

# Adaptivní duální řízení

Bc. Michal Hladiš

---

Diplomová práce  
2006



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně  
Fakulta aplikované informatiky

---

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně  
Fakulta aplikované informatiky  
Ústav automatizace a řídicí techniky  
akademický rok: 2005/2006

## ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Michal HLADIŠ**  
Studijní program: **N 3902 Inženýrská informatika**  
Studijní obor: **Automatické řízení a informatika**  
  
Téma práce: **Adaptivní duální řízení**

Zásady pro vypracování:

1. Vypracujte literární rešerši na dané téma.
2. Na základě literární rešerše navrhnete adaptivní číslicový regulační obvod pro bikriteriální řízení
3. Navržený regulační obvod simulačně ověřte v programovém prostředí MATLAB/SIMULINK.
4. Po vyhodnocení simulačních experimentů aplikujte navržený adaptivní regulátor pro řízení vybraného laboratorního modelu v reálném čase.
5. Vyhodnoťte výsledky laboratorního ověřování a proveďte diskusi dosažených výsledků.

Rozsah práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

Bobál, V., Böhm, J., Prokop, R., Fessl, J.: **Praktické aspekty samočinně se nastavujících regulátorů: algoritmy a implementace.** Nakladatelství VUT IUM, VUT Brno, 1999 (ISBN 80-214-1292-2).

Filatov, N. M., Unbenhauen, H.: **Adaptive Dual Control: Theory and Applications.** LNCIS, Springer, Berlin, 2004 (ISBN 3-540-21373-2).

Filatov, N.M., Unbenhauen, H. (2000). **Survey of adaptive dual control methods.** IEE Proc. Control Theory and Applications.

Wittenmark, B. (1995). **Adaptive dual control methods: an overview,** Proc. 5th IFAC Symposium on Adaptive Systems in Control and Signal Processing, Budapest.

Vedoucí diplomové práce: **prof. Ing. Vladimír Bobál, CSc.**  
Ústav řízení procesů

Datum zadání diplomové práce: **14. února 2006**

Termín odevzdání diplomové práce: **26. května 2006**

Ve Zlíně dne 14. února 2006

  
prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.  
*pověřený děkan*



  
prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.  
*ředitel ústavu*

## **ABSTRAKT**

Tato práce se zabývá problematikou adaptivního duálního řízení. V teoretické části je vysvětlena teorie explicitního duálního řízení, tzv. bikriteriální metoda. Aplikace této metody vede k duální modifikaci standardních adaptivních regulátorů založených na vnucené separaci identifikace a řízení a simulační výpočty realizované v prostředí MATLAB/Simulink ukazují kvalitativní srovnání standardního a duálního řízení. Vybraný duálně modifikovaný regulátor založený na metodě přiřazení pólů vytvořený v Simulinku byl použit pro ověření bikriteriálního řízení SISO modelu v reálném čase. Práce obsahuje srovnání s neduálním adaptivním řízením a diskusi dosažených výsledků.

Klíčová slova: adaptivní řízení, duální řízení, identifikace, ARX model, bikriteriální metoda, simulace, umístění pólů, syntéza regulátoru

## **ABSTRACT**

This work deals with adaptive dual control problem. Explicit dual control theory based on bicriterial approach is discussed in the theoretical section. The bicriterial approach is applied to a standard adaptive indirect pole placement controller which leads to its dual modification. The simulated examples in MATLAB/Simulink illustrate the behavior of the dual controller and allow comparison of its properties with standard algorithm based on the certainty equivalence assumption. The dual controller realized in Simulink was also used for SISO laboratory plant real time control. The comparison between standard adaptive and dual adaptive control results is discussed.

Keywords: adaptive control, dual control, parameter estimation, recursive least squares, ARX, bicriterial approach, simulation, pole placement, controller synthesis

Motto:

Ani ty nejkvalitnější stroje a technologické linky nemohou být úspěšné, pokud nebudou automatizovány, nebudou vybaveny kvalitním řízením a inteligencí.

Ve Zlíně, 21.5.2006

.....

# OBSAH

<b>ÚVOD</b> .....	<b>8</b>
<b>I TEORETICKÁ ČÁST</b> .....	<b>10</b>
<b>1 ADAPTIVNÍ ŘÍZENÍ</b> .....	<b>11</b>
1.1 PROBLÉM ADAPTACE .....	11
1.2 KLASIFIKACE ADAPTIVNÍCH REGULÁTORŮ .....	12
1.3 VNUCENÁ SEPARACE IDENTIFIKACE A ŘÍZENÍ .....	15
<b>2 PODSTATA DUÁLNÍHO ŘÍZENÍ</b> .....	<b>17</b>
2.1 FORMULACE PROBLÉMU .....	17
2.2 ŘEŠENÍ PROBLÉMU .....	18
2.3 VLASTNOSTI ADAPTIVNÍCH DUÁLNÍCH SYSTÉMŮ .....	18
2.3.1 Cautious řízení .....	18
2.3.2 Optimální excitace .....	21
2.3.3 Algoritmická struktura adaptivních duálních systémů .....	22
2.4 BIKRITERIÁLNÍ SYNTÉZA .....	23
2.4.1 Identifikační algoritmus .....	23
2.4.2 Účelové funkce duálního řízení .....	25
2.4.3 Duální modifikace explicitních regulátorů .....	27
2.4.4 Shrnutí .....	29
<b>3 VYBRANÉ ALGORITMY ALGEBRAICKÉHO ŘÍZENÍ</b> .....	<b>30</b>
3.1 OBECNÝ ALGORITMUS ADAPTIVNÍHO REGULÁTORU ZALOŽENÉHO NA METODĚ PŘÍRAZENÍ PÓLŮ .....	30
3.1.1 Regulátor odvozený pro soustavu 2. řádu bez DZ .....	34
3.2 REGULÁTOR PID-B .....	36
<b>II PRAKTICKÁ ČÁST</b> .....	<b>39</b>
<b>4 SIMULAČNÍ OVĚŘENÍ</b> .....	<b>40</b>
4.1 OVĚŘOVÁNÍ MODELU S1 .....	40
4.2 OVĚŘOVÁNÍ MODELU S2 .....	43
4.3 OVĚŘOVÁNÍ MODELU S3 .....	46
4.4 OVĚŘOVÁNÍ MODELU S4 .....	49
4.5 DISKUSE VÝSLEDKŮ .....	52
<b>5 ŘÍZENÍ SERVOMECHANISMU V REÁLNÉM ČASE</b> .....	<b>54</b>
5.1 POPIS ZAŘÍZENÍ .....	54
5.1.1 Aktuátor .....	54
5.1.1.1 Servomotor .....	55
5.1.1.2 Servogenerátor .....	55
5.1.1.3 Power servo .....	55
5.1.1.4 Senzor .....	56

5.1.1.5	Power .....	56
5.1.1.6	Zadní panel .....	56
5.1.2	Komunikace Matlabu se servomechanismem .....	56
5.2	MATEMATICKÝ MODEL SYSTÉMU .....	57
5.3	IDENTIFIKACE SOUSTAVY .....	58
5.3.1	Statická charakteristika .....	58
5.3.2	Identifikace z přechodové charakteristiky .....	61
5.4	REÁLNÉ ŘÍZENÍ SERVOMECHANISMU .....	62
5.5	DISKUSE VÝSLEDKŮ .....	71
<b>ZÁVĚR.....</b>		<b>73</b>
<b>SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY .....</b>		<b>75</b>
<b>SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK .....</b>		<b>76</b>
<b>SEZNAM OBRÁZKŮ .....</b>		<b>77</b>
<b>SEZNAM TABULEK.....</b>		<b>79</b>
<b>SEZNAM PŘÍLOH.....</b>		<b>80</b>

## ÚVOD

Adaptivní řízení je moderním odvětvím teorie automatického řízení, které se rozvíjí již od 60. let minulého století. Za tuto dobu bylo oblasti adaptivního řízení věnováno značné úsilí a bylo vyvinuto množství algoritmů, které fungují nejen ve stádiu simulačních výpočtů, ale i v konkrétních reálných případech. Příkladem mohou být tzv. samočinně se nastavující regulátory (STC – Self-Tuning Controllers), které jsou jedním ze základních přístupů k problému adaptivního řízení. Zjednodušeně by se dalo říci, že se jedná o řízení, při kterém současně dochází k identifikaci samotného procesu, který řídíme. Přestože drtivou většinu regulátorů v průmyslové praxi tvoří poměrně spolehlivé PID regulátory s pevně nastavenými parametry, pro určité procesy se jeví nasazení adaptivních regulátorů jako vhodné a jsem přesvědčen, že vývoj teorie řízení směřuje právě tímto směrem. Může se jednat zejména o automatické řízení, kdy jsou kladeny vysoké požadavky na kvalitu výstupů.

I když jsou různé metody adaptivního řízení k současnému datu značně propracovány a opírají se o pevný matematický základ, stojí za to se této problematice věnovat. Představa, že nasazení adaptivních řídicích systémů je jednodušší než klasické zpětnovazební řízení či regulace vycházející nejprve z identifikace řízeného procesu a následného „pevného“ seřízení složek PID regulátoru nebo nastavení jeho parametrů by byla mylná. Pojem „adaptivní“ ve smyslu adaptivních regulátorů můžeme chápat tak, že regulátor je schopen se adaptovat, tedy přizpůsobit se změnám a jevům zapříčiněnými nelinearitami, nestacionárností a stochastičností, kterými jsou zatíženy všechny reálné systémy, přesto je nutné ověřovat spolehlivost a stabilitu těchto regulátorů. Nesprávnou volbou některých stavitelných parametrů, zejména pak počátečních hodnot bychom nemuseli dosáhnout požadovaného efektivního chování, proto je třeba zkoumat a simulačně ověřovat tak, abychom při nasazení adaptivních řídicích systémů v reálu mohli vycházet z určitých „praktických“ zkušeností.

Jak bylo řečeno, STC založené na rozličných přístupech seřízení (Ziegler-Nichols, přiřazení pólů, minimalizace kvadratického kritéria apod.) mají jedno společné – jsou založeny na průběžné identifikaci řízeného procesu. V případě explicitního přístupu, kdy získáváme parametry veskrze spojené regulované soustavy pro číslicové řízení vyjádřené pomocí parametrů diskrétního modelu víme, že parametry jsou v každém případě zatíženy jistou neurčitostí. Hojně používaný, oblíbený a v mnoha případech osvědčený přístup, který se nazývá vnučená separace identifikace a řízení řeší problém neurčitosti odhadů parametrů tak, že



při syntéze zákona řízení jsou použité odhady parametrů považovány za jejich skutečné hodnoty. Obecná úloha optimálního adaptivního řízení však spočívá v syntéze zákona řízení, který zajišťuje dva základní požadavky, kterými jsou sledování žádané hodnoty regulované veličiny a zároveň dostatečné vybudování soustavy pro kvalitní identifikaci řízeného procesu. Poněvadž z tohoto hlediska klademe na akční veličinu systému řízení dvojí požadavek, nazýváme jej jako adaptivní duální. Jelikož problém optimálního duálního řízení je poměrně komplikovaný, snaha vyřešit jej vedla k vypracování množství postupů, které se zdají být více či méně uspokojivé. Významným krokem bylo zpracování tzv. bikriteriální metody, která řeší problém duálního řízení aniž by činila řídicí algoritmy regulátorů nějak výrazně složitě pro nasazení v praktických aplikacích.

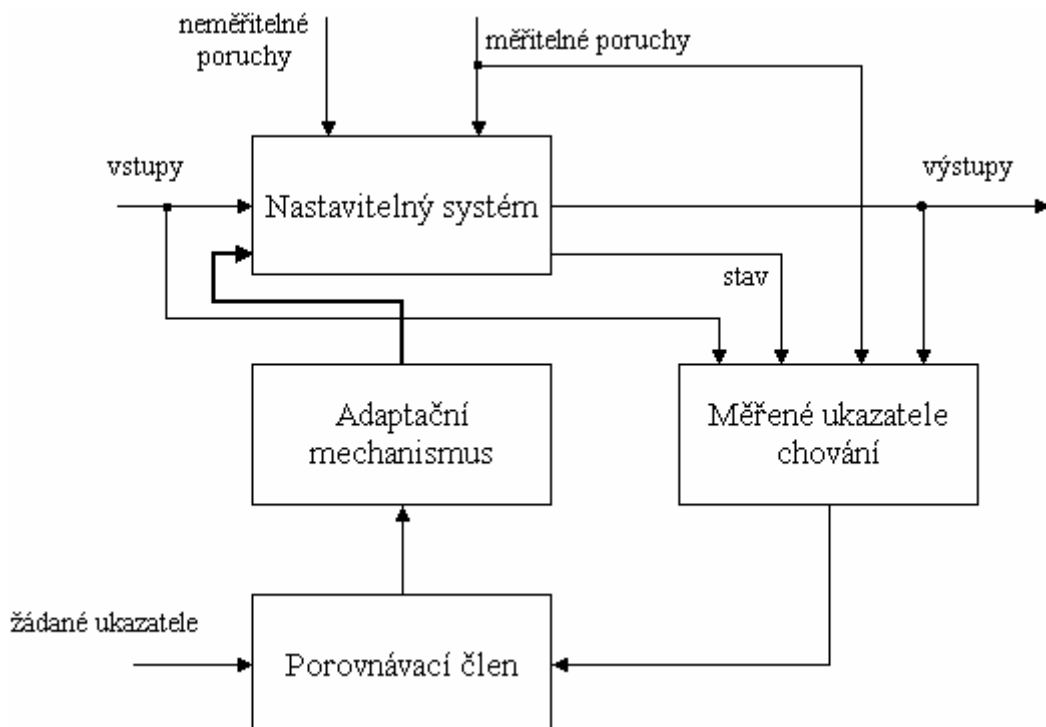
## **I. TEORETICKÁ ČÁST**

## 1 ADAPTIVNÍ ŘÍZENÍ

Klasické regulátory s pevně nastavenými parametry mohou být pro řízení procesů stochastického charakteru nevhodné. Jelikož charakter každého procesu se v průběhu času z různých neovlivnitelných důvodů mění, pevně seřízené regulátory nemusí být schopny ze své podstaty se s těmito změnami adekvátně vyrovnat. Možným řešením je nasazení adaptivních řídicích systémů.

### 1.1 Problém adaptace

V obecném slova smyslu je adaptace jev, kterým se vyznačují všechny organismy v přírodě. Je to přizpůsobení se změnám okolního prostředí, které na organismy působí. Každá adaptace znamená pro organismus určitou ztrátu (energetickou, materiálovou, informační), avšak při opakování adaptace na jistou změnu okolního prostředí dokáží organismy takové ztráty minimalizovat.



Obr. 1. Blokové schéma adaptivního řídicího systému

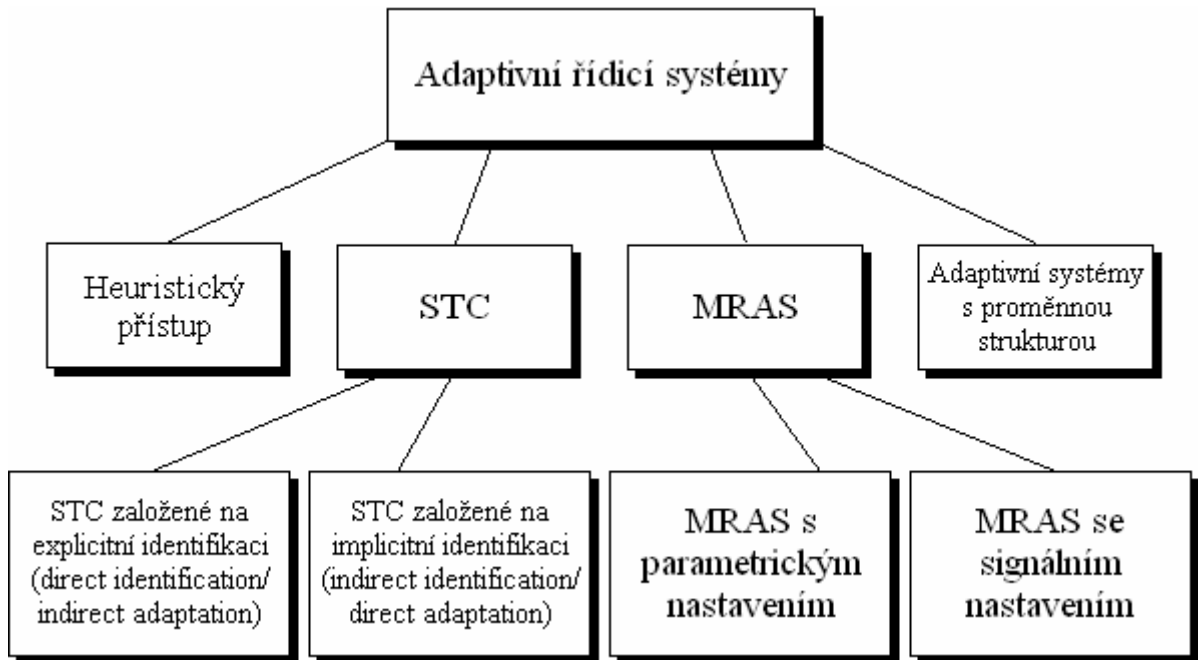
Pro úlohy technické kybernetiky se za adaptivní považuje systém, který měří určité ukazatele chování daného nastavitelného systému pomocí jeho vstupů, stavů nebo výstupů. Na základě porovnání těchto měřených ukazatelů modifikuje parametry nebo strukturu nastavitelného obvodu či generuje pomocný vstup tak, aby se měřené ukazatele chování co nej-

více blížily žadaným ukazatelům (Obr. 1). Za zmiňované ukazatele můžeme považovat např. maximální překmit přechodového děje, dobu regulace, minimální hodnotu různých kritérií pro různé strategie řízení apod. Jednodušší definice zní: Adaptivní řídicí systémy pracují tak, že přizpůsobují parametry nebo strukturu regulátoru změnám parametrů nebo struktury regulované soustavy tak, aby na základě zvoleného kritéria zajistily trvale optimální chování celého systému nezávisle na změnách, které nastaly. Adaptaci na změnu parametrů nebo struktury soustavy lze prakticky uskutečnit vhodnou změnou parametrů či struktury regulátoru anebo generováním přídatného vstupního signálu [2].

## 1.2 Klasifikace adaptivních regulátorů

Klasický zpětnovazební regulátor (např. PID) pracuje s pevně nastavenou zpětnou vazbou, která využívá odchylku  $e = w - y$  ( $w$  je žádaná hodnota regulované veličiny  $y$ ) ke kompenzaci neznámých poruch a stavů, které mohou nastat. Výsledkem zpracování regulační odchylky je akční zásah regulátoru  $u$ , který působí na regulovanou soustavu. V tomto případě je způsob zpracování regulační odchylky vždy stejný. Adaptivní řídicí systém rovněž pracuje s regulační odchylkou, avšak takovým způsobem, že adaptuje zákon řízení na neznámé podmínky (např. stochastickou poruchu) při zlepšení jakosti regulace. Takto lze adaptivitu chápat jako zpětnou vazbu vyšší úrovně [2].

Jelikož existuje velké množství přístupů k problému adaptivního řízení, neexistuje jednotná klasifikace adaptivních regulátorů. O přesné vymezení pojmu adaptivní řízení usilovali ve svých pracích hlavně Saridis, Tsytkin a Åström s Wittenmarkem. Za tři základní přístupy k této problematice můžeme považovat adaptivní systémy založené na heuristickém přístupu, samočinně se nastavující regulátory (Self-Tuning Controllers – STC) a adaptivní systémy s referenčním modelem (Model Reference Adaptive System - MRAS). Adaptivní systémy s proměnnou strukturou podle předem stanovených pravidel záměrně mění svou strukturu na základě zkušeností získaných v podmínkách své předchozí činnosti [1], [2].



Obr. 2. Klasifikace adaptivních řídicích systémů

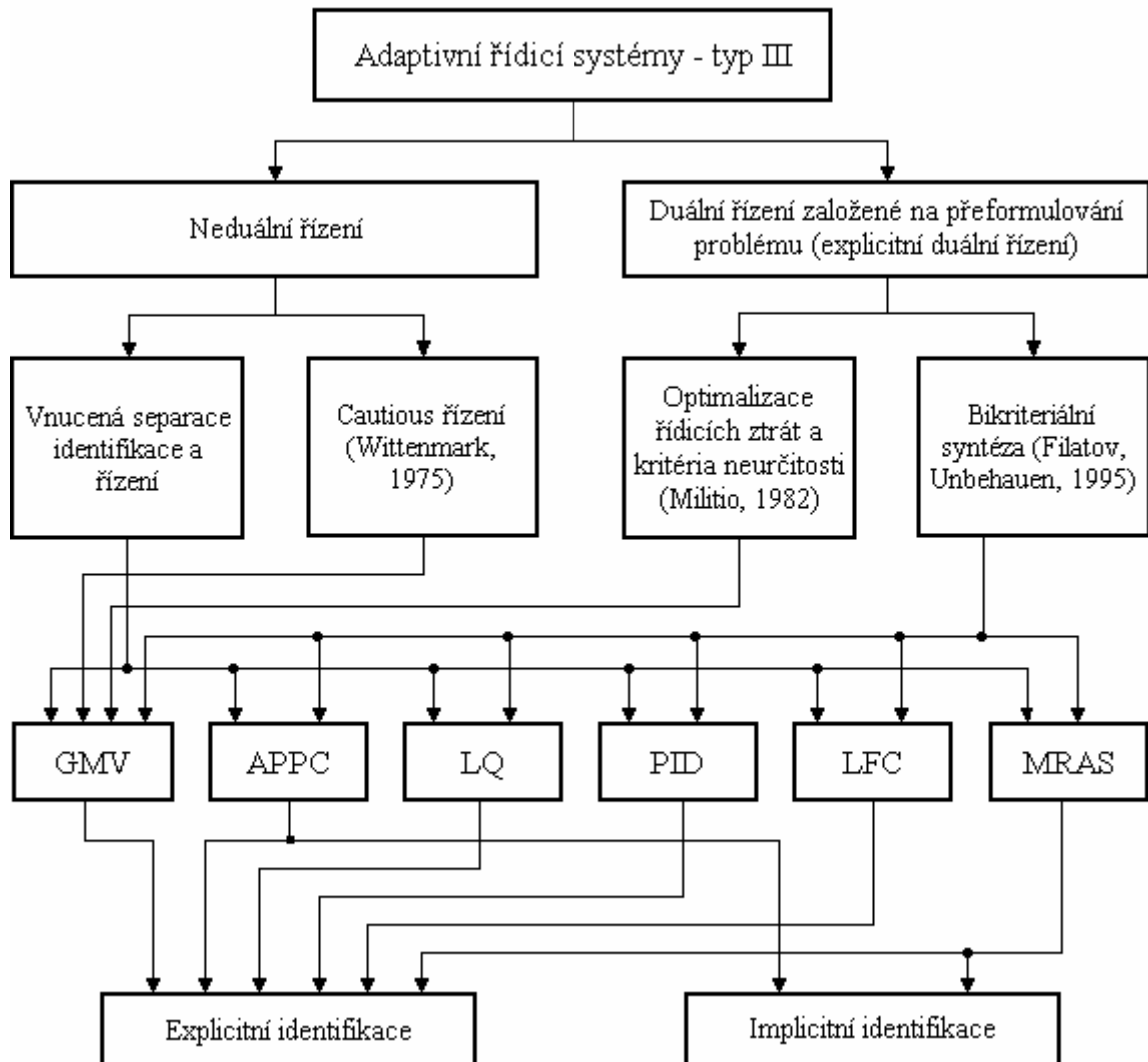
Podle obecnějšího přístupu existují tři typy řídicích systémů, které se liší způsobem generování akční veličiny. Každému ze tří typů odpovídá skupina regulátorů založených na různých řídicích algoritmech.

Tab. 1. Klasifikace diskrétních regulátorů podle způsobu generování akčního zásahu

Typ	Popis	Příklady
I	Regulátor dává posloupnost akčních zásahů $u(k), \dots, u(N-1)$ , kde $k = 0, 1, \dots, N-1$ ; $N$ může nabývat hodnot $\{1, \dots, \infty\}$ .	Úlohy optimálního řízení na konečném a nekonečném časovém horizontu.
II	Regulátor dává posloupnost akčních zásahů $u(k), \dots, u(k+N)$ , která optimalizuje kritérium řízení. Uplatněna je pouze hodnota $u(k)$ pro $k = 0, 1, \dots, \infty$ ; $N$ může nabývat hodnot $\{1, \dots, \infty\}$ .	Všechny regulátory založené na predikci výstupu. Pro $N \rightarrow \infty$ se jedná o regulátor typu I.
III	V každém časovém okamžiku $k$ regulátor dává akční zásah $u(k)$ pro $k = 0, 1, \dots, \infty$ . Není zapotřebí znát budoucí referenční signál.	LQ, GMV, MRAC, APPC atd. + regulátory typu I s pevnou zpětnou vazbou.

Do první skupiny patří například úlohy stochastického suboptimálního řízení, zatímco prediktivní řízení patří do skupiny druhé. Ostatní velká skupina rozšířených regulátorů patří

do třetí skupiny. Jedná se o STC založené na různých přístupech jako je metoda přiřazení pólů (APPC – Adaptive Pole Placement Controller), zobecněná metoda minimalizace výstupu (GMV – Generalized Minimum Variance), metoda minimalizace kvadratického kritéria (LQ – Linear Quadratic), regulátor založený na Lyapunovských funkcích (LFC – Lyapunov Functions Controller) či metody číslicových PID regulátorů (např. seřízení z kritických parametrů podle Ziegler-Nicholse). Do této skupiny patří i MRAS [1].



Obr. 3. Klasifikace adaptivních regulátorů typu III

Syntéza explicitních (nepřímých) STC založených na explicitní identifikaci využívá k výpočtu parametrů regulátoru odhady parametrů modelu procesu. V případě implicitních (přímých) STC je potřeba nalézt přímo vztah mezi vstupem a výstupem modelu procesu definovaný pomocí parametrů regulátoru, které jsou průběžně identifikovány bez toho, že by se přepočítávaly z odhadů parametrů soustavy [2].

### 1.3 Vnucená separace identifikace a řízení

Principem činnosti STC je průběžná identifikace neznámého procesu s následnou syntézou řízení – výpočtem akčního zásahu podle stanovené strategie řízení (APPC, LQ apod.). Můžeme předpokládat, že parametry řízeného procesu jsou buď neznámé konstantní nebo proměnné. Nasazením STC s průběžnou identifikací jsme schopni zajistit požadavky, které jsou automatické seřízení číslicového regulátoru vhodnou změnou jeho parametrů, zlepšení regulace při přítomnosti nestacionárních poruch či zachycení změn parametrů řízeného procesu způsobených technologickými a konstrukčními aspekty zařízení. Jak bylo řečeno, v případě explicitního přístupu jsou identifikovány parametry řízeného procesu, avšak z teorie identifikace parametrů je známo, že odhady parametrů jsou vždy zatíženy jistou neurčitostí. Tyto nejistoty závisí na počtu identifikačních kroků, periodě vzorkování, volbě filtrů akční i regulované veličiny, volbě modelu řízeného procesu, ale i na samotném průběhu akčního zásahu. Jelikož je akční veličina vstupem řízeného procesu, je zřejmé, že každá její provedená změna má nejen řídicí účinek, ale zároveň vybuzuje soustavu, čímž vytváří podmínky pro její identifikaci. Obecná úloha adaptivního řízení potom spočívá v nalezení takové posloupnosti akčních zásahů, která zajišťuje, že se střední hodnota regulované veličiny co nejvíce blíží žádané hodnotě a současně aby poskytovala co nejlepší odhady parametrů procesu. Protože takto navržené optimální řízení má zmíněný dvojitý účinek, nazývá se optimální duální řízení. Přijatelný zjednodušující přístup, který umožňuje nasazení duálního řízení v praxi se objevil teprve nedávno, proto bylo nutné řešit problém zjednodušeně. Takové řešení se nazývá vnucená separace identifikace a řízení (CE - Certainty Equivalence). Princip CE spočívá v tom, že vektor parametrů modelu  $\theta$  se považuje pro daný krok řízení  $k$  za známý, a sice roven jeho bodovému odhadu, který v daném časovém okamžiku  $k$  je k dispozici, tedy  $\theta = \hat{\theta}(k-1)$ . Podle navržené strategie řízení se vypočte akční zásah  $u(k)$  a pro získání nového vzorku regulované veličiny  $y(k)$ , resp. externí měřené poruchy  $v(k)$  a známého akčního zásahu se provede další identifikační krok pomocí rekursivního identifikačního algoritmu. Nová informace o procesu v podobě trojice vzorků  $\{u(k), y(k), v(k)\}$  se potom použije k aktualizaci odhadu  $\hat{\theta}(k-1)$  a celý postup se opakuje pro další odhad  $\hat{\theta}(k)$ . Z tohoto přístupu vyplývá i vnitřní algoritmická struktura STC, kdy vnucenou separací dochází k rozpadu této struktury na identifikační a řídicí část, které jsou spojeny pouze přenosem bodových odhadů parametrů  $\hat{\theta}(k)$ . V identifikační části se prů-

běžně počítají odhady parametrů modelu procesu, pomocí kterých se vypočítá predikovaná hodnota výstupu. Řídicí část zajišťuje výpočet parametrů regulátoru ze získaných hodnot odhadů parametrů soustavy a následný výpočet akčního zásahu [2].



## 2 PODSTATA DUÁLNÍHO ŘÍZENÍ

Tato kapitola je věnovaná základním principům duálního řízení.

### 2.1 Formulace problému

Úlohu stochastického optimálního adaptivního řízení jako první formuloval A. Feldbaum v 60. letech 20. století.

Uvažujme  $t$ -variantní diskrétní systém, tzn. systém, jehož parametry jsou časově závislé. Tento obecný model je popsán následující soustavou rovnic:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{f}_k[\mathbf{x}(k), \mathbf{p}(k), \mathbf{u}(k), \boldsymbol{\xi}(k)], \quad k = 0, 1, \dots, N-1, \quad (1)$$

$$\mathbf{p}(k+1) = \mathbf{v}_k[\mathbf{p}(k), \boldsymbol{\varepsilon}(k)], \quad (2)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{h}_k[\mathbf{x}(k), \boldsymbol{\eta}(k)], \quad (3)$$

kde  $\mathbf{x}(k) \in \mathfrak{R}_x^n$  je vektor stavových veličin,  $\mathbf{p}(k) \in \mathfrak{R}_p^n$  je vektor neznámých parametrů,  $\mathbf{u}(k) \in \mathfrak{R}_u^n$  je vektor vstupních řídicích veličin a  $\mathbf{y}(k) \in \mathfrak{R}_y^n$  je vektor výstupních veličin.  $\boldsymbol{\xi}(k) \in \mathfrak{R}_\xi^n$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon}(k) \in \mathfrak{R}_\varepsilon^n$  a  $\boldsymbol{\eta}(k) \in \mathfrak{R}_\eta^n$  jsou vektory náhodného bílého šumu s nulovou střední hodnotou a známým rozdělením pravděpodobnosti. Funkce  $\mathbf{f}_k$ ,  $\mathbf{v}_k$  a  $\mathbf{h}_k$  jsou známé vektorové funkce.

$$\mathfrak{T}_k = \{y(k), \dots, y(0), u(k-1), \dots, u(0)\}, \quad k = 1, \dots, N-1, \quad \mathfrak{T}_0 = \{y(0)\} \quad (4)$$

je množina vzorků výstupních veličin a vstupních řídicích veličin dostupných v časovém okamžiku  $k$ . Kritérium pro optimální řízení je

$$J = E \left\{ \sum_{k=0}^{N-1} g_{k+1}[\mathbf{x}(k+1), \mathbf{u}(k)] \right\}, \quad (5)$$

kde  $g_{k+1}$  jsou známé kladné konvexní skalární funkce. Problém optimálního adaptivního duálního řízení spočívá v nalezení takové posloupnosti akčních zásahů

$$\mathbf{u}(k) = \mathbf{u}_k(\mathfrak{T}_k) \quad (6)$$

pro  $k = 0, 1, \dots, N-1$ , která minimalizuje kritérium  $J$  popsané rovnicí (5) [1], [6].

## 2.2 Řešení problému

Formální řešení problému adaptivního duálního řízení popsaného výše je značně obtížné a bylo by možné jej obdržet optimalizační metodou dynamického programování. Problémem je, že uvedené rovnice jsou velmi těžko řešitelné analyticky i numericky i pro ty nejjednodušší případy, takže dynamické programování není vhodným nástrojem. Bylo věnováno značné úsilí nalezení uspokojivého řešení, které vedlo ke zpracování různých zjednodušujících postupů. Můžeme je rozdělit do dvou hlavních kategorií, a sice na metody založené na rozličných aproximacích na straně jedné, a na metody založené na přeformulování problému na straně druhé. Tyto metody se souhrnně označují jako implicitní a explicitní. Zjednodušení pomocí aproximací se nezdá být nejlepší cestou k uspokojivému výsledku, protože často vedou k řešení v komplexní rovině a rovněž vyžadují značné výpočetní úsilí. Jsou založena na „hrubých“ aproximacích, a to má za následek ztrátu duálního charakteru. Vhodnou reformulací problému obdržíme jednodušší řešení, které není optimální, ale suboptimální při požadovaném zachování duálního charakteru systému řízení. Jedním z použitelných explicitních přístupů je tzv. bikriteriální syntéza, která je založena na minimalizaci dvou účelových funkcí duálního řízení. Výhodou této metody je, že je poměrně univerzální a je snadno aplikovatelná na explicitní STC pro řízení jednorozměrových soustav založené na vnucené separaci identifikace a řízení, kdy aplikace této metody může v některých případech zlepšit kvalitu regulačního pochodu [1].

## 2.3 Vlastnosti adaptivních duálních systémů

Akční veličina optimálního adaptivního systému řízení by měla splňovat dva základní požadavky. Prvním je, že bezpečně zajišťuje to, že regulovaná veličina sleduje svou žádanou hodnotu. Druhým je dostatečné excitování regulované soustavy pro urychlení průběžného odhadu parametrů v čase, což zlepší kvalitu řízení. Tyto dvě základní vlastnosti kladou dvojí (duální) požadavek na průběh řídicího signálu, proto takovéto adaptivní systémy nazýváme „duální“.

### 2.3.1 Cautious řízení

Jednou z významných vlastností duálních systémů je tzv. opatrné „cautious“ řízení nebo taky cautious hodnota akčního zásahu. Jedná se o jednu ze dvou složek akčního zásahu duálního regulátoru a její význam spočívá v tom, že dosahuje menších hodnot než akční

zásah standardního (neduálního) regulátoru, avšak nejedná se o klasické omezení akčního zásahu regulátoru. Takovýto charakter akční veličiny se může v určitých případech pozitivně projevit na míře počátečního překmitu regulované veličiny v počáteční fázi procesu adaptace, kdy jsou odhady parametrů dosti nepřesné. Společně s CE strategií řízení můžeme považovat cautious řízení za strategii řízení s pasivním buzením (passive learning policies), protože nepracují s aktivním budícím signálem, který by zlepšoval průběžnou identifikaci neznámých parametrů řízeného procesu [9]. Zavedení pojmu cautious regulátor demonstrujeme na následujícím příkladě.

Uvažujme jednoduchý případ diskrétního SISO systému popsaného rovnicí

$$y(k+1) = bu(k) + \xi(k), \quad b \neq 0, \quad (7)$$

kde  $\hat{b}(0)$  je počáteční odhad neznámého parametru  $b$  s počáteční kovarianční maticí  $C(0)$ . Náhodná porucha  $\xi(k)$  má rozptyl  $E\{\xi^2(k)\} = \sigma_\xi^2$ . V případě optimálního řízení chceme minimalizovat účelovou funkci (kritérium optimálního řízení)

$$J = E\left\{\sum_{k=1}^N [w(k) - y(k)]^2\right\} \quad (8)$$

na celém časovém horizontu pro každou hodnotu  $k$ , nalézt však optimální strategii řízení

$$u(k) = f[w(k) - y(k)] \quad (9)$$

je velice obtížné jak analyticky tak numericky. Úloha stochastického dynamického programování je složitá a rovnice, jejichž řešení vede na optimální stochastické duální řízení

$$J_{N-1}^{CLO}(\mathfrak{S}_{N-1}) = \min_{u(N-1) \in \Omega_{n-1}} \left[ E\{g_N[\mathbf{x}(N), \mathbf{u}(N-1)] | \mathfrak{S}_{N-1}\} \right] \quad (10)$$

$$J_k^{CLO}(\mathfrak{S}_k) = \min_{u(k) \in \Omega_k} \left[ E\{g_{k+1}[\mathbf{x}(k+1), \mathbf{u}(k)] + J_{k+1}^{CLO}(\mathfrak{S}_{k+1}) | \mathfrak{S}_k\} \right] \quad (11)$$

jsou použitelné k řešení optimalizačního problému popsaného rovnicí (8) (multi-step control problem) pouze pro několik málo kroků  $N$ .

Optimální odhad parametru  $b$  uvažovaného modelu můžeme získat použitím stochastického odhadu, tzv. Kalmanova filtru ve formě

$$\hat{b}(k+1) = \hat{b}(k) + \frac{C(k)u(k)}{C(k)u^2(k) + \sigma_\xi^2} [y(k+1) - \hat{b}(k)u(k)], \quad (12)$$

$$C(k+1) = \frac{C(k)\sigma_\xi^2}{C(k)u^2(k) + \sigma_\xi^2} = C(k) \frac{C^2(k)u^2(k)}{C(k)u^2(k) + \sigma_\xi^2}. \quad (13)$$

Z rovnic popisujících Kalmanův stochastický filtr můžeme vypočítat, že odhad parametru i jemu příslušející kovariance jsou závislé na hodnotě akční veličiny  $u(k)$ . Pro neohrazený řídicí signál obdržíme přesný odhad parametru v limitních případech

$$\lim_{|u(k)| \rightarrow \infty} C(k+1) = 0, \quad (14)$$

$$\lim_{|u(k)| \rightarrow \infty} \hat{b}(k+1) = b. \quad (15)$$

Můžeme tedy říci, že vybudování soustavy dostatečně velkými hodnotami akčního zásahu  $u(k)$  můžeme výrazně zlepšit odhad parametru. Otázkou však zůstává, jak velká tato hodnota může ještě být, tedy její optimální volba.

V případě CE strategie řízení jsou všechny stochastické proměnné systému považovány za rovné svým očekávaným hodnotám. Pro uvažovaný případ to znamená, že náhodný šum  $\xi(k) = 0$  a odhad parametru  $\hat{b}(k) = b$ . V případě CE přístupu dostaneme optimální řízení ve tvaru

$$u(k) = u_{CE}(k) = \frac{w(k+1)}{\hat{b}(k)}. \quad (16)$$

Veškeré předcházející úvahy vycházely z minimalizace kritéria optimálního řízení (8) ve více krocích. Je-li účelová funkce namísto (8) zavedena jako

$$J_k^c = E\{[w(k+1) - y(k+1)]^2 | \mathfrak{F}_k\}, \quad (17)$$

tak její minimalizace pro uvažovaný případ vede na zákon řízení ve tvaru

$$u(k) = u_c(k) = \frac{\hat{b}(k)w(k+1)}{\hat{b}^2(k) + C(k)} = \frac{1}{1 + \frac{C(k)}{\hat{b}^2(k)}} u_{CE}(k). \quad (18)$$

Rovnice (18) má ve jmenovateli zajištěnou kladnou hodnotu v důsledku kvadrátu parametru  $b$ , a regulátor popsáný touto rovnicí dává menší akční zásah ve srovnání s CE regulátorem popsáným rovnicí (16). Regulátor s takovýmto charakterem akční veličiny se nazývá cautious regulátor a v dalším textu je odlišen indexem  $c$  [1].

### 2.3.2 Optimální excitace

Samotný cautious regulátor optimální řízení neposkytuje a problém duálního řízení neřeší. Druhou zmiňovanou významnou vlastností duálních adaptivních systému je vytrvalé excitování soustavy a pro nalezení optimálních excitací je třeba minimalizovat druhé zavedené kritérium

$$J_k^a = -E\{[y(k+1) - \hat{b}(k)u(k)]^2 | \mathfrak{F}_k\}. \quad (19)$$

Minimalizace této účelové funkce povede na neomezeně velké hodnoty akčního zásahu, proto je potřeba zavést určité omezení. Toto omezení je vhodné definovat v okolí hodnoty cautious řízení tak, aby se jednalo o kompromis mezi optimálními excitacemi a cautious řízením jako

$$\Omega(k) = [u_c(k) - \theta(k); u_c(k) + \theta(k)]. \quad (20)$$

Tato podmínka omezuje velikost excitací hodnotou parametru  $\theta(k) \geq 0$ . Pro kritérium neurčitosti odhadu parametru (19) bude obecný optimální regulátor popsán rovnicí

$$u(k) = u_c(k) + \text{sgn}\{u_c(k)\}\theta(k), \quad (21)$$

kteřou obdržíme substitucí rov. (7) do rov. (19), kdy dostaneme

$$J_k^a = -E\{[y(k+1) - \hat{b}(k)u(k)]^2 | \mathfrak{F}_k\} = -C(k)u^2(k) + \sigma_\xi^2. \quad (22)$$

Dosazením rovnic (19) a (20) do rov. (22) můžeme říct, že hledané optimum kritéria neurčitosti

$$u(k) = \arg \min_{u(k) \in \Omega_k} J_k^a \quad (23)$$

se nachází na hranici omezujícího intervalu (20) jako

$$u(k) = u_c(k) + \text{sgn}\{J_k^a[u_c(k) - \theta(k)] - J_k^a[u_c(k) + \theta(k)]\}\theta(k). \quad (24)$$

Velikost excitací se volí s ohledem na míru neurčitosti odhadovaného parametru, kterou vyjadřuje kovarianční matice  $C$

$$J_k^a = C(k+1) \quad (25)$$

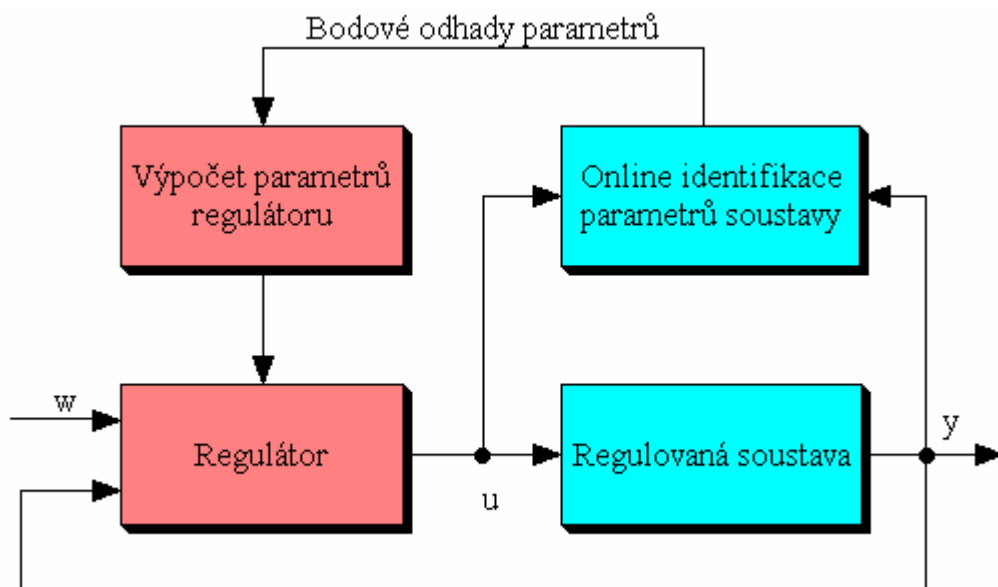
jako

$$\theta(k) = \eta C(k), \eta \geq 0, \quad (26)$$

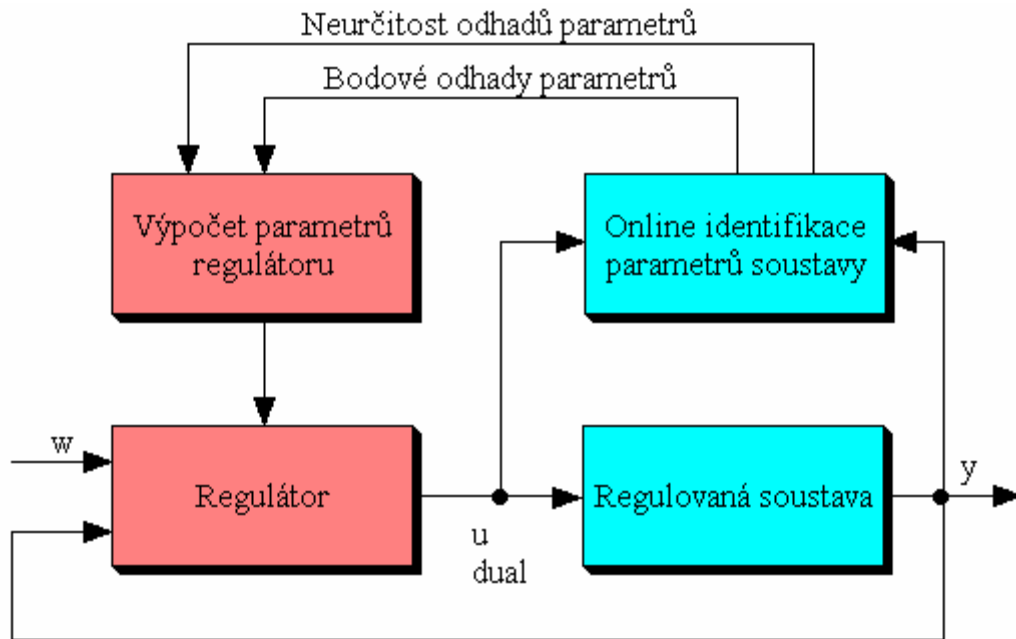
kde parametr (26) má jasnou fyzikální interpretaci, kterou je velikost přídavných excitací. Tento explicitní postup založený na kompromisní minimalizaci dvou účelových funkcí duálního řízení se nazývá bikriteriální syntéza či metoda [1].

### 2.3.3 Algoritmická struktura adaptivních duálních systémů

Srovnání vlastností duálních systémů řízení s konvenčními adaptivními lze vypořádat na Obr. 4 a Obr. 5. Je patrné, že hlavní rozdíl spočívá v přenosu odhadu parametrů. V případě duálního řízení vstupují do návrhu regulátoru nejen bodové odhady parametrů, ale i přesnost (správnost, neurčitost) těchto odhadů. Bereme-li v potaz i tuto neurčitost identifikovaných odhadů parametrů rekurzivně získávaných metodou nejmenších čtverců, jsme schopni vypočítat akční zásah regulátoru, který zajišťuje optimální buzení soustavy pro kvalitní identifikaci při zachování cautious řízení. Tento přístup může výrazně zlepšit kvalitu řízení v případě systémů, o kterých máme málo apriorních informací a které se vyznačují velkým stupněm neurčitosti.



Obr. 4. Schéma standardního adaptivního řídicího systému



Obr. 5. Schéma duálního adaptivního řídicího systému

## 2.4 Bikriteriální syntéza

### 2.4.1 Identifikační algoritmus

Pro identifikaci parametrů řízeného procesu je aplikována průběžná (rekurzivní) metoda nejmenších čtverců (RLS – Recursive Least Squares). V této podkapitole je uvedena její obecnější verze pro  $t$ -variantní systém, která se dá samozřejmě ve zjednodušené formě aplikovat i na  $t$ -invariantní systém.

Uvažujme diskrétní  $t$ -variantní SISO systém popsaný stochastickou diferenční rovnicí

$$y(k+1) = b_1(k)u(k) + \dots + b_{nb}(k)u(k-nb+1) - a_1(k)y(k) + \dots - a_{na}(k)y(k-na+1) + \xi(k), \quad (27)$$

kde  $y(k+1)$  je hodnota výstupní veličiny v  $k+1$  okamžiku vzorkování, tj. v čase  $t = kT_0$ , přičemž periodu vzorkování  $T_0$  považujeme za rovnu jedné.  $\xi(k)$  je stochastická porucha, náhodná, měření nepřipustná složka, bílý šum s nulovou střední hodnotou a rozptylem  $\sigma_\xi^2$ ;  $a_i(k)$  a  $b_j(k)$  pro  $i = 1, \dots, na$  a  $j = 1, \dots, nb$  jsou časově proměnné parametry soustavy. Rovnici můžeme zapsat v tzv. kompaktní vektorové formě

$$y(k+1) = \boldsymbol{\Theta}^T(k)\boldsymbol{\Phi}(k) + \xi(k), \quad (28)$$

kde

$$\boldsymbol{\Theta}(k) = [b_1(k), b_2(k), \dots, b_{nb}(k), a_1(k), a_2(k), \dots, a_{na}(k)]^T \quad (29)$$

je vektor parametrů vyšetřovaného ARX modelu a

$$\boldsymbol{\Phi}(k) = [u(k), u(k-1), \dots, u(k-nb+1), y(k), y(k-1), \dots, y(k-na+1)]^T \quad (30)$$

je vektor dat, tzv. regresní vektor (regresor). Uvažujeme dále model, kde se vykytuje stochastické kolísání parametrů, tzv. Wienerův drift popsáný jako

$$\boldsymbol{\Theta}(k+1) = \boldsymbol{\Theta}(k) + \varepsilon(k), \quad (31)$$

kde vektorová složka šumu  $\varepsilon(k)$  a skalár  $\xi(k)$  jsou vzájemně nezávislé. Kovarianční matici šumu  $\varepsilon(k)$  označíme  $\boldsymbol{Q}_\varepsilon(k)$ . Pro odhad vektoru parametrů  $\boldsymbol{\Theta}(k)$  je možné použít Kalmanův filtr

$$\hat{\boldsymbol{\Theta}}(k+1) = \hat{\boldsymbol{\Theta}}(k) + \boldsymbol{q}(k+1)e(k+1), \quad (32)$$

$$e(k+1) = y(k+1) - \hat{\boldsymbol{\Theta}}^T(k)\boldsymbol{\Phi}(k), \quad (33)$$

$$\boldsymbol{q}(k+1) = \boldsymbol{C}(k)\boldsymbol{\Phi}(k)[\boldsymbol{\Phi}^T(k)\boldsymbol{C}(k)\boldsymbol{\Phi}(k) + \sigma_\xi^2]^{-1}, \quad (34)$$

$$\boldsymbol{C}(k+1) = \boldsymbol{C}(k) - \boldsymbol{q}(k+1)\boldsymbol{\Phi}^T(k)\boldsymbol{C}(k) + \boldsymbol{Q}_\varepsilon(k), \quad (35)$$

kde

$$\hat{\boldsymbol{\Theta}}(k) = E\{\boldsymbol{\Theta}(k)|\mathfrak{S}_k\}, \quad (36)$$

$$\boldsymbol{C}(k) = E\{[\boldsymbol{\Theta} - \hat{\boldsymbol{\Theta}}(k)][\boldsymbol{\Theta} - \hat{\boldsymbol{\Theta}}(k)]^T|\mathfrak{S}_k\}, \quad (37)$$

pro množinu vzorků regulované veličiny a akčního zásahu dostupných v časovém okamžiku  $k$

$$\mathfrak{S}_k = \{y(0), \dots, y(k), u(0), \dots, u(k-1)\}, \quad \mathfrak{S}_0 = \{y(0)\}. \quad (38)$$

Předpokládá se, že počáteční hodnoty  $\hat{\boldsymbol{\Theta}}(0)$  a  $\boldsymbol{C}(0)$  jsou pro výše uvedené rovnice známé.

Zavedením pomocných matic

$$\bar{\boldsymbol{C}}(k) = \sigma_\xi^{-2}(k)\boldsymbol{C}(k) \quad (39)$$



$$\bar{\mathbf{Q}}_\varepsilon(k) = \sigma_\varepsilon^{-2}(k) \mathbf{Q}_\varepsilon(k) \quad (40)$$

a jejich dosazením do rovnic (34) a (35) obdržíme tyto ve tvaru

$$\mathbf{q}(k+1) = \bar{\mathbf{C}}(k) \boldsymbol{\Phi}(k) [\boldsymbol{\Phi}^T(k) \bar{\mathbf{C}}(k) \boldsymbol{\Phi}(k) + 1]^{-1}, \quad (41)$$

$$\bar{\mathbf{C}}(k+1) = \bar{\mathbf{C}}(k) - \mathbf{q}(k+1) \boldsymbol{\Phi}^T(k) \bar{\mathbf{C}}(k) + \bar{\mathbf{Q}}_\varepsilon(k). \quad (42)$$

Tento identifikační algoritmus je tedy zobecněním RLS, který se používá pro odhad parametrů  $t$ -variantních procesů. RLS pro  $t$ -invariantní model je předepsána pouze rovnicemi (32) až (35) pro  $\bar{\mathbf{Q}}_\varepsilon(k) \equiv 0$ . Algoritmus RLS se zapomínáním obdržíme zavedením koeficientu zapomínání  $0 < \alpha \leq 1$  tak, že rov. (42) bude ve tvaru

$$\bar{\mathbf{C}}(k+1) = \frac{1}{\alpha} [\bar{\mathbf{C}}(k) - \mathbf{q}(k+1) \boldsymbol{\Phi}^T(k) \bar{\mathbf{C}}(k)] \quad (43)$$

a matice (40) ve tvaru

$$\bar{\mathbf{Q}}_\varepsilon(k) = \frac{1-\alpha}{\alpha} [\bar{\mathbf{C}}(k) - \mathbf{q}(k+1) \boldsymbol{\Phi}^T(k) \bar{\mathbf{C}}(k)]. \quad (44)$$

Další možností je modifikace konstantní stopou matice

$$\text{tr}[\bar{\mathbf{C}}(k+1)] = \text{tr}[\bar{\mathbf{C}}(k)]. \quad (45)$$

zavedením matice (40) v rov. (42) ve tvaru

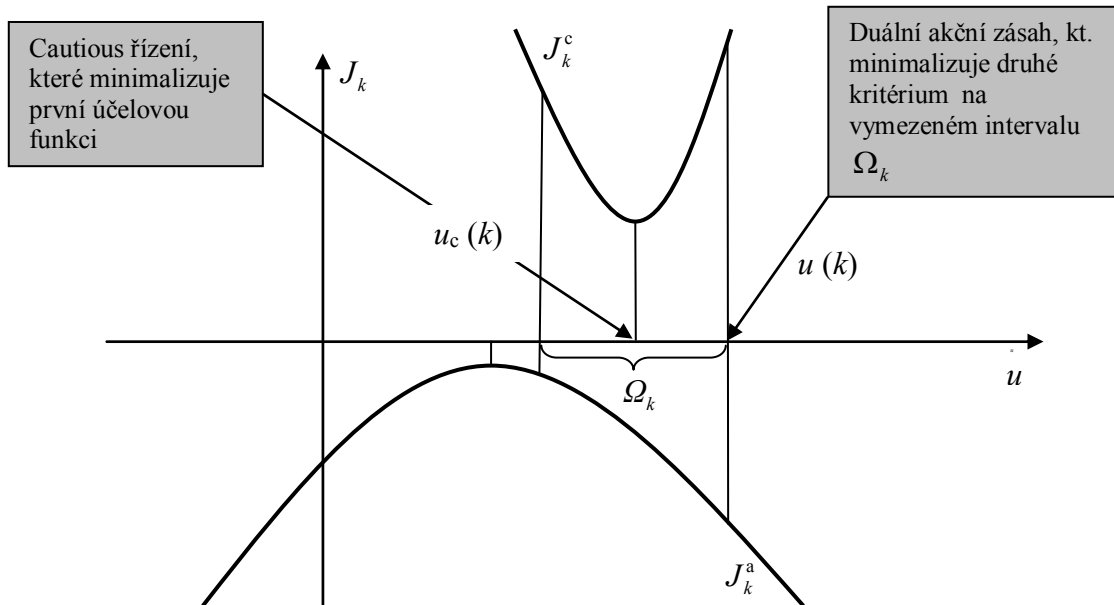
$$\bar{\mathbf{Q}}_\varepsilon(k) = \frac{\text{tr}[\mathbf{q}(k+1) \boldsymbol{\Phi}^T(k) \bar{\mathbf{C}}(k)]}{\text{tr}[\bar{\mathbf{C}}(k) - \mathbf{q}(k+1) \boldsymbol{\Phi}^T(k) \bar{\mathbf{C}}(k)]} [\bar{\mathbf{C}}(k) - \mathbf{q}(k+1) \boldsymbol{\Phi}^T(k) \bar{\mathbf{C}}(k)]. \quad (46)$$

RLS se zapomínáním nebo konstantní stopou (kovarianční) matice poskytuje optimální odhady u soustav zatížených Wienerovým kolísáním parametrů. Jelikož se takto modifikovaný algoritmus RLS osvědčil při jeho aplikaci na četné praktické úlohy, dá se říci, že modelovat drift parametrů jako Wienerův proces je správnou domněnkou v případech, kdy je to uskutečnitelné [1].

#### 2.4.2 Účelové funkce duálního řízení

Jak bylo zmíněno, bikriteriální syntéza je založena na minimalizaci dvou účelových funkcí, které odpovídají dvěma cílům duálního řízení. Výsledkem minimalizace kritéria  $J_k^c$  (control losses) je hodnota cautious řízení  $u_c(k)$ . Druhá účelová funkce, kritérium neurčitosti

odhadovaných parametrů  $J_k^a$  (uncertainty performance index), je minimalizována na vymezeném intervalu  $\Omega_k$  symetricky rozloženém kolem hodnoty cautious řízení  $u_c(k)$ . Výsledkem této optimalizace je hodnota akčního zásahu duálního řízení  $u(k)$ , která je kompromisem minimalizace těchto dvou účelových funkcí. Velikost budicí složky akčního zásahu je dána velikostí intervalu  $\Omega_k$ .



Obr. 6. Minimalizace účelových funkcí duálního řízení

Ukazatel chování popsaný první ztrátovou funkcí má řídicí funkci, a to minimalizovat regulační odchylku, zatímco druhý má za úkol zrychlit proces odhadu parametrů. Duální regulátor obdržíme bikriteriální optimalizací pro konstantní hodnotu  $\Omega_k$ :

$$u(k) = \arg \min_{u(k) \in \Omega_k} J_k^a, \quad (47)$$

$$\Omega_k = [u_c(k) - \theta(k), u_c(k) + \theta(k)], \quad (48)$$

$$\theta(k) = \eta \text{tr}\{C(k)\}, \quad \eta \geq 0, \quad (49)$$

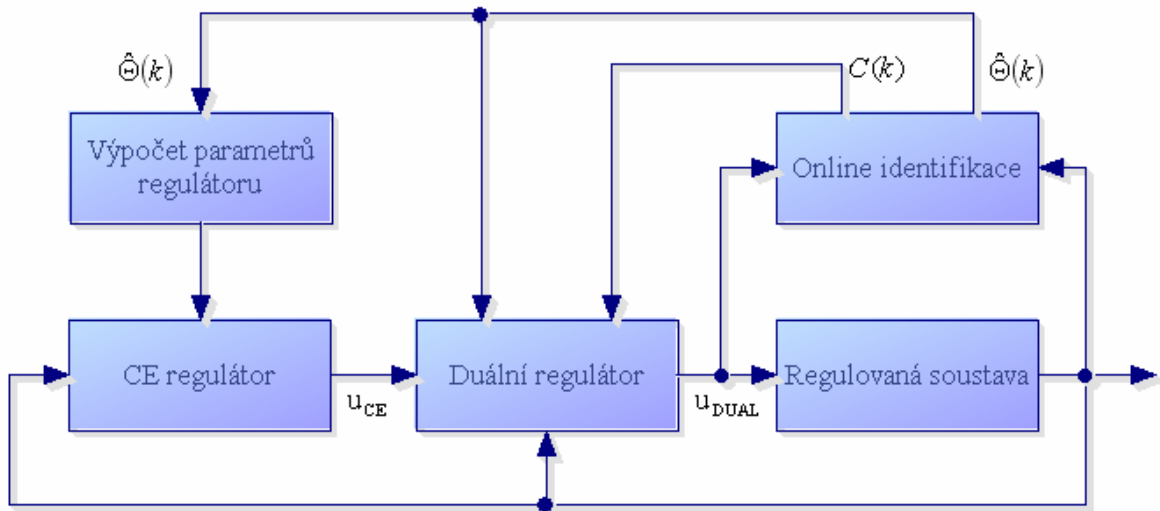
$$u_c(k) = \arg \min_{u(k)} J_k^c, \quad (50)$$

kde hodnotu  $u_c(k)$  získáme minimalizací první účelové funkce. Omezení  $\Omega_k$  definuje hodnotu budicího signálu pro každý časový okamžik  $k$  a je symetricky umístěno kolem

optimálního řešení. Amplituda buzení závisí na hodnotě parametru  $\eta$  a na stopě kovarianční matice  $C(k)$  [1].

### 2.4.3 Duální modifikace explicitních regulátorů

V případě explicitního přístupu můžeme syntézu duálního regulátoru provést nezávisle na struktuře CE regulátoru a takto navržený duální regulátor použijeme v URO společně s libovolným explicitním CE regulátorem. Plní tak funkci přidavného zařízení, které modifikuje akční zásah CE regulátoru na akční zásah duálního charakteru. Touto modifikací můžeme zlepšit chování CE regulátorů založených na různých přístupech (pole placement, LQ). Struktura takového duálně modifikovaného systému řízení je znázorněna na Obr. 7.



Obr. 7. Struktura duálně modifikovaného adaptivního řídicího systému

Uvažujme diskrétní SISO systém popsany rovnicí

$$\begin{aligned} y(k+1) &= b_1 u(k) + \dots + b_{nb} u(k-nb+1) - a_1 y(k) - \dots - a_{na} y(k-na+1) + \xi(k) = \\ &= b_1 u(k) + \boldsymbol{\Theta}_0^T \boldsymbol{\Phi}_0(k) + \xi(k) = \boldsymbol{\Theta}^T \boldsymbol{\Phi}(k) + \xi(k), \end{aligned} \quad (51)$$

kde

$$\boldsymbol{\Theta}^T = [b_1, \dots, b_{nb}, a_1, \dots, a_{na}] = [b_1 : \boldsymbol{\Theta}_0^T] \quad (52)$$

je vektor parametrů vyšetřovaného ARX modelu a

$$\boldsymbol{\Phi}^T(k) = [u(k), \dots, u(k-n+1), y(k), \dots, y(k-n+1)] = [u(k) : \boldsymbol{\Phi}_0^T(k)] \quad (53)$$

je regresor. Náhodný šum  $\xi(k)$  má rozptyl  $\sigma_\xi^2$ .

Je použit identifikační algoritmus RLS popsany výše. Vektor odhadu parametrů se aktualizuje podle vztahu

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(k+1) = \hat{\boldsymbol{\theta}}(k) + \frac{\mathbf{C}(k)\boldsymbol{\Phi}(k)}{\boldsymbol{\Phi}^T(k)\mathbf{C}(k)\boldsymbol{\Phi}(k) + \sigma_\xi^2} \hat{e}(k+1), \quad (54)$$

kde

$$\hat{e}(k+1) = y(k+1) - \hat{\boldsymbol{\theta}}^T(k)\boldsymbol{\Phi}(k) \quad (55)$$

je chyba predikce. Čtvercová kovarianční matice

$$\mathbf{C}(k) = E\left\{[\boldsymbol{\theta} - \hat{\boldsymbol{\theta}}(k)][\boldsymbol{\theta} - \hat{\boldsymbol{\theta}}(k)]^T | \mathfrak{S}_k\right\} = \begin{bmatrix} c_{11}(k) & \dots & c_{1n}(k) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1}(k) & \dots & c_{nn}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{b_1}(k) & \mathbf{c}_{b_1\boldsymbol{\theta}_0}^T(k) \\ \mathbf{c}_{b_1\boldsymbol{\theta}_0}(k) & \mathbf{C}_{\boldsymbol{\theta}_0}(k) \end{bmatrix} \quad (56)$$

je aktualizována podle vztahu

$$\mathbf{C}(k+1) = \mathbf{C}(k) - \frac{\mathbf{C}(k)\boldsymbol{\Phi}(k)\boldsymbol{\Phi}^T(k)\mathbf{C}(k)}{\boldsymbol{\Phi}^T(k)\mathbf{C}(k)\boldsymbol{\Phi}(k) + \sigma_\xi^2}. \quad (57)$$

Nominální hodnota výstupu při řízení CE regulátorem je

$$\hat{y}(k+1) = \hat{b}_1(k)u_{\text{CE}}(k) + \hat{\boldsymbol{\theta}}_0^T(k)\boldsymbol{\Phi}_0(k). \quad (58)$$

Kritéria duálního řízení jsou dvě účelové funkce

$$J_k^c = E\left\{[\hat{y}(k+1) - y(k+1)]^2 | \mathfrak{S}_k\right\}, \quad (59)$$

$$J_k^a = -E\left\{[y(k+1) - \hat{\boldsymbol{\theta}}^T(k)\boldsymbol{\Phi}(k)]^2 | \mathfrak{S}_k\right\}. \quad (60)$$

Dosazením rovnic (51) a (58) do rov. (59) a nahrazením neznámých parametrů soustavy jejich odhady obdržíme první kritérium ve tvaru

$$J_k^c = \boldsymbol{\Phi}_0^T(k)\mathbf{C}_{\boldsymbol{\theta}_0}(k)\boldsymbol{\Phi}_0(k) + \hat{b}_1^2(k)u_{\text{CE}}^2(k) + [\hat{b}_1^2(k) + c_{b_1}(k)]u^2(k) - 2\hat{b}_1^2(k)u_{\text{CE}}(k)u(k) - 2\mathbf{c}_{b_1\boldsymbol{\theta}_0}^T(k)\boldsymbol{\Phi}_0(k)u(k) + \sigma_\xi^2. \quad (61)$$

Minimalizací kritéria (61) dostaneme hodnotu cautious řízení

$$u_c(k) = \frac{\hat{b}_1^2(k)u_{\text{CE}}(k) - \mathbf{c}_{b_1\boldsymbol{\theta}_0}^T(k)\boldsymbol{\Phi}_0(k)}{\hat{b}_1^2(k) + c_{b_1}(k)}. \quad (62)$$

Dosazením rov. (51) do rov. (60) obdržíme druhé kritérium ve tvaru

$$\begin{aligned}
J_k^a(u(k)) &= -E \left\{ \left[ \boldsymbol{\Theta}(k) - \hat{\boldsymbol{\Theta}}(k) \right]^T \boldsymbol{\Phi}(k) + \xi(k) \right\}^2 | \mathfrak{F}_k \Big\} = \\
&= -E \left\{ (b_1(k) - \hat{b}_1(k))u(k) + (\boldsymbol{\Theta}_0(k) - \hat{\boldsymbol{\Theta}}_0(k))^T \boldsymbol{\Phi}_0(k) \right\}^2 | \mathfrak{F}_k \Big\} + \bar{d}_2(k) = \\
&= -c_{b_1}(k)u^2(k) - 2\mathbf{c}_{b_1\boldsymbol{\theta}_0}^T(k)\boldsymbol{\Phi}_0(k)u(k) + \bar{d}_3(k),
\end{aligned} \tag{63}$$

kde  $\bar{d}_2(k)$  a  $\bar{d}_3(k)$  neobsahují  $u(k)$ . Úpravou rov. (63)

$$J_k^a[u_c(k) - \theta(k)] - J_k^a[u_c(k) + \theta(k)] = 4c_{b_1}(k)u_c(k)\theta(k) + 4\mathbf{c}_{b_1\boldsymbol{\theta}_0}^T(k)\boldsymbol{\Phi}_0(k)\theta(k) \tag{64}$$

a následnou substitucí do rovnice

$$u(k) = u_c(k) + \theta(k) \operatorname{sgn} \left\{ J_k^a[u_c(k) - \theta(k)] - J_k^a[u_c(k) + \theta(k)] \right\}, \tag{65}$$

kteřá je minimem rov. (47) dostáváme zobecněný zákon duálního řízení [1]

$$u(k) = u_c(k) + \theta(k) \operatorname{sgn} \left\{ c_{b_1}(k)u_c(k) + \mathbf{c}_{b_1\boldsymbol{\theta}_0}^T(k)\boldsymbol{\Phi}_0(k) \right\}. \tag{66}$$

#### 2.4.4 Shrnutí

Vhodným zavedením účelových funkcí duálního řízení jsme schopni modifikovat akční zásah prakticky libovolného explicitního adaptivního CE regulátoru pro řízení SISO popsaného ARX modelem na akční zásah duálního charakteru. Takový duální regulátor je popsán rovnicemi (67), (68) a (69). Výhodou této modifikace z hlediska praktického užití je to, že zásadně nevzrůstá složitost původního algoritmu, přičemž jediným novým vstupním parametrem regulátoru je  $\eta$  s jasnou fyzikální interpretací, kterou je velikost přidavných excitací. Velikost tohoto parametru se volí s ohledem na požadavky adaptivního řízení. Příkladáme-li větší váhu pomalejšímu náběhu přechodového děje (cautious řízení) volíme parametr menší než v případě, kdy požadujeme vytrvalé buzení excitacemi s velkou amplitudou.

$$u_c(k) = \frac{\hat{b}_1^2(k)u_{CE}(k) - \mathbf{c}_{b_1\boldsymbol{\theta}_0}^T(k)\boldsymbol{\Phi}_0(k)}{\hat{b}_1^2(k) + c_{b_1}(k)} \tag{67}$$

$$u(k) = u_c(k) + \theta(k) \operatorname{sgn} \left\{ c_{b_1}(k)u_c(k) + \mathbf{c}_{b_1\boldsymbol{\theta}_0}^T(k)\boldsymbol{\Phi}_0(k) \right\} \tag{68}$$

$$\theta(k) = \eta \operatorname{tr} \{ \mathbf{C}(k) \}, \quad \eta \geq 0 \tag{69}$$

### 3 VYBRANÉ ALGORITMY ALGEBRAICKÉHO ŘÍZENÍ

Algebraická teorie řízení vychází z matematického aparátu lineární algebry, kdy jednotlivé signály a přenosy přítomné v regulačním obvodu jsou popsány pomocí polynomů. Syntéza regulátorů potom spočívá v řešení lineárních polynomiálních diofantických rovnic. Obecný tvar diofantické rovnice je

$$AX + BY = C. \quad (70)$$

Rovnice (70) má řešení, pokud největší společný dělitel polynomů  $A$  a  $B$  současně dělí i polynom  $C$ , přičemž řešení je nekonečně mnoho. Pokud  $X_0$  a  $Y_0$  jsou partikulární řešení (70), potom obecné řešení je každá dvojice

$$X = X_0 + BT, \quad (71)$$

$$Y = Y_0 + BT, \quad (72)$$

kde  $T$  je libovolný polynom. Diofantické rovnice lze řešit metodou neurčitých koeficientů, která spočívá v porovnání koeficientů polynomů u stejných mocnin operátoru  $z$ . Jedná se o postup, kdy je řešení diofantické rovnice převedeno na řešení soustavy obyčejných lineárních algebraických rovnic [2].

#### 3.1 Obecný algoritmus adaptivního regulátoru založeného na metodě přiřazení pólů

Návrh regulátoru PP (Pole Placement) vychází z obecného blokového schématu uzavřeného regulačního obvodu s dvěma stupni volnosti (2 DOF). Diskrétní model regulované soustavy ARMAX má pro nulovou poruchovou veličinu tvar

$$A(z^{-1})y(k) = z^{-d}B(z^{-1})u(k) + C(z^{-1})e_s(k), \quad (73)$$

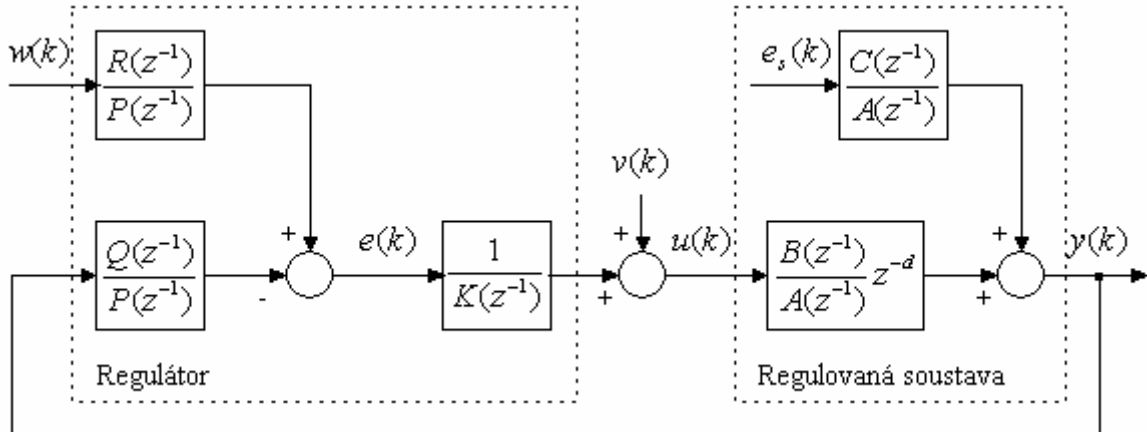
kde příslušné polynomy jsou ve tvaru

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1z^{-1} + \dots + a_{na}z^{-na}, \quad (74)$$

$$B(z^{-1}) = b_1z^{-1} + \dots + b_{nb}z^{-nb}, \quad (75)$$

$$C(z^{-1}) = 1 + c_1z^{-1} + \dots + c_{nc}z^{-nc}. \quad (76)$$

$d$  je počet kroků dopravního zpoždění vyjádřený celým násobkem periody vzorkování  $T_0$  a  $e_s(k)$  jsou pořadnice nekorelovaného šumu s nulovou střední hodnotou.



Obr. 8. Blokové schéma regulačního obvodu s 2 DOF regulátorem

Jednodušší variantu modelu (73) obdržíme pro  $C(z^{-1})=1$  (ARX model), pro  $d=0$  (soustava nemá DZ) a pro rovné stupně polynomů  $na = nb$ . Dalším předpokladem je, že vstupní a výstupní veličina je v odchylkovém tvaru, a že soustava má nulové počáteční podmínky  $y(0) = 0$ . Pro nulovou poruchu  $v(k) = 0$  a  $e_s(k) = 0$  má rovnice regulátoru tvar

$$P(z^{-1})K(z^{-1})u(k) = R(z^{-1})w(k) - Q(z^{-1})y(k). \quad (77)$$

Rovnici je dále možno zjednodušit, pokud zvolíme polynom integrátoru  $K(z^{-1}) = 1$ , integrátor tedy neuvažujeme. Rovnice (73) a (77) popisující soustavu a regulátor budou po  $z$  transformaci ve tvaru

$$Y(z^{-1}) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})}U(z^{-1}), \quad (78)$$

$$U(z^{-1}) = \frac{R(z^{-1})}{P(z^{-1})}W(z^{-1}) - \frac{Q(z^{-1})}{P(z^{-1})}Y(z^{-1}). \quad (79)$$

Dosazením rov. (79) do rov. (78) a úpravě dostaneme obraz výstupu ve tvaru

$$Y(z^{-1}) = \frac{B(z^{-1})R(z^{-1})}{A(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})Q(z^{-1})}W(z^{-1}) \quad (80)$$

a vyloučením  $Y(z^{-1})$  z rov. (79) obraz vstupního signálu

$$U(z^{-1}) = \frac{A(z^{-1})R(z^{-1})}{A(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})Q(z^{-1})} W(z^{-1}). \quad (81)$$

Polynom regulační odchylky  $e(k) = w(k) - y(k)$  bude po dosazení z rov. (80)

$$E(z^{-1}) = W(z^{-1}) - Y(z^{-1}) = \left[ 1 - \frac{B(z^{-1})R(z^{-1})}{A(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})Q(z^{-1})} \right] W(z^{-1}). \quad (82)$$

Rovnici regulátoru lze také odvodit pro nenulovou poruchu  $v(k)$  a nulovou řídicí veličinu  $w(k)$  jako

$$P(z^{-1})K(z^{-1})u(k) = P(z^{-1})K(z^{-1})v(k) - Q(z^{-1})y(k). \quad (83)$$

Z rovnic (73) a (77) lze určit přenos řízení

$$G_w(z) = \frac{Y(z)}{W(z)} = \frac{B(z^{-1})R(z^{-1})}{A(z^{-1})K(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})Q(z^{-1})} \quad (84)$$

a podobně z rovnic (73) a (78) přenos poruchy

$$G_v(z) = \frac{Y(z)}{V(z)} = \frac{B(z^{-1})K(z^{-1})P(z^{-1})}{A(z^{-1})K(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})Q(z^{-1})}. \quad (85)$$

Při odvození rovnic pro výpočet neznámých parametrů regulátoru je třeba řešit charakteristickou diofantickou rovnicí URO

$$A(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})Q(z^{-1}) = D(z^{-1}), \quad (86)$$

v případě, že se zavádí integrátor

$$A(z^{-1})K(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})Q(z^{-1}) = D(z^{-1}), \quad (87)$$

kde volbou pólů charakteristického polynomu  $D(z^{-1})$  zvoleného stupně jsme schopni dosáhnout požadovaného průběhu regulačního pochodu. Je-li splněna podmínka pro stupně polynomů

$$\partial D(z^{-1}) \leq \partial A(z^{-1}) + \partial B(z^{-1}) + \partial K(z^{-1}) - 1, \quad (88)$$

potom jsou vztahy pro určení minimálního stupně polynomů  $P(z^{-1})$  a  $Q(z^{-1})$  zpětnovažební části regulátoru

$$\partial Q(z^{-1}) = \partial A(z^{-1}) + \partial K(z^{-1}) - 1 = \partial A(z^{-1}), \quad (89)$$



$$\partial P(z^{-1}) = \partial B(z^{-1}) - 1, \quad (90)$$

přičemž uvažujeme integrační charakter regulátoru zavedením polynomu  $K(z^{-1})$  ve tvaru

$$K(z^{-1}) = 1 - z^{-1}. \quad (91)$$

Není-li podmínka (88) splněna, nelze jednoznačně určit stupně polynomů  $P(z^{-1})$  a  $Q(z^{-1})$ . Pro charakteristickou rovnici (86) je počet neznámých parametrů roven  $\partial P(z^{-1}) + \partial Q(z^{-1}) + 2$ , protože polynom  $n$ -tého stupně má  $n+1$  parametrů. Počet rovnic získaných porovnáním členů u stejných mocnin je buď  $\partial A(z^{-1}) + \partial P(z^{-1}) + 1$ , anebo  $\partial B(z^{-1}) + \partial Q(z^{-1}) + 1$ , přičemž se vybere větší hodnota z těchto dvou možností. Potom platí jedna z rovnic

$$\partial P(z^{-1}) + \partial Q(z^{-1}) + 2 = \partial A(z^{-1}) + \partial P(z^{-1}) + 1, \quad (92)$$

$$\partial P(z^{-1}) + \partial Q(z^{-1}) + 2 = \partial B(z^{-1}) + \partial Q(z^{-1}) + 1. \quad (93)$$

Platí-li první varianta, z rovnice (92) vyplývá

$$\partial Q(z^{-1}) = \partial A(z^{-1}) - 1 \quad (94)$$

a z podmínky, že první člen na levé straně rovnice (86) má vyšší stupeň než druhý, platí pro stupeň polynomu  $P(z^{-1})$

$$\partial P(z^{-1}) = \partial D(z^{-1}) - \partial A(z^{-1}). \quad (95)$$

V případě platnosti druhé varianty se z rov. (93) určí stupeň polynomu

$$\partial P(z^{-1}) = \partial B(z^{-1}) - 1 \quad (96)$$

a z rov. (92) stupeň polynomu  $Q(z^{-1})$

$$\partial Q(z^{-1}) = \partial D(z^{-1}) - \partial B(z^{-1}). \quad (97)$$

U regulátoru s polynomem  $K(z^{-1})$  existuje jediné řešení podle rovnic (96) a (97).

Parametry polynomů  $P(z^{-1})$  a  $Q(z^{-1})$  jsou shodné pro regulátory v konfiguraci systému řízení jak s jedním, tak se dvěma stupni volnosti. Pro 2 DOF regulátor je třeba odvodit také jeho přímovazební část, tzn. vztah pro výpočet koeficientů polynomu  $R(z^{-1})$ .

Do rovnice (82) pro výpočet regulační odchylky dosadíme za řídicí veličinu, tedy posloupnost  $W(z^{-1})$  podíl polynomů  $N_w(z^{-1})/D_w(z^{-1})$  a jmenovatel nahradíme polynomem  $D(z^{-1})$  podle rovnice (86) nebo (87)

$$E(z^{-1}) = W(z^{-1}) - Y(z^{-1}) = \left[ \frac{D(z^{-1}) - B(z^{-1})R(z^{-1})}{D(z^{-1})} \right] \frac{N_w(z^{-1})}{D_w(z^{-1})}. \quad (98)$$

Výraz (98) se zjednoduší, jestliže polynom  $D_w(z^{-1})$  dělí čitatele zlomku ve hranatých závorkách. Označíme-li tento podíl jako nově zavedený polynom  $S(z^{-1})$ , získáme druhou podmínkovou rovnici ve tvaru

$$D_w(z^{-1})S(z^{-1}) + B(z^{-1})R(z^{-1}) = D(z^{-1}). \quad (99)$$

Uvažujeme-li skokové změny řídicí veličiny, což je nejčastější případ, je polynom  $D_w(z^{-1}) = 1 - z^{-1}$  a řešení rov. (99) získáme dosazením  $z = 1$  jako

$$r_0 = \frac{D(1)}{B(1)} = \frac{1 + d_1 + \dots + d_m}{b_1 + \dots + b_n}. \quad (100)$$

Je-li do návrhu regulátoru zařazen i polynom  $K(z^{-1})$ , je možné koeficient  $r_0$  vypočítat také ze vztahu

$$r_0 = Q(1) = q_0 + q_1 + q_2. \quad (101)$$

### 3.1.1 Regulátor odvozený pro soustavu 2. řádu bez DZ

Regulátor pro soustavu 2. řádu bez DZ popsanou přenosem

$$G(z^{-1}) = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} \quad (102)$$

je odvozen z rov. (87), která bude pro čtyři zvolené póly  $d_i$  ve tvaru

$$(1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2})(1 - z^{-1})(p_0 + p_1 z^{-1}) + (b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2})(q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}) = 1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2} + d_3 z^{-3} + d_4 z^{-4}. \quad (103)$$

Metodou srovnání koeficientů obdržíme soustavu čtyř lineárních rovnic ( $p_0 = 1$ )

$$\begin{bmatrix} b_1 & 0 & 0 & 1 \\ b_2 & b_1 & 0 & a_1 - 1 \\ 0 & b_2 & b_1 & a_1 - a_1 \\ 0 & 0 & b_2 & -a_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ p_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 + 1 - a_1 \\ d_2 + a_1 - a_2 \\ d_3 + a_2 \\ d_1 \end{bmatrix} \quad (104)$$

s řešením hledaných koeficientů regulátoru

$$p_1 = \frac{r_6}{r_1}, \quad (105)$$

$$q_0 = \frac{r_2 - r_3}{r_1}, \quad (106)$$

$$q_1 = \frac{r_4 + r_5}{r_1}, \quad (107)$$

$$q_2 = \frac{d_4 + p_1 a_2}{b_2}. \quad (108)$$

pro pomocné proměnné uvedené v Tab. 2.

Tab. 2. Vztahy pro výpočet pomocných proměnných pro výpočet parametrů regulátoru

$x_1 = d_1 + 1 - a_1$	$x_2 = d_2 + a_1 - a_2$	$x_3 = d_3 + a_2$	$x_4 = d_4$
$r_1 = (b_1 + b_2)(a_1 b_1 b_2 - a_2 b_1^2 - b_2^2)$		$r_2 = x_1(b_1 + b_2)(a_1 b_2 - a_2 b_1)$	
$r_3 = b_1^2 x_4 - b_2 [b_1 x_3 - b_2(x_1 + x_2)]$		$r_4 = a_1 [b_1^2 x_4 + b_2^2 x_1 - b_1 b_2(x_2 + x_3)]$	
$r_5 = (b_1 + b_2)[a_2(b_1 x_2 - b_2 x_1) - b_1 x_4 + b_2 x_3]$		$r_6 = a_1(b_1^2 x_4 - b_1 b_2 x_3 + b_2^2 x_2) - b_2^3 x_1$	

Vypočítané parametry se dosadí do rovnice 2 DOF regulátoru odvozené z rov. (77)

$$u(k) = r_0 w(k) + q_0 y(k) + q_1 y(k-1) + q_2 y(k-2) + (1-p_1)u(k-1) + p_1 u(k-2), \quad (109)$$

kde parametr  $r_0$  se vypočítá ze vztahu

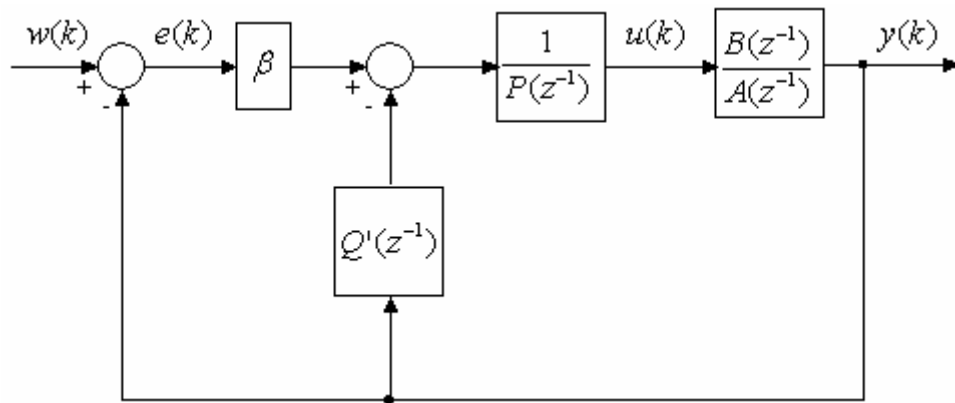
$$r_0 = \frac{1 + d_1 + d_2 + d_3 + d_4}{b_1 + b_2}. \quad (110)$$

Je-li volený polynom  $D(z^{-1})$  nižšího stupně, stačí vzhledem k obecnému odvození algoritmu jednoduše dosadit nulové hodnoty za ty koeficienty polynomu (póly), které nejsou

použity. V případě, kdy jsou všechny koeficienty nulové umístíme póly URO do nuly, a jedná se o tzv. silnou metodu konečného počtu kroků („dead-beat“ regulace).

### 3.2 Regulátor PID-B

Návrh PSD regulátoru metodou umístění pólů URO může vycházet z různých blokových struktur. Zde se jedná o strukturu regulačního obvodu nazvanou PID – B navrženou Ortogou a Kellym, která se dá v určitém smyslu považovat za méně obecnou konfiguraci 2 DOF.



Obr. 9. Blokové schéma regulačního obvodu s regulátorem PID-B

Rovnice regulátoru je ve tvaru

$$U(z) = [\beta E(z) - Q'(z^{-1})Y(z)] \frac{1}{P(z^{-1})}, \quad (111)$$

kde polynomy regulátoru  $Q'(z^{-1})$  a  $P(z^{-1})$  jsou

$$P(z^{-1}) = (1 - z^{-1})(1 + \gamma z^{-1}), \quad (112)$$

$$Q'(z^{-1}) = (1 - z^{-1})(\bar{q}_0 - \bar{q}_2 z^{-1}). \quad (113)$$

Dosazením těchto polynomů do rovnice (111) a zpětnou transformací získáme parametrickou rovnici regulátoru

$$u(k) = -[(\bar{q}_0 + \beta)y(k) - (\bar{q}_0 + \bar{q}_2)y(k-1) + \bar{q}_2 y(k-2)] - (\gamma - 1)u(k-1) + \gamma u(k-2) + \beta w(k). \quad (114)$$

Přenos řízení URO je

$$G_w(z) = \frac{Y(z)}{W(z)} = \frac{\beta B(z^{-1})}{A(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})[Q'(z^{-1}) + \beta]}, \quad (115)$$

kde jmenovatel přenosu definuje podmínkovou diofantickou rovnici

$$A(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})[Q'(z^{-1}) + \beta] = D(z^{-1}). \quad (116)$$

Rovnice (116) v případě polynomů regulované soustavy (102) definuje soustavu čtyř lineárních algebraických rovnic se čtyřmi hledanými parametry regulátoru

$$\begin{bmatrix} b_1 & 0 & b_1 & 1 \\ b_2 - b_1 & -b_1 & b_2 & a_1 - 1 \\ b_2 & b_2 - b_1 & 0 & a_1 - a_2 \\ 0 & b_2 & 0 & -a_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{q}_0 \\ \bar{q}_2 \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}, \quad (117)$$

Regulátor označený jako PID – B1 je odvozen na základě skutečnosti, že požadovaného chování přechodového děje dosáhneme volbou vlastní kruhové frekvence  $\omega_n$  a poměrného tlumení  $\xi$  v charakteristické rovnici (jmenovateli) spojité soustavy druhého řádu

$$s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2 = 0. \quad (118)$$

Polynom  $D(z^{-1})$  je potom zvolen jako

$$D(z^{-1}) = 1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2} \quad (119)$$

a pro uvažovanou periodu vzorkování  $T_0$  jsou vztahy pro výpočet koeficientů

$$d_1 = -2 \exp(-\xi\omega_n T_0) \cos(\omega_n T_0 \sqrt{1 - \xi^2}) \quad \text{pro } \xi \leq 1, \quad (120)$$

$$d_1 = -2 \exp(-\xi\omega_n T_0) \cosh(\omega_n T_0 \sqrt{1 - \xi^2}) \quad \text{pro } \xi > 1, \quad (121)$$

$$d_2 = \exp(-2\xi\omega_n T_0). \quad (122)$$

Aby měl polynom (118) stabilní póly, musí pro tlumení a frekvenci platit  $\xi > 0$  a  $\omega_n > 0$ . Kmitavost či aperiodicitu přechodového děje zajistíme volbou koeficientu poměrného tlumení. Rychlost přechodového děje měníme volbou vlastní kruhové frekvence s ohledem na doporučení

$$0.45 \leq \omega_n T_0 \leq 0.9. \quad (123)$$

Za nevýhodu se dá považovat to, že charakteristický polynom přenosu (115) je v podstatě aproximován polynomem stupně druhého [2].

## **II. PRAKTICKÁ ČÁST**

## 4 SIMULAČNÍ OVĚŘENÍ

Algoritmus duálního řízení byl simulačně ověřen v prostředí MATLAB/Simulink. Pro simulační ověření bikriteriálního řízení byl použit výše uvedený PP 2 DOF regulátor, který se z hlediska nasazení v reálných aplikacích jeví jako výhodný. Algoritmy regulátoru byly v Simulinku implementovány pomocí S-funkcí. V identifikační části obvodu je použita metoda RLS popsaná v kap. 2.4.1, která je rovněž naprogramovaná pomocí S-funkce. Modely soustav jsou simulovány ve spojitě formě metodou Runge-Kutta pro zvolenou periodu vzorkování. Simulinkové schéma je navrženo tak, aby bylo patrné srovnání duálního řízení se standardním CE řízením při shodných počátečních podmínkách pro identifikaci (počáteční odhady a kovarianční matice) a stavitelných parametrů regulátoru, v tomto případě volbě pólů regulačního obvodu. Simulace byly provedeny pro tři modely soustav druhého řádu (označení S1, S2, S3) a jednu soustavu řádu třetího (označení S4).

### 4.1 Ověřování modelu S1

Jedná se o kmitavou soustavu druhého řádu – proporcionalní člen se setrvačností 2. řádu se spojitým přenosem

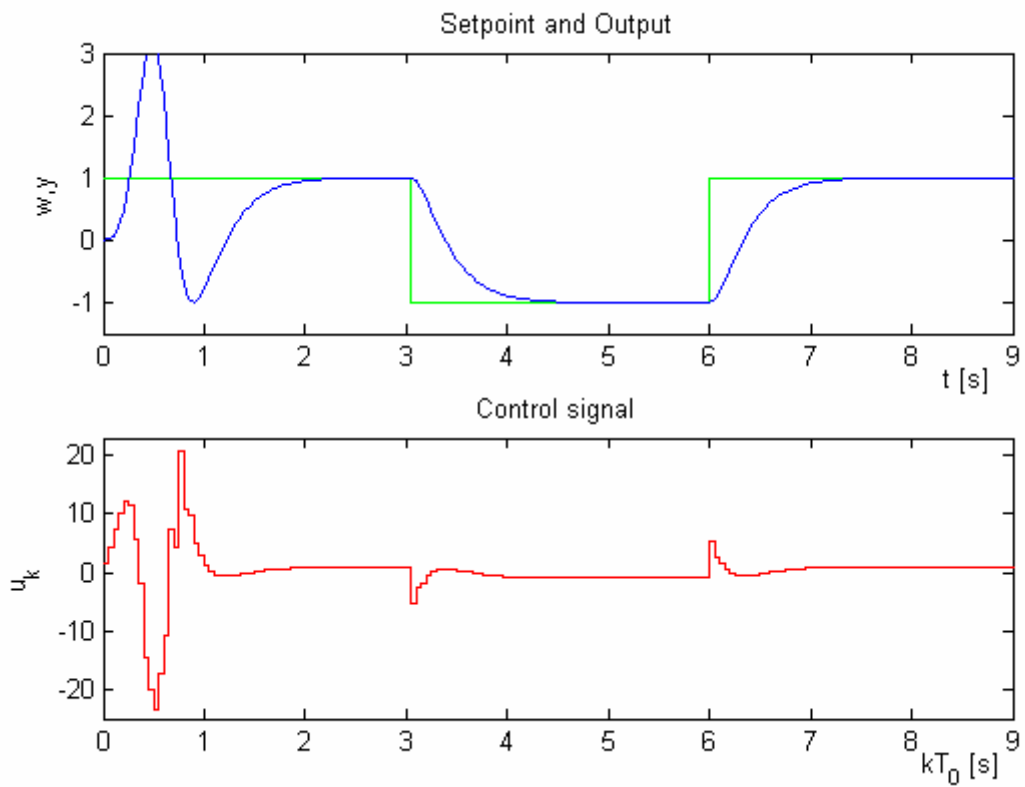
$$G_1(s) = \frac{1}{0.16s^2 + 0.16s + 1} \quad (124)$$

a odpovídajícím diskrétním přenosem pro zvolenou periodu vzorkování  $T_0 = 0,05$  s

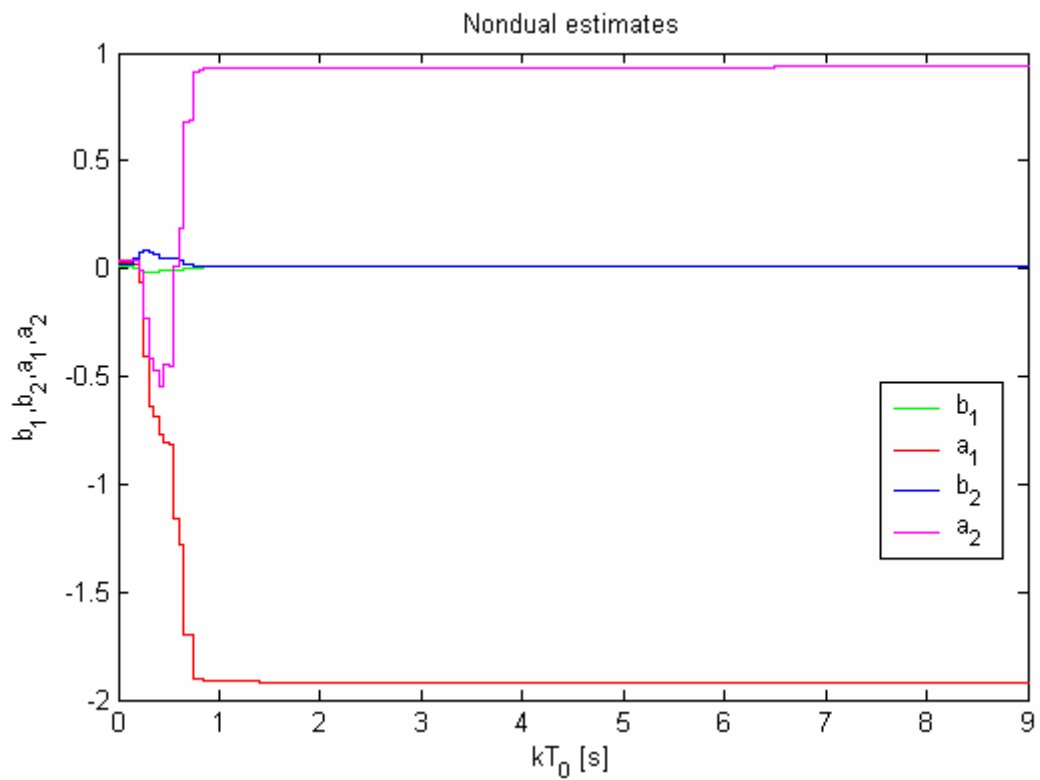
$$G_1(z^{-1}) = \frac{0.0077z^{-1} + 0.0075z^{-2}}{1 - 1.936z^{-1} + 0.9512z^{-2}}. \quad (125)$$

Simulační výpočet byl ve všech případech proveden pro skokové změny žádané hodnoty regulované veličiny, v případě soustavy S1 bez omezení akčního zásahu. Počáteční hodnoty identifikovaných parametrů ARX modelu, resp. počáteční vektor odhadů byl zvolen jako  $\hat{\Theta}(0) = [0.01 \ 0.02 \ 0.03 \ 0.04]^T$ , počáteční hodnoty prvků hlavní diagonály čtvercové kovarianční matice  $C(0) = 0.4I$  ( $I$  značí jednotkovou matici) a rozptyl náhodného šumu  $\sigma_\xi^2 = 0.01$ . Póly  $d_1 = -1.5576$ ,  $d_2 = 0.6065$  a  $d_3 = d_4 = 0$  byly voleny s ohledem na požadavek aperiodického regulačního pochodu s dobou ustálení přibližně 2 sekundy.

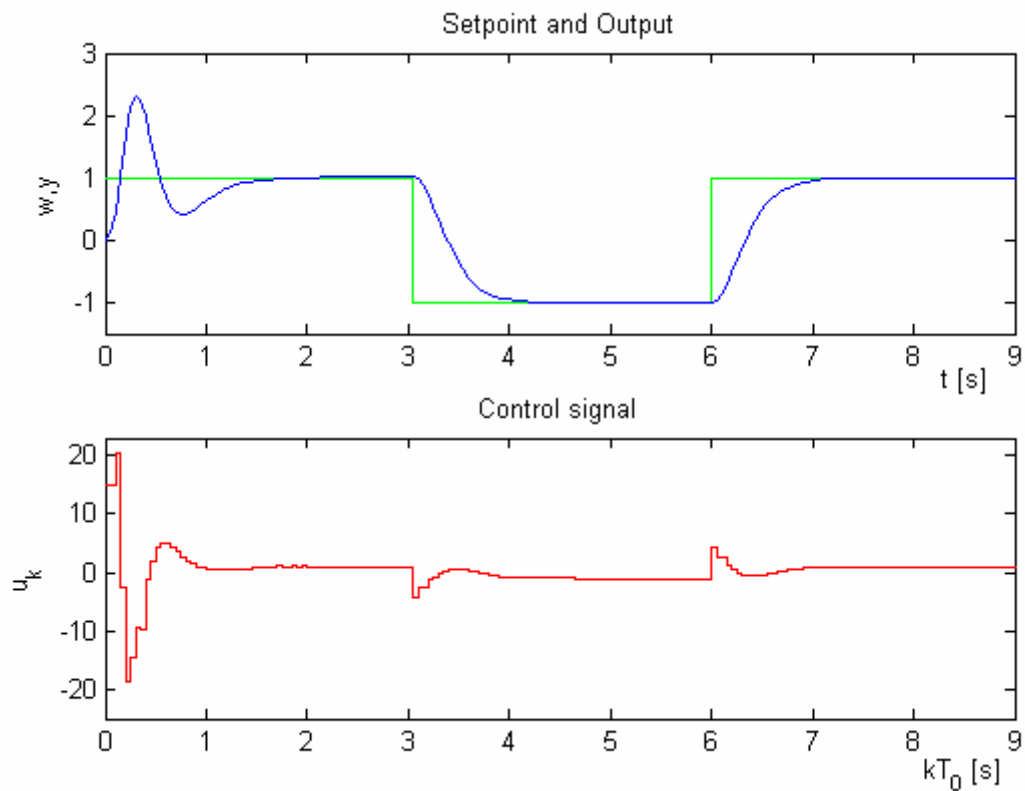




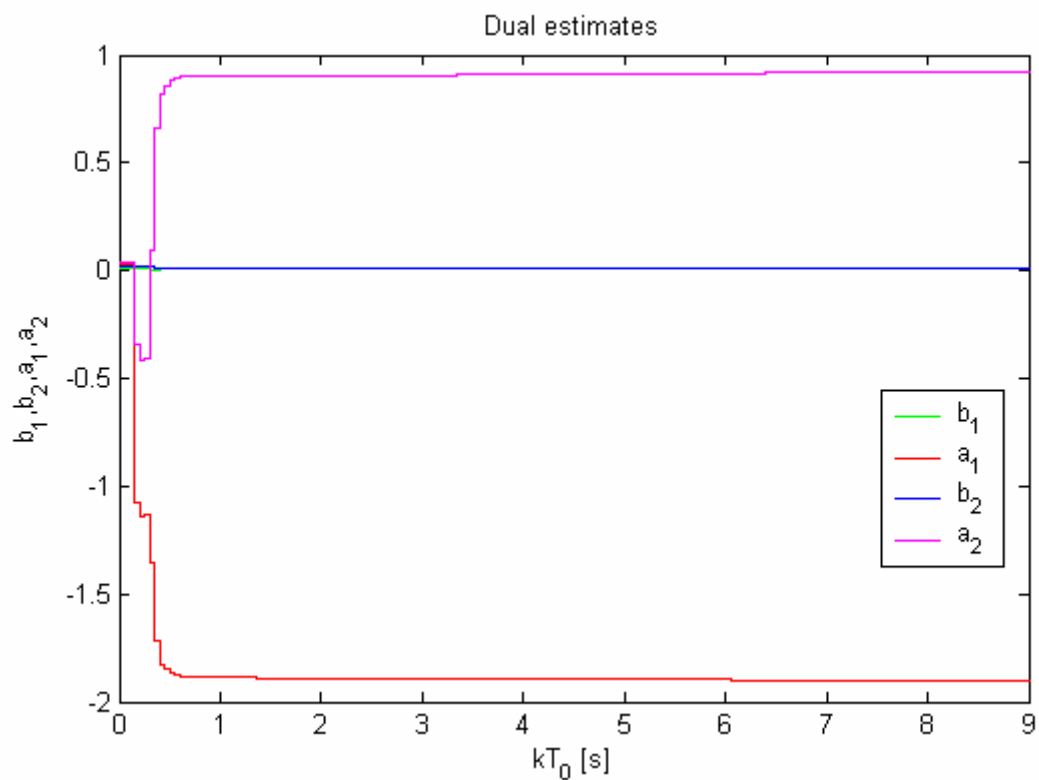
Obr. 10. Výsledek simulace neduálního řízení soustavy S1



Obr. 11. Průběh odhadovaných parametrů modelu S1 při neduálním řízení



Obr. 12. Výsledek simulace duálního řízení soustavy S1



Obr. 13. Průběh odhadovaných parametrů modelu S1 při duálním řízení

## 4.2 Ověřování modelu S2

Jako druhý model byla zvolena nestabilní soustava druhého řádu s integračním chováním

$$G_2(s) = \frac{2}{s(0.83s + 1)}. \quad (126)$$

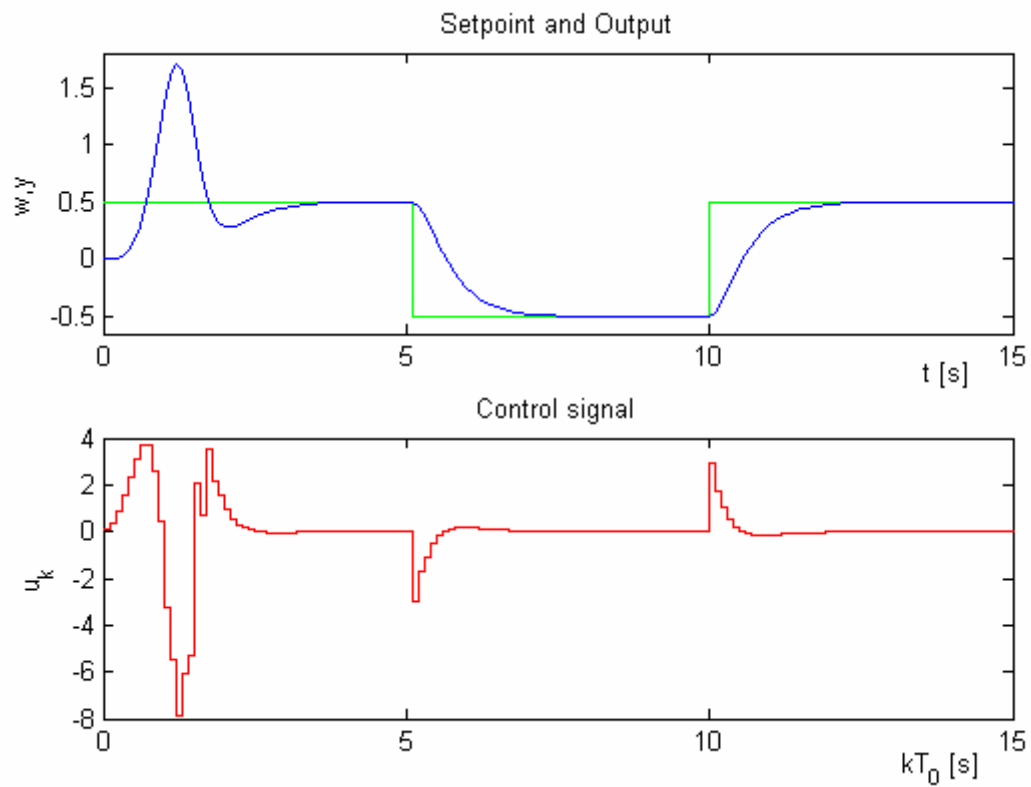
Diskrétní model soustavy přepočítaný pro zvolenou periodu vzorkování  $T_0 = 0.1$  s je

$$G_2(z^{-1}) = \frac{0.0116z^{-1} + 0.0111z^{-2}}{1 - 1.8865z^{-1} + 0.8865z^{-2}}. \quad (127)$$

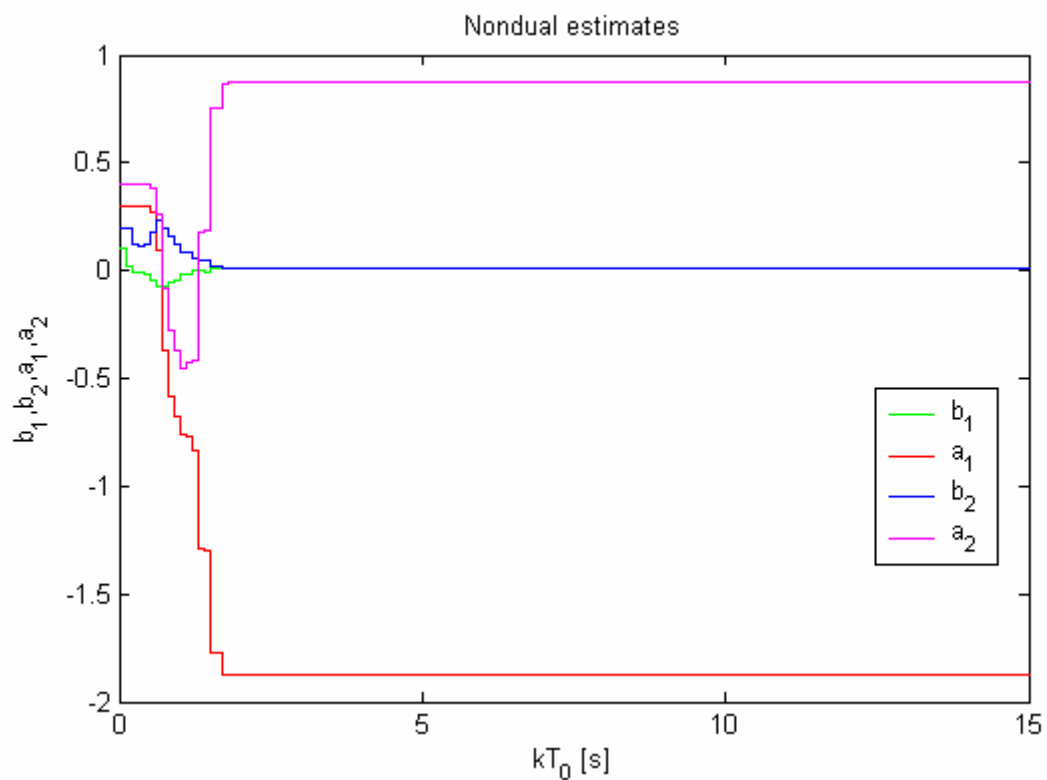
Počáteční hodnoty pro identifikaci, volené póly a parametr duálního řízení jsou pro přehlednost uvedeny v Tab. 3. Akční zásah nebyl v tomto případě záměrně omezen.

Tab. 3. Počáteční a volitelné hodnoty pro simulaci řízení modelu S2

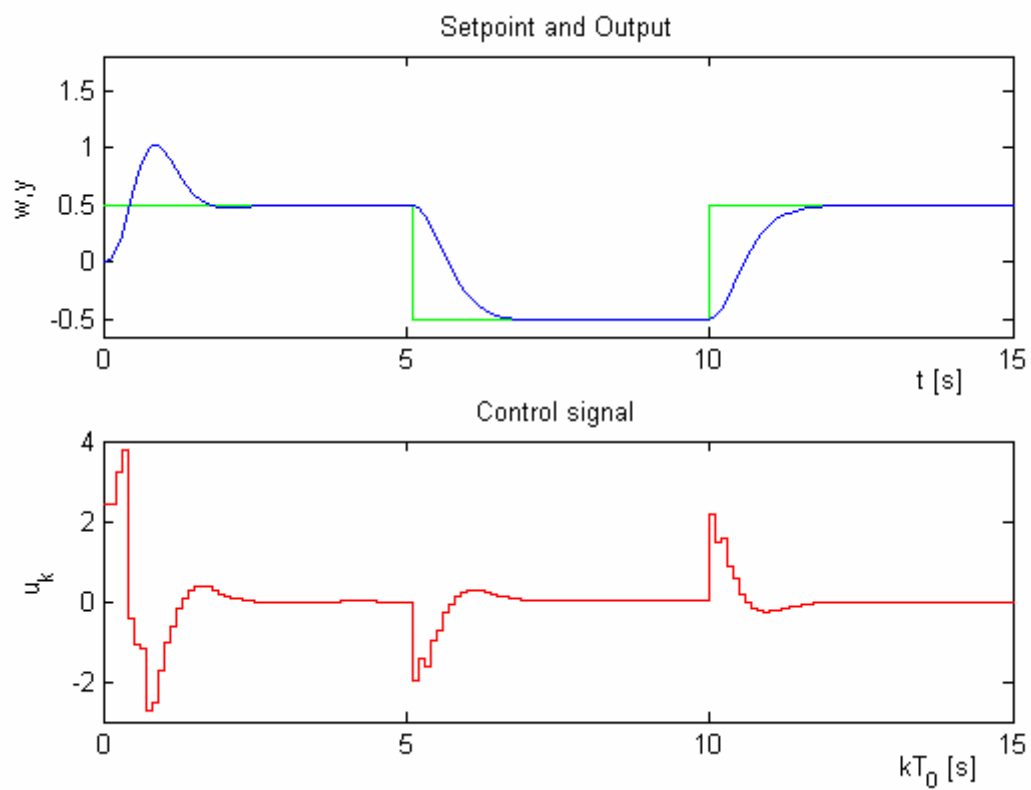
Název	Hodnota
Vektor parametrů $\hat{\boldsymbol{\theta}}(0) = [\hat{b}_1 \ \hat{b}_2 \ \hat{a}_1 \ \hat{a}_2]^T$	$[0.1 \ 0.2 \ 0.3 \ 0.4]^T$
Kovarianční matice $\mathbf{C}_{4 \times 4}(0) = c_{ii} \mathbf{I}$	0.5
Rozptyl šumu $\sigma_\xi^2$	0.001
Parametr duálního řízení $\eta$	1.2
Póly URO $[d_1 \ d_2 \ d_3 \ d_4]$	$[-1.4816 \ 0.5488 \ 0 \ 0]$



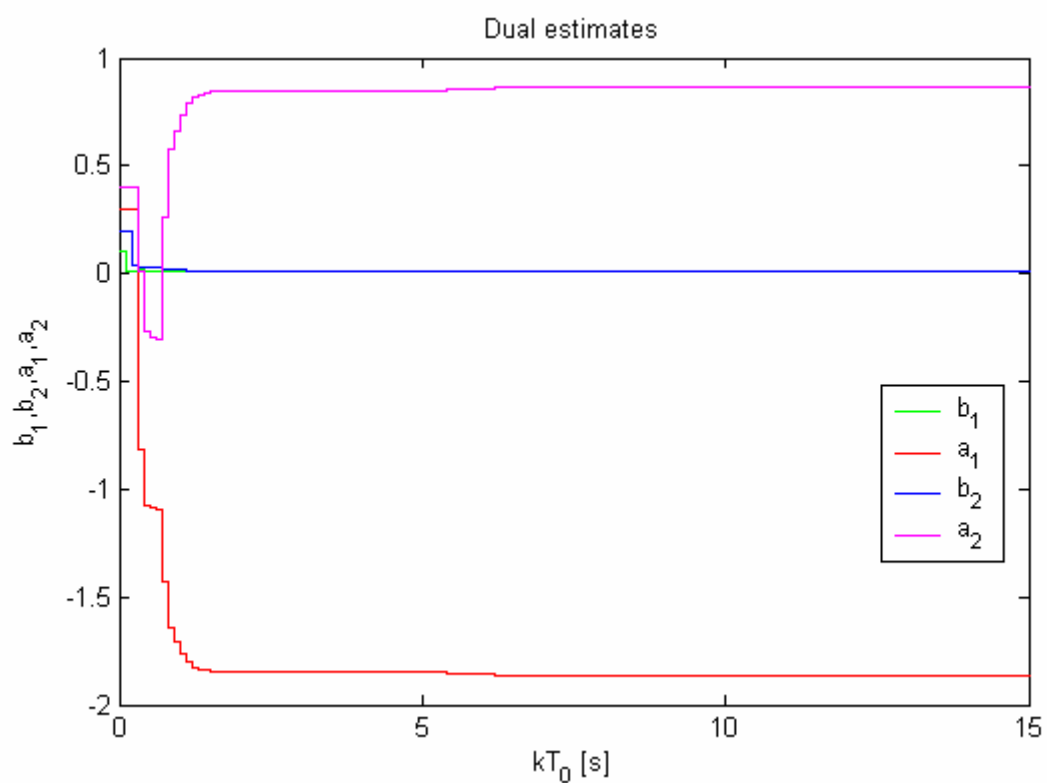
Obr. 14. Výsledek simulace neduálního řízení soustavy S2



Obr. 15. Průběh odhadovaných parametrů modelu S2 při neduálním řízení



Obr. 16. Výsledek simulace duálního řízení soustavy S2



Obr. 17. Průběh odhadovaných parametrů modelu S2 při neduálním řízení

### 4.3 Ověřování modelu S3

V případě tohoto modelu se jedná o neminimálně fázovou soustavu druhého řádu

$$G_3(s) = \frac{-0.5s + 1}{s^2 + 2s + 3}. \quad (128)$$

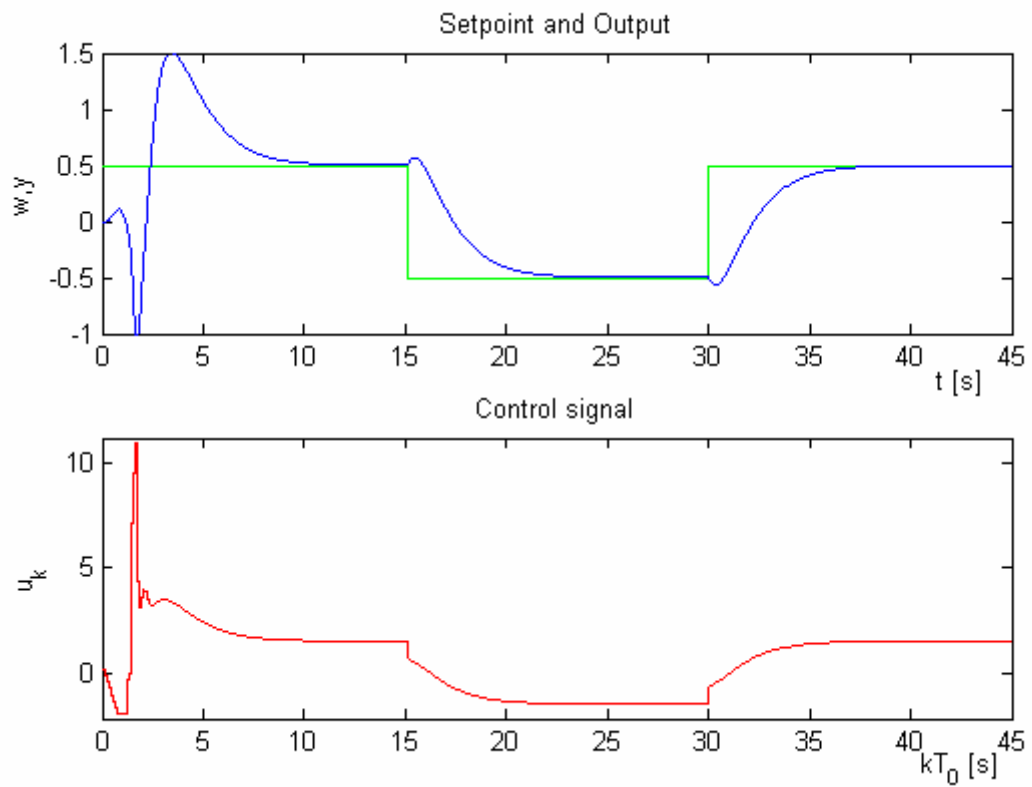
Diskrétní přenos má pro zvolenou periodu vzorkování  $T_0 = 0.1$  s tvar

$$G_3(z^{-1}) = \frac{-0.0404z^{-1} + 0.0495z^{-2}}{1 - 1.7916z^{-1} + 0.8187z^{-2}}. \quad (129)$$

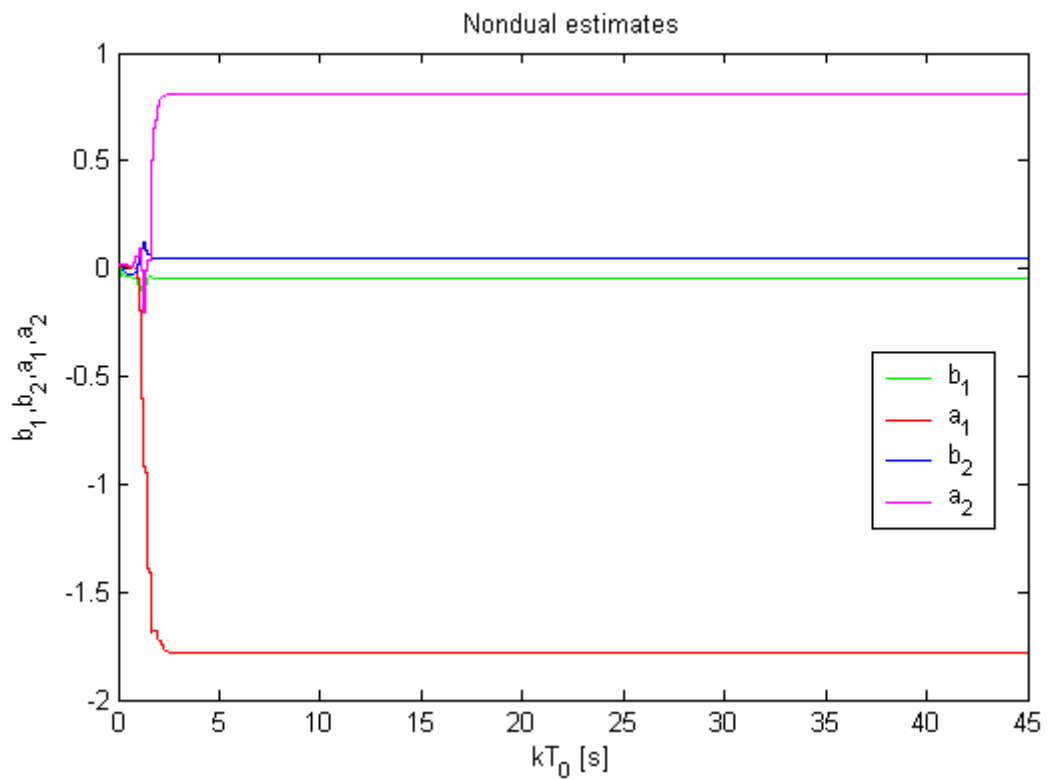
Počáteční hodnoty pro identifikaci, volené póly, parametr duálního řízení a hodnoty omezení akčního zásahu regulátoru jsou uvedeny v Tab. 4.

Tab. 4 Počáteční a volitelné hodnoty pro simulaci řízení modelu S3

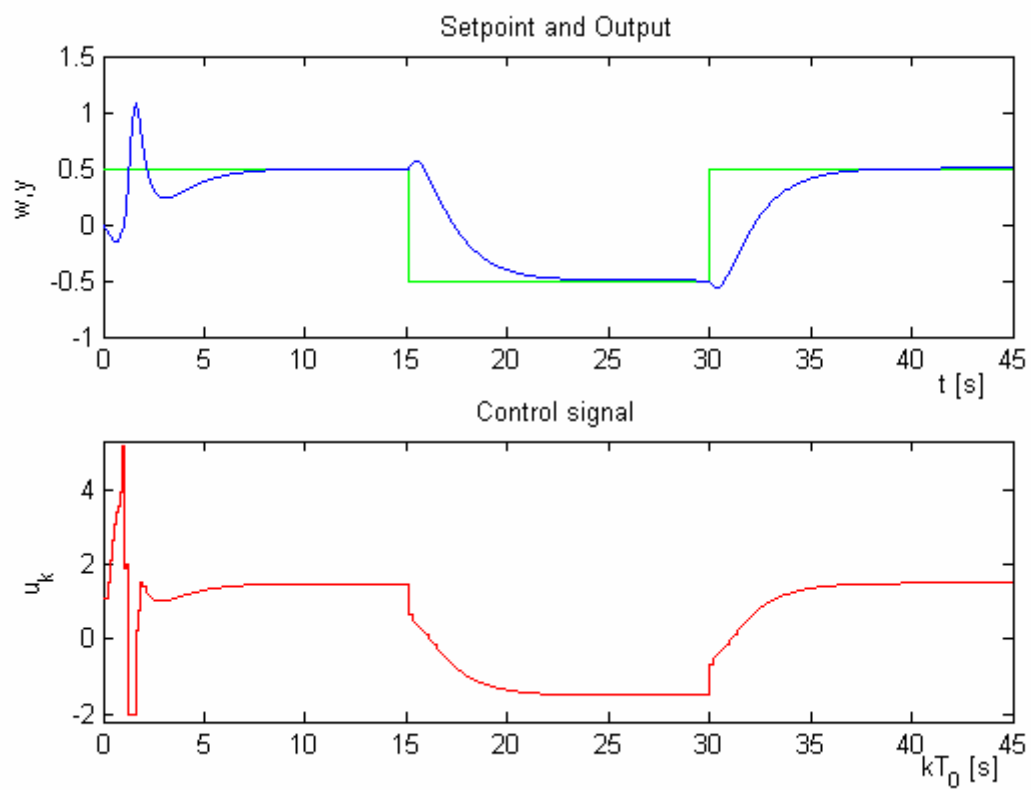
Název	Hodnota
Vektor parametrů $\hat{\Theta}(0) = [\hat{b}_1 \quad \hat{b}_2 \quad \hat{a}_1 \quad \hat{a}_2]^T$	$[0.01 \quad 0.02 \quad 0.01 \quad 0.02]^T$
Kovarianční matice $C_{4 \times 4}(0) = c_{ii} \mathbf{I}$	0.3
Rozptyl šumu $\sigma_\xi^2$	0.001
Parametr duálního řízení $\eta$	0.9
Póly URO $[d_1 \quad d_2 \quad d_3 \quad d_4]$	$[-1.9821 \quad 0.9822 \quad 0 \quad 0]$
Omezení akční veličiny $u_{\min}$	-2
Omezení akční veličiny $u_{\max}$	11



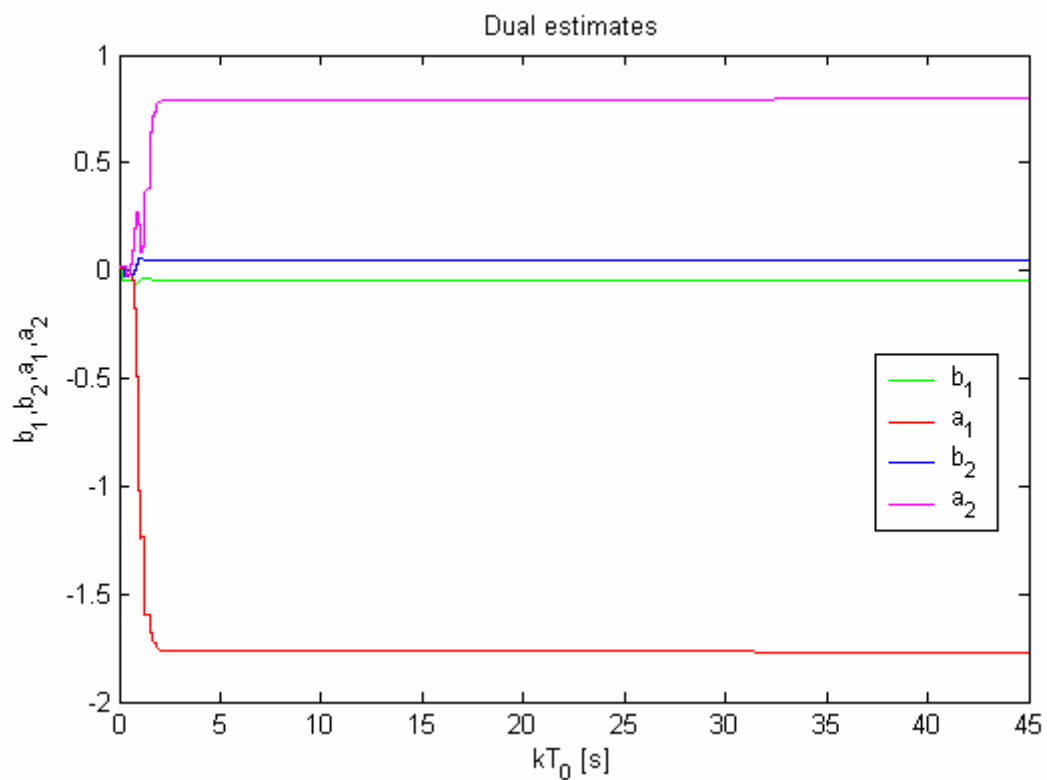
Obr. 18. Výsledek simulace neduálního řízení soustavy S3



Obr. 19. Průběhy odhadovaných parametrů modelu S3 při neduálním řízení



Obr. 20. Výsledek simulace duálního řízení soustavy S3



Obr. 21. Průběhy odhadovaných parametrů modelu S3 při duálním řízení



#### 4.4 Ověřování modelu S4

Jako poslední byla zvolena nestabilní neminimálně fázová soustava integračního charakteru vyššího řádu popsaná spojitým přenosem

$$G_4(s) = \frac{-0.5s - 1}{s(s^2 + 0.3s - 0.54)}. \quad (130)$$

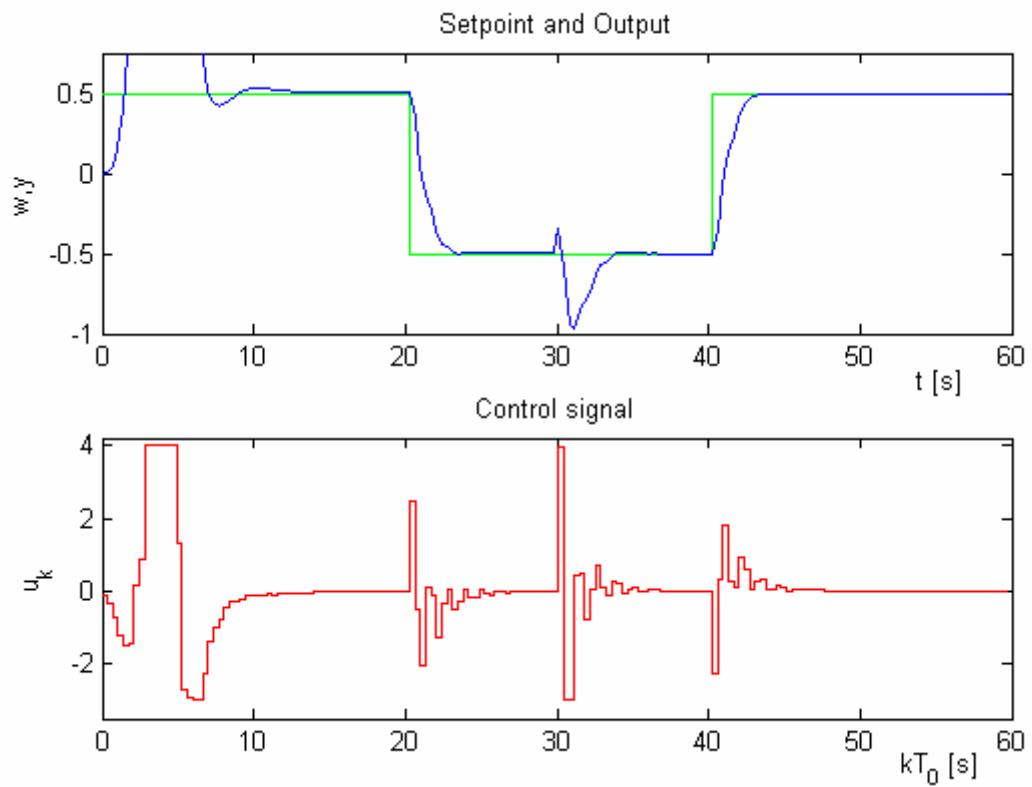
Diskrétní model soustavy pro zvolenou periodu vzorkování  $T_0 = 0.35$  s má tvar

$$G_4(z^{-1}) = \frac{-0.0367z^{-1} - 0.0263z^{-2} + 0.0221z^{-3}}{1 - 2.9635z^{-1} + 2.8638z^{-2} - 0.9003z^{-3}}. \quad (131)$$

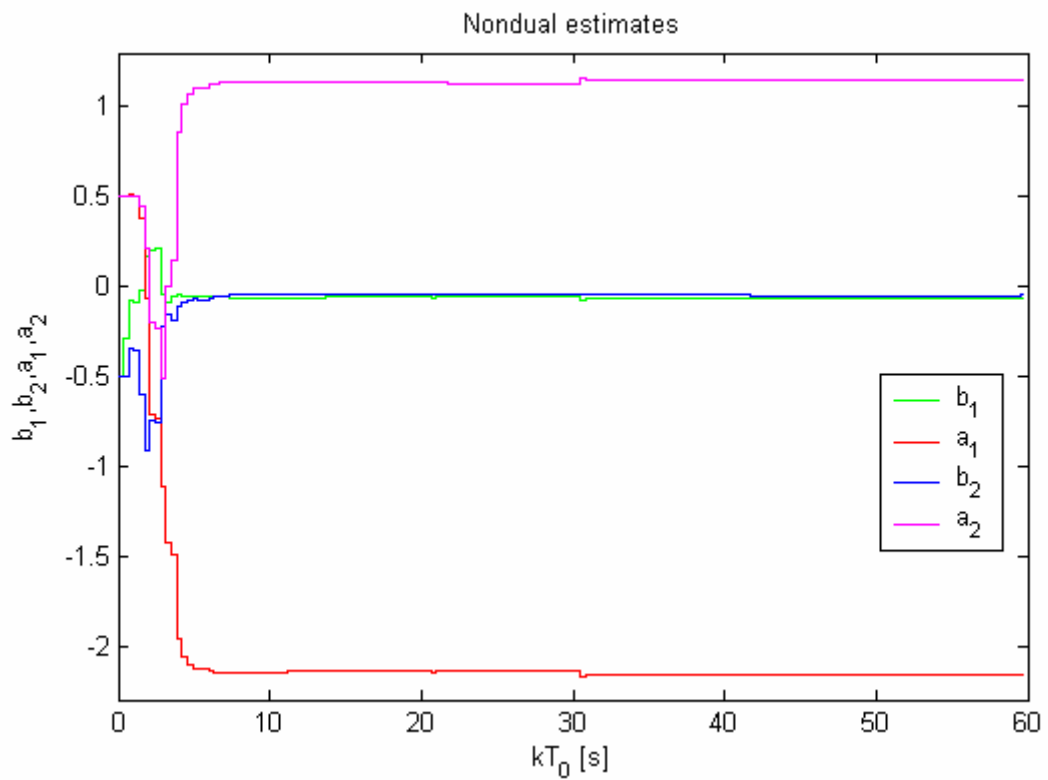
I když se v tomto případě jedná o soustavu třetího řádu, pro řízení byl použit ARX model řádu druhého. Takovéto zjednodušení, kdy soustavu vyššího řádu aproximujeme soustavou řádu nižšího vede na jednodušší tvar regulátoru a je možné jej použít v případech, kdy je řízení vyhovující. V polovině druhé skokové změny žádané hodnoty, tj. v čase  $t = 30$  s byla zavedena trvalá skoková porucha o velikosti 0.15.

Tab. 5. Počáteční a volitelné hodnoty pro simulaci řízení modelu S4

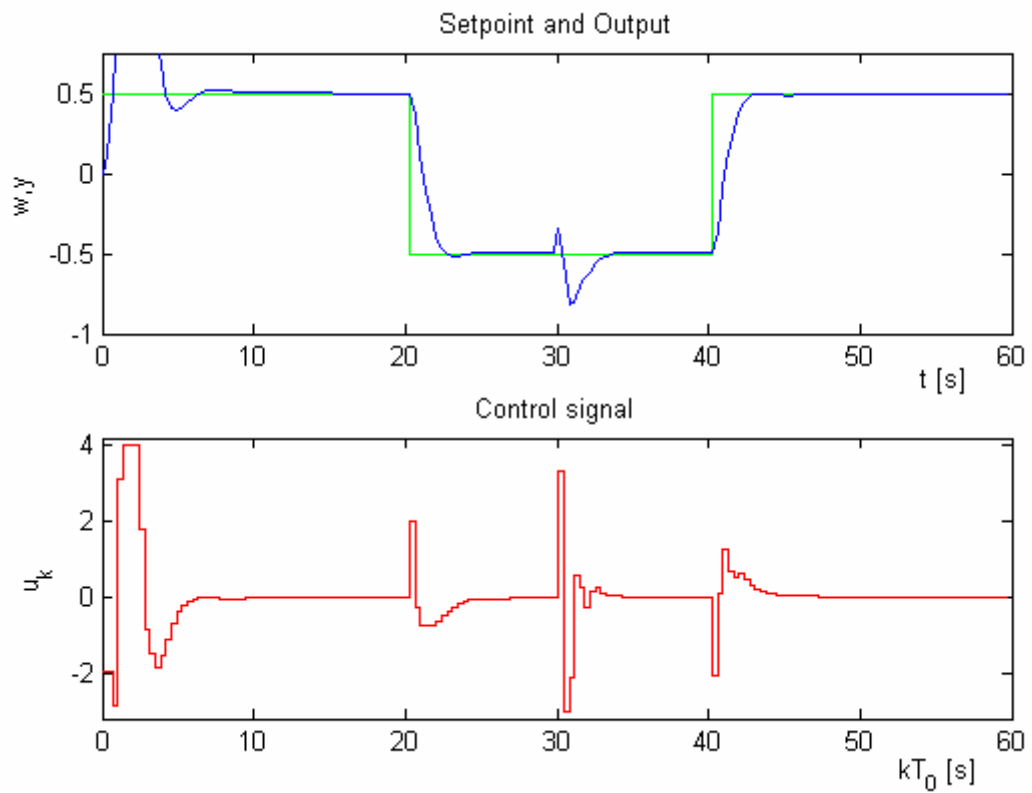
Název	Hodnota
Vektor parametrů $\hat{\Theta}(0) = [\hat{b}_1 \ \hat{b}_2 \ \hat{a}_1 \ \hat{a}_2]^T$	$[-0.5 \ -0.5 \ 0.5 \ 0.5]^T$
Kovarianční matice $C_{4 \times 4}(0) = c_{ii} \mathbf{I}$	0.6
Rozptyl šumu $\sigma_\xi^2$	0.01
Parametr duálního řízení $\eta$	0.8
Póly URO $[d_1 \ d_2 \ d_3 \ d_4]$	$[-0.9932 \ 0.2466 \ 0.1 \ 0]$
Omezení akční veličiny $u_{\min}$	-3
Omezení akční veličiny $u_{\max}$	4



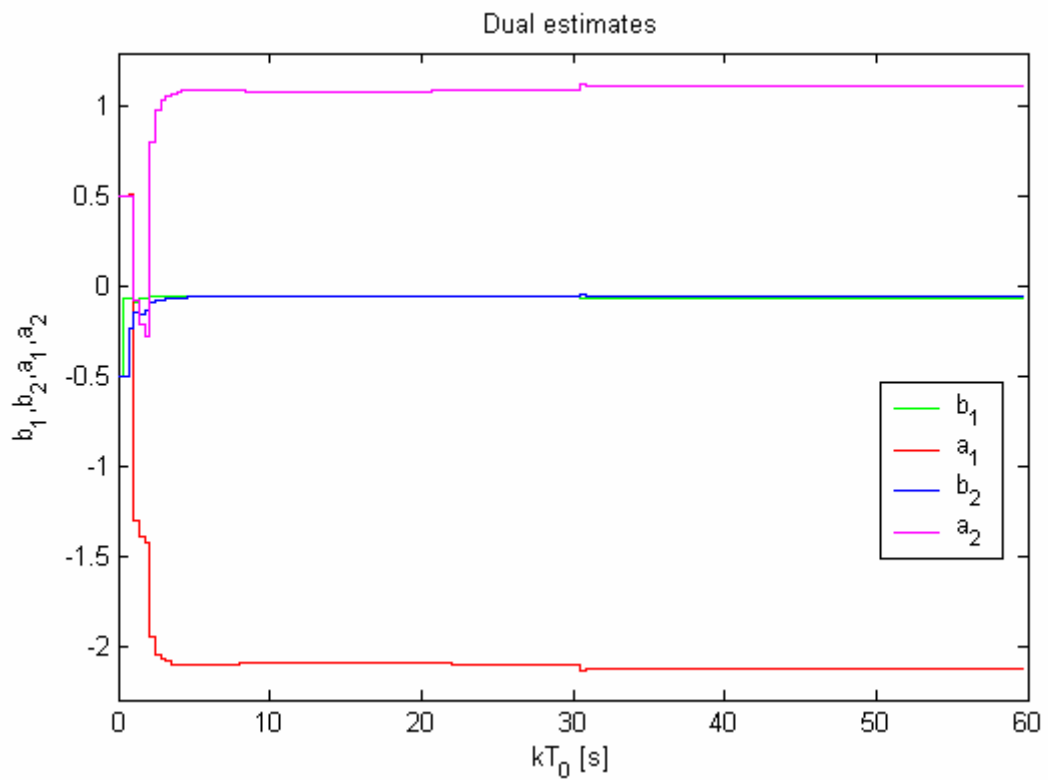
Obr. 22. Výsledek simulace neduálního řízení soustavy S4



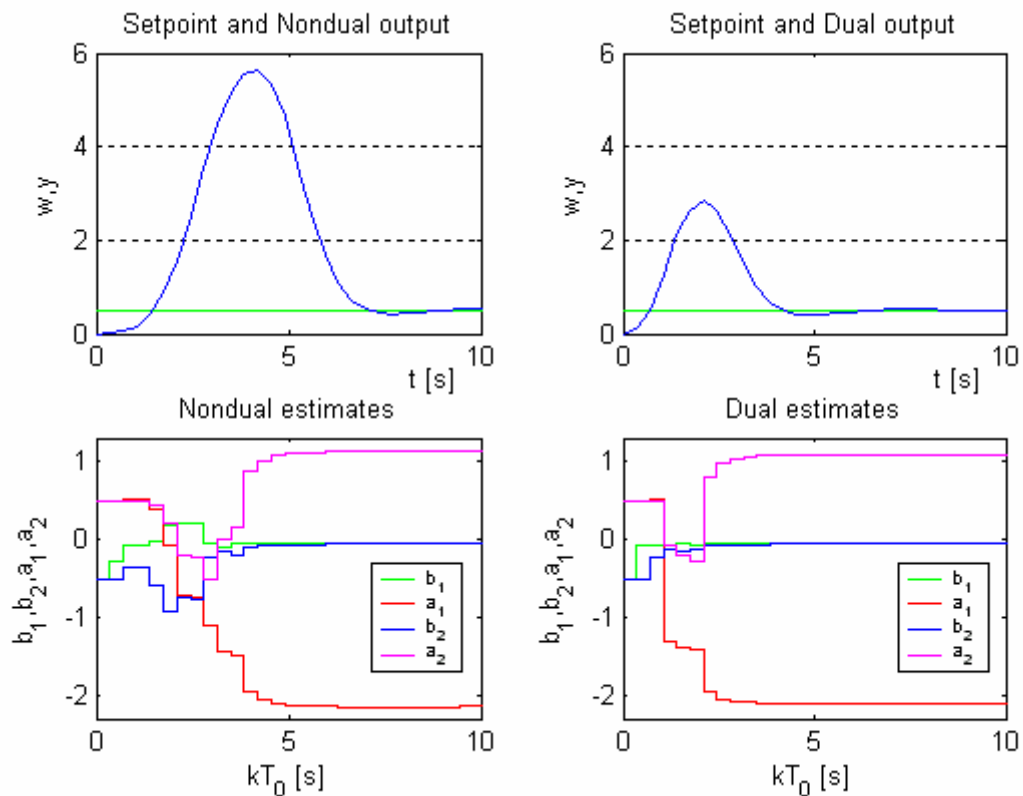
Obr. 23. Průběh identifikovaných parametrů modelu S4 při neduálním řízení



Obr. 24. Výsledek simulace duálního řízení soustavy S4



Obr. 25. Průběh odhadovaných parametrů modelu S4 při duálním řízení



Obr. 26. Grafické porovnání startu adaptace při řízení soustavy S4

#### 4.5 Diskuse výsledků

Z vyobrazených průběhů (Obr. 10 až Obr. 26) je patrné, že ve všech případech se podařilo dosáhnout lepšího regulačního pochodu s použitím duálních regulátorů, zejména potom lepšího startu procesu adaptace. Míra překmitu byla v případě neduálního regulátoru v mnoha případech neúnosná, což je zapříčiněno špatnou znalostí řízeného procesu, kdy hodnoty odhadů parametrů modelu procesu jsou vzdáleny svým skutečným hodnotám. To má za následek příliš velké hodnoty akční veličiny na počátku regulačního pochodu, které vybudují soustavu nepříjemným způsobem, jednoduše řečeno charakter průběhu akčního zásahu není zcela vhodný. V případě duálně modifikovaného regulátoru má akční veličina optimálnější průběh. Její cautious složka zajišťuje, že neomezená akční veličina dosahuje menších hodnot než v případě standardního CE regulátoru. Přídavné excitace, jejichž velikost definujeme hodnotou stavitelného parametru  $\eta$  zajišťují dodatečné vybudování, které zlepší průběhy odhadů parametrů modelu procesu, jejich konvergenci ke „skutečným“ hodnotám, jak je zřejmé z obrázků. Zvláště důležitá je potom přesnost odhadů parametrů čitatele diskretní přenosové funkce ( $b_1$  a  $b_2$ ), která byla v případě duálního řízení vždy

mnohem lepší. Nejvíce patrný je tento jev na Obr. 26. Je zřejmé, že v praktických případech by byly překmity dosažené v případě simulací neakceptovatelné a i zde by bylo možné je zcela eliminovat vhodným omezením akčního zásahu. Omezení však nebylo provedeno záměrně (v případech, kdy to bylo nevyhnutelně nutné jen do té míry, aby bylo průběh možné zobrazit do grafu v přijatelném měřítku), aby byl na první pohled patrný rozdíl mezi výsledky neduálního a duálního řízení. Jako problematická se v případě simulací jevila volba parametru  $\eta$ , která velice úzce souvisí s volbou počáteční kovarianční matice a počátečních odhadů parametrů modelu soustavy. Pokud byl tento parametr zvolen jako příliš malý, vypočtený akční zásah byl také příliš malý a regulovaná veličina nedosáhla své žádané hodnoty. V opačném případě, kdy hodnota parametru byla příliš velká, byla taktéž příliš velká hodnota excitací, které se projevovaly i po zkonvergování odhadů parametrů a výsledkem byly kmity regulované veličiny kolem žádané hodnoty. Při ověření algoritmu bikriteriálního řízení na reálném modelu nebyla volba parametru  $\eta$  obvykle problémem. V Tab. 6 jsou souhrnně uvedeny hodnoty maximálního překmitu a časového okamžiku  $k$  odpovídajícímu času  $kT_0$ , kdy bylo těchto hodnot dosaženo.

Pro vyhodnocení a porovnání kvality regulace je aplikováno kritérium založené na výpočtu sumace čtverců regulační odchylky  $e(k) = w(k) - y(k)$  podle vztahu

$$S_y = \frac{1}{k_2 - k_1 + 1} \sum_{k=k_1}^{k_2} e^2(k) \quad (132)$$

kde  $\langle k_1, k_2 \rangle$  je interval pro vyhodnocení, v tomto případě čas trvání první skokové změny.

Tab. 6. Kvalitativní srovnání dosažených výsledků simulačního ověřování

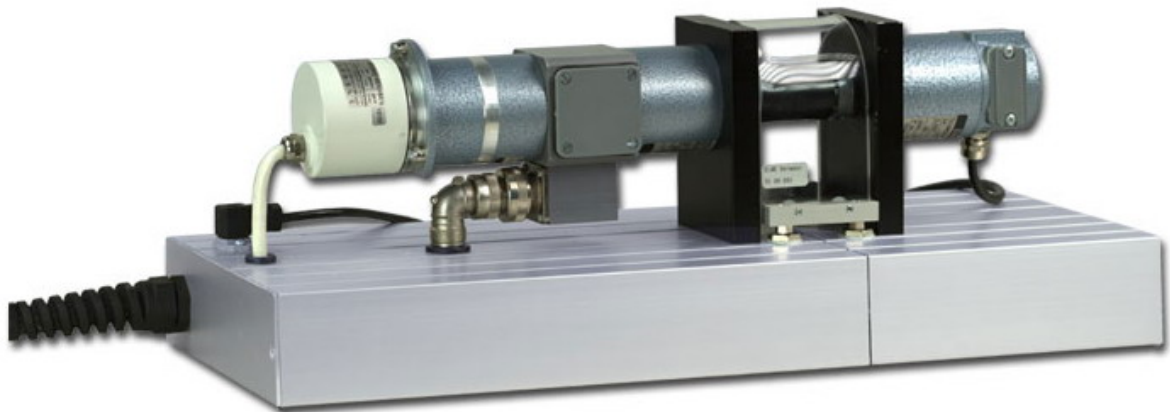
Soustava	Řízení	$S_y$	$y_{\max}$	$y_{\max} [\%]$	$k_{\max}$
S1	standardní	4.0636	3.3696	237	11
	duální	1.3579	2.7298	173	9
S2	standardní	0.0885	1.7016	240	13
	duální	0.0648	1.0172	103	9
S3	standardní	1.1671	1.504	201	35
	duální	0.8854	1.0887	118	17
S4	standardní	26.9757	5.6263	1025	13
	duální	2.149	2.8383	468	7

## 5 ŘÍZENÍ SERVOMECHANISMU V REÁLNÉM ČASE

Ověření duálně modifikovaných adaptivních regulátorů vycházejících z výše uvedených CE regulátorů bylo realizováno v laboratorních podmínkách na níže popsaném reálném modelu.

### 5.1 Popis zařízení

Reálný model, systém s označením DR300 Amira, je rychlostní servomechanismus, který tvoří dva identické stejnosměrné (DC) motory s pevně spojenou hřídelí, přičemž pružnost hřídele neuvažujeme. První motor, dále označovaný jako „generátor“, slouží pro simulaci proměnného zatěžovacího momentu. Druhý motor (dále jen „motor“) je řízen signálem z regulátoru. Celý systém se skládá ze tří částí. První je multifunkční vstupně-výstupní karta MF 614 od firmy Humusoft (dále „V/V karta“), která obsahuje analogové a digitální vstupy a výstupy a kodér (encoder) pro IRC čidlo. Druhá výkonová část (dále „aktuátor“) obsahuje zdroje napájení, senzory proudu, zesilovače pro převod signálů z V/V karty na výkonové veličiny pro DC motory a zesilovače pro převod signálů ze senzorů na unifikované signály pro vstupy V/V karty. Třetí, elektromechanická část (Obr. 27) je tvořena samotnými DC motory a senzory rychlosti otáčení a polohy.



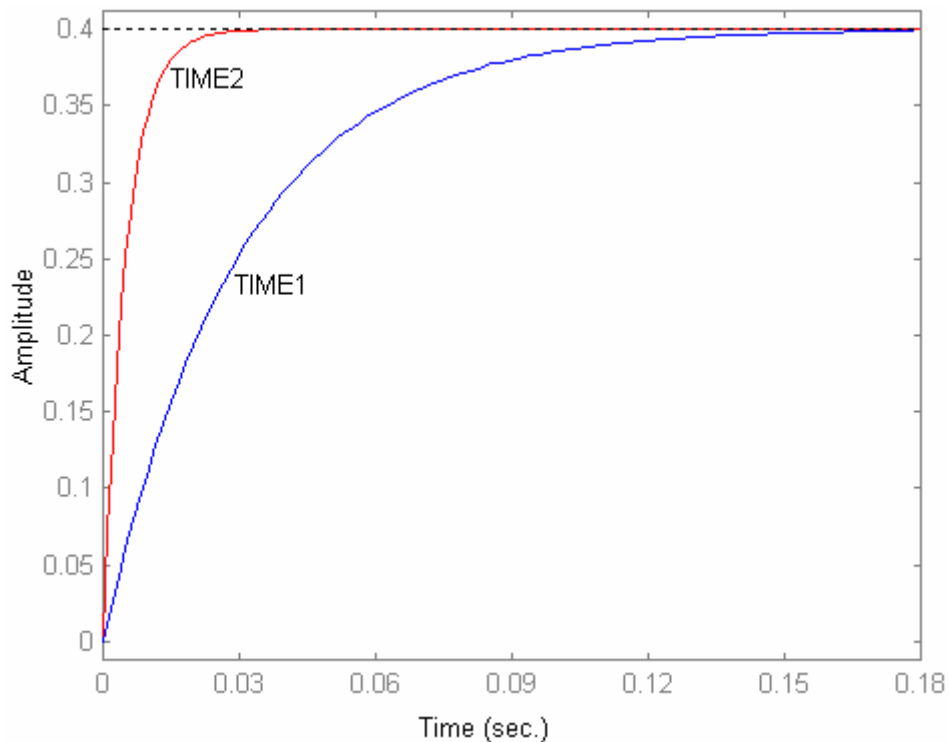
Obr. 27. Model DR 300 Amira.

#### 5.1.1 Aktuátor

V této podkapitole je stručně popsán význam všech modulů, ze kterých se aktuátor skládá. Dále je zde popsána funkce přepínačů, konektorů a jednotlivých indikačních LED diod předních panelů modulů aktuátoru.

### 5.1.1.1 Servomotor

Modul obsahuje zesilovač pro motor, který funguje jako proudový regulátor. Časová konstanta tohoto regulátoru je nastavitelná přepínačem hodnot TIME1 a TIME2. Je-li přepínač v poloze TIME2, regulátor je v optimálním nastavení tak, že časová konstanta je minimální. V poloze TIME1 regulátor simuluje dopravní zpoždění prvního řádu v uzavřené smyčce s časovou konstantou přibližně 30 ms.



Obr. 28. Přejchodové charakteristiky proudového zdroje modelu DR300

### 5.1.1.2 Servogenerátor

Obsahuje zesilovač pro generátor, který pracuje jako proudový regulátor (zdroj) s nulovou časovou konstantou.

### 5.1.1.3 Power servo

LED dioda SYSTEM indikuje připojení elektromechanické části a READY signalizuje uzavření ochranného štítu. Modul nabízí tři možnosti regulace servomechanismu. Dioda EXTERN indikuje regulaci externím regulátorem, která se zapíná přepínačem START na modulu EXTERN. Dioda PC značí regulaci realizovanou s pomocí PC s nainstalovanou technologickou kartou (naš případ). ANALOG PI je pro regulaci analogovým PI reguláto-

rem. Dioda +35 V, -35 V signalizuje napájení zesilovačů motoru i generátoru. Přepínač STOP slouží k podpojení vstupních signálů do zesilovačů.

#### **5.1.1.4 Senzor**

Senzor je k aktuátoru připojen čtyřmi BNC konektory s napěťovými analogovými signály. Dioda TACHO indikuje přítomnost signálu z tachodynamu (2.5 mV/ot. za min.). I-MOTOR indikuje proud tekoucí kotvou motoru (0.4 V/A) a I-GENERATOR proud kotvou (0.2 V/A). INDEX indikuje impulsní signál z inkrementálního čidla (1 imp./ot.).

#### **5.1.1.5 Power**

Tento modul obsahuje zdroje pro digitální elektroniku, inkrementální čidlo, zesilovač signálu z tachodynamu a zesilovače pro snímání proudů tekoucích do motorů. (+15 V, -15 V, +5 V).

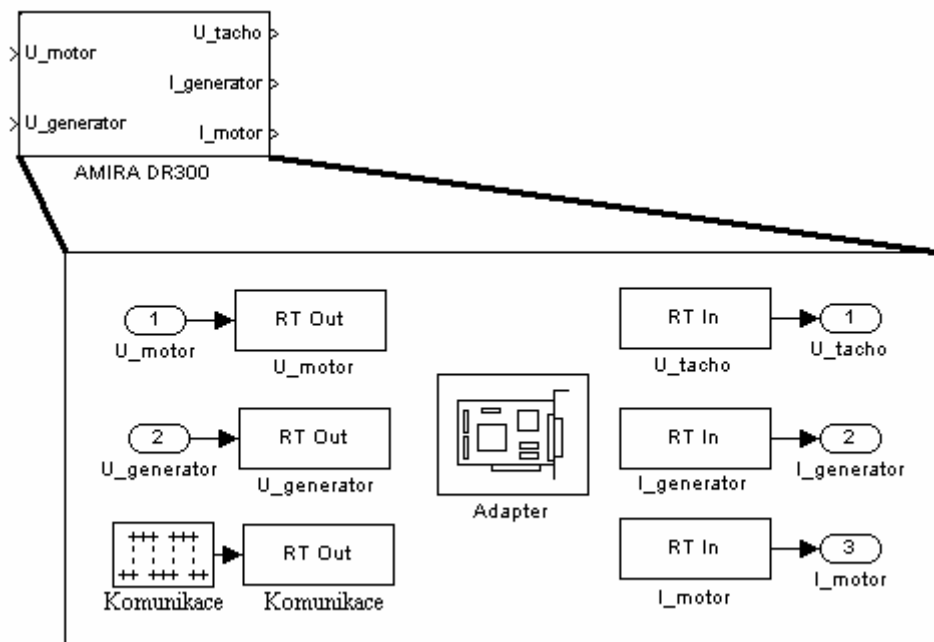
#### **5.1.1.6 Zadní panel**

Zadní panel obsahuje výstupní kabel CONTROL SIGNAL MOTOR/GENERATOR, kterým jsou přenášeny řídicí signály použitých regulátorů. 50 pinový PC CONECTOR slouží pro propojení s V/V kartou a 30 pinový konektor pro připojení elektromechanické části.

### **5.1.2 Komunikace Matlabu se servomechanismem**

V programovém prostředí Matlab Simulink byl vytvořen blok pro propojení Simulinku a servosystému (Obr. 29). Perioda vzorkování vstupů a výstupů (bloky RT In a RT Out) V/V karty je nastavena na hodnotu 0.01 sekundy.





Obr. 29. Blok pro ovládání a řízení servomechanismu pomocí Simulinku.

Tab. 7. I/O kanály použité v I/O blocích RT Tool-boxu v Simulinku.

Vstup/Výstup	Název	Číslo kanálu
Vstup	$I_{motor}$	1
Vstup	$I_{generátor}$	2
Vstup	$U_{tacho}$	3
Výstup	$U_{motor}$	1
Výstup	$U_{generátor}$	2
Výstup	Komunikace	13

## 5.2 Matematický model systému

Rovnice popisující chování stejnosměrného motoru s vnějším buzením můžeme zapsat ve tvaru.

$$L \frac{di(t)}{dt} = -Ri(t) - k_e \omega(t) - u_m(t), \quad (133)$$

$$J \frac{d\omega(t)}{dt} = k_m i(t) - b\omega(t) - m_z(t), \quad (134)$$

$$\frac{d\varphi(t)}{dt} = \omega(t). \quad (135)$$

Fyzikální interpretace a popis jednotlivých časově proměnných veličin a konstant modelu je uveden v Tab. 8.

Tab. 8. Proměnné a konstanty matematického modelu motoru s cizím buzením.

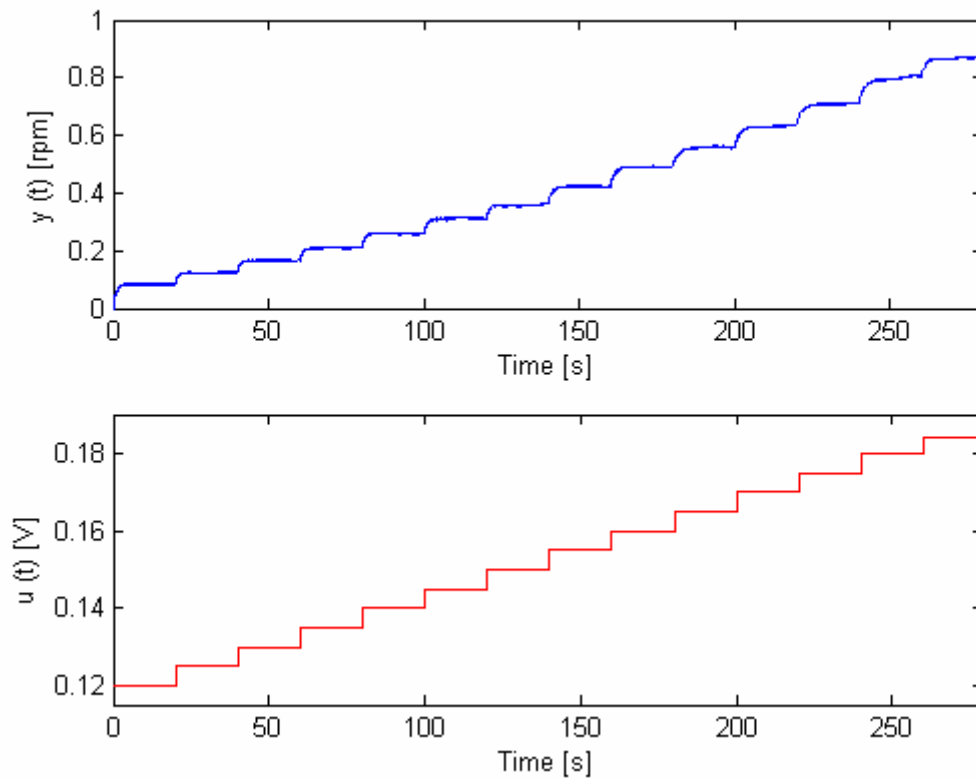
Symbol	Jednotka	Popis
$i$	A	Proud tekoucí motorem
$u_m$	V	Vstupní napětí motoru
$\omega$	Hz	Otáčky motoru
$\varphi$	rad	Úhel natočení hřídele
$k_e$	s.V <sup>-1</sup>	Elektrická konstanta motoru
$k_m$	kg.m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup>	Hmotnostní konstanta motoru
$b$	kg.m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup>	Konstanta tření motoru
$m_z$	N.m	Vnější zatěžovací moment
$L$	H	Indukčnost motoru
$R$	Ω	Vnější zatěžovací odpor
$J$	kg.m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup>	Moment setrvačnosti motoru

## 5.3 Identifikace soustavy

### 5.3.1 Statická charakteristika

Hodnoty výstupní měřené veličiny počet otáček se mohou pohybovat v rozmezí -1 až 1 bezrozměrné veličiny Matlabu, což je dáno fyzikálními parametry modelu. Hodnoty 0 až 1 vyjadřují otáčení hřídele ve směru hodinových ručiček a 0 až -1 ve směru opačném. Statická charakteristika byla měřena jako závislost počtu otáček v jednom směru na hodnotě vstupního napětí. Bylo zjištěno, že soustava začíná reagovat na buzení při hodnotě vstupního signálu přibližně 0.12 V. Maximální hodnota budicího napětí, kdy ještě nedochází k saturaci je přibližně 0.185 V, statická charakteristika byla tedy měřena s ohledem na tuto

vlastnost soustavy pro dostatečný počet ustálených hodnot počtu otáček. Doba ustálení jednoho přechodového děje byla zvolena jako 20 sekund s ohledem na rychlou dynamiku servomechanismu. Průběh měření je vykreslen v Obr. 30.

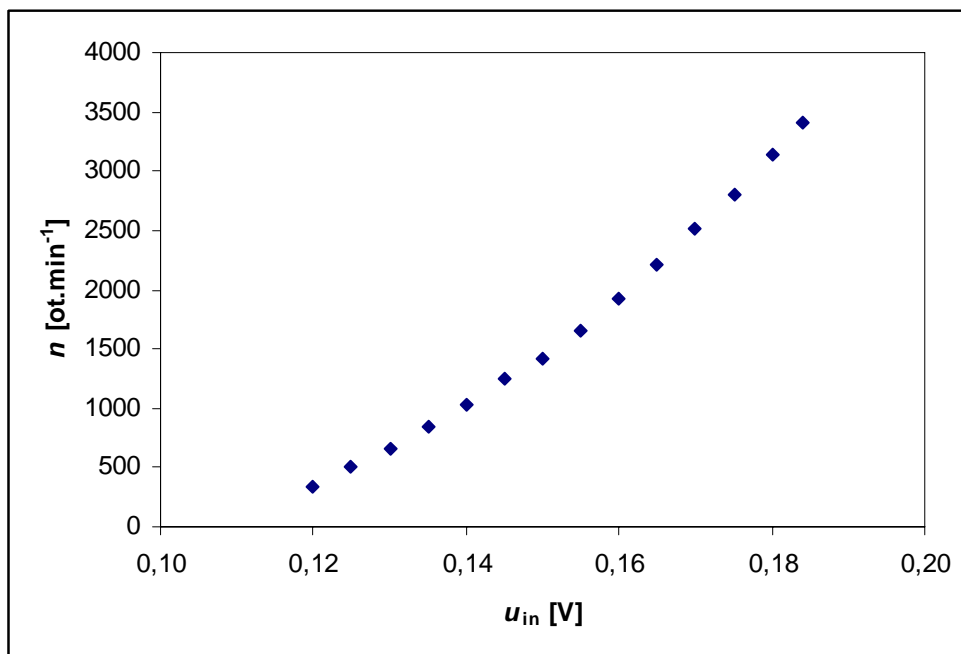


Obr. 30. Grafický průběh měření statické charakteristiky modelu DR300

Již na první pohled je z průběhu patrné, že se jedná o soustavu, kterou můžeme považovat za lineární. Pro analytické vyjádření statické charakteristiky byly jednotlivé přechodové charakteristiky aproximovány regresním ARX modelem prvního řádu bez dopravního zpoždění pomocí System Identification Toolboxu (SIT) Matlabu. SIT je praktický a přehledný nástroj pro identifikaci soustav. Jeho výhoda spočívá v tom, že stačí pouze zadat vektor naměřených data uložených ve workspace Matlabu a zvolit příslušnou metodu. Přechodové charakteristiky byly aproximovány pro lepší určení ustálené hodnoty počtu otáček (statického zesílení) kvůli přítomnému driftu. Zejména u vyšších otáček se projevovaly nelinearity a určení ustálené hodnoty z takto naměřených přechodových charakteristik by bylo podle mého názoru neobjektivní. Aproximace přenosem 1. řádu bez DZ  $G(s) = K/(Ts + 1)$  je dostatečná, protože v tomto případě nás zajímá pouze statické zesílení  $K$ , nikoli dynamika soustavy.

Tab. 9. Naměřené hodnoty statické charakteristiky modelu DR300

$i$	$u_1$ [V]	$u_2$ [V]	$\Delta u$ [V]	$K$ [Matlab]	$y$ [Matlab]	$y$ [RPM]
1	0	0.12	0.12	0.7	0.0843	337
2	0.12	0.125	0.005	8.45	0.1266	506
3	0.125	0.13	0.005	7.74	0.1653	661
4	0.13	0.135	0.005	8.74	0.209	836
5	0.135	0.14	0.005	9.63	0.2572	1029
6	0.14	0.145	0.005	10.68	0.3106	1242
7	0.145	0.15	0.005	9.06	0.3559	1423
8	0.15	0.155	0.005	11.76	0.4147	1659
9	0.155	0.16	0.005	13.35	0.4814	1926
10	0.16	0.165	0.005	14.15	0.5522	2209
11	0.165	0.17	0.005	14.95	0.6269	2508
12	0.17	0.175	0.005	14.5	0.6994	2798
13	0.175	0.18	0.005	17.48	0.7868	3147
14	0.18	0.184	0.004	15.87	0.8503	3401



Obr. 31. Statická charakteristika modelu DR300

Pro vyjádření výstupní veličiny v jednotkách „otáčky za minutu“ je potřeba výstupní bezrozměrnou veličinu Matlabu násobit převodní konstantou 4000. Získanou statickou charakteristiku (Obr. 31) je možné pro zjednodušení považovat za lineární v celém rozsahu otáček, avšak při bližším pozorování je patrný mírný zlom při hodnotě přibližně 1500 ot/min. Přesnější tedy bude rozdělit otáčky na nižší (300 - 1500) a vyšší (1500 - 3500). Matematické vyjádření statických vlastností je uvedeno v Tab. 10.

Tab. 10. Rovnice statické charakteristiky modelu DR300

Otáčky	Rovnice charakteristiky	Hodnota spolehlivosti
Celý rozsah (300-3500 ot.min <sup>-1</sup> )	$n = 11.93u_{in} - 1.395$	$R^2 = 0.9845$
	$n = 84.432u_{in}^2 - 13.785u_{in} + 0.528$	$R^2 = 0.9998$
Nižší (300-1500 ot.min <sup>-1</sup> )	$n = 9.1u_{in} - 1.013$	$R^2 = 0.9975$
Vyšší (1500-3500 ot.min <sup>-1</sup> )	$n = 15.06u_{in} - 1.928$	$R^2 = 0.9983$

### 5.3.2 Identifikace z přechodové charakteristiky

Analýza naměřených dat v SIT ukázala, že servomechanismus může být spojitě popsán jako setrvačný člen druhého řádu bez DZ přenosem

$$G(s) = \frac{b_1s + b_0}{a_2s^2 + a_1s + a_0}, \quad (136)$$

přičemž parametry přenosu jsou závislé na pracovním bodě. Odpovídající diskrétní ARX model 2. řádu má tvar

$$G(z^{-1}) = \frac{b_1z^{-1} + b_2z^{-2}}{1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2}}. \quad (137)$$

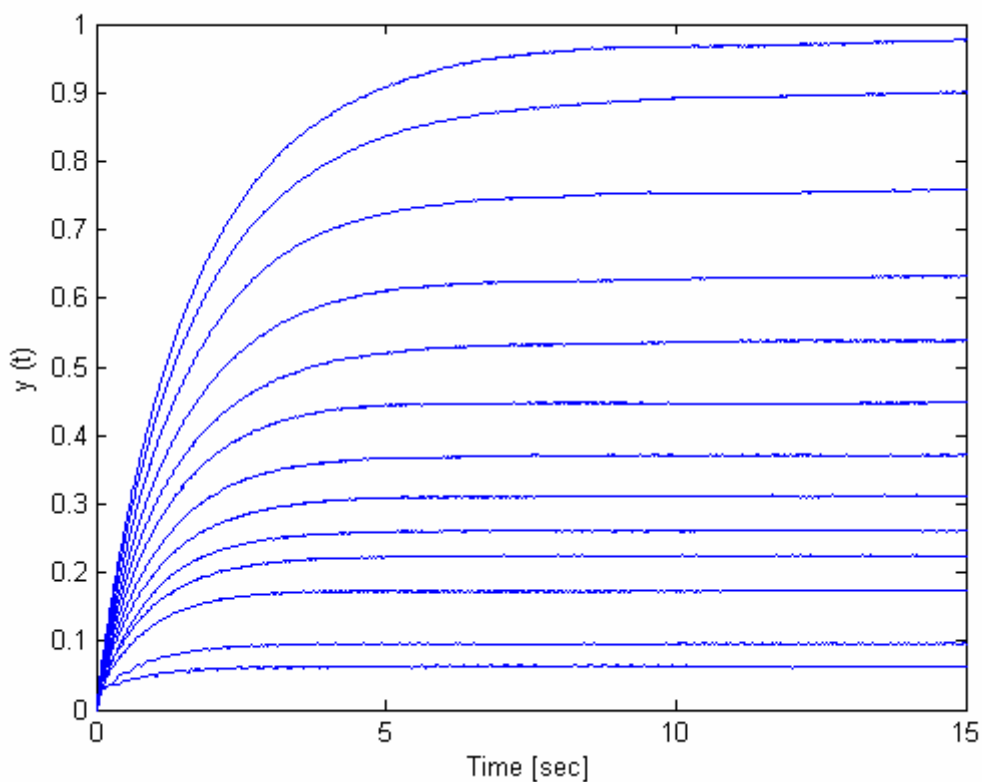
Přechodová charakteristika byla pro každou hodnotu skokové změny naměřena třikrát tak, aby byl pokryt celý rozsah otáček a ze vztahu

$$f_i = \frac{\sum_{k=1}^N \Delta u_k y_{ik}}{\sum_{k=1}^N \Delta u_k}, \quad (138)$$

kde  $k$  je pořadové číslo měření,  $N$  je počet opakovaných měření,  $i$  je pořadí vzorkovaných bodů,  $\Delta u_k$  je skoková změna vstupní veličiny při  $k$ -tém měření a  $y_{ik}$  je hodnota odezvy výstupní veličiny v  $i$ -tém vzorku při  $k$ -tém měření, byl vypočten

- střední pravděpodobný průběh pro každou skokovou změnu,
- celkový střední pravděpodobný průběh pro přibližné vyjádření přenosu pro celý pracovní rozsah.

Získané diskrétní modely a jejich spojité verze jsou uvedeny v příloze P I.

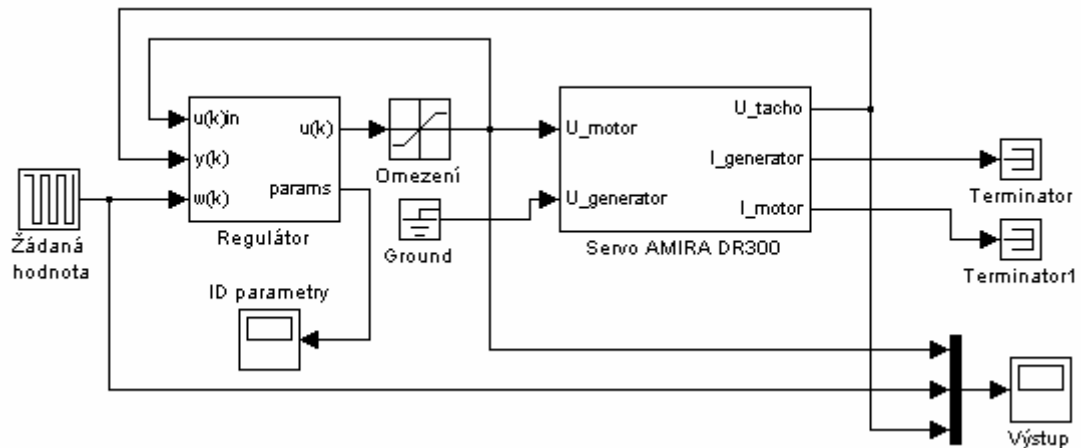


Obr. 32. Naměřené přechodové charakteristiky modelu DR300

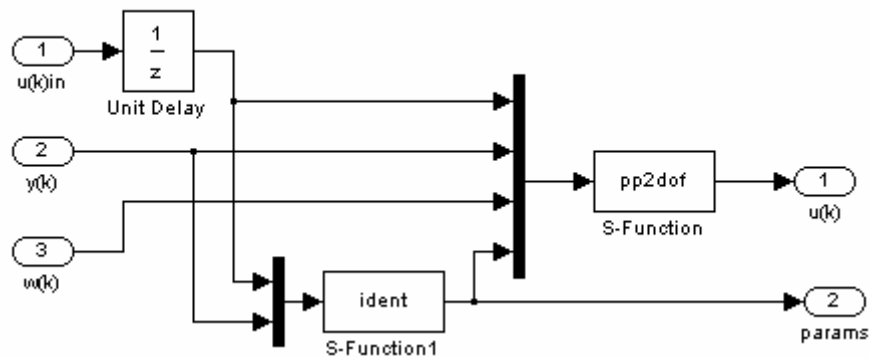
#### 5.4 Reálné řízení servomechanismu

Reálné řízení pomocí vytvořeného schématu v Simulinku (Obr. 33) bylo realizováno při průběžné identifikaci neznámé soustavy diskrétním modelem 2. řádu bez DZ pro periodu vzorkování 0.05 sekundy. Byly použity duální PP regulátory popsané výše, tedy 2 DOF regulátor pro soustavu druhého řádu (označení PP2) a PID – B1 regulátor. Pro možnost porovnání jsou uvedeny i výsledky dosažené s neduálními standardními verzemi těchto

regulátorů. Výpočet akčního zásahu regulátoru a online identifikace jsou realizovány samostatnými bloky, které jsou naprogramovány pomocí S-funkcí Simulinku (Obr. 34). Hlavní rozdíl mezi programovou implementací standardního neduálního a duálního regulátoru spočívá v tom, že v duálním případě jsou vstupy S-funkce regulátoru nejen odhady parametrů získané identifikací, ale i prvky kovarianční matice, se kterými bikriteriální algoritmus pracuje.



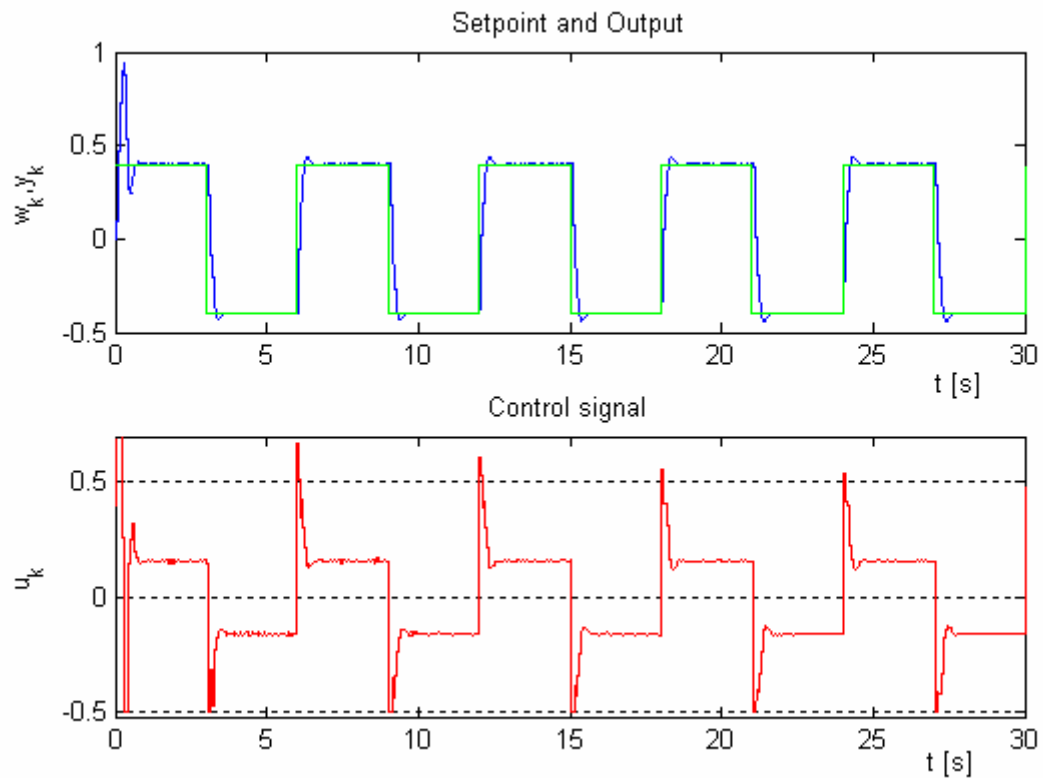
Obr. 33. Simulinkové schéma uzavřeného obvodu reálného řízení



Obr. 34. Simulinkové schéma adaptivního regulátoru

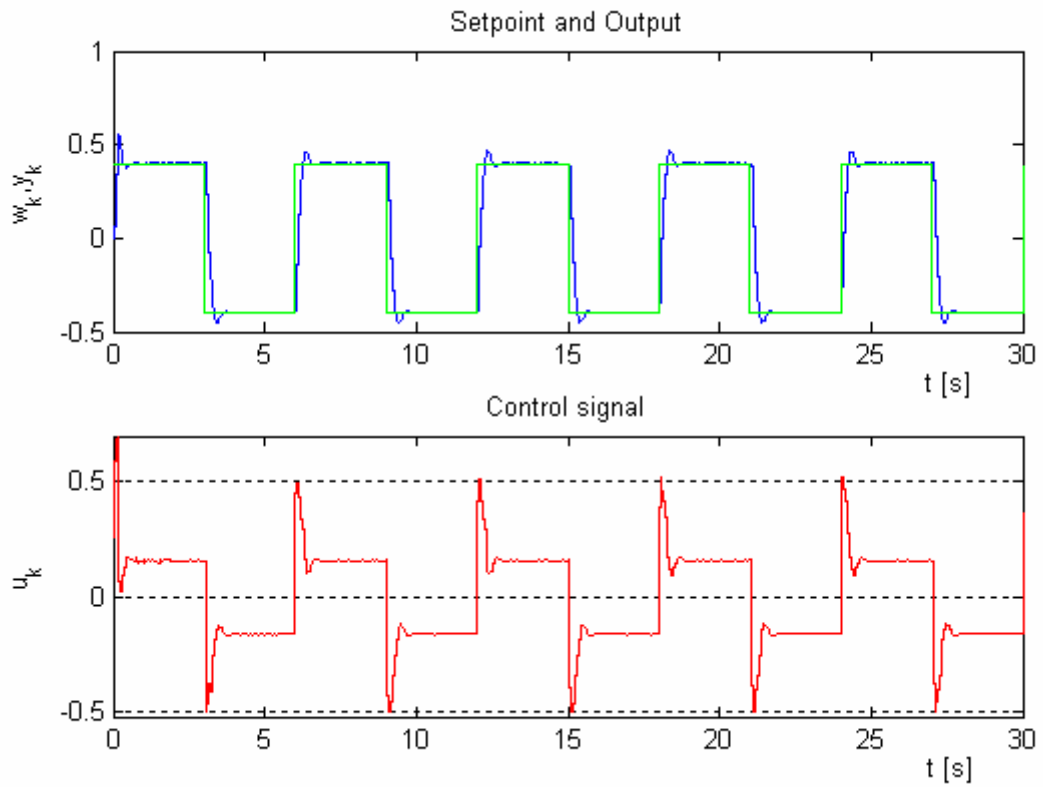
Řízení s oba navrženými regulátory proběhlo pro střídavé skokové změny referenčního signálu. V případě prvního regulátoru (PP2) se jednalo o hodnoty  $\pm 0.4$  což odpovídá  $\pm 1600 \text{ ot.min}^{-1}$ , u druhého regulátoru (PID-B2)  $\pm 0.3$ , tj.  $\pm 1200 \text{ ot.min}^{-1}$ . Vektor počátečních hodnot identifikovaných parametrů byl zvolen jako  $\hat{\theta}(0) = [0.1 \ 0.2 \ 0.3 \ 0.4]^T$ , počáteční hodnoty prvků hlavní diagonály čtvercové kovarianční matice  $C(0) = 0.4I$  a

rozptyl náhodného šumu  $\sigma_{\varepsilon}^2 = 0.001$ . Póly v případě PP2 algoritmu byly voleny přímo jako  $d_1 = -1.5$  a  $d_2 = 0.54$ .

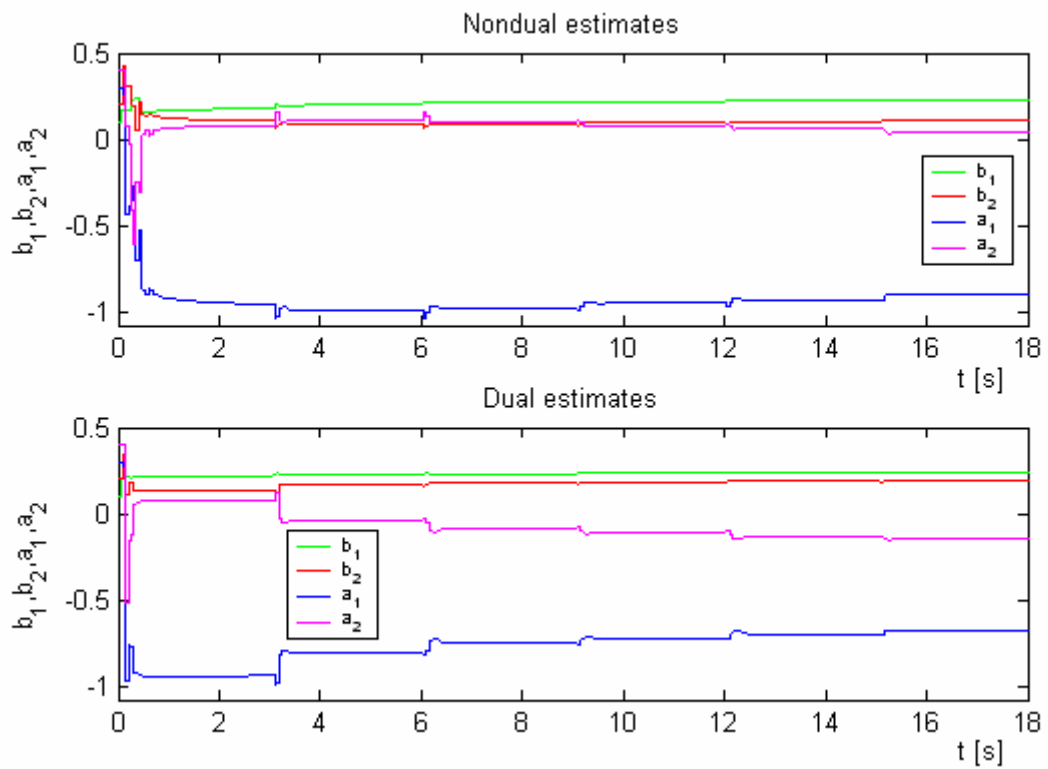


Obr. 35. Řízení DR300 standardním regulátorem PP2 bez omezení  $u_k$

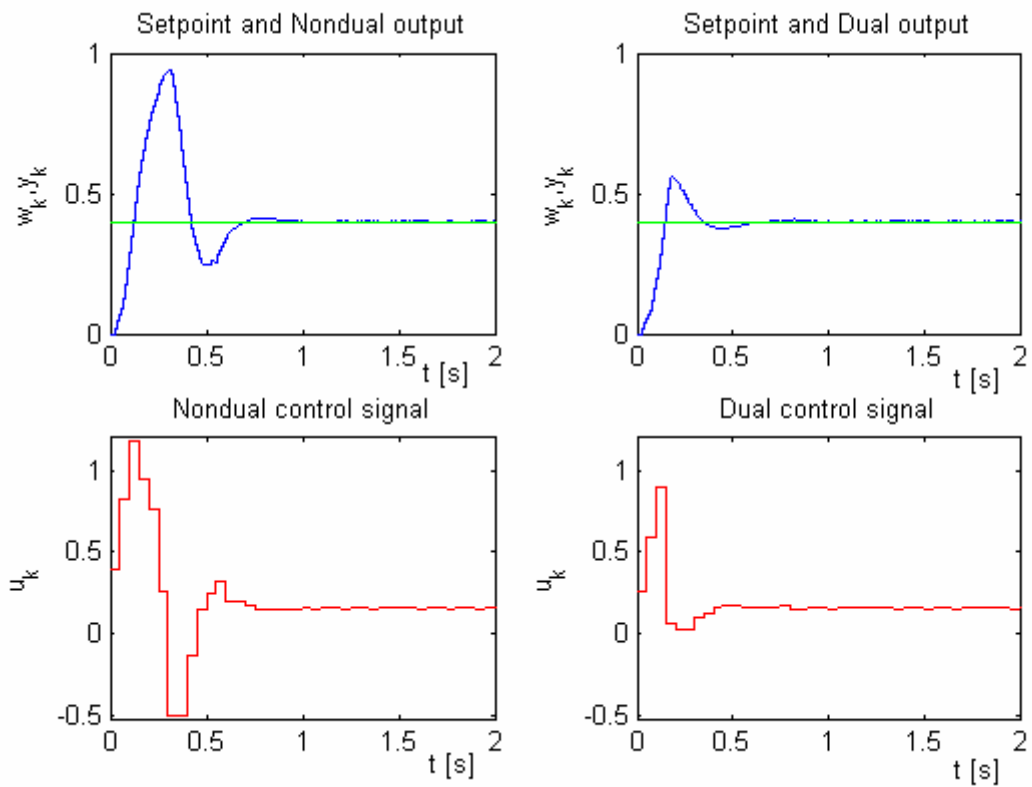




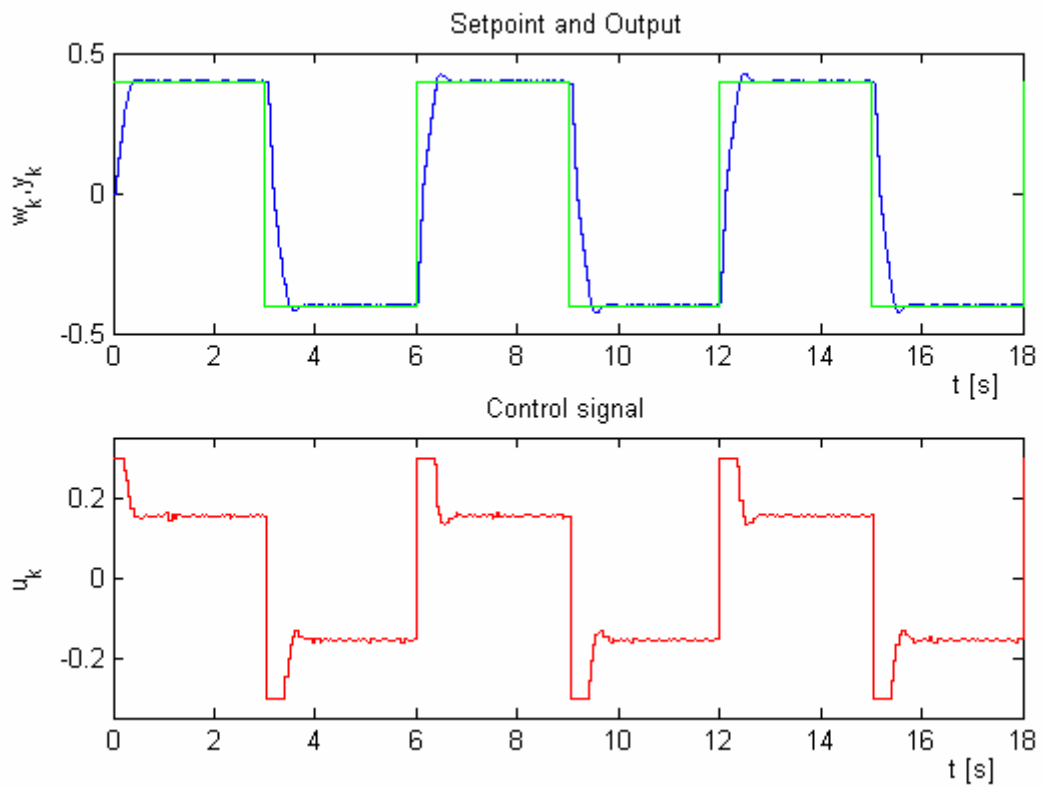
Obr. 36. Řízení DR300 duálním regulátorem PP2 bez omezení  $u_k$



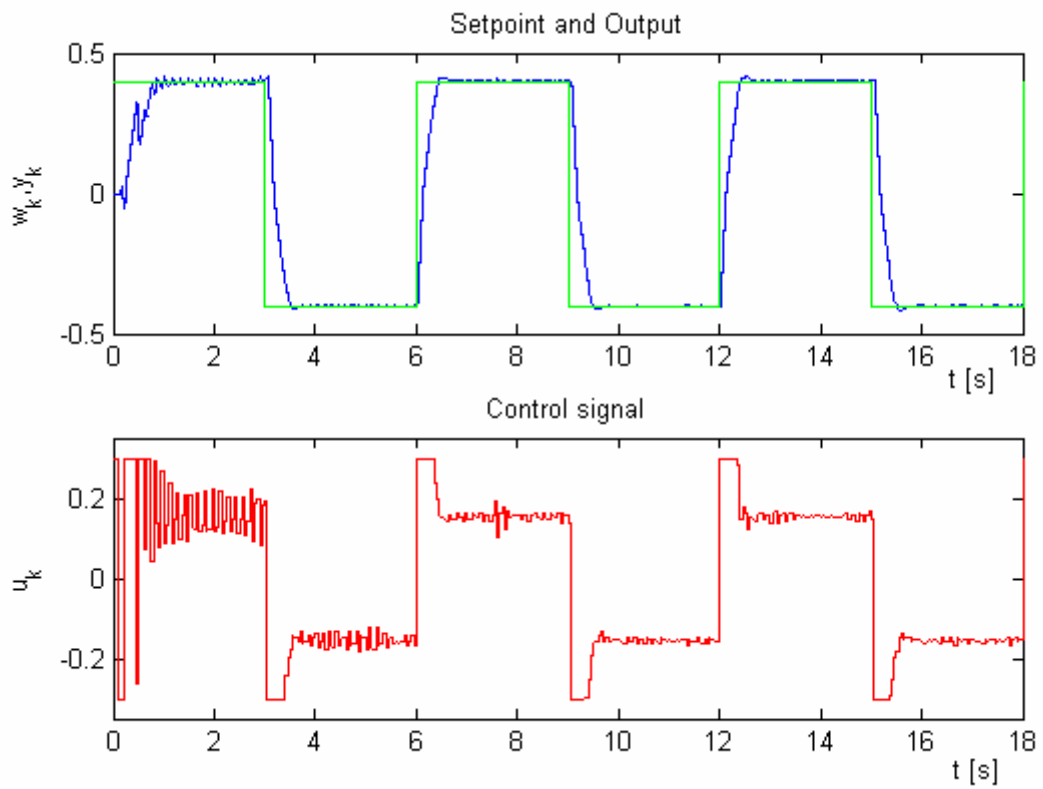
Obr. 37. Průběhy identifikovaných parametrů při PP2 řízení bez omezení  $u_k$



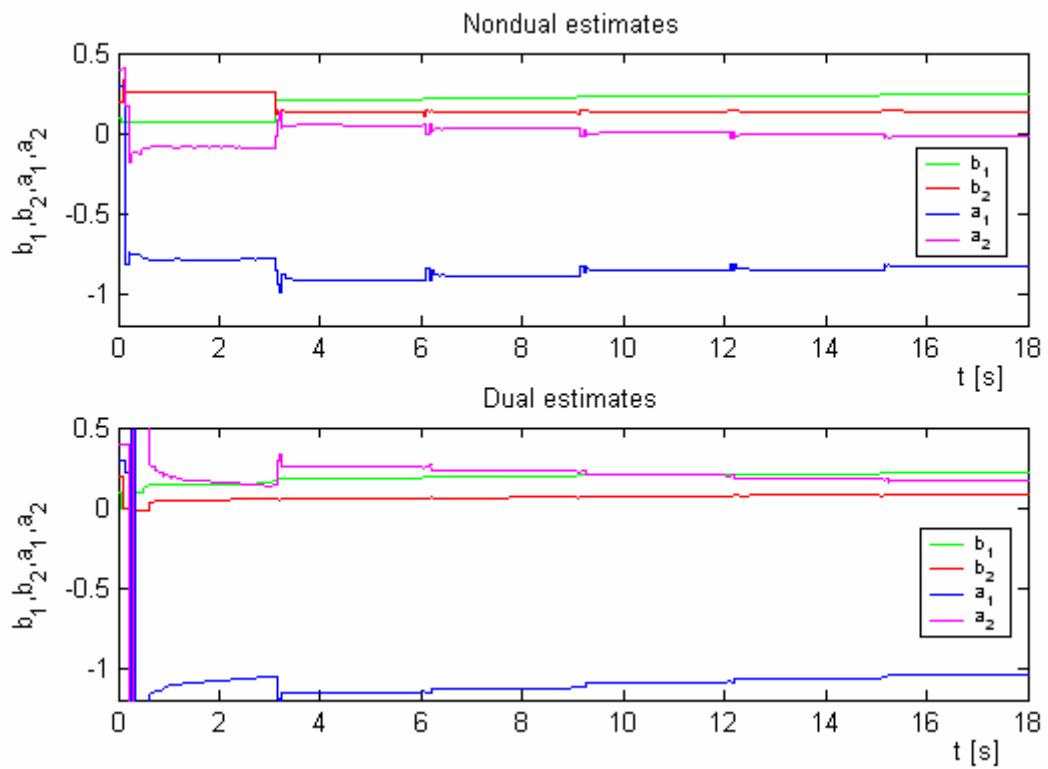
Obr. 38. Start adaptace při neduálním a duálním PP2 řízení bez omezení  $u_k$



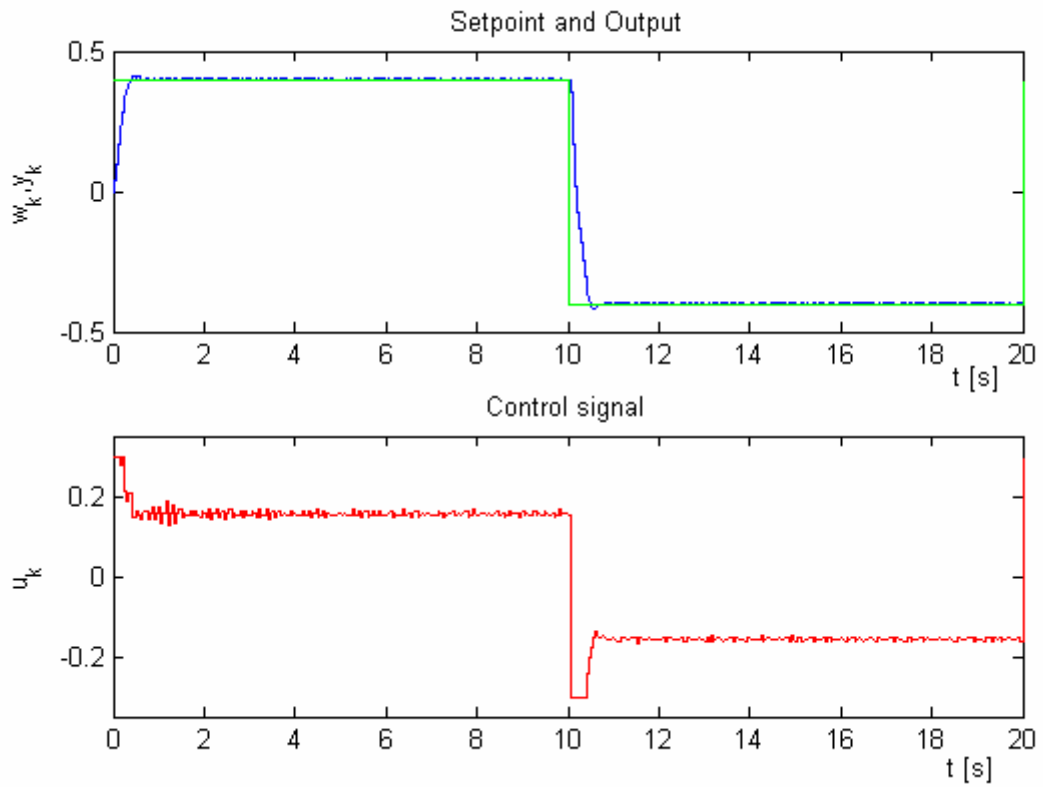
Obr. 39. Řízení DR300 standardním regulátorem PP2 s omezením  $u_k$



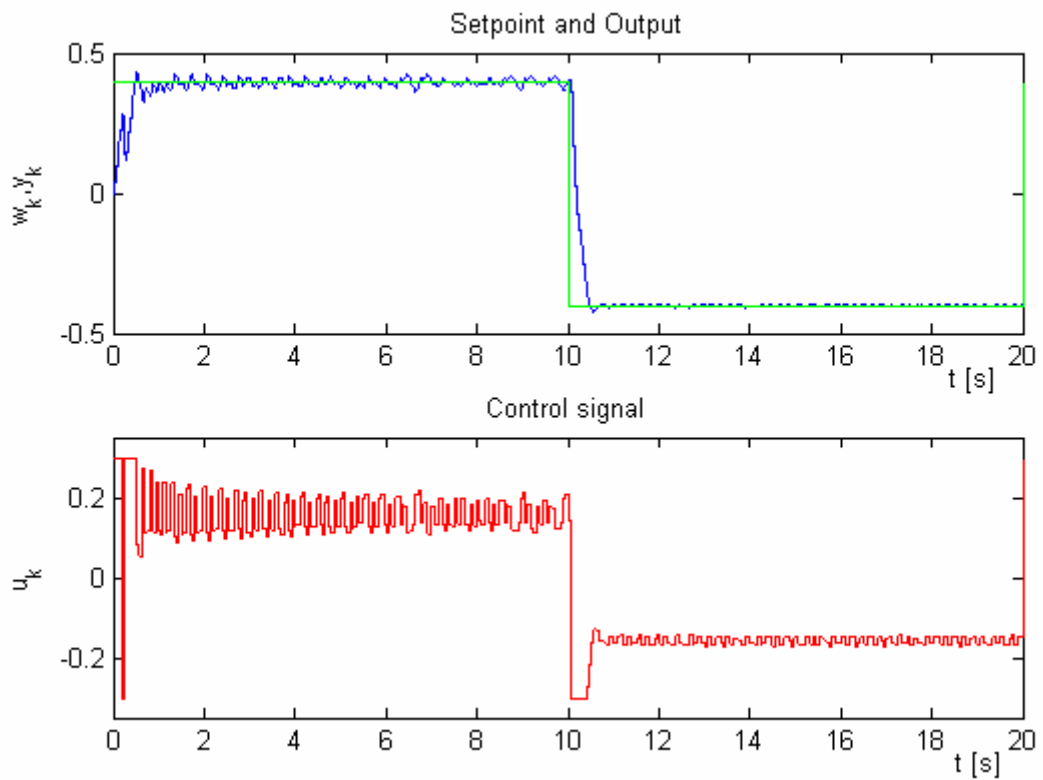
Obr. 40. Řízení DR300 duálním regulátorem PP2 s omezením  $u_k$



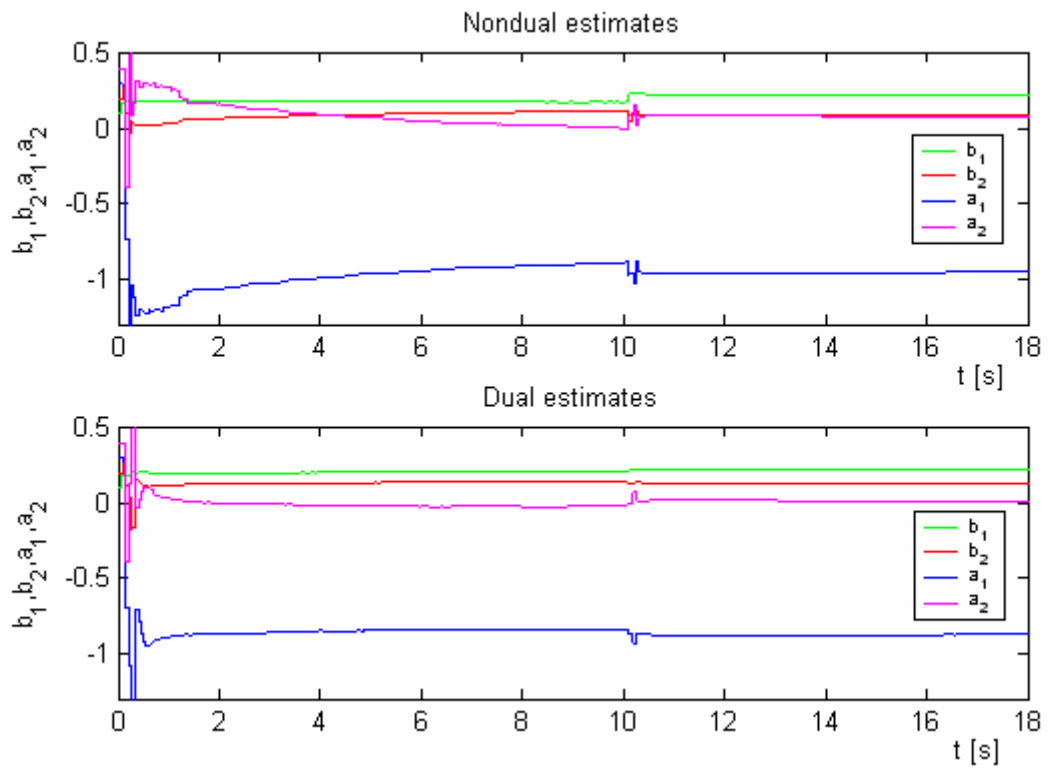
Obr. 41. Průběhy identifikovaných parametrů při PP2 řízení s omezením  $u_k$



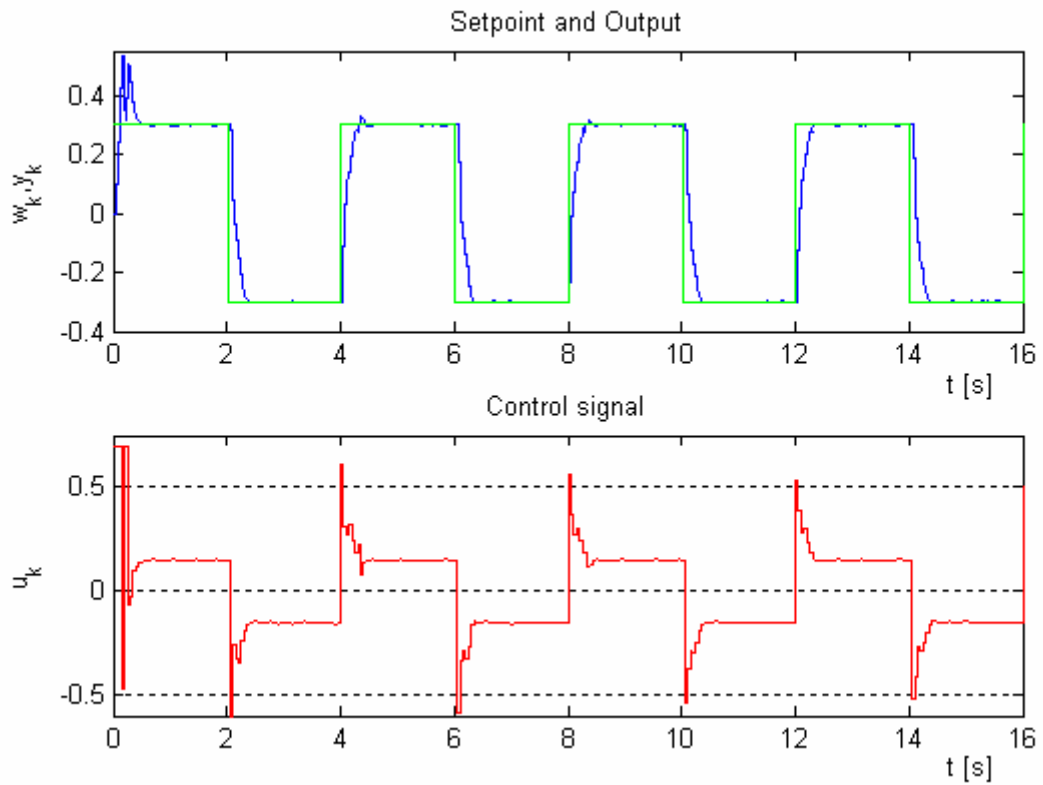
Obr. 42. Neduální řízení regulátorem PP2 pro dva skoky reference



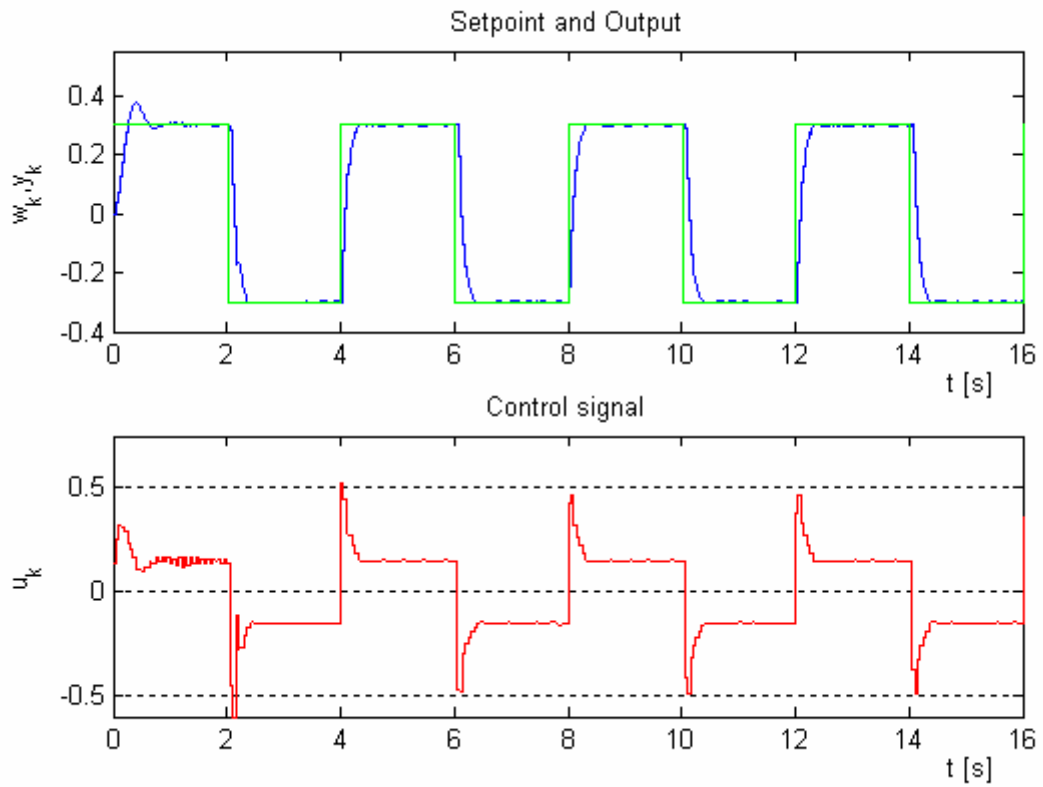
Obr. 43. Duální řízení regulátorem PP2 pro 2 skoky reference



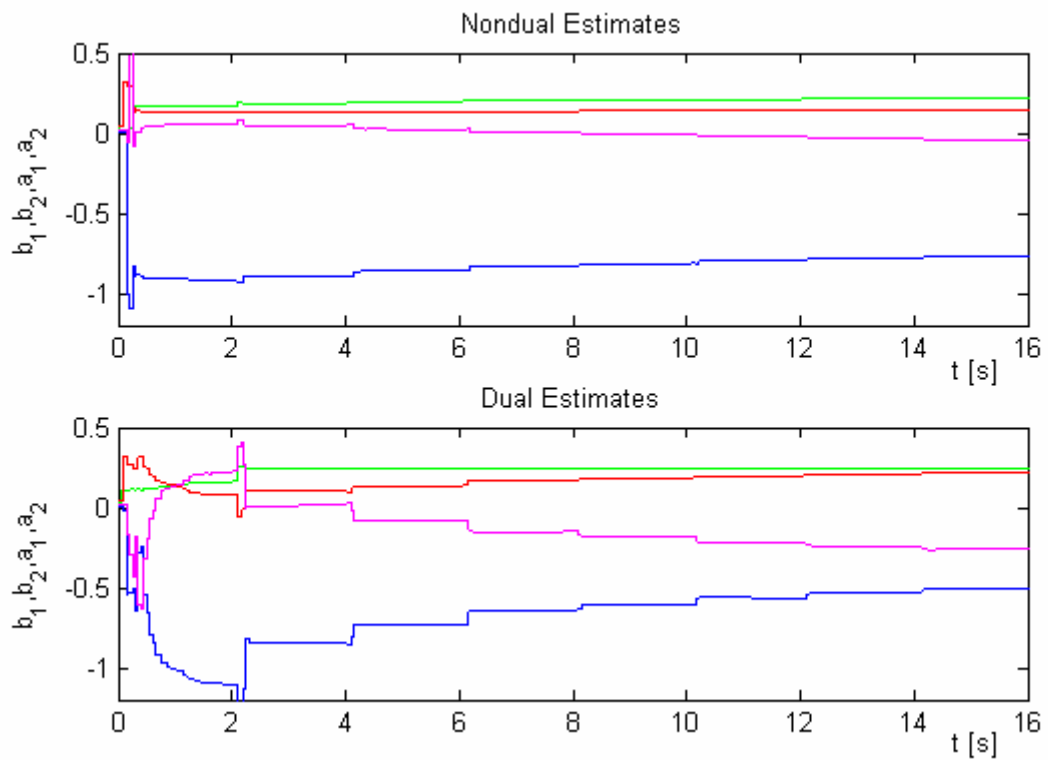
Obr. 44. Průběhy identifikovaných parametrů pro dva skoky reference



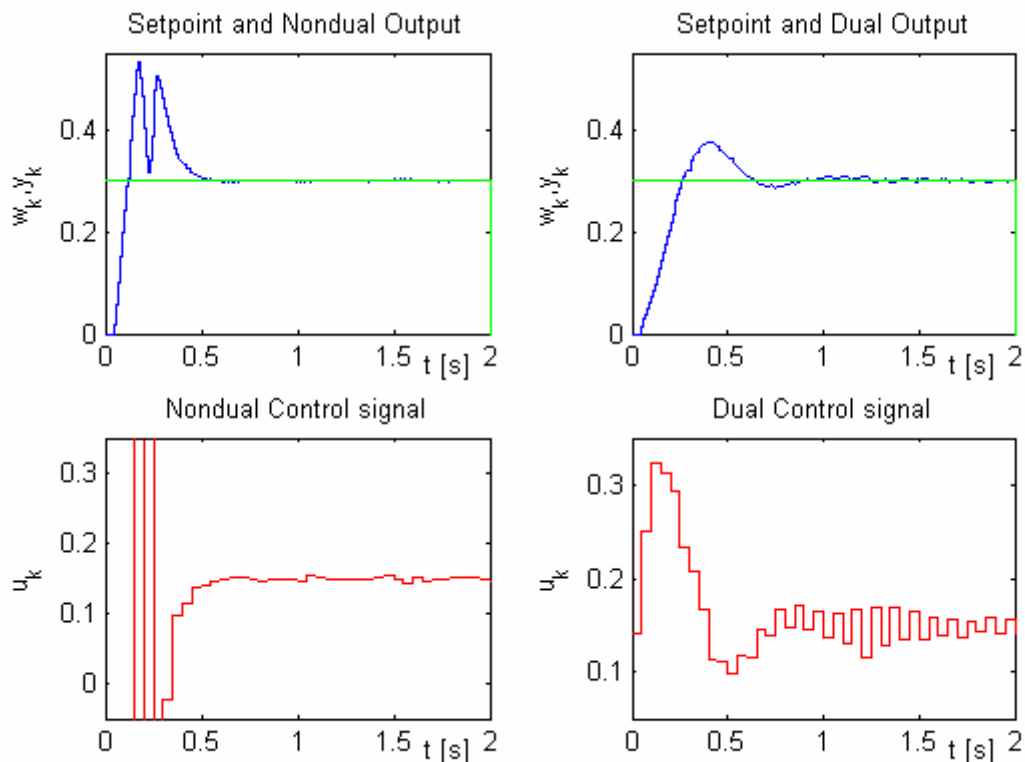
Obr. 45. Řízení DR300 standardním PID-B regulátorem



Obr. 46. Řízení DR300 duálním PID-B regulátorem



Obr. 47. Průběhy identifikovaných parametrů při PID-B řízení



Obr. 48. Start adaptace při neduálním a duálním PID-B řízení

## 5.5 Diskuse výsledků

Řízení regulátorem PP2 bylo realizováno pro dva případy, a sice bez omezení a s omezením akčního zásahu regulátoru. Výsledek průběhu regulované veličiny a akčního zásahu při standardním neduálním řízení je na Obr. 35, Obr. 39 a Obr. 42, v případě duálního řízení na Obr. 36, Obr. 40 a Obr. 43. Průběhy neznámých odhadovaných parametrů  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$  a  $b_2$  ARX modelu řízeného procesu jsou na Obr. 37, Obr. 41 a Obr. 44.

V prvním případě nebyl akční zásah regulátoru nijak omezen a při porovnání počáteční fáze regulačního pochodu (Obr. 38) je patrný „hladší“ náběh a menší míra překmitu regulované veličiny při duálním řízení. Duální akční zásah dosahuje ve startovní fázi mnohem menších hodnot, to ale nemá za následek poskytnutí horších odhadů parametrů, ale naopak, odhady se rychleji blíží hodnotám, které přibližně reprezentují model procesu. Z Obr. 37 je patrné, že odhady konvergují v případě duálního a neduálního řízení k ne zcela stejným hodnotám. V případě duálního řízení je konvergence po skokových změnách rapidnější, přičemž akční zásah duálního regulátoru dosahuje v těchto okamžicích menších hodnot než je tomu v případě standardního algoritmu. Podstatným a rozhodujícím faktem je ale lepší

chování na počátku procesu, kdy bylo vhodnou volbou parametru duálního řízení  $\eta = 0.2$  dosaženo menšího počátečního překmitu v důsledku cautious složky akčního zásahu a tím pádem i menší namáhání akčního orgánu, a zároveň toho, že excitační složka dokázala akcelarovat proces odhadů parametrů.

Zajímavé bylo pozorovat vlastnosti duálního řízení při omezení akční veličiny regulátoru (Obr. 39 a Obr. 40). Z praktického hlediska se nedá konstatovat, že by bylo dosaženo lepších výsledků, avšak výsledek názorně poukazuje na aspekty bikriteriálního řízení. Je zřejmé, že omezení akčního zásahu výrazně zlepšilo start regulačního pochodu neduálního řízení. I když je budicí akční signál po startu stacionární, poskytuje v tomto případě zřejmě dostatečné odhady parametrů a kvalita regulace je vyhovující. Nedá se však říci, že se jedná o tzv. aktivní budicí signál. Vzhledem k rychlé dynamice servomechanismu (časová konstanta menší než 2 s) se v případě duálního řízení dvojí charakter akční veličiny projevil až pro velké hodnoty parametru  $\eta = 5$ , kdy docházelo k vytrvalému buzení, oscilaci akčního zásahu a to se logicky projevilo i na charakteru průběhu regulované veličiny, která však kmitá s malou amplitudou kolem své žádané hodnoty. Amplituda těchto excitací klesá se zvyšující se přesností odhadovaných parametrů soustavy (Obr. 42, Obr. 43 a Obr. 44). Je zřejmé, že dochází ke většímu namáhání pohonu, avšak v tomto případě můžeme konstatovat, že se jedná o aktivní budicí signál, který v některých případech může poskytovat lepší odhady parametrů a můžeme jej zavést v případech, kdy je to vzhledem k technologickým a konstrukčním vlastnostem zařízení možné.

Řízení bylo ověřeno také pro jiné umístění pólů URO (Obr. 45 až Obr. 48). K tomuto účelu posloužil regulátor PID-B, kdy byly póly zvoleny pro požadovaný aperiodický průběh regulačního pochodu přes koeficient poměrného tlumení  $\xi = 1$  a vlastní kruhovou frekvenci  $\omega_n = 20$ . Těmto hodnotám odpovídají dva reálné póly  $d_1 = -0.7358$  a  $d_2 = 0.1353$ . V tomto případě byla omezena pouze maximální velikost akčního zásahu hodnotou  $u_{\max} = 0.7$ . Stejně jako v prvním případě se podařilo dosáhnout přijatelnějšího počátečního překmitu, což je dáno efektivnějším vybuzením soustavy signálem z regulátoru, který nedosahoval v prvních okamžicích vzorkování tak velkých hodnot jako regulátor neduální. Z průběhu odhadů parametrů (Obr. 47) je možné vyzorovat jejich pomalejší ustalování po první skokové změně žádané hodnoty, avšak s dalšími skokovými změnami se parametry rychle blíží očekávaným hodnotám. Patrné jsou také menší „špičky“ akčního zásahu v okamžicích skokových změn.



## ZÁVĚR

Feldbaum postuloval tvrzení, že optimální adaptivní řízení má duální charakter, který spočívá v dualitě akční veličiny charakterizované cautious řízením a aktivním buzením. Cautious řízení zajišťuje to, že regulovaná veličina se neblíží co nejrychleji své žádané hodnotě v případě, kdy identifikované parametry soustavy nejsou dostatečně známy a zároveň akční veličina musí vhodně vybudovat soustavu tak, aby byl urychlen proces odhadu parametrů. Návrh strategie optimálního duálního řízení je značně obtížný, proto bylo navrženo množství suboptimálních duálních regulátorů, přičemž jejich nasazení v praxi se jeví nevhodné pro komplikovanost, výpočetní nároky algoritmu či neuspokojivé výsledky.

U adaptivních CE regulátorů je akční zásah vypočten jednoduše, protože identifikace parametrů soustavy je oddělena od zákona řízení. Nejistota průběžně odhadovaných parametrů zde není brána v potaz a nevstupuje do zákona řízení. Tyto regulátory se hojně používají, avšak problémem může být nedostatečná apriorní informace, tedy volba počátečních odhadů a jejich kovariance pro start identifikace. Výsledkem nevhodné volby těchto parametrů může být nepříjemné chování dané nevhodným charakterem průběhu akční veličiny, zejména potom velké překmity na začátku adaptačního procesu, kdy jsou odhady značně nepřesné. Možnou alternativou je snadno implementovatelná duální modifikace CE regulátorů aplikací bikriteriální metody. Metoda je založena na kompromisní minimalizaci dvou účelových funkcí, které odpovídají dvěma cílům duálního řízení. Výsledkem je poměrně jednoduchý a univerzální algoritmus, který můžeme použít pro syntézu regulátorů založených na různých metodách (prediktivní řízení, PP, LQ, GMV apod.). Výsledný duální regulátor má pouze jeden stavitelný parametr navíc, který definuje velikost excitací.

Nasazení adaptivního duálního řízení se jeví jako vhodné v případech, kdy je nutné ukončit adaptaci v krátkém čase při nedostatečné apriori znalosti řízeného procesu. Dalším případem jsou procesy, u kterých dochází k rychlým změnám parametrů v čase. Při návrhu adaptivního duálního řízení pro konkrétní reálný případ je nutné si uvědomit, jaký charakter může proces mít. Na jedné straně se může jednat o problémy, kdy je kladen větší požadavek na míru excitací, které mohou být přínosné a účelné, na druhé straně jsou problémy s požadavkem mírnějšího průběhu přechodového děje, kdy cautious řízení zřejmě upřednostníme před velkými excitacemi.

Algoritmus bikriteriálního duálního SISO řízení byl simulačně ověřen v prostředí Matlab-Simulink, přičemž se podařilo získat výsledky odpovídající výše uvedeným poznatkům.

Nasazením adaptivního duálního řízení v reálném čase se rovněž podařilo získat uspokojivější výsledky ve srovnání se standardním CE řízením, zejména pak menších překmitů v počáteční fázi adaptace.

**SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY**

- [1] FILATOV, N. M., UNBENHAUEN, H. *Adaptive Dual Control: Theory and Applications*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2004. ISBN 3-540-21373-2.
- [2] BOBÁL, V., BÖHM, J., PROKOP, R., FESSL, J. *Praktické aspekty samočinně se nastavujících regulátorů: algoritmy a implementace*. 1. vydání. Brno: VUTIUM, 1999. ISBN 80-214-1299-2.
- [3] FILATOV, N. M., UNBENHAUEN, H. Survey of adaptive dual control method. *IEE Proc. Control Theory and Applications*, 2000. 147, s. 118-128.
- [4] FILATOV, N. M., UNBENHAUEN, H., KEUCHEL, U. Dual pole placement controller with direct adaptation. *Automatica*. 1997, Vol. 33, No. 1, s. 113-117.
- [5] FILATOV, N. M., UNBENHAUEN, H., KEUCHEL, U. Application of adaptive dual controllers to a DC-motor. *IEE Proc. Control Theory and Applications*, 1998. 145, s. 299-305.
- [6] WITTENMARK, B. Adaptive dual control. In *Control Systems, Robotics and Automation*, edited by H. Unbenhauen, in Encyclopedia of Life Support Systems (EOLSS 6.34) under the auspices of the UNESCO, EOLSS Pub., Oxford, UK, 2003.
- [7] WITTENMARK, B. Adaptive dual control methods: an overview. In *5th IFAC Symposium on Adaptive Systems in Control and Signal Processing*, Budapest, Hungary, January 1995. s.67-72.
- [8] LINDOFF, B., HOLST, J., WITTENMARK, B. Analysis of approximations of dual control. In *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 1999.13, s. 593-620.
- [9] LEE, J. M., *A Study on Architecture, Algorithms, and Applications of Approximate Dynamic Programming Based Approach to Optimal Control*. PhD thesis, School of Chemical and Biomolecular Engineering, Georgia Institute of Technology, 2004. Chapter 6, Stochastic optimal control: Dual adaptive control, s. 87-88.

**SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK**

2 DOF	Dva stupně volnosti (2 Degrees of Freedom).
APPC	Adaptivní regulátor založený na metodě přiřazení pólů URO (Adaptive Pole Placement Controller)
ARMAX	Stochastický regresní model (Auto Regressive Moving-Average with Auxiliary Input).
ARX	Stochastický regresní model (Auto Regressive Exogenous Input).
CE	Vnucená separace identifikace a řízení (Certainty Equivalence).
DZ	Dopravní zpoždění.
I/O	Vstupně-výstupní (Input/Output).
RLS	Průběžná metoda nejmenších čtverců (Recursive Least Squares).
RPM	Počet otáček za minutu (Rotation Per Minute).
RT	Reálný čas (Real Time).
SISO	System s jedním vstupem a jedním výstupem (Single Input Single Output).
URO	Uzavřený regulační obvod.

**SEZNAM OBRÁZKŮ**

Obr. 1. Blokové schéma adaptivního řídicího systému .....	11
Obr. 2. Klasifikace adaptivních řídicích systémů .....	13
Obr. 3. Klasifikace adaptivních regulátorů typu III.....	14
Obr. 4. Schéma standardního adaptivního řídicího systému .....	22
Obr. 5. Schéma duálního adaptivního řídicího systému .....	23
Obr. 6. Minimalizace účelových funkcí duálního řízení .....	26
Obr. 7. Struktura duálně modifikovaného adaptivního řídicího systému.....	27
Obr. 8. Blokové schéma regulačního obvodu s 2 DOF regulátorem.....	31
Obr. 9. Blokové schéma regulačního obvodu s regulátorem PID-B .....	36
Obr. 10. Výsledek simulace neduálního řízení soustavy S1 .....	41
Obr. 11. Průběh odhadovaných parametrů modelu S1 při neduálním řízení.....	41
Obr. 12. Výsledek simulace duálního řízení soustavy S1 .....	42
Obr. 13. Průběh odhadovaných parametrů modelu S1 při duálním řízení .....	42
Obr. 14. Výsledek simulace neduálního řízení soustavy S2.....	44
Obr. 15. Průběh odhadovaných parametrů modelu S2 při neduálním řízení.....	44
Obr. 16. Výsledek simulace duálního řízení soustavy S2 .....	45
Obr. 17. Průběh odhadovaných parametrů modelu S2 při neduálním řízení.....	45
Obr. 18. Výsledek simulace neduálního řízení soustavy S3.....	47
Obr. 19. Průběhy odhadovaných parametrů modelu S3 při neduálním řízení.....	47
Obr. 20. Výsledek simulace duálního řízení soustavy S3 .....	48
Obr. 21. Průběhy odhadovaných parametrů modelu S3 při duálním řízení .....	48
Obr. 22. Výsledek simulace neduálního řízení soustavy S4.....	50
Obr. 23. Průběh identifikovaných parametrů modelu S4 při neduálním řízení.....	50
Obr. 24. Výsledek simulace duálního řízení soustavy S4 .....	51
Obr. 25. Průběh odhadovaných parametrů modelu S4 při duálním řízení .....	51
Obr. 26. Grafické porovnání startu adaptace při řízení soustavy S4 .....	52
Obr. 27. Model DR 300 Amira.....	54
Obr. 28. Přejímové charakteristiky proudového zdroje modelu DR300.....	55
Obr. 29. Blok pro ovládání a řízení servomechanismu pomocí Simulinku.....	57
Obr. 30. Grafický průběh měření statické charakteristiky modelu DR300 .....	59
Obr. 31. Statická charakteristika modelu DR300 .....	60

Obr. 32. Naměřené přechodové charakteristiky modelu DR300.....	62
Obr. 33. Simulinkové schéma uzavřeného obvodu reálného řízení .....	63
Obr. 34. Simulinkové schéma adaptivního regulátoru .....	63
Obr. 35. Řízení DR300 standardním regulátorem PP2 bez omezení $u_k$ .....	64
Obr. 36. Řízení DR300 duálním regulátorem PP2 bez omezení $u_k$ .....	65
Obr. 37. Průběhy identifikovaných parametrů při PP2 řízení bez omezení $u_k$ .....	65
Obr. 38. Start adaptace při neduálním a duálním PP2 řízení bez omezení $u_k$ .....	66
Obr. 39. Řízení DR300 standardním regulátorem PP2 s omezením $u_k$ .....	66
Obr. 40. Řízení DR300 duálním regulátorem PP2 s omezením $u_k$ .....	67
Obr. 41. Průběhy identifikovaných parametrů při PP2 řízení s omezením $u_k$ .....	67
Obr. 42. Neduální řízení regulátorem PP2 pro dva skoky reference .....	68
Obr. 43. Duální řízení regulátorem PP2 pro 2 skoky reference.....	68
Obr. 44. Průběhy identifikovaných parametrů pro dva skoky reference .....	69
Obr. 45. Řízení DR300 standardním PID-B regulátorem.....	69
Obr. 46. Řízení DR300 duálním PID-B regulátorem .....	70
Obr. 47. Průběhy identifikovaných parametrů při PID-B řízení .....	70
Obr. 48. Start adaptace při neduálním a duálním PID-B řízení.....	71

**SEZNAM TABULEK**

Tab. 1. Klasifikace diskretních regulátorů podle způsobu generování akčního zásahu .....	13
Tab. 2. Vztahy pro výpočet pomocných proměnných pro výpočet parametrů regulátoru .....	35
Tab. 3. Počáteční a volitelné hodnoty pro simulaci řízení modelu S2 .....	43
Tab. 4 Počáteční a volitelné hodnoty pro simulaci řízení modelu S3 .....	46
Tab. 5. Počáteční a volitelné hodnoty pro simulaci řízení modelu S4 .....	49
Tab. 6. Kvalitativní srovnání dosažených výsledků simulačního ověřování.....	53
Tab. 7. I/O kanály použité v I/O blocích RT Toolboxu v Simulinku .....	57
Tab. 8. Proměnné a konstanty matematického modelu motoru s cizím buzením.....	58
Tab. 9. Naměřené hodnoty statické charakteristiky modelu DR300 .....	60
Tab. 10. Rovnice statické charakteristiky modelu DR300 .....	61

## SEZNAM PŘÍLOH

P I Tabulka přenosů modelu DR300

P II CD-ROM



## PŘÍLOHA P I: TABULKA PŘENOSŮ MODELU DR300

$i$	$\Delta u(k)$	Diskrétní přenos	Spojité přenos
1	0,12	$G(z^{-1}) = \frac{0.05369z^{-1} - 0.05233z^{-2}}{1 - 1.76z^{-1} + 0.7622z^{-2}}$	$G(s) = \frac{6.052s + 15.53}{s^2 + 27.15s + 25.13}$
2	0,125	$G(z^{-1}) = \frac{0.04449z^{-1} - 0.04265z^{-2}}{1 - 1.777z^{-1} + 0.7793z^{-2}}$	$G(s) = \frac{4.921s + 20.79}{s^2 + 24.94s + 25.99}$
3	0,135	$G(z^{-1}) = \frac{0.05926z^{-1} - 0.05439z^{-2}}{1 - 1.656z^{-1} + 0.6594z^{-2}}$	$G(s) = \frac{6.932s + 59.56}{s^2 + 41.64s + 41.58}$
4	0,14	$G(z^{-1}) = \frac{0.05417z^{-1} - 0.05013z^{-2}}{1 - 1.74z^{-1} + 0.7429z^{-2}}$	$G(s) = \frac{6.02s + 46.71}{s^2 + 29.72s + 33.53}$
5	0,145	$G(z^{-1}) = \frac{0.02585z^{-1} - 0.0207z^{-2}}{1 - 1.715z^{-1} + 0.7179z^{-2}}$	$G(s) = \frac{2.719s + 60.52}{s^2 + 33.14s + 34.08}$
6	0,15	$G(z^{-1}) = \frac{0.07094z^{-1} - 0.06184z^{-2}}{1 - 1.527z^{-1} + 0.5316z^{-2}}$	$G(s) = \frac{8.901s + 122.8}{s^2 + 63.19s + 62.09}$
7	0,155	$G(z^{-1}) = \frac{0.05808z^{-1} - 0.05046z^{-2}}{1 - 1.635z^{-1} + 0.6385z^{-2}}$	$G(s) = \frac{6.705s + 94.6}{s^2 + 44.86s + 43.45}$
8	0,16	$G(z^{-1}) = \frac{0.0589z^{-1} - 0.04872z^{-2}}{1 - 1.564z^{-1} + 0.5674z^{-2}}$	$G(s) = \frac{6.991s + 133.4}{s^2 + 56.67s + 44.56}$
9	0,165	$G(z^{-1}) = \frac{0.04046z^{-1} - 0.03808z^{-2}}{1 - 1.885z^{-1} + 0.8858z^{-2}}$	$G(s) = \frac{4.168s + 25.27}{s^2 + 12.13s + 8.495}$
10	0,17	$G(z^{-1}) = \frac{0.03911z^{-1} - 0.03658z^{-2}}{1 - 1.895z^{-1} + 0.8959z^{-2}}$	$G(s) = \frac{3.995s + 26.72}{s^2 + 10.99s + 9.504}$
11	0,175	$G(z^{-1}) = \frac{0.0379z^{-1} - 0.03582z^{-2}}{1 - 1.919z^{-1} + 0.9192z^{-2}}$	$G(s) = \frac{3.842s + 21.69}{s^2 + 8.425s + 2.085}$
12	0,18	$G(z^{-1}) = \frac{0.03582z^{-1} - 0.03519z^{-2}}{1 - 1.971z^{-1} + 0.9711z^{-2}}$	$G(s) = \frac{3.603s + 6.393}{s^2 + 2.933s + 1.015}$
13	0,185	$G(z^{-1}) = \frac{0.03922z^{-1} - 0.03802z^{-2}}{1 - 1.953z^{-1} + 0.9533z^{-2}}$	$G(s) = \frac{3.955s + 12.29}{s^2 + 4.783s + 3.072}$