div \frac{1}{2} \right) T_w \quad (1.13)$$

kde  $t_{0,95}$  je doba, za kterou přechodová charakteristika regulované soustavy  $h_s(t)$  dosáhne 95% své ustálené hodnoty.



Tabulka II: Výpočet parametrů regulátorů a jejich typy

REGULOVANÁ SOUSTAVA	REGULÁTOR				
	TYP	$k_p^*$		$T_I^*$	$T_D^*$
		$T_d=0$	$T_d>0$		
$\frac{k_1}{s} e^{-T_d s}$	<b>P</b>	$\frac{2}{k_1(2T_w + T)}$	$\frac{a}{k_1}$	-	-
$\frac{k_1}{(T_1 s + 1)} e^{-T_d s}$	<b>PI</b>	$\frac{2T_I^*}{k_1(2T_w + T)}$	$\frac{aT_I^*}{k_1}$	$T_1 - \frac{T}{2}$	-
$\frac{k_1}{s(T_1 s + 1)} e^{-T_d s}$	<b>PD</b>	$\frac{2}{k_1(2T_w + T)}$	$\frac{a}{k_1}$	-	$T_1 - \frac{T}{2}$
$\frac{k_1}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} e^{-T_d s}$ $T_1 \geq T_2$	<b>PID</b>	$\frac{2T_I^*}{k_1(2T_w + T)}$	$\frac{aT_I^*}{k_1}$	$T_1 + T_2 - T$	$\frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2} - \frac{T}{4}$
$\frac{k_1}{T_0^2 s^2 + 2\xi_0 T_0 s + 1} e^{-T_d s}$ $0,5 < \xi_0 \leq 1$	<b>PID</b>	$\frac{2T_I^*}{k_1(2T_w + T)}$	$\frac{aT_I^*}{k_1}$	$2\xi_0 T_0 - T$	$\frac{T_0}{2\xi_0} - \frac{T}{4}$

Podle typu regulátoru a dopravního zpoždění určíme žádané hodnoty. Kde parametr  $a$  v tabulce II se vypočítá pomocí vztahu:

$$a = \frac{1}{\alpha T + \beta T_d} \quad (1.14)$$

kde parametry  $\alpha$  a  $\beta$  se určí podle tabulky III.

Tabulka III: Hodnoty koeficientů  $\alpha$  a  $\beta$ 

$\kappa$	0	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
$\alpha$	1,282	0,984	0,884	0,832	0,763	0,697	0,669	0,640	0,618	0,599	0,577
$\beta$	2,718	1,944	1,720	1,561	1,437	1,337	1,248	1,172	1,104	1,045	0,992

**Příklad:** Regulovaná soustava s dopravním zpožděním

$$G(s) = \frac{3}{(2s+1)^2} e^{-10s}$$

Z přenosu  $G(s)$  je možno vyčíst následující hodnoty:  $n = 2$ ,  $T_2 = 2$ ,  $T_{d2} = 10$ ,  $k = 3$

Číslicový PI regulátor:

Pro přenos  $\frac{1}{T_1 s + 1} e^{-T_{d1}s}$  z tabulky I dostaneme:

$$\frac{T_1}{T_2} = 1,568 \quad \Rightarrow \quad T_1 = 1,568 \cdot 2 = 3,136 ;$$

$$\frac{T_{d1} - T_{d2}}{T_2} = 0,552 \quad \Rightarrow \quad T_{d1} = 0,552 \cdot 2 + 10 = 11,104$$

Pro překmit 0.20,  $k = 3$ ,  $T_1 = 3.136$ ,  $T_{d1} = 11.104$ ,  $T = 2$  dostaneme podle tabulky II a III:

$$a = \frac{1}{\alpha T + \beta T_d} \frac{1}{0.763 \cdot 2 + 1.437 \cdot 11.104} = 0.0572$$

$$T_I = T_1 - \frac{T}{2} = 3.136 - 1 = 2,136$$

$$k_p = \frac{aT_I}{k} = \frac{0.0572 \cdot 2.136}{3} = 0.0407$$

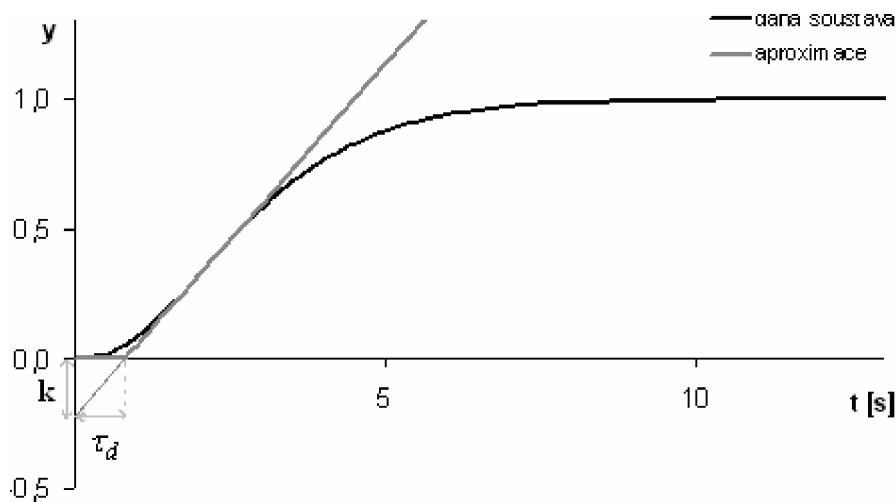
Kde obecný číslicový PI regulátor má tvar:

$$G_R(s) = k_p \left( 1 + \frac{T}{T_I} \frac{z}{z-1} \right) \Rightarrow G_R(s) = 0.0407 \left( 1 + \frac{2}{2.136} \frac{z}{z-1} \right) = \frac{0.002z - 0.0407}{z-1}$$

## 1.4 Ziegler-Nichols metoda odezvy na jednotkový skok

Další forma nastavení parametrů PID regulátoru je popsána Ziegler-Nicholsem a její teorie je zpracována například v [1],[10]. Metoda spočívá v odezvě systému na jednotkový skok. Odezva systému je aproximována na integrační soustavu s dopravním zpožděním podle vztahu (1.15). Tato soustava je charakterizována dvěma parametry, které lze vysledovat i z přechodové charakteristiky. Na základě těchto parametrů a pomocí tabulky jsou následně vypočítány parametry PID regulátoru.

$$G(s) = \frac{k}{s} e^{-\tau_d s} \quad (1.15)$$



Obrázek 4: Odezva soustavy na jednotkový skok a její aproximace

Aproximace soustavy je realizována tečnou v inflexním bodě přechodové charakteristiky. Inflexní bod se nachází v místě největšího sklonu přechodové charakteristiky. Průsečík tečny se souřadnicovou osou  $x$  odpovídá parametru  $\tau_d$  (tedy dopravnímu zpoždění integrační soustavy). Průsečík tečny se souřadnicovou osou  $y$  odpovídá parametru  $k$  (tedy zesílení integrační soustavy). Parametry PID regulátoru jsou pak přímo dány funkcí závislou na parametrech  $k$  a  $\tau_d$ . Tyto funkce jsou zapsány v tabulce IV pro tři základní typy PID regulátoru.

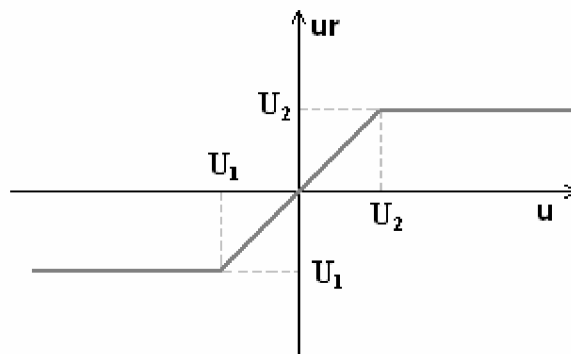
Aproximace na integrační soustavu s dopravním zpožděním je vhodná především pro aperiodické soustavy. Lze ji však použít i u ostatních soustav, avšak lze očekávat značné zkreslení.

Tabulka IV: Parametry PID regulátoru podle Ziegler-Nicholse

<b>Regulátor</b>	<b>K</b>	<b>T<sub>I</sub></b>	<b>T<sub>D</sub></b>
P	1 / k	---	---
PI	0.9 / k	3 $\tau_d$	---
PID	1.2 / k	2 $\tau_d$	$\tau_d / 2$

## 2 ZPŮSOBY ANTI-WIND-UP

Existuje několik způsobů, jak řešit problematiku antiwind-up, například v [1], [9]. Každý číslicový regulátor, který má být prakticky použitelný, se musí vyrovnat se skutečností, že rozsah hodnot akční veličiny na výstupu regulátoru je vždy omezen. Výstupní proud či napětí nemohou přesáhnout udané meze, ani ventil nemůže být otevřen více než na maximum. Proto asi každého napadne respektovat při simulacích výskyt těchto fyzikálních omezení zavedením omezovače (obrázek 5) mezi výstup regulátoru a vstup regulované soustavy. Ten však způsobí prosté ořezání akční veličiny s dolní a horní přípustnou hodnotou podle vztahu (2.1).

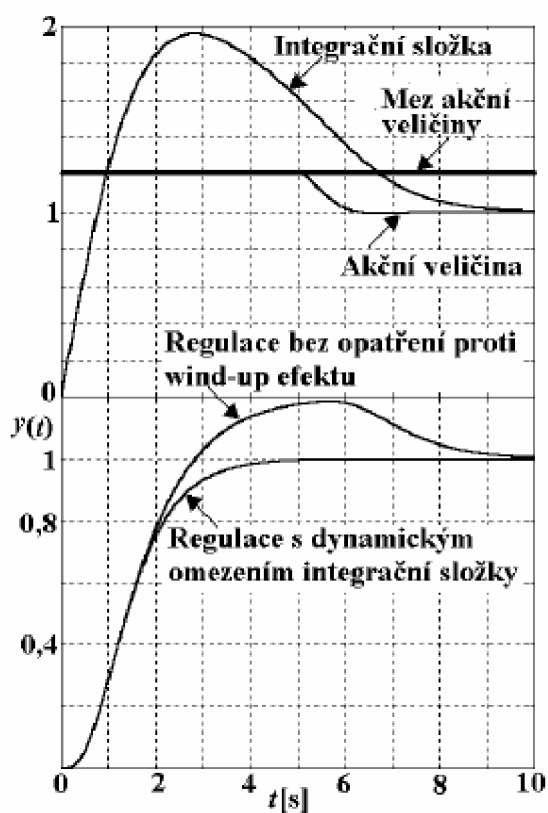


Obrázek 5: Funkce omezovače

$$u_r = \text{sat}(u) = \begin{cases} U_2 & u > U_2 \\ u & U_1 \leq u \leq U_2 \\ U_1 & u < U_1 \end{cases} \quad (2.1)$$

Ne každý si přitom ale uvědomí, že tím problém nebyl vyřešen. U proporcionální a derivační složky toto omezení většinou nevede k zásadním problémům a projeví se především v tom, že v důsledku menších hodnot akční veličiny bude regulační pochod oproti výpočtu nebo simulaci bez uvažování omezení pomalejší. Značné problémy však může působit integrační složka. Zatímco u analogového regulátoru bývá maximální hodnota na výstupu integračního členu přirozeně omezena saturačním napětím operačního zesilovače, může integrační složka realizovaná číslicově narůstat prakticky neomezeně. Pokud se pak na vstupu regulátoru objeví větší hodnota regulační odchylky, integrační složka může přesáhnout maximum

hodnoty realizovatelné akční veličiny, ještě než regulační odchylka klesne na nulu. Integrační složka pak dále narůstá, aniž by se to projevilo na výstupu. V důsledku toho, když konečně dojde ke změně znaménka regulační odchylky a velikost integrační složky začne opět klesat, trvá dlouho než poklesne natolik, aby se její pokles projevil na hodnotě akční veličiny. Dojde proto k velkému překmitu opačným směrem a regulační pochod je kmitavý s dlouhou dobou ustálení. V extrémním případě může být důsledkem i nestabilita regulačního obvodu. Vliv tohoto efektu, který je označován termínem „wind-up“, je demonstrován na obrázku 6. Přestože integrační složka začala klesat v okamžiku, kdy došlo k dosažení žádané hodnoty a tedy ke změně znaménka regulační odchylky, k poklesu akční veličiny došlo až s velkým zpožděním. Výsledkem je pak dlouhotrvající překmit regulované veličiny. Obrázek ovšem představuje pouze jeden konkrétní průběh a vliv wind-up efektu. Průběhy budou v každém případě odlišné v závislosti na typu regulované soustavy, nastavení regulátoru a samozřejmě také na tom, zda žádaná hodnota leží uprostřed regulačního rozsahu nebo blízko jeho krajním mezím.



Obrázek 6: Wind-up efekt

## 2.1 Dynamické omezení integrační složky

Každý regulátor by měl mít implementován nějaký mechanismus omezující účinky wind-up efektu. Nejjednodušší možností (především u polohového algoritmu) je omezit výstup integrační složky regulátoru na hodnoty odpovídající omezení výstupu. K lepšímu výsledku však obvykle vede postup nazývaný dynamické omezení integrační složky, což je jedna z nejpoužívanějších metod antiwind-up a podrobný popis je uveden v [9]. Integrační složka je buď počítána rekurzivně podle (2.2) nebo je u spojitých systémů či simulací přímo dosazena její hodnota. Pokud vypočtená hodnota akční veličiny leží mimo realizovatelný rozsah, je růst integrační složky zastaven na předchozí hodnotě, tedy

$$I_{(k)} = I_{(k-1)} + \frac{r_0 T_v}{2T_I} (e_{(k)} + e_{(k-1)}) \quad (2.2)$$

$$I_{(k)} = I_{(k-1)} \quad (2.3)$$

Porovnání regulačních průběhů a vlivu wind-up efektu lze pozorovat na obrázku 6. V případě přírůstkového algoritmu, kde je sumace, resp. integrace přírůstku prováděna akčním členem vně regulátoru, je ochrana proti wind-up efektu zajištěna automaticky, neboť přírůstky vedoucí na hodnoty akční veličiny mimo rozsah prostě nejsou realizovány. Častěji je však přírůstkový tvar použit pouze k výpočtu. Sumace přírůstků je pak prováděna uvnitř regulátoru a výstupem regulátoru je opět hodnota akční veličiny. Ekvivalentního výsledku pak lze dosáhnout tím, že přírůstek  $\Delta u$ , který by vedl k překročení mezí akční veličiny, bude pokládán za nulový. Výsledky získané tímto postupem ovšem nejsou shodné s polohovým algoritmem, kde bylo použito dynamické omezení integrační složky. Uvedené anulování přírůstků je totiž ekvivalentní s polohovým algoritmem, u kterého je růst integrační složky nikoliv pouze zastaven, ale je provedeno i její snížení podle vztahu

$$I_{(k)} = I_{(k)} + u_{sat} - u_{(k)} \quad (2.4)$$

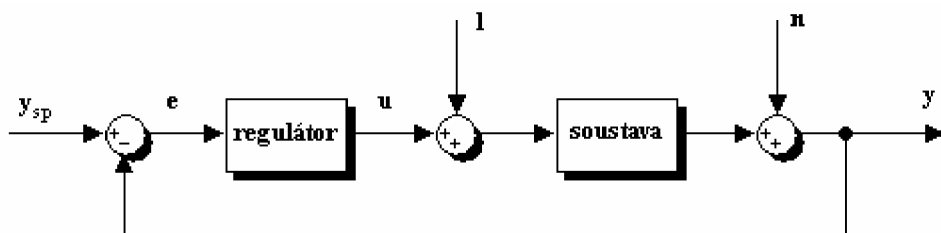
kde  $u_{(k)}$  označuje vypočtenou a nerealizovatelnou hodnotu akční veličiny a  $u_{sat}$  reprezentuje maximální či minimální hodnotu akční veličiny podle toho, kterým směrem z rozsahu vybočujeme. K návratu akčního členu do rozsahu proto dochází dříve a to může způsobovat



větší počet oscilací pohonu z dorazu do regulačního rozsahu a zpět, což může zpomalovat průběh regulačního pochodu. Navíc může za jistých okolností dojít v odezvě na skokovou změnu žádané hodnoty i k podkmitům a výsledná přechodová charakteristika uzavřeného regulačního obvodu pak svým tvarem odpovídá přechodové charakteristice neminimálně fázových systémů s nestabilními nulami. Rozbor této problematiky lze nalézt i v literatuře (Šulc, 1999), (Bobál, 1999), [5].

## 2.2 Zatížení žádané hodnoty

Název kapitoly a její obsah koresponduje s pojmem set-point weighting, který je podrobně zpracován v [1]. Běžně používaná podoba regulačního obvodu je znázorněna blokovým schématem na obrázku 7. Systém je charakteristický výskytem regulační odchylky  $e$ , která je tvořena rozdílem mezi žádanou hodnotou  $y_{sp}$  a skutečným výstupem soustavy  $y$ . Regulátor generuje akční signál  $u$  pro minimalizaci regulační odchylky. Vygenerovaný akční signál je následně přiveden na vstup soustavy.



Obrázek 7: Blokové schéma regulačního obvodu

Popsaný systém se bývá označován jako „systém s odezvou na odchylku“, protože regulátor pracuje se signálem odchylky. Jedná se o systém s jedním stupněm volnosti (one-Degree Of Freedom). Avšak lepších výsledků bývá dosaženo strukturou, kde se pracuje s žádanou hodnotou a výstupem soustavy zvlášť. Takové systémy jsou tedy se dvěma stupni volnosti (two-Degree Of Freedom). PID regulátor je v takovém případě popsán vztahem

$$u(t) = K \left( e_p + \frac{1}{T_I} \int_0^t e(s) ds + T_D \frac{de_d}{dt} \right) \quad (2.5)$$

kde odchylka v proporcionální složce je

$$e_p = b \cdot y_{sp} - y \quad (2.6)$$

a odchylka v derivační složce je

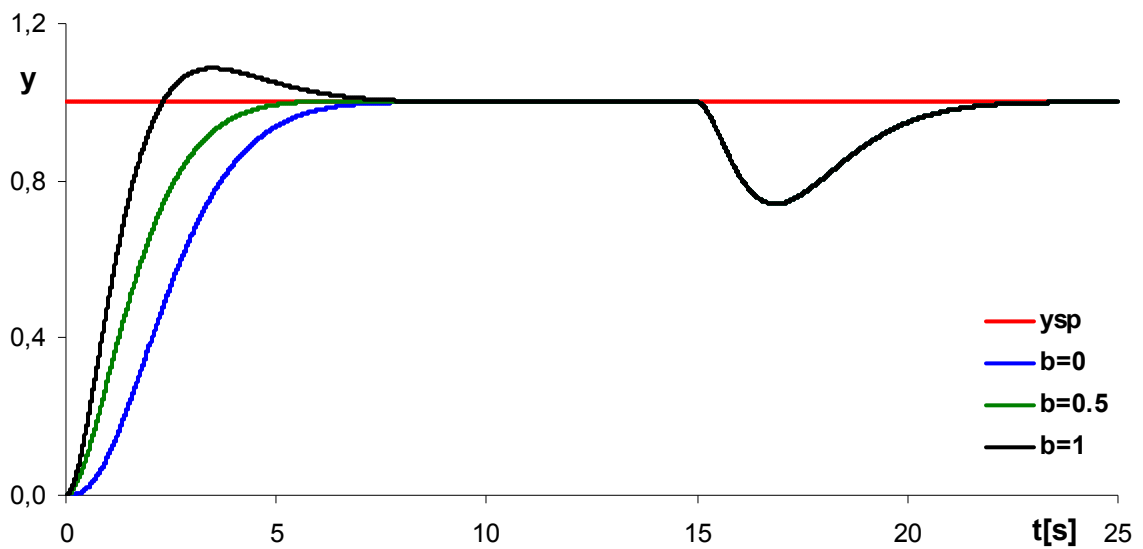
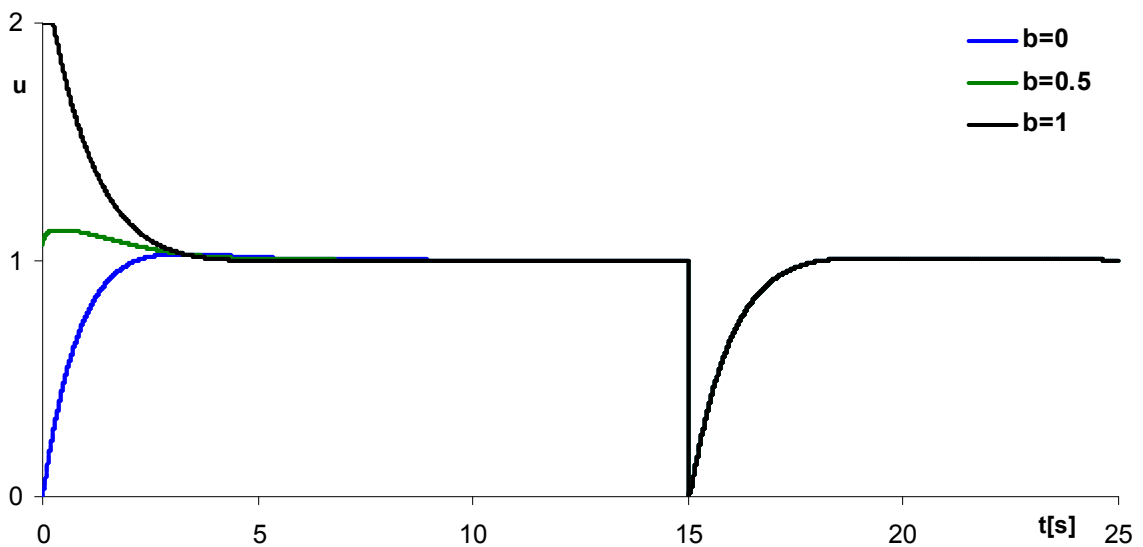
$$e_d = c \cdot y_{sp} - y \quad (2.7)$$

Aby při řízení nedocházelo k trvalé odchylce, zůstane v integrační složce skutečná odchylka, tedy

$$e = y_{sp} - y \quad (2.8)$$

Při poruchách akční veličiny, či poruše výstupního signálu budou průběhy stejné pro jakékoliv hodnoty parametrů  $b$  a  $c$ . Avšak odezva na změnu žádané hodnoty, bohužel, na těchto parametrech záviset bude. Parametr  $c$  se většinou volí roven nule, čímž se vyhneme velké nestálosti akční veličiny při náhlých změnách žádané hodnoty. Výjimku tvoří regulátor, který je sekundárním regulátorem při kaskádní regulaci. V tomto případě je žádaná hodnota plynulá, protože je dána výstupem primárního regulátoru.

Regulátor s parametry  $c = 0$  a  $b = 1$  je nazýván jako PI-D regulátor a regulátor s parametry  $c = 0$  a  $b = 0$  je nazýván jako I-PD regulátor, který je velmi šetrný k akčním zásahům. Na obrázku 8 a 9 lze vidět vliv parametru  $b$  na průběh regulace při odezvě na změnu žádané hodnoty z nuly na jedna se zavedenou poruchou akční veličiny o hodnotě -1 v čase 15s.

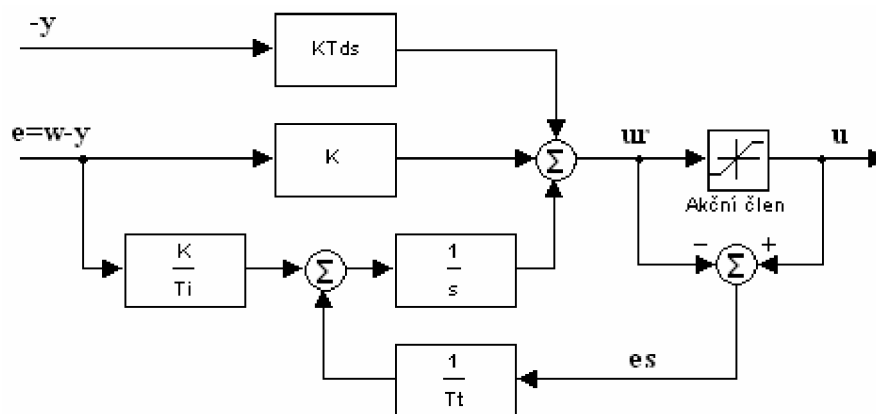
Obrázek 8: Vliv parametru  $b$  na výstupní veličinu  $y$ Obrázek 9: Vliv parametru  $b$  na akční veličinu  $u$ 

Metoda se zatížením žádané hodnoty má při správně nastavených parametrech velmi plynulý přechod k žádané hodnotě a také je velmi šetrná k akčnímu zásahu. Navíc je schopna kompenzovat poruchy akčních veličin i poruchy způsobené mezi výstupem soustavy a vyhodnocováním odchylky.

### 2.3 Back-calculation

Metoda Back-calculation („zpětný přepočít“) je další velmi účinný způsob zabránění vzniku wind-up efektu. Metoda je popsána v mnoha publikacích zabývajících se podobnou problematikou, například v [1]. Základem metody je dynamický přepočít integračního vstupu pomocí časové konstanty  $T_t$ .

Obrázek 7 zobrazuje blokové schéma PID regulátoru s antiwind-up efektem založeném na zpětném výpočtu. Systém má dodatečnou zpětnou vazbu, která je vytvořena měřením výstupu akčního členu a odchylkovým signálem  $e_s$  vytvořeného z rozdílu mezi výstupem regulátoru  $u_r$  a výstupem akčního členu  $u$ . Odchylkový signál  $e_s$  je přiveden na vstup integrátoru přes zesílení  $1/T_t$ .



Obrázek 10: Blokové schéma PID regulátoru s back-calculation

Když se nevyskytuje saturace, je tento signál nulový. Tudiž nebude mít žádný vliv na běžnou funkci. V případě saturace regulátoru se však signál  $e_s$  nebude rovnat nule a k integrátoru bude přiveden změněný signál. Běžná zpětná vazba systému je přerušena a výstup integrátoru je řízen směrem k vstupní hodnotě regulátoru. Tudiž vstup integrátoru se blíží k nule. Vstup integrátoru můžeme vyjádřit vztahem

$$\frac{1}{T_t} e_s + \frac{K}{T_I} e \quad (2.9)$$

kde  $e$  je odchylka řízení. Z toho tedy plyne, že v ustáleném stavu platí

$$e_s = -\frac{KT_t}{T_I} e \quad (2.10)$$

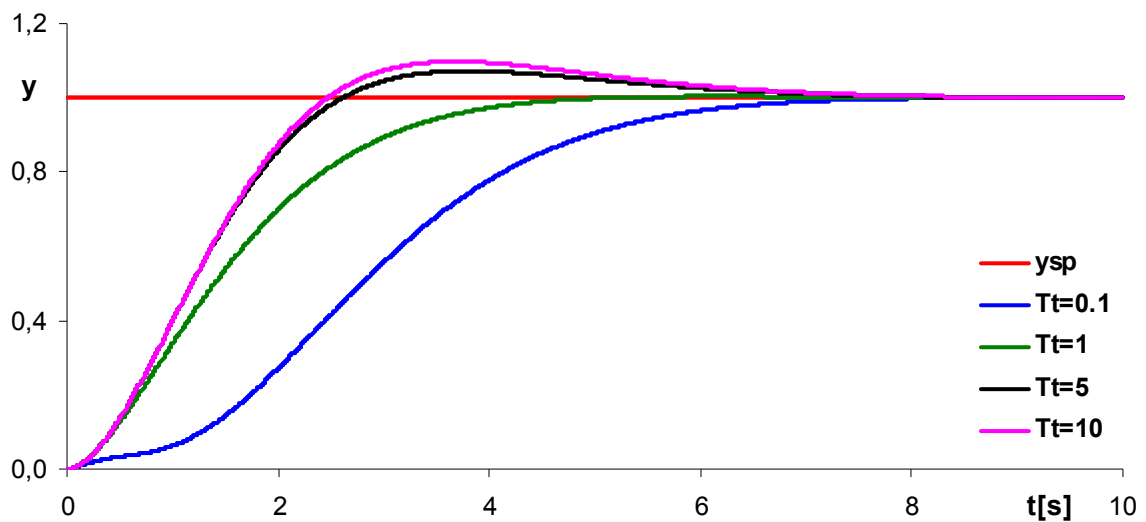
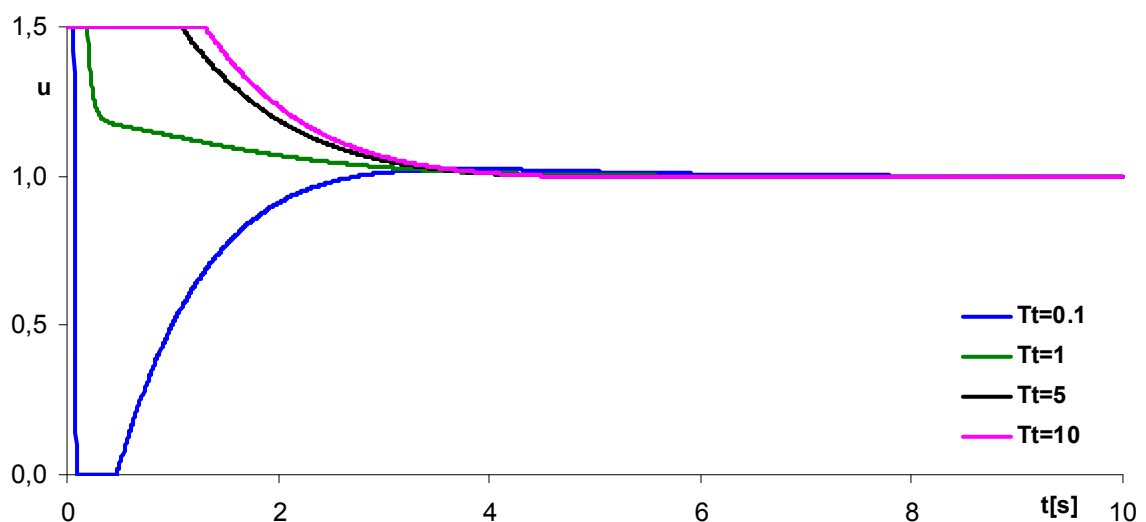
Zároveň také platí, že  $e_s = u - u_r$ , z čehož vyplývá

$$u_r = u_{lim} + \frac{KT_t}{T_I} e \quad (2.11)$$

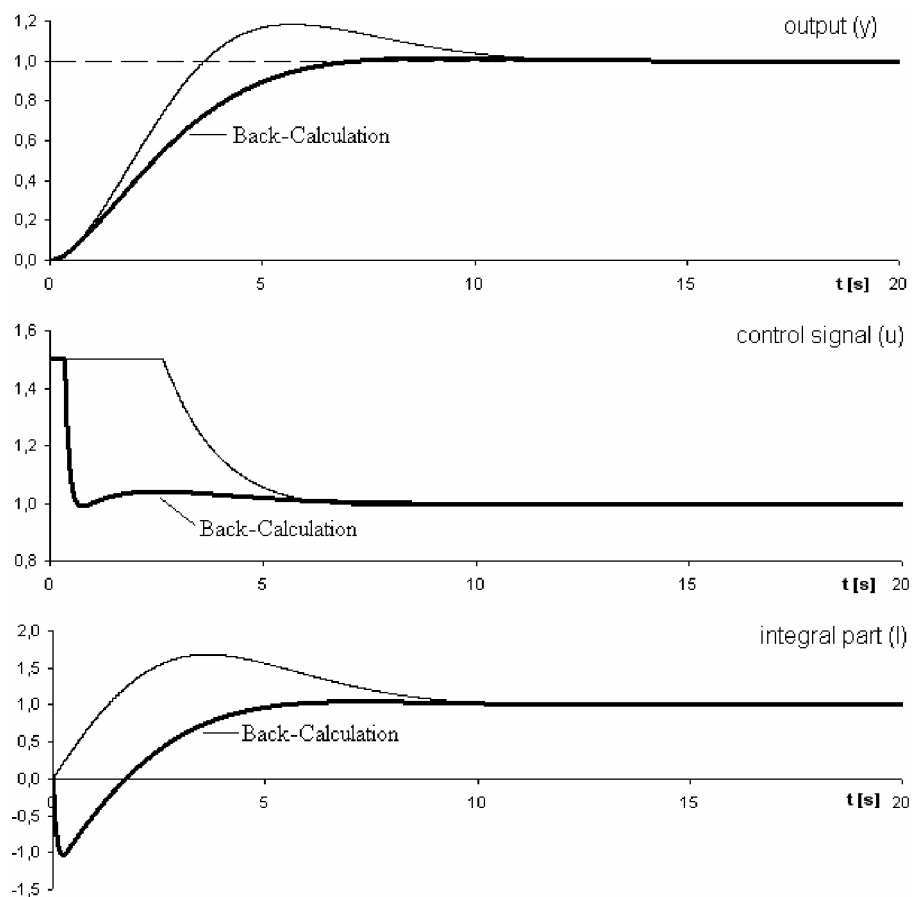
kde  $u_{lim}$  je saturační hodnota řízení. Takže  $e$  a  $u_{lim}$  mají stejné znaménko. Z toho plyne, že  $u_r$  je v absolutní hodnotě vždy větší než  $u_{lim}$ . Právě tato skutečnost zabraňuje vzniku integračního wind-up efektu.

Míra se kterou je výstup regulátoru seřizen, je řízena zpětnovazebním zesílením  $1/Tt$ , kde  $Tt$  může být chápána jako časová konstanta, která určuje jak rychle se integrátor přenastaví. Nazýváme ji sledovací časová konstanta. Vliv měnící se hodnoty sledované časové konstanty je znázorněn na obrázku 11 a 12. Z průběhu se může zdát, že je vždy výhodnější použití velmi malé hodnoty časové konstanty, protože integrační složka je pak rychleji změněna. Avšak někdy se musí zabezpečit funkčnost i v případě, kdy zavedeme antiwind-up do systému s derivačním chováním. Jestliže je zvolena časová konstanta příliš malá, parazitní chyby mohou způsobit saturaci výstupu, který náhodně seřídí integrátor. Časová konstanta sledování  $Tt$  by tedy měla být větší než  $Td$  a menší než  $Ti$ . Zpravidla se volí

$$T_t = \sqrt{T_D T_I} \quad (2.12)$$

Obrázek 11: Vliv časové konstanty  $Tt$  na průběh výstupní veličinyObrázek 12: Vliv časové konstanty  $Tt$  na průběh akční veličiny

Obrázek 13 pak znázorňuje co se stane, když se použije regulátor s antiwind-up efektem v porovnání se systémem bez antiwind-up efektu. Lze pozorovat, že výstup z integrátoru je rychle změněn na žádanou hodnotu, výstup regulátoru je v saturaci omezen a integrační složka má zápornou hodnotu během počáteční fáze, kdy je akční člen saturován. Toto chování je docela jiné než je tomu bez antiwind-up efektu, kde má integrátor zpočátku kladnou hodnotu.



Obrázek 13: Průběhy simulace Back-Calculation

### 3 ČASOVĚ OPTIMÁLNÍ REGULÁTOR

Při řízení soustav 1.řádu se zařazeným omezovačem a P-regulátorem se zadáváním pólů dostaneme časově optimální regulátor se zadáváním pólů. Ten se při vyšších hodnotách odchyly projevuje jako reléový časově optimální regulátor, který zabezpečuje maximální možnou rychlost jejího poklesu. Při menších hodnotách odchyly se samočinně uplatní omezení rychlosti jejího poklesu, které je specifikováno zvoleným pólem. Jeho volbou zabezpečíme „měkký“ doběh do požadovaného ustáleného stavu a potlačíme vliv šumů a nezohledněných zpoždění. Stejnou metodu lze použít i pro řízení soustav 2.řádu, ale je třeba ji přizpůsobit tomuto zvýšenému řádu soustavy. Tato metoda je podrobně popsána v [3] a v dalším díle [4] jsou ukázány aplikace různých způsobů pro kompenzaci poruch.

#### 3.1 Přípustné vstupní veličiny

Při definování přípustných vstupních veličin je důležitá hodnota koeficientu  $a_0$  diferenciální rovnice systému

$$\dot{y}(t) = K_s u_r - a_1 y - a_0 y_r \quad (3.1)$$

Na zjednodušení grafické interpretace se předpokládá, že výstupní veličina  $y(t)$  je rozdílem skutečné (reálné) výstupní veličiny  $y_r(t)$  a její požadované hodnoty  $w(t)$

$$\begin{aligned} y(t) &= y_r(t) - w(t) \\ \dot{y}(t) &= \dot{y}_r(t) - \dot{w}(t) \\ \ddot{y}(t) &= \ddot{y}_r(t) - \ddot{w}(t) \end{aligned} \quad (3.2)$$

Transformací souřadného systému pro požadovanou veličinu  $w(t)$  a výstup reálné soustavy  $y_r(t)$  se dostane

$$\begin{aligned} \ddot{y}(t) &= \ddot{y}_r(t) - \ddot{w}(t) = K_s u_r - a_0 y_r + a_0 w - a_0 w - a_1 \dot{y}_r + a_1 \dot{w} - a_1 \dot{w} - \ddot{w} = \\ &= u - a_1 \dot{y} - a_0 y \end{aligned} \quad (3.3)$$



Zde je účelné zavést transformovanou akční veličinu

$$u = K_s u_r - a_0 w - a_1 \dot{w} - \ddot{w} \quad (3.4)$$

Přípustné žádané veličiny z hlediska omezení akční veličiny budou vymezené požadavkem

$$[K_s U_{r1} - a_0 w - a_1 \dot{w} - \ddot{w}] \cdot [K_s U_{r2} - a_0 w - a_1 \dot{w} - \ddot{w}] < 0 \quad (3.5a)$$

anebo pomocí mezních hodnot transformované veličiny (3.4) nerovností

$$U_1 U_2 < 0 \quad (3.5b)$$

Těmto požadavkům vyhovují v libovolném časovém rozsahu jen žádané veličiny typu

$$w(t) = w_0 = \text{const} \quad (3.6)$$

Pak po dosazení do nerovnosti (3.5a) musí platit

$$[K_s U_{r1} - a_0 w] \cdot [K_s U_{r2} - a_0 w] < 0 \quad (3.7)$$

Transformovanou akční veličinu je možné v tomto případě vyjádřit pomocí transformované výstupní veličiny vztahem

$$u = K_s u_r - a_0 w \quad (3.8)$$

Znamená to, že v nových souřadnicích výstupu se budou dynamické vlastnosti systému (závislé na mezních hodnotách transformované akční veličiny) měnit se změnou žádané hodnoty výstupu.

### 3.2 Metoda zadávání pólů

Nejdříve je třeba požadovat, aby rychlost poklesu vzdálenosti zastupujícího bodu od požadovaného stavu (0,0) byla omezená na hodnotu úměrnou okamžité vzdálenosti, tj. aby platilo

$$\frac{dx}{dt} = \alpha_1 x \quad \alpha_1 < 0 \quad (3.9)$$

Protože přírůstek

$$dx = \alpha_1 x dt \quad (3.10)$$

leží ve směru původního vektoru, půjde o pohyb po přímce. Její parametrické vyjádření vyplývá z rovnosti

$$A_s x + b_s u = \alpha_1 x \quad (3.11)$$

odkud lze vyjádřit invariantní množinu- přímku L – jako

$$L = \left\{ x \mid x = (\alpha_1 I - A_s)^{-1} b_s u \right\} \quad (3.12)$$

Její směr je určený vektorem

$$v = (\alpha_1 I - A_s)^{-1} b_s \quad (3.13)$$

Normálový vektor  $\mathbf{a}^t$  přímky L je možné získat z požadavku  $\mathbf{a}^t \cdot v = 0$ , kde se první prvek vektoru  $\mathbf{a}^t$  zvolí a druhý dopočítá podle pravidla vektorového součinu, tedy

$$a_{12} = \frac{-v_{11} \cdot a_{11}}{v_{21}} \quad (3.14)$$

Orientovanou vzdálenost bodu  $x$  od přímky  $L$  lze popsat vztahem

$$\rho = \frac{1}{\|a\|} a^t x; \quad \|a\| = \sqrt{a_0^2 + a_1^2} \quad (3.15)$$

V případě požadavku poklesu s dynamikou 1.řádu bude platit

$$\frac{d\rho}{dt} = \alpha_2 \rho \quad (3.16)$$

Vyjádřením

$$\frac{d\rho}{dt} = a^t \frac{dx}{dt} = a^t [A_s x + b_s u] \quad (3.17)$$

a úpravou dostaneme algoritmus řízení

$$u = -\frac{a^t (A_s - \alpha_2 I)}{a^t b_s} x = r_s^t x \quad (3.18)$$

$$r_s^t = -\frac{a^t (A_s - \alpha_2 I)}{a^t b_s}$$

Jde tedy o algoritmus PD-regulátoru. Ale v reálných obvodech je ve skutečnosti jeho výstupní veličina vždy omezená. Takový regulátor potom nazýváme saturující regulátor.

### 3.3 Pásmo proporcionálního řízení

Hranice pásma proporcionálního řízení ( $P_b$ ) jsou vymezené body, ve kterých akční veličina dosahuje mezních hodnot  $U_j$ .

$$u = r_s^t x \in \langle U_1, U_2 \rangle \quad (3.19)$$

V případě lineárního algoritmu řízení jsou hranice vymezené přímkami

$$r_0 y + r_1 \dot{y} = U_j \quad (3.20)$$

Při nelineárním algoritmu je třeba zavést nový souřadnicový systém tvořený vektory  $\mathbf{v}$  a  $\mathbf{z}$ , který je kolmý k vektoru  $\mathbf{r}$  (tj.  $\mathbf{r}^T \mathbf{z} = 0$ ). Stavový vektor vyjádříme pomocí nových souřadnic jako

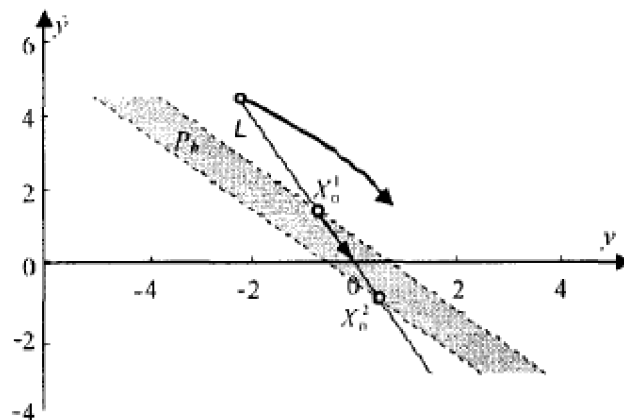
$$x = x_v v + x_z z \quad (3.21)$$

Pásmo proporcionálního řízení se pak vyjádří vztahem

$$P_b = \{x = x_v v + x_z z \mid x_v \in \langle U_1, U_2 \rangle; x_z \in (-\infty, \infty)\} \quad (3.22)$$

Hranice pásma budou opět přímky rovnoběžné s vektorem  $\mathbf{z}$ . Průsečík přímky  $L$  s hranicí pásma proporcionálního řízení se značí

$$X_0^j = \begin{bmatrix} y_0^j \\ x_0^j \end{bmatrix} = v U_j \quad (3.23)$$



Obrázek 14: Přímka  $L$  s hranicí pásma proporcionálního řízení

V tomto bodě platí

$$\frac{dx}{dt} = A_s v U_j + b_s U_j = \alpha_1 v U_j \quad (3.24)$$

Bod  $P_0^j$  na hranici pásma proporcionálního řízení, ve kterém je vektor  $x$  rovnoběžný s vektorem  $\mathbf{z}$ , popisuje vztah

$$P_0^j = (v + z)U_j \quad (3.25)$$

Z podobnosti trojúhelníků a ze vztahu pro zmenšování vzdálenosti 3.16 platí

$$\frac{dx}{dt} = As(v + z)U_j + bsU_j = \alpha_2 z U_j \quad (3.26)$$

Po dosazení ze vztahu 3.24 vyplývá

$$z = \alpha_1 (\alpha_2 I - As)^{-1} v \quad (3.27)$$

### 3.4 Dynamika brzdění

Časově optimální brzdění pro reléové řízení je charakteristické působením mezní hodnoty akční veličiny a jejím skokovým přepnutím na ustálenou hodnotu po dosažení žádaného stavu. Takové řízení je však

- velmi citlivé na zpoždění při realizaci přepnutí
- skoková změna akční veličiny je pro mnohé procesy nepřijatelná.

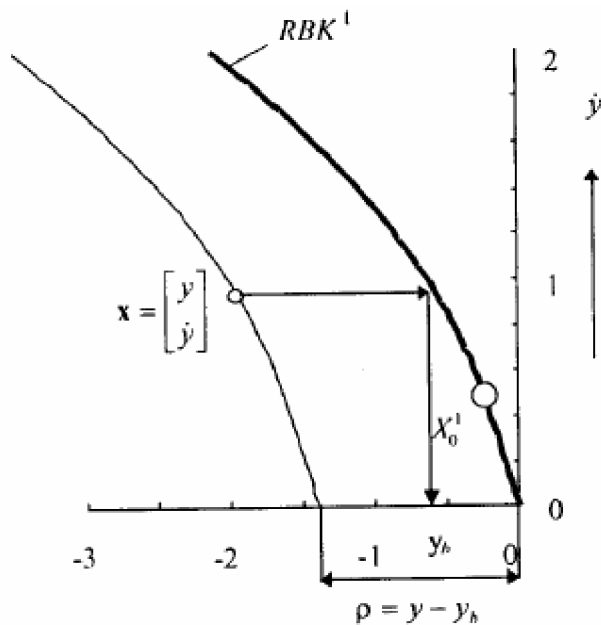
Příkladem může být např. nepříznivý efekt prudkého brzdění v prostředcích hromadné dopravy, ve výtahu na přepravu osob a podobně. „Měkké“ doběhnutí do žádaného stavu je možné s použitím metody zadávání pólů, kde se rychlost změn stavu snižuje úměrně s poklesem vzdálenosti od žádaného stavu vhodnou volbou pólu uzavřeného obvodu. Zároveň se tím omezuje i maximální rychlost změn akční veličiny. Daného jevu lze dosáhnout i u soustav 2. řádu, kde se bude vyžadovat v závěrečné fázi brzdění „měkký“ doběh po přímkové trajektorii  $L$  s povolenou rychlostí změn stavu a akční veličiny vymezenou hodnotou  $\alpha_1$ .

Při vzdalování se od žádaného stavu poblíž  $L$  akční veličina narůstá, až v bodech  $X_0^j$  dosáhne hodnoty  $U_j$ . S ohledem na parametrické vyjádření přímky  $x = vu$  jsou souřadnice těchto bodů dány vztahem 3.23.

Při omezené hodnotě akční veličiny  $u \in \langle U_1, U_2 \rangle$  není invariantní množinou řízení celá přímka  $L$ , ale jen její úsečka  $X_0^1 - X_0^2$ . Je tedy potřeba nalézt novou invariantní množinu spojitého systému s omezením, která se nazývá referenční brzdna křivka (RBK).

Doplňené části RBK určíme v parametrickém tvaru jako trajektorie s počátečním stavem  $X_0^j$  odpovídající působení mezní hodnoty akční veličiny  $U_j$  s časem běžícím obráceně (vracíme se zpět v čase), tedy

$$x(\tau)^j = A(-\tau)X_0^j + b(-\tau)U_j \quad (3.28)$$



Obrázek 15: Větev RBK a definice vzdálenosti od brzdě křivky

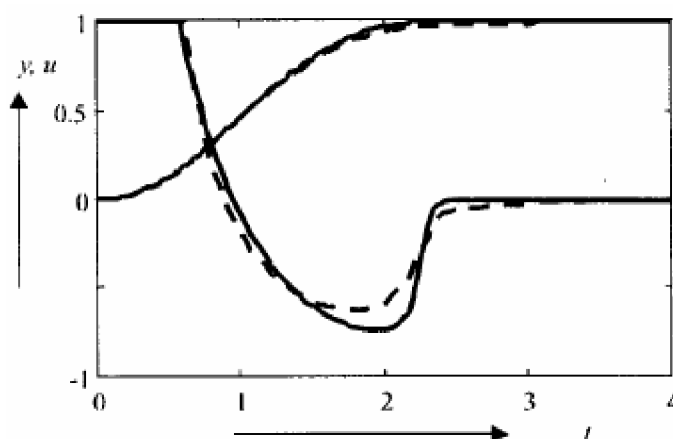
Celková RBK při časově optimálním řízení se zadáváním pólů se získá eliminací času a vyjádřením  $y_b$  pro proporcionální pásmo

$$y_b \in \left( \frac{U_2}{\alpha_1}, \frac{U_1}{\alpha_1} \right) \quad (3.29)$$

### 3.5 Dynamika zrychlování

Pro zjednodušení se přechod ke zvolené RBK nazývá zrychlování (akcelerace). Při určování vzdálenosti bodu od přímkových brzdných křivek algoritmů řízení se automaticky předpokládá měření vzdálenosti ve směru normálového vektoru. Podrobnější rozbor však ukazuje, že dynamika nezávisí na směru, ve kterém se vzdálenost měří. Není tedy třeba měřit vzdálenost jen ve směru normály k přímce, ale v libovolném směru, který není rovnoběžný s přímkou. Vliv měření vzdálenosti v různém směru lze pozorovat na obrázku 16, kde plná čára znázorňuje měření ve směru osy  $y$  a čárkovaně se měří ve směru osy  $y'$ . Zde se volí měření vzdálenosti bodu od RBK ve směru rovnoběžném s osou  $y$  (obrázek 15)

$$\rho = y - y_b \quad (3.30)$$

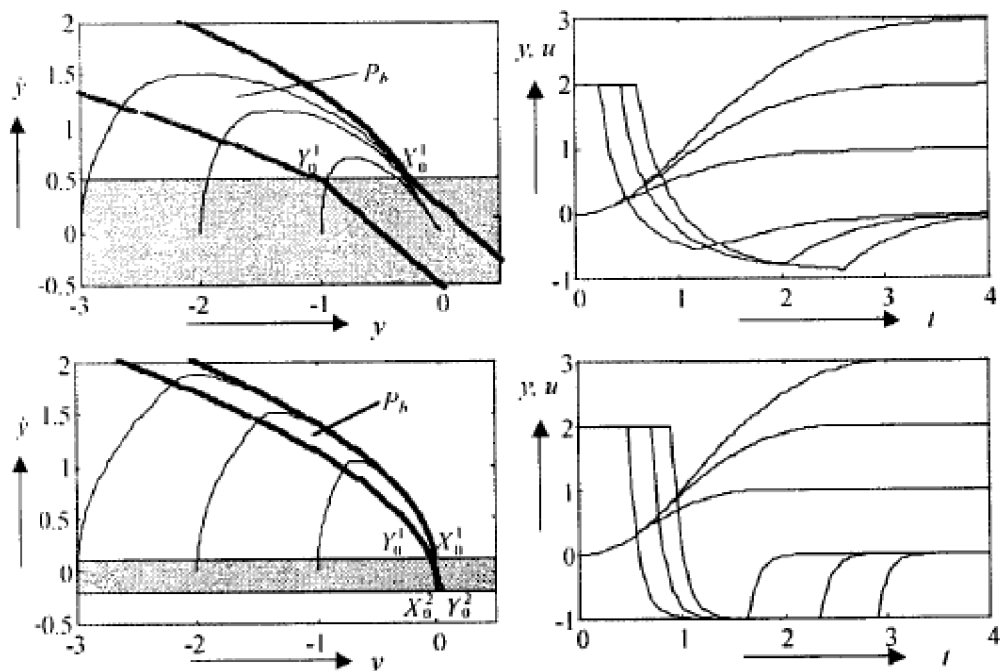


Obrázek 16: Porovnání průběhů při měření vzdáleností v různých směrech

Zatímco pro proporcionální pásmo řízení (3.29) bude algoritmus řízení totožný s algoritmem (3.18), pro vyšší hodnoty „rychlosti“ se algoritmus určí z požadavku 3.16 a vztahu 3.30. Oba algoritmy je třeba ještě doplnit omezovačem 2.1.

Při návrhu dynamiky pro fázi zrychlování je třeba nejdříve zjistit, se kterou mezní hodnotou  $U_j$  bude systém brzdit. K tomu stačí určit znaménko transformovaného výstupu  $y$  (3.2), kdy

$$U_j = \begin{cases} U_1 & y < 0 \\ U_2 & y > 0 \end{cases} \quad (3.23)$$

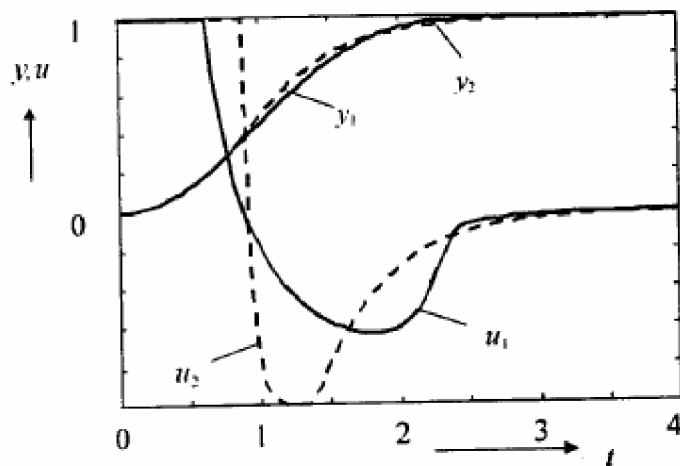


Obrázek 17: Lineární a parabolická část pásma proporcionálního řízení

Na obrázku 17 je znázorněno pásmo proporcionálního řízení (vlevo šedě) a průběhy akční a výstupní veličiny (vpravo) pro různé póly obvodu( nahoře  $\alpha_1 = \alpha_2 = -2$  , dole  $\alpha_1 = \alpha_2 = -10$  ).

Při lineárním řízení se zadáváním pólů výsledný přechodový děj nezávisí na pořadí volby pólů, protože se vždy prosadí dominantní brzdná trajektorie. Avšak při návrhu nelineárního regulátoru na pořadí pólů závisí. Na obrázku 18 jsou zobrazeny průběhy výstupní a akční veličiny pro  $\alpha_1 = -20, \alpha_2 = -2$  (plná čára) a  $\alpha_1 = -2, \alpha_2 = -20$  (čárkovaná čára). Dvojice pólů se tedy označuje jako uspořádaný pár. Volbou pólů ovlivňujeme rychlost nárůstu (poklesu) akční veličiny.





Obrázek 18: Časové průběhy výstupní a akční veličiny pro různé póly

## II. PRAKTICKÁ ČÁST

## 4 SIMULAČNÍ PROSTŘEDÍ A EXPERIMENTY

Využití simulačních modelů nabízí zcela nové možnosti k obohacení metod výuky. Lze tak částečně řešit tíživý problém nedostatečného vybavení laboratoří názornými pomůckami a finanční dostupnost mechanických modelů. Programovými prostředky je možné vytvářet modely řízených soustav (virtuální řízené soustavy) i řídicí a regulační algoritmy. Zkušenosti s modely rozvíjejí intuici a „technický cit“, které jsou pro praxi cennější než špatně pochopená a zapomenutá teorie.

### 4.1 Matlab a Simulink

V současné době existuje několik publikací či internetových stránek popisujících programové prostředí Matlab, například v [11]. Matlab se stal velmi rozšířeným programem zejména v technické oblasti. Původně vznikl jako interaktivní nadstavba pro usnadnění práce s knihovny LINPACK a EISPACK pro práci s maticemi. Současný Matlab je však mnohem více než jen nadstavbou maticové knihovny. Systém obsahuje vlastní interpret jazyku MATLAB, ve kterém lze připravit jak dávkové soubory, tak definovat i nové funkce. Tyto funkce mohou být interpretovány buď přímo z textové podoby souborů nazývaných m-file nebo z předzpracované podoby p-file. Jazykem zdrojových souborů může být jazyk C, C++ i funkce uložená v m-file. Pro tvorbu samostatně spustitelných aplikací je k dispozici Matlab library.

Asi nejdůležitější částí instalace Matlabu jsou "knihovny" funkcí ( ve skutečnosti adresáře s m a mex soubory ), které jsou nazývány toolboxy. Toolboxy obsahují vždy uceleným způsobem včetně dokumentace a příkladů zpracovaný určitý obor numerické matematiky, analytické matematiky, statistiky, systémového přístupu k regulacím a další obory, ve kterých nachází Matlab uplatnění.

Samostatnou kapitolu tvoří Simulink. Jedná se o toolbox, který se však prolíná i s vlastním programem matlab. V grafickém intuitivním prostředí Simulinku lze snadno schematicky znázornit téměř libovolný dynamický systém a provést simulaci jeho chování. Diskrétní i

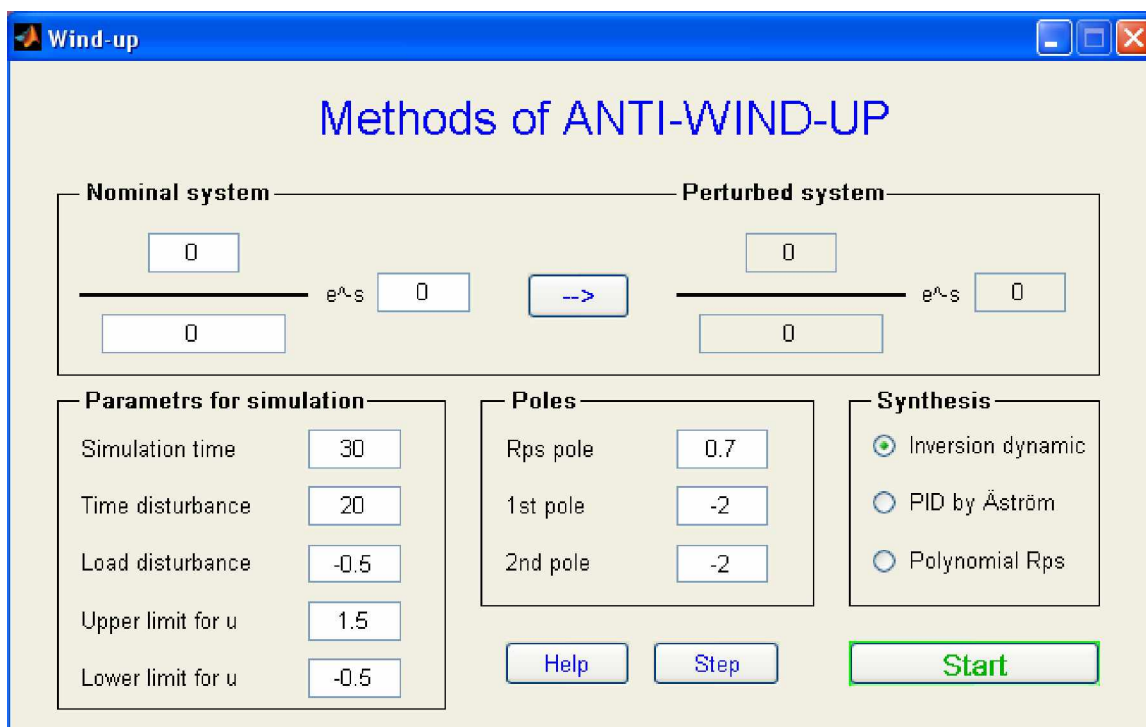
spojité části systémů lze libovolně kombinovat, mohou obsahovat předdefinované i uživatelské nelineární funkce. Lze přidávat i nové systémové bloky definované jak v m-file tak v mex-file.

Simulink postupně přerostl z knihovny funkcí určené k simulaci jednoduchých lineárních spojitéch a diskretních systémů v samostatný subsystém s dokonalým uživatelským rozhraním. Základem Simulinku jsou bloky, které reprezentují elementární dynamické systémy. Propojením signálových vstupů a výstupů těchto bloků vznikají modely složitějších systémů. Libovolnou skupinu bloků lze uzavřít do subsystému a určit externí vstupy a výstupy této skupiny. Dále lze pracovat s takovou skupinou jako se základním blokem. Je-li potřeba zastínit proměnné parametry bloků uvnitř skupiny, lze uzavřenou skupinu zamaskovat a doplnit informacemi, které vytvoří při modifikaci parametrů bloku dotazový dialog a postarají se o přepočítání a přenesení zadaných parametrů dovnitř do zamaskované skupiny. Pro zamaskovanou skupinu lze také vytvořit grafickou reprezentaci skupiny, která se může být i závislá na nastavených parametrech. K výpočtům parametrů lze užít všech forem výrazů a volání funkcí, které Matlab umožňuje.

Simulink je schopen simulovat smíšené systémy obsahující spojité části, diskretní části i s různými periodami vzorkování a s posunutými okamžiky vzorkování. Je schopen simulovat i nelineární bloky a aproximovat chování systémů obsahujících algebraické smyčky, na které ovšem před simulací upozorňuje.

## 4.2 Program na simulaci wind-up efektu

Program na simulaci win-up efektu je určen především pro ukázkou vlivu wind-up efektu na průběh regulace a způsobu jeho zabránění při simulacích. Program je vytvořen v prostředí programu Matlab+Simulink a spouští se z příkazového řádku příkazem „start“. Simuluje různé způsoby antiwind-up efektu pro uživatelem zadané parametry. Program je vybaven i nápovědou obsahující základní údaje pro správné nastavení všech potřebných parametrů.



Obrázek 19: Hlavní okno simulačního programu

Jako první je potřeba zadat parametry přenosu soustavy ve tvaru

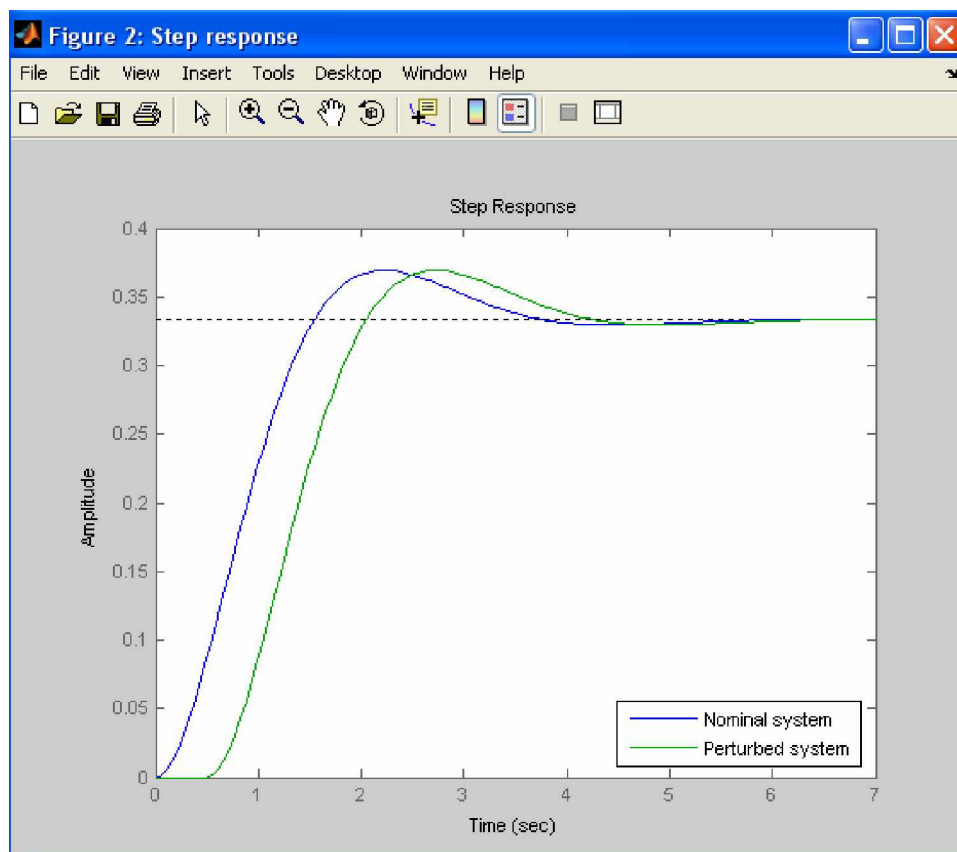
$$G_{(s)} = \frac{b_0}{a_n s^n + \dots + a_0}$$

Zde má uživatel možnost zadat zvlášť model soustavy i perturbovanou soustavu, kde lze zadat k porovnání chování jakoukoli soustavu, například neminimálně fázovou. Pro snadnější zápis slouží uživateli tlačítko „→“, které převede zadanou nominální soustavu do perturbované, kde ji může uživatel dále upravovat.

Při nastavování parametrů simulace již musí uživatel brát v úvahu realizovatelnost pro zadanou soustavu. Pro lepší představu chování systému slouží tlačítko „Step“, kterým se zobrazí přechodové charakteristiky modelu soustavy a její perturbace (obrázek 20). Uživatel má možnost nastavit si dobu trvání simulace, horní a dolní mezní hodnoty akční veličiny a popř. i hodnotu poruchy ve zvoleném čase.

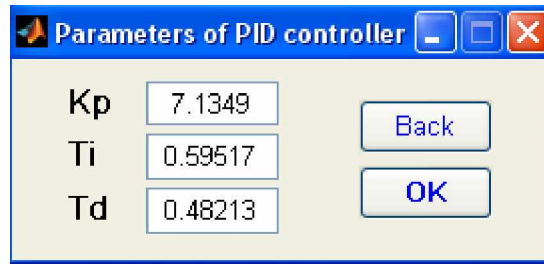
Jelikož se jedná především o ukázkovou simulaci, je zde i možnost zvolení syntézy PID regulátoru, popř. polynomiální syntézu Rps. Pro správné nastavení PID regulátoru existuje

mnoho metod podle zadané soustavy. Zde byla pro reprezentaci PID regulátoru použita metoda inverze dynamiky a aproximace soustavy na jednoduchý integrátor s dopravním zpožděním podle Äströma. V případě ne příliš vhodného průběhu může uživatel navíc měnit póly obvodu a tím ovlivňovat veškeré chování procesu.



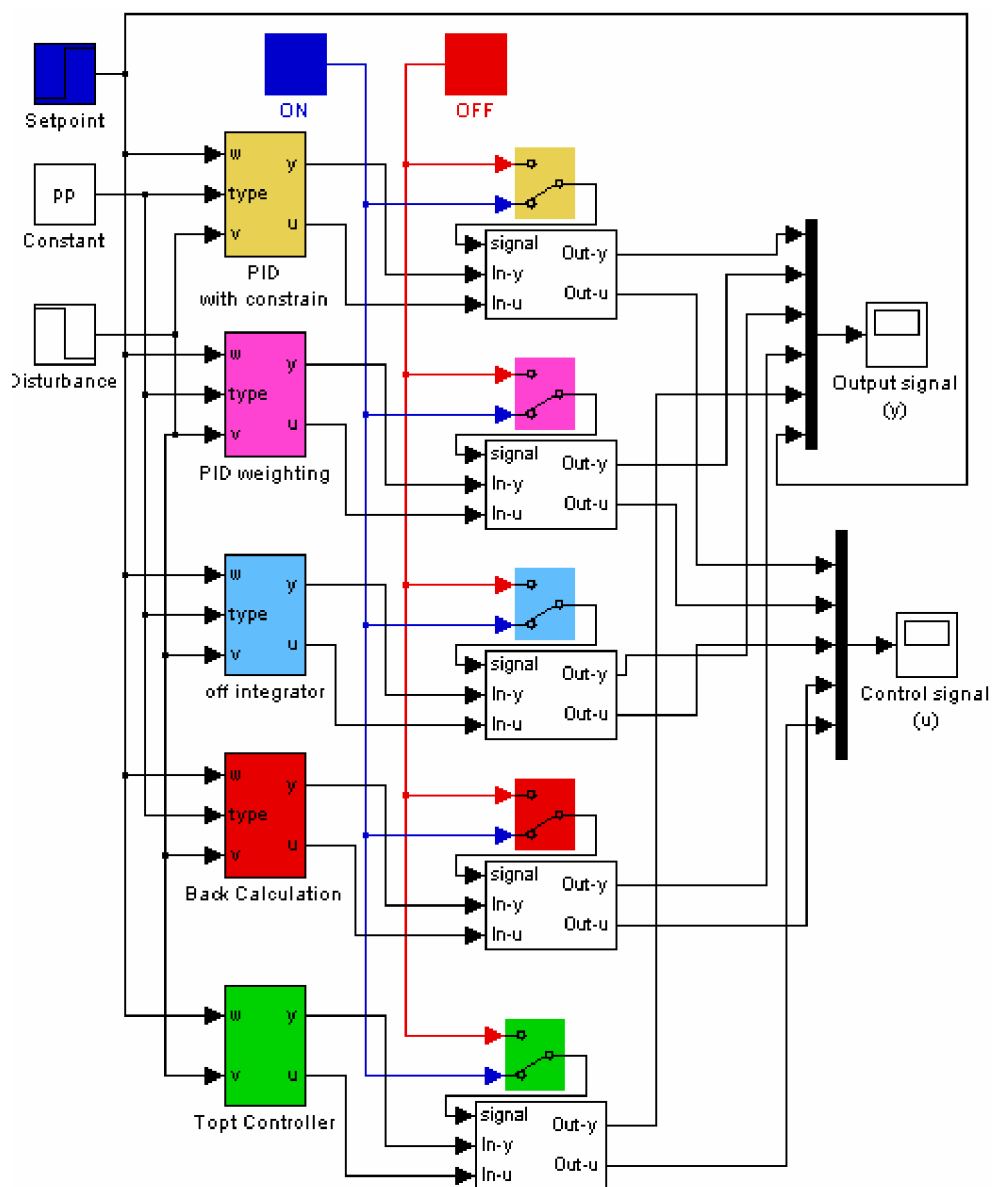
Obrázek 20: Ukázka přechodových charakteristik

Po zadání všech potřebných parametrů stačí kliknout na tlačítko „Start“, které spustí výpočtové algoritmy pro nastavení regulátorů. V případě zadání nerealizovatelných hodnot je na tuto skutečnost uživatel upozorněn a odkázán na místo vzniku chyby. Uživatel má možnost pomocí tlačítka „Help“ zobrazit nápovědu s popisem programu a způsobem zadávání parametrů.



Obrázek 21: Ukázka parametrů regulátoru

Pokud program neshledal žádnou chybu, zobrazí výsledek vypočítaných parametrů. V případě soustav, kde zvolené syntézy nevyhovují, má uživatel možnost přepsat parametry PID regulátoru (obrázek 21) parametry získanými jinou syntézou, či zkušenostmi. Po následném stisku tlačítka „OK“ se spustí simulační prostředí Matlab/Simulink. Zde může uživatel zvolit pomocí přepínačů v blokovém schématu (obrázek 22) kterou metodu antiwind-up efektu chce simulovat. Pokud zanechá spuštěny všechny metody, proběhne simulační porovnání PID regulátoru s prostým omezením, PID regulátoru se sledováním žádané veličiny, PID regulátoru s dynamickým omezením integrační složky, PID regulátoru s back-calculation a časově optimální regulace. Pro spuštění simulačních průběhů je zapotřebí stisknout tlačítko „Start simulation“. Na levé straně obrazovky se uživateli zobrazí simulační porovnání průběhů výstupních a akčních veličin při odezvě na jednotkový skok.



Obrázek 22: Blokové schéma simulačního programu



### 4.3 Porovnání výsledků

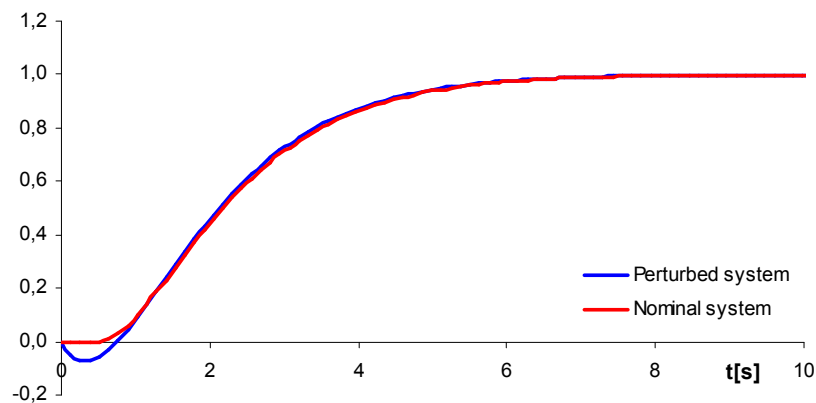
Pro porovnání výsledků simulace byly spuštěny všechny výše zmíněné metody pro simulaci wind-up efektu. Na následujících obrázcích lze pozorovat průběhy výstupních a akčních veličin při odezvě na jednotkový skok při simulacích na soustavě:

$$G_{(s)} = \frac{1}{s^2 + 2s + 1} \quad (4.1)$$

$$G_{(s)} = \frac{1}{2s^2 + 1s + 1} \quad (4.2)$$

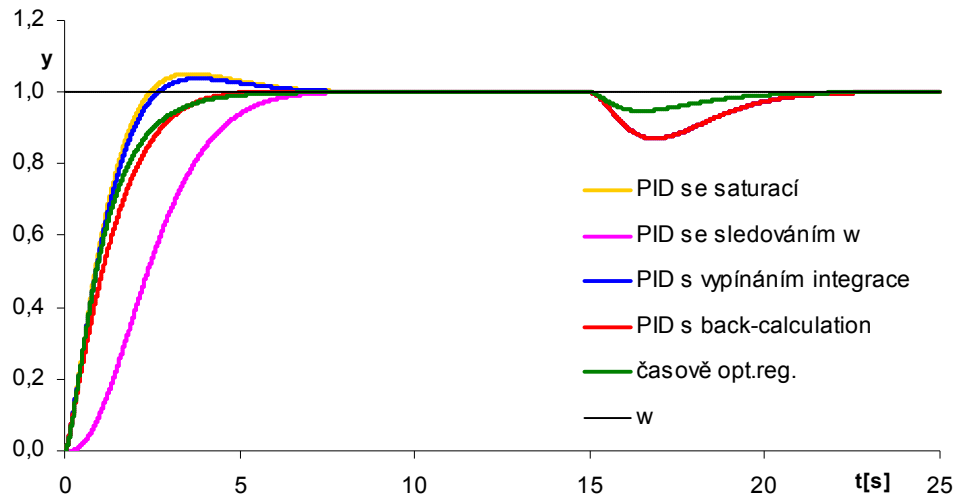
$$G_{(s)} = \frac{-0.5s + 1}{s^2 + 2s + 1} \quad (4.3)$$

U soustavy 4.3 se provedla aproximace (obrázek 23) nominální soustavou 4.1 s dopravním zpožděním 0.5s. Vždy byla zavedena porucha akční veličiny s hodnotou -0.5 v čase 15 sek.

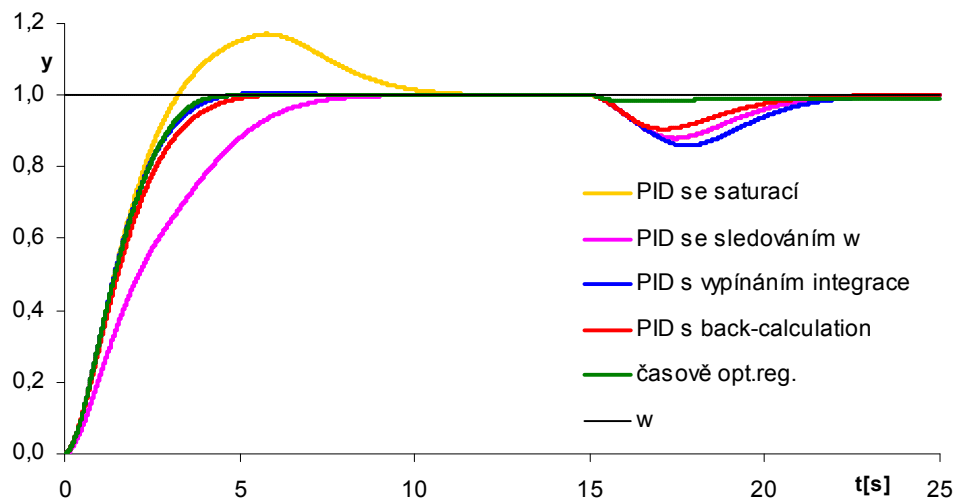


Obrázek 23: Aproximace soustavy 4.4 soustavou 4.1 s dopravním zpožděním

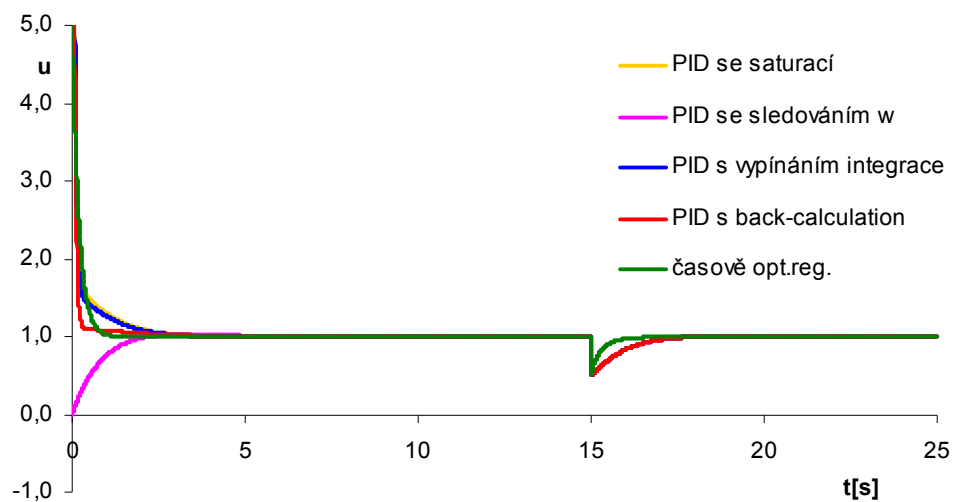
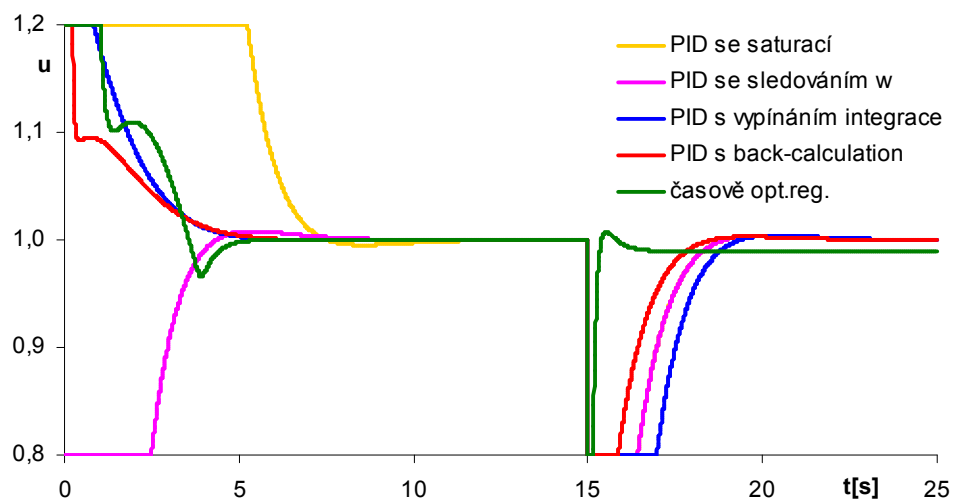
U soustavy 4.1 byly nastaveny póly obvodu na hodnotu  $(-2 ; -2)$  a byla zvolena syntéza PID regulátoru pomocí inverze dynamiky ( $K=2.1203 ; T_I=1.7625 ; T_D=0.44062$ ). Akční veličina byla nejprve omezena hodnotami  $\langle -5 ; +5 \rangle$  a v dalším případě hodnotami  $\langle +0.8 ; +1.2 \rangle$ .



Obrázek 24: Průběhy výstupních veličin soustavy 4.1 při  $u \in \langle -5 ; +5 \rangle$

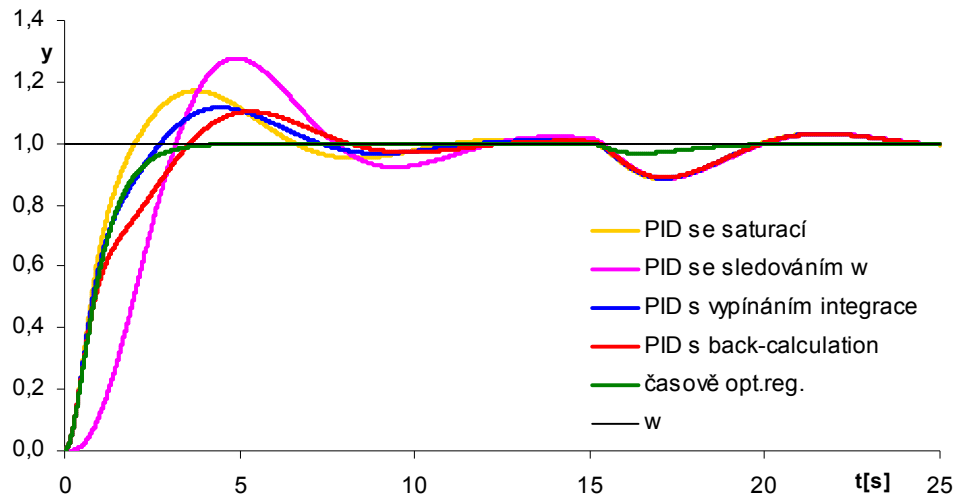


Obrázek 25: Průběhy výstupních veličin soustavy 4.1 při  $u \in \langle +0.8 ; +1.2 \rangle$

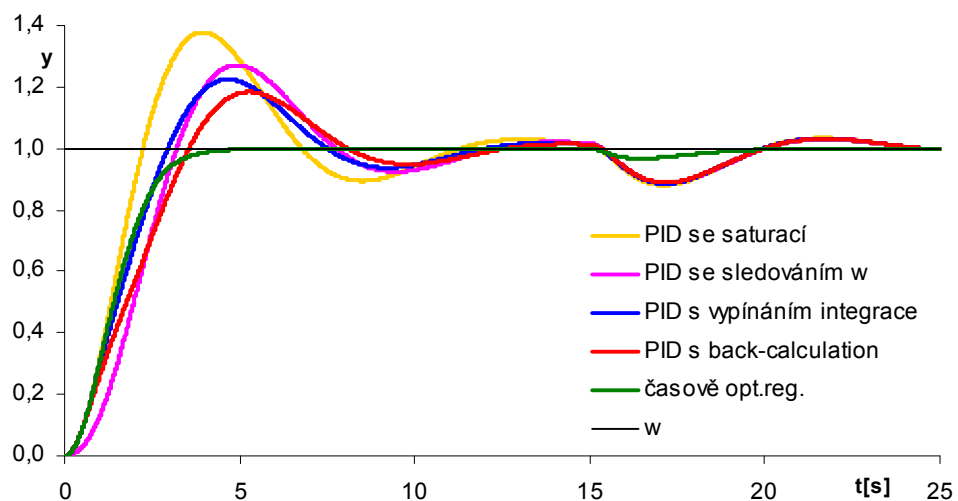
Obrázek 26: Průběhy akčních veličin soustavy 4.1 při  $u \in \langle -5; +5 \rangle$ Obrázek 27: Průběhy akčních veličin soustavy 4.1 při  $u \in \langle +0.8; +1.2 \rangle$ 

Při simulacích aperiodické soustavy 4.1 lze pozorovat u PID regulátoru se saturací značný vliv wind-up efektu způsobený omezením akční veličiny. Z vybraných metod antiwind-up efektu má PID regulátor se sledováním  $w$  žádané hodnoty plynulý náběh akční veličiny, což však způsobuje časovou prodlevu výstupní veličiny. U PID regulátoru s dynamickým omezením integrační složky se průběh výstupní veličiny s omezením akční veličiny zlepšuje.

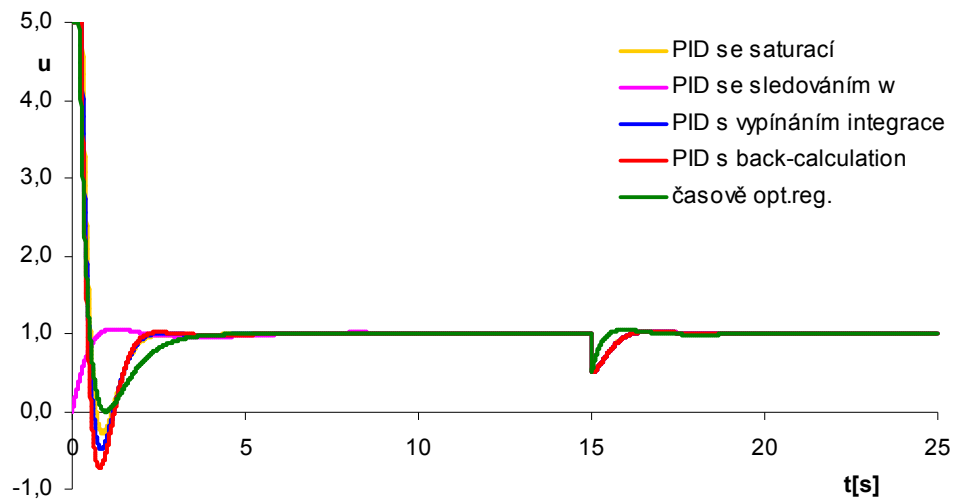
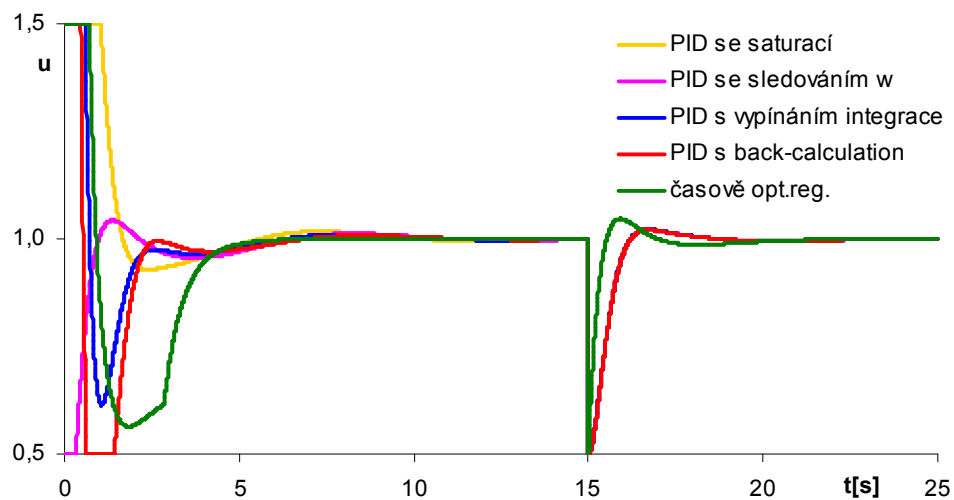
U soustavy 4.2 byly nastaveny póly obvodu na hodnotu  $(-2 ; -2)$  a byla zvolena syntéza PID regulátoru pomocí inverze dynamiky ( $K=1.7624 ; T_I=0.8605 ; T_D=1.9651$ ). Akční veličina byla nejprve omezena hodnotami  $\langle -5 ; +5 \rangle$  a v dalším případě hodnotami  $\langle +0.5 ; +1.5 \rangle$ .



Obrázek 28: Průběhy výstupních veličin soustavy 4.2 při  $u \in \langle -5 ; +5 \rangle$

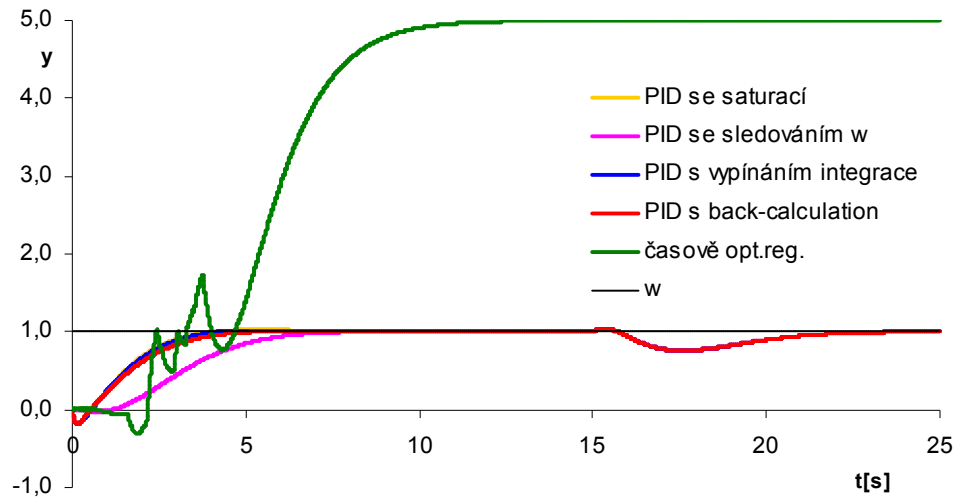


Obrázek 29: Průběhy výstupních veličin soustavy 4.2 při  $u \in \langle +0.5 ; +1.5 \rangle$

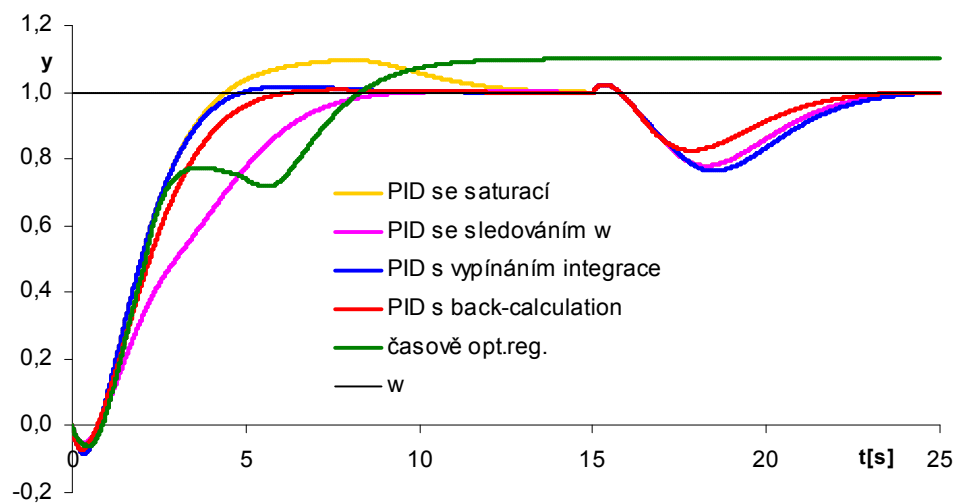
Obrázek 30: Průběhy akčních veličin soustavy 4.2 při  $u \in \langle -5; +5 \rangle$ Obrázek 31: Průběhy akčních veličin soustavy 4.2 při  $u \in \langle +0.5; +1.5 \rangle$ 

Při simulacích soustavy periodické tlumené 4.2 lze pozorovat u PID regulátoru se saturací značný vliv wind-up efektu způsobený omezením akční veličiny. Z vybraných metod antiwind-up efektu má nejlepší průběh časově optimálního regulátoru. Ostatní metody wind-up efekt pouze tlumí.

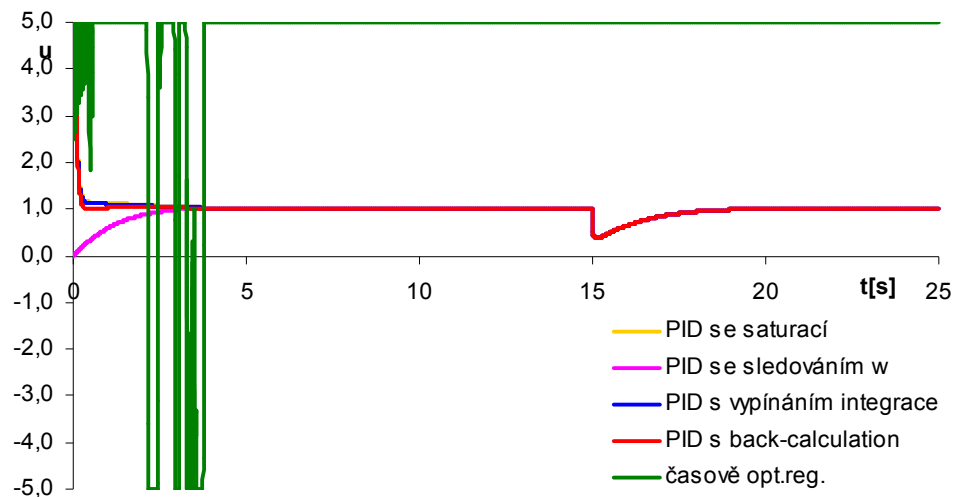
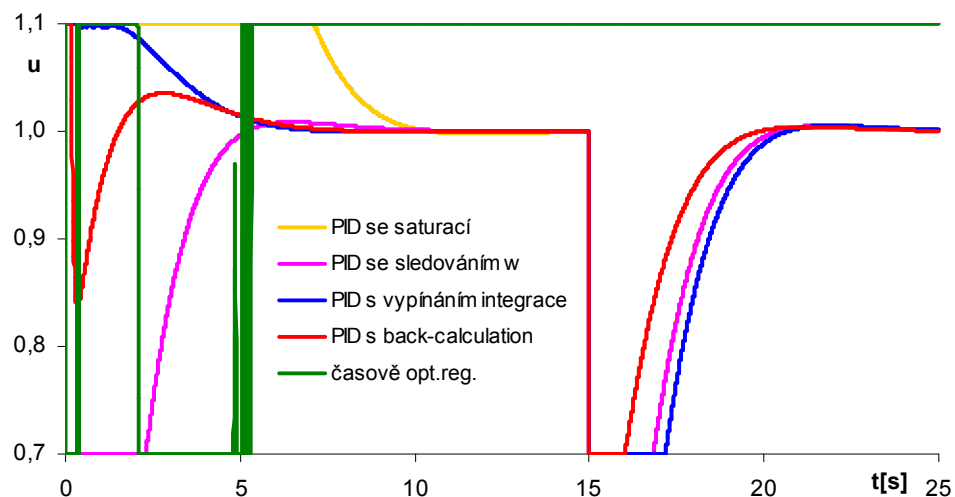
U soustavy 4.3 byly nastaveny póly obvodu na hodnotu  $(-2 ; -2)$  a byla zvolena syntéza PID regulátoru pomocí inverze dynamiky ( $K=1.0248 ; T_I=1.7375 ; T_D=0.4344$ ). Akční veličina byla nejprve omezena hodnotami  $\langle -5 ; +5 \rangle$  a v dalším případě hodnotami  $\langle +0.7 ; +1.1 \rangle$ .



Obrázek 32: Průběhy výstupních veličin soustavy 4.3 při  $u \in \langle -5 ; +5 \rangle$



Obrázek 33: Průběhy výstupních veličin soustavy 4.3 při  $u \in \langle +0.7 ; +1.1 \rangle$

Obrázek 34: Průběhy akčních veličin soustavy 4.3 při  $u \in \langle -5;+5 \rangle$ Obrázek 35: Průběhy akčních veličin soustavy 4.3 při  $u \in \langle +0.7;+1.1 \rangle$ 

Při simulacích aperiodické soustavy s neminimální fází 4.3 bylo zapotřebí tuto soustavu aproximovat soustavou 4.1 s dopravním zpožděním 0.5s. Na první pohled je patrné, že časově optimální regulátor nedokázal uspokojivě regulovat tuto soustavu. Ostatní metody dokázali uspokojivě omezit vliv wind-up efektu.

## ZÁVĚR

Práce se zabývá návrhem, porovnáním a simulací regulačních jednorozměrných obvodů s respektováním omezení akčního zásahu. Jev, který při omezení akčního zásahu nastává se nazývá saturace (nasyčení) regulátoru neboli wind-up efekt. Wind-up efekt vzniká zejména u regulátorů s integrační složkou, kde je současně akční veličina omezena fyzikální realizovatelností. Při výpočtech se vychází z návrhu PID regulátoru metodou inverze dynamiky nebo aproximace podle Äström, popř. může být použita algebraická polynomiální syntéza Rps. K potlačení wind-up efektu je zde k porovnávání použito metody back-calculation, dynamické omezení integrační složky, zatížení žádané hodnoty a časově optimální regulátor.

Součástí práce bylo vytvoření simulačního programu k porovnávání jednotlivých metod antiwind-up. Pro vytvoření a chod programu bylo zvoleno prostředí Matlab+Simulink verze 7.0.1. Simulační program umožňuje zkoumat vlivy omezení akční veličiny na průběh výstupu, včetně simulace poruchy akční veličiny. Je zde možnost volby hodnot omezení akční veličiny, nastavovat délku simulace, čas a hodnotu poruchy a také póly uzavřeného obvodu. U syntézy regulátoru je možnost volby mezi inverzí dynamiky, aproximací podle Äström nebo polynomiální metodou Rps. Uživatel má dále možnost zadání i perturbované soustavy. Pro analýzu systémů je program schopen vykreslit přechodové charakteristiky řízených soustav. Dále zobrazuje vypočítané parametry regulátoru, které si uživatel dle potřeby může upravit (v případě PID regulátoru). Součástí programu je i stručná nápověda a jednoduché blokové schéma, kde si uživatel může zapínat nebo vypínat jednotlivé metody antiwind-up.

Z výsledků simulačního programu je zřejmé, že při výrazném omezení akční veličiny vzniká negativní efekt v podobě překmitu výstupní veličiny. Pro zabránění tohoto efektu nelze stanovit dokonalou metodu, která by správně fungovala na všechny typy soustav. Je zde velmi důležité zvolit správnou syntézu regulátoru a také metodu antiwind-up. Pro plynulý průběh akční veličiny je velmi vhodná metoda zatížení žádané hodnoty, ale za cenu pomalejší dynamiky výstupní veličiny. Pro rychlou dynamiku výstupní veličiny je vhodný časově optimální regulátor, ale bohužel je nevhodný pro nestabilní soustavy, soustavy s derivací vstupu nebo časovým zpožděním. Parametry regulátoru je třeba nastavovat velmi



opatrně s ohledem na řízenou soustavu. Současný výzkum se zabývá i zavedením umělé inteligence pro návrh optimálních parametrů regulátoru.

## CONCLUSION

This work compares several known methods of suppression wind-up effect with a new synthesis principle called top time controller. The wind-up phenomenon is originally connected with controllers with integral action, where control signal is constrained by the given physical feasibility. Several traditionally familiar design methods for PID controllers were used, e.g. inversion dynamic method, Åström integral approximation and algebraic method in the Rps ring. For suppression of wind-up effects the method of back-calculation, dynamic constrain integral action, set point weighting and top time controller were utilized.

A simulation program in the Matlab/Simulink version 7.0.1 environment was developed as one of the results of the work. The program enables to explore influences of various constrains of control signal at process outputs, including simulation of load disturbances. The choice of simulation parameters e.g. constrains intervals, simulation horizon, time and value of load disturbances as well as feedback pole placement is naturally equipment of the developed program. Several different control syntheses were utilized for controller design, the choice between inversion dynamic, approximation by Åström and algebraic method Rps is possible. A control engineer has also the possibility to define a perturbed system with prescribed parameters. The program automatically figures and compares the step responses of both, nominal and perturbed ones. After control design procedure, the computed controller parameters are indicated and the user has a possibility to change the computed values (in the case of PID controllers). The simulation program is also equipped with a user manual and simple block diagrams, where the user can turn on or turn off various antiwind-up methods.

Simulation experiments indicate that significant input constrains result in overshooting of output variables. There is no recommended method generally suitable for all possible controlled plants, it must be studied and tuned individually for any given plant. It is important to choose a suitable and acceptable combination of control synthesis with an antiwind-up method. The set point weighting method is for example very helpful in monotony of the controlled variable but the whole dynamic is quite sluggish. For quicker dynamics, the top time controller can be successfully implemented. However, the last one is not suitable for unstable systems. Also PID control parameters should be tuned very carefully for various controlled plants. Recent achievements in control design indicate

successful exploitation of artificial intelligence principles for tuning and adjusting of optimal controllers.

**SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY**

- [1] Äström, K.J., Hägglund, T. : PID controllers. ICMC N.Carolina, 1995.
- [2] Vítečková, M.: Seřízení regulátorů metodou inverze dynamiky. TU Ostrava, 1998.
- [3] Huba, M. : Syntéza systémov s obmedzeniami 1. STU Bratislava, 2003.
- [4] Huba, M. : Syntéza systémov s obmedzeniami 2. STU Bratislava, 2003.
- [5] Vítečková, M., Šulc, B.: Teorie a praxe návrhu regulačních obvodů. ČVUT Praha, 2004.
- [6] Balátě, J. : Automatické řízení. BEN, 2003.
- [7] Prokop, R., Prokopová, Z.: Teorie automatického řízení pro bakalářské studium II. Učební text VUT v Brně. 2000.
- [8] Matlab Help. Ver. 7. 0. 1. 24704 (R14). The Mathworks Inc. 2004
- [9] Korbel, J.: Návrh robustních regulátorů pro kompenzaci poruch. Diplomová práce FT UTB Zlín, 2003
- [10] Johnson, M.A., Morani, M.H.: PID control. *New identification and design methods*. Springer 2005
- [11] [http://cmp.felk.cvut.cz/~pisa/Public/ST\\_matlab.html](http://cmp.felk.cvut.cz/~pisa/Public/ST_matlab.html)
- [12] [www.fm.tul.cz/~krtsub/fm/par/digitalPID.pdf](http://www.fm.tul.cz/~krtsub/fm/par/digitalPID.pdf)
- [13] [http://www.20sim.vom/webhelp4/library/signal/Control/PID\\_Control/AntiWindup.htm](http://www.20sim.vom/webhelp4/library/signal/Control/PID_Control/AntiWindup.htm)

**SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK**

$A_s$	Matice spojitého systému.
$a_0, a_1$	Parametry soustavy.
$a(s)$	Polynom jmenovatele přenosu spojitě soustavy.
$\mathbf{b}$	Vektor řízení.
$b(s)$	Polynom čitatele přenosu spojitě soustavy.
$c^t$	Výstupní vektor.
$d = \mathcal{D}$	Derivace výstupní veličiny.
$e$	Regulační odchylka.
$\mathbf{I}$	Jednotková matice.
$K$	Proporcionální konstanta regulátoru.
$K_R$	Zesílení proporcionálního regulátoru.
$K_S$	Konstanta (zesílení) soustavy.
$l$	Porucha akční veličiny.
$L$	Přímka.
$n$	Porucha výstupní (řízené) veličiny.
$r^t$	Stavový regulátor soustavy 2. řádu.
$T_d$	Dopravní zpoždění.
$T_D$	Derivační konstanta regulátoru.
$T_I$	Integrační konstanta regulátoru.
$T_t$	Časová konstanta sledování.
$T_1, T_2$	Časové konstanty soustavy.
$u$	Akční veličina.

---

$u_r$	Reálná hodnota akční veličiny na vstupu soustavy
$U_1, U_2$	Dolní a horní mezní hodnota akční veličiny.
$U_{r1}, U_{r2}$	Dolní a horní mezní hodnota reálné akční veličiny.
$w$	Požadovaná (řídící) veličina.
$x$	Stavový vektor.
$y$	Výstupní (řízená) veličina.
$y_{sp}$	Nastavená hodnota ustálení.
$\alpha$	Pól (spojitého) uzavřeného obvodu.
$\rho$	Vzdálenost.

## SEZNAM OBRÁZKŮ

Obrázek 1: Formy struktury PID regulátoru .....	10
Obrázek 2: Vliv struktury PID regulátoru na výstupní veličinu ( $y$ ).....	11
Obrázek 3: Vliv struktury PID regulátoru na akční veličinu ( $u$ ) .....	12
Obrázek 4: Odezva soustavy na jednotkový skok a její aproximace .....	20
Obrázek 5: Funkce omezovače .....	22
Obrázek 6: Wind-up efekt.....	23
Obrázek 7: Blokové schéma regulačního obvodu .....	25
Obrázek 8: Vliv parametru $b$ na výstupní veličinu $y$ .....	27
Obrázek 9: Vliv parametru $b$ na akční veličinu $u$ .....	27
Obrázek 10: Blokové schéma PID regulátoru s back-calculation .....	28
Obrázek 11: Vliv časové konstanty $Tt$ na průběh výstupní veličiny .....	30
Obrázek 12: Vliv časové konstanty $Tt$ na průběh akční veličiny .....	30
Obrázek 13: Průběhy simulace Back-Calculation.....	31
Obrázek 14: Přímka $L$ s hranicí pásma proporcionálního řízení.....	36
Obrázek 15: Větev RBK a definice vzdálenosti od brzdné křivky .....	38
Obrázek 16: Porovnání průběhů při měření vzdáleností v různých směrech.....	39
Obrázek 17: Lineární a parabolická část pásma proporcionálního řízení.....	40
Obrázek 18: Časové průběhy výstupní a akční veličiny pro různé póly.....	41
Obrázek 19: Hlavní okno simulačního programu .....	45
Obrázek 20: Ukázka přechodových charakteristik.....	46
Obrázek 21: Ukázka parametrů regulátoru.....	47
Obrázek 22: Blokové schéma simulačního programu.....	48
Obrázek 23: Aproximace soustavy 4.4 soustavou 4.1 s dopravním zpožděním .....	49
Obrázek 24: Průběhy výstupních veličin soustavy 4.1 při $u \in \langle -5; +5 \rangle$ .....	50
Obrázek 25: Průběhy výstupních veličin soustavy 4.1 při $u \in \langle +0.8; +1.2 \rangle$ .....	50
Obrázek 26: Průběhy akčních veličin soustavy 4.1 při $u \in \langle -5; +5 \rangle$ .....	51
Obrázek 27: Průběhy akčních veličin soustavy 4.1 při $u \in \langle +0.8; +1.2 \rangle$ .....	51
Obrázek 28: Průběhy výstupních veličin soustavy 4.2 při $u \in \langle -5; +5 \rangle$ .....	52
Obrázek 29: Průběhy výstupních veličin soustavy 4.2 při $u \in \langle +0.5; +1.5 \rangle$ .....	52

---

Obrázek 30: Průběhy akčních veličin soustavy 4.2 při $u \in \langle -5; +5 \rangle$ .....	53
Obrázek 31: Průběhy akčních veličin soustavy 4.2 při $u \in \langle +0.5; +1.5 \rangle$ .....	53
Obrázek 32: Průběhy výstupních veličin soustavy 4.3 při $u \in \langle -5; +5 \rangle$ .....	54
Obrázek 33: Průběhy výstupních veličin soustavy 4.3 při $u \in \langle +0.7; +1.1 \rangle$ .....	54
Obrázek 34: Průběhy akčních veličin soustavy 4.3 při $u \in \langle -5; +5 \rangle$ .....	55
Obrázek 35: Průběhy akčních veličin soustavy 4.3 při $u \in \langle +0.7; +1.1 \rangle$ .....	55



**SEZNAM TABULEK**

Tabulka I: Převedení přenosu reg. soustavy na požadované tvary.....	15
Tabulka II: Výpočet parametrů regulátorů a jejich typy.....	17
Tabulka III: Hodnoty koeficientů $\alpha$ a $\beta$ .....	18
Tabulka IV: Parametry PID regulátoru podle Ziegler-Nicholse.....	21

## SEZNAM PŘÍLOH

PŘÍLOHA P1: Výpočet časově optimálního regulátoru

## PŘÍLOHA P 1: VÝPOČET ČASOVĚ OPTIMÁLNÍHO REGULÁTORU

Vzorový příklad pro výpočet časově optimálního regulátoru se zadáváním pólů při omezení akční veličiny pro soustavu dvojitého integrátoru, jehož diferenciální rovnice je

$$\dot{x} = K_s u_r$$

Pro omezení akční veličiny je třeba uvažovat s transformací stavu a akční veličiny

$$K_s U_{rj} - w = U_j$$

Nejdříve vypočítáme lineární algoritmus. Systém lze popsat stavovými rovnicemi

$$\frac{dx}{dt} = A_s x + b_s U_j = \alpha_1 x \quad y = c^t x + d U_j$$

$$\text{Kde } x = \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \end{bmatrix} \quad A_s = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad b_s = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad c^t = [1 \quad 0] \quad d = 0$$

Následně určíme směrový vektor invariantní množiny (přímky L)

$$v = (\alpha_1 I - A_s)^{-1} b_s = \begin{bmatrix} 1/\alpha_1^2 \\ 1/\alpha_1 \end{bmatrix}$$

a dopočítáme její normálový vektor, kde první prvek zvolíme roven 2 a druhý dopočítáme podle vztahu 3.14

$$a^t = [2 \quad -2/\alpha_1]$$

Nyní vypočítáme algoritmus řízení

$$r_s^t = -\frac{a^t (A_s - \alpha_2 I)}{a^t b_s} = [-\alpha_1 \alpha_2 \quad \alpha_1 + \alpha_2]$$

$$u = r_s^t x = -\alpha_1 \alpha_2 y + (\alpha_1 + \alpha_2) \dot{y}$$

Pro nelineární algoritmus, kdy se pohybujeme mimo pásmo proporcionálního řízení je třeba odvodit RBK křivku. Tu vyjádříme v parametrickém tvaru podle 3.28. Z rovnice dvojitého integrátoru vyplývá

$$\dot{y}(t) = \dot{y}_0 + U_j t$$

$$y(t) = y_0 + \dot{y}_0 t + \frac{1}{2} U_j t^2$$

$$x(\tau)^j = A(-\tau) X_0^j + b(-\tau) U_j$$

$$X_\tau^j = \begin{bmatrix} 1 & -\tau \\ 0 & 1 \end{bmatrix} X_0^j + \begin{bmatrix} \tau^2/2 \\ -\tau \end{bmatrix} U_j$$

Celkovou RBK dvojitého integrátoru při časově optimálním řízení popíšeme po eliminaci času vztahy

$$\frac{\dot{y}}{\alpha_1} \quad y_b = < \quad \dot{y} \in \left( \frac{U_2}{\alpha_1}, \frac{U_1}{\alpha_1} \right)$$

$$\frac{\dot{y} - \left( \dot{y}_0^j \right)^2}{2U_j} + y_0^j = \frac{\dot{y}^2 + \left( \frac{U_j}{\alpha_1} \right)^2}{2U_j} \quad \dot{y} \notin \left( \frac{U_2}{\alpha_1}, \frac{U_1}{\alpha_1} \right)$$

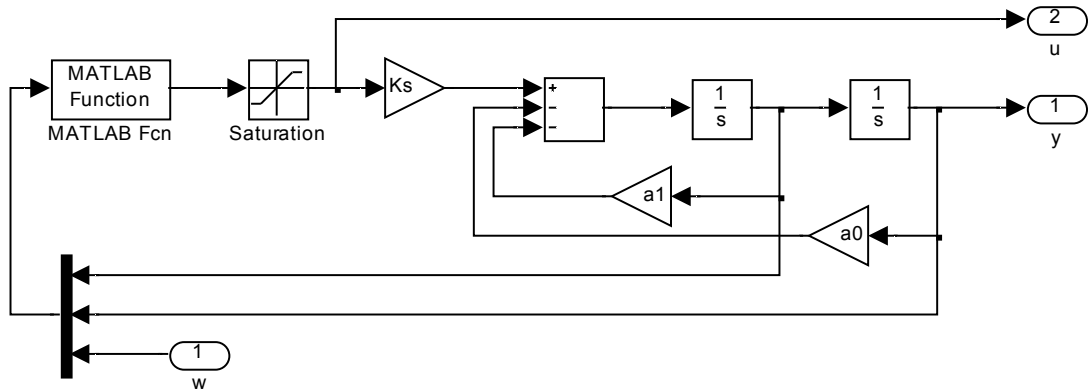
Pro hodnoty rychlosti vyšší než proporcionální pásmo (3.29) určíme algoritmus z požadavku 3.16, kde pro vzdálenost 3.30 dosadíme za  $y_b$  dostaneme

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial \rho}{\partial \dot{y}} \frac{d\dot{y}}{dt} = \dot{y} - \frac{\dot{y}}{K_s U_j} u = \alpha_2 \rho$$

Po úpravě získáme potřebný algoritmus řízení ve tvaru

$$u = \left[ 1 - \alpha_2 \frac{y - y_b}{\dot{y}} \right] U_j = \left[ 1 - \alpha_2 \frac{y - \frac{1}{2} \left( \frac{\dot{y}^2}{U_j} + \frac{U_j}{\alpha_1^2} \right)}{\dot{y}} \right] U_j$$

V prostředí Matlab/Simulink je možné tento regulátor realizovat pomocí následného schéma s programem



```
function out=reg(in)
global a11 a12 Ur1 Ur2 a0 a1 Ks
w=in(3);
yr=in(2);
d=in(1);

y=yr-w;
U2=Ks*Ur2-a0*w;
U1=Ks*Ur1-a0*w;

if y>0
    Uj=U2;
else
    Uj=U1;
end
d1=U1/a11; d2=U2/a11;
if (d>d2) & (d<d1)
    u=-a11*a12*y+(a11+a12)*d;
else
    u=(1-a12*(y-0.5*(d*d/Uj+Uj/(a11*a11))))/d)*Uj;
end
ur=(u+a0*w)/Ks;
out=ur;
```

Význam použitých symbolů:

in(1)=d	- derivace výstupu soustavy
in(2)=yr	- skutečný výstup soustavy
in(3)=w	- žádaná hodnota ustálení
a11, a12	- póly uzavřeného regulačního obvodu
Ur1, Ur2	- skutečné hranice omezení akční veličiny (min, max)
a0, a1, Ks	- parametry regulované soustavy
out=ur	- skutečný výstup regulátoru